Digitized by Google

JOHN G. WOLBACH LIBRARY
HARVARD COLLEGE OBSERVATORY
60 GARDEN STREET
CAMBRIDGE, MASS. 02138

HARVARD COLLEGE OBSERVATORY

JOHN G. WOLBACH

LIBRARY

Digitized by Google

JOHN G. WOLBACH LIBRARY
HARVARD COLLEGE OBSERVATORY
60 GARDEN STREET
CAMBRIDGE, MASS. 02138

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN,

herausgegeben

von

H. C. Schumacher,

Conferenzrathe, ordentlichem Professor der Astronomie in Copenhagen, Commandeur vom Dannebroge und Dannebrogsmann, Ritter des Königl. Schwed. Nordsternordens, des Königl. Preußischen Rothen Adlerordens zweiter Classe, des Kaiserl. Russischen St. Annen- und Stanislausordens zweiter Classe und der Ehrenlegion, Mitgliede der Königl. Gesellschaften der Wissenschaften in Copenhagen, London, Edinburgh, Stockholm, Göttingen und Upsala, der Königl. astron. Gesellschaft in London, der americanischen Gesellschaft der Wissenschaften in Philadelphia, der physiographischen Gesellschaft in Lund, und der naturforschenden Gesellschaft in Danzig, Ehrenmitgliede der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften in Dublin, der meteorolog. Gesellschaft in London, der Society of useful arts in Edinburgh, der mathematischen Gesellschaft in Hamburg und der naturforschenden Gesellschaft in Rostock, Correspondenten des Französischen Instituts, der Kaiserl. Academie der Wissenschaften in St. Petersburg, der Königl. Gesellschaften der Wissenschaften in Berlin, Brüssel, Neapel, Padua, Palermo und Turin.

Achtzehnter Band.

Mit einem Inhaltsverzeichniſs, Register und 5 Kupfertafeln.

Altona 1841.

gedruckt in der *Hammerich*- und *Lesser*'schen Buchdruckerei

Digitized by Google

Digitized by Google

Inhalt.

Nr. 409.

Ueber die Sternwarte in Leiden, und die ersten daselbst angestellten Micrometer-Messungen. Von Herrn Professor *P. Kaiser*. 1.

Nr. 410.

The Moons Right Ascension, Declination and Horizontal Parallax for the time of her transit over the meridian of Altona for the year 1841 with the logarithms of coefficients for facilitating the reduction to other Meridians 17. — Schreiben des Hrn. *Rümcker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber 23. — Bemerkungen über trigonometrische Nivellements, insbesondere über die terrestrische Strahlenbrechung. Von Herrn Professor Dr. *Grunert* zu Greifswald 25. — Sternbedeckungen 31.

Nr. 411.

Nachrichten über die Kaiserliche Hauptsternwarte Pulkowa. Von dem Herausgeber 33. — Gang des Chronometers Kessels 1314, von Herrn Professor *Gerling* 45. — Schreiben des Herrn Professors *Bache* an den Herausgeber 47.

Nr. 412.

Schreiben des Herrn Professors *v. Boguslawski*, Directors der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber 49. — Sternbedeckungen beobachtet zu Breslau von 1839 October 29 bis 1840 April 11. 51. — Schreiben des Herrn *Fr. Fischer* an den Herausgeber 53. — The Moons Right Ascension, Declination and Horizontal Parallax for the time of her transit over the meridian of Altona for the year 1841 with the logarithms of coefficients for facilitating the reduction to other Meridians. (Beschluss.) 55. — Briefe des Herrn Dr. *Bremicker* und Herrn *Galle* an den Herausgeber 63. — Elemente des Cometen von Herrn Observator *Petersen* 53.

Nr. 413.

Schreiben des Herrn Majors *Davis* an den Herausgeber 65. — Schreiben des Herrn *Rümcker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber 67. — Schreiben des Herrn Hofraths *Schwabe* in Dessau, an den Herausgeber 67. — Schreiben des Herrn Professors *Encke*, Directors der Berliner Sternwarte, an den Herausgeber 69. — Marche du chronomètre Nr. 31 de *Hauth*, marchant au mois, appartenant à Son Excellence l'Amiral *de Greigh* 69. — Schreiben des Herrn *Rümcker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber 71. — Sternbedeckungen in Nordamerika beobachtet 73. — Jupitersatrabanten-Verfinsterungen auf der Altonaer Sternwarte beobachtet von Herrn Observator *Petersen* 77. — Plejadenbedeckung 1840 Dec. 7. 79. — Schreiben des Herrn Prof. *Mädler*, Directors der Dorpater Sternwarte, an den Herausgeber 79.

Nr. 414.

Schreiben des Herrn *Airy*, Directors der Greenwicher Sternwarte, an den Herausgeber 81. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Hansteen*, Directors der Sternwarte in Christiania, an den Herausgeber 83. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Santini*, Directors der Sternwarte in Padua, an den Herausgeber 83. — Schreiben des Herrn *Koller*, Directors der Sternwarte in Kremsmünster, an den Herausgeber 85. — Schreiben des Herrn *Bianchi*, Directors der Sternwarte in Modena, an den Herausgeber 89. — Beschreibung eines neuen Micrometers. Von Herrn *Th. Clausen* 95.

Nr. 415.

Ueber die Grundformeln der Dioptrik. Von Herrn Geh. Rath und Ritter *Bessel* 97. — Schreiben des Herrn *d'Abbadie* an den Herausgeber 107.

Nr. 416.

Schreiben des Herrn Professors *Argelander*, Directors der Sternwarte in Bonn, an den Herausgeber 113. — Beobachtungen einiger veränderlichen Sterne im Jahre 1840. 113.

Nr. 417.

Beobachtungen einiger veränderlichen Sterne im Jahre 1840. Von Herrn Professor *Argelander* (Beschluss.) 129. — Sternbedeckungen und Jupiterstrabanten-Verfinsterungen beobachtet in Bonn von Herrn Professor *Argelander* 133. — Beweise der beiden ersten Haupttheoreme der Dioptrik. Von Herrn *Thomas Clausen* 135. — Schreiben des Herrn Professors *Encke*, Directors der Berliner Sternwarte, an den Herausgeber 139. Positionen des 4ten Cometen von 1840 hergeleitet aus den Bonner Beobachtungen. Von Herrn Professor *Argelander* 139. Schreiben des Herrn Hofraths *Mädler*, Directors der Sternwarte in Dorpat, an den Herausgeber 141. — Schreiben des Herrn Hofraths *Gauss*, Directors der Göttinger Sternwarte, an den Herausgeber 143. — Beobachtung der Mondfinsternis am 5ten Februar auf der Hamburger Sternwarte von Herrn *Rümcker* 143.

Nr. 418.

Beweis des von *Jacobi* gefundenen Lehrsatzes, dass ein flüssiges sich um die eine Axe drehendes Sphäroid von drei verschiedenen Hauptaxen in Gleichgewicht sein könne. Von Herrn *Thomas Clausen* 145 — Beobachtungen von Sonnenflecken im Jahre 1840 von Herrn Hofrath *Schwabe* 149. — Beobachtungen von Sonnenflecken auf der Altonaer Sternwarte. Von Herrn Observator *Petersen* 151. — Vermischte Nachrichten 159.

Nr. 419.

Beobachtungen von Sonnenflecken auf der Altonaer Sternwarte. Von Herrn Observator *Petersen*. (Beschluss) 161. — Eine Aufgabe aus der practischen Geodasie und deren Auflösung. Von Herrn Professor *Hansen* 165.

Nr. 420.

Tafeln zur Reduction derjenigen Sterne, welche in den Zonen Aug. 19 bis Aug. 26. 1789 der Pariser Memoiren von 1789 vorkommen, auf den Anfang des Jahres 1790. Von Herrn *R. Kysaeus* 177. — Schreiben des Herrn *Bertram*, Ingenieur-Geographen beim Königl. Preussischen Generalstabe, an den Herausgeber 181. — Schreiben des Herrn *M. Koller*, Directors der Sternwarte in Kremsmünster, an den Herausgeber 183. — Beobachtungen am Meridienkreise der Sternwarte in Kremsmünster im Jahre 1839. Von Herrn *Reslhuber* 187. — Verbesserungen in Nr. 415. 191.

Beil. zu Nr. 420.

Schreiben des Herrn *Rümker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber 193. — *Urban Jürgensens* Werk über die höhere Uhrmacherkunst 195. — Verbesserung in Nr. 418. 196.

Nr. 421.

Ueber Fernröhre mit Glasspiegeln und deren Vorzüge. Von Herrn Dr. *Barfuss* 197.

Digitized by Google

Nr. 422.

Neue Untersuchung der Reductionselemente der Declinationen und Bestimmung der Declinationen der Fundamentalsterne. Von Herrn Geh. Rath und Ritter *Bessel* 217.

Nr. 423—425.

Ueber die Anwendung osculirender Elemente als Grundlage der Berechnung der Störungen eines Planeten, und über die unabhängigen Elemente der „Fundamenta nova etc." Von Herrn Professor und Ritter *Hansen* 237.

Nr. 426.

Auszug aus einem Schreiben Sr. Excellenz des Herrn Staatsraths *v. Struve* an den Herausgeber 289. — Schreiben des Herrn Professors *Santini* an den Herausgeber 293. — Calcolo di un' oculare Acromatico e tre lenti pei Cannocchiali Astronomici, in cui sono distrutte, o molto attenuate le aberrazioni secondarie di rifrengibilità, e di sfericità riprodotte dalla rifrazione per le Lenti Oculeri. Von Herrn Prof. *Santini* 295.

Nr. 427.

Vergleichung der neuen Königsberger Bestimmung der Declinationen der Fundamentalsterne und einiger Circumpolarsterne mit anderen Verzeichnissen. Von Hrn. Dr. *A. L. Busch* 305. Schreiben des Herrn *Rümker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber 307. — Verzeichniss von Sternen in der scheinbaren Bahn des October 1840 im Drachen entdeckten Cometen 309. — Schreiben des Herrn Prof. *Argelander*, Directors der Sternwarte in Bonn, an den Herausgeber 317. — Schreiben des Herrn Hofraths *Mädler*, Directors der Sternwarte in Dorpat, an den Herausgeber 317.

Nr. 428.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *A. Erman* an den Herausgeber 321. — Schreiben des Herrn Dr. *Max Weisse* an den Herausgeber 325. — Monddsterne und Sternbedeckungen auf der Crecauer Sternwarte im Jahre 1840 beobachtet 327. — Schreiben des Herrn Dr. *J. K. Steczkowski* an den Herausgeber 329. — Beobachtungen von Sternschnuppen zu Braunsberg in Ostpreussen. Von Herrn Professor *L. Feldt* 331. — Druckfehler in Nr. 422 der Astr. Nachr. 335.

Nr. 429.

Schreiben des Herrn *Bianchi* an den Herausgeber 337. — Ueber die Bestimmung der Länge durch Höhen des Monds, insbesondere durch correspondirende oder überhaupt gleiche Mondshöhen. Von Herrn Professor Dr. *Grunert* in Greifswald 343.

Nr. 430.

Verzeichniss von 53 Sternen der Plejaden, aus Beobachtungen mit dem Königsberger Heliometer abgeleitet. Von Herrn Geh. Rath und Ritter *Bessel* 353. — Original-Beobachtungen des *Halley*schen Cometen auf der Altonaer Sternwarte 1835. Von Herrn Observator und Ritter *Petersen* 355. — Schreiben des Herrn Hofraths *Mädler*, Directors der Sternwarte in Dorpat, an den Herausgeber 361. — Geometrische Auflösung der *Hansen*schen Aufgabe: „Aus der Lage zweier bekannten Puncte, die Lage zweier unbekannten Puncte zu finden." Von Herrn *Thomas Clausen* 367. — Sternbedeckung 367. — Verbesserung 367.

Nr. 431.

Scheinbare Positionen des *Backe*schen Cometen bei seiner Wiederkehr im Jahre 1838 beobachtet auf der Hamburger Sternwarte. Von Herrn *C. Rümker* 369. — Schreiben des Herrn Regierungs-Registrators *Paschen* an den Herausgeber 373. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn *C. v. Littrow*, Directors der Wiener Sternwarte 373. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Santini*, Ritters v. D., Directors der Sternwarte in Padua 375. — Ueber die Bestimmung der Längen durch Azimuthe des Monds, insbesondere auch durch Mondsculminationen. Von Herrn Prof. Dr. *Grunert* zu Greifswald 375.

Nr. 432.

Ueber die Bestimmung der Längen durch Azimuthe des Monds insbesondere auch durch Mondsculminationen. Von Hrn. Professor Dr. *Grunert* in Greifswald (Beschluss) 385. — Sternbedeckungen beobachtet auf der Sternwarte zu Leiden. Von Herrn *F. Kaiser*, Professor der Astronomie und Director der Sternwarte daselbst 389. — Sternbedeckungen vom Monde, beobachtet auf der Altonaer Sternwarte 391. — Schreiben des Herrn *Rümker*, Directors der Hamb. Sternwarte, an den Herausgeber 393. — Verzeichniss der Plejaden von *Rümker* 395. Bedeckung der Venus vom Monde in Altona beobachtet 1841. Sept. 11. 399. — Schreiben des Herrn Directors *Rümker* an den Herausgeber 399. — Berichtigung 399. — Anzeige 399.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 409.

Ueber die Sternwarte in Leiden, und die ersten daselbst angestellten Micrometer-Messungen.

Von Herrn Professor *F. Kaiser*.

Als ich am Ende des Jahres 1837 die Direction der Sternwarte, mit dem Unterrichte der Astronomie an der hiesigen Universität übernahm, waren die sich hier befindlichen Hülfsmittel zur Erfüllung meiner zweifachen Pflicht ganz ungenügend. Die Sternwarte bestand nur aus einigen Zimmern, in verschiedenen Stockwerken des Universitäts-Gebäudes verbreitet, unter welchen nur ein einziges, dessen Fufsboden sich 66 Fufs über die Strafse erhebt, eine hinlänglich freie Aussicht darbietet, während die übrigen nur die Aussicht nach Süden und Westen gestatten. Auf der Sternwarte wird eine Menge veralteter Instrumente des vergangenen Jahrhunderts aufbewahrt, aber an einigermafsen brauchbaren Instrumenten besafs sie nur zwei Uhren von *Knebel* in Amsterdam, einen Spiegel-Sextanten und einen kleinen terrestrischen Theodoliten von *Troughton* und *Simms*. Ich mufste daher, um wenigstens einigermafsen dem Zweck meines Rufes entsprechen zu können, eine beträchtliche Ausbesserung unserer ganz unbedeutenden astronomischen Hülfsmittel wünschen; und obschon es nöthig war, von der alten Sternwarte ganz abzugehen und eine neue zu errichten und auszurüsten, erlaubten die Umstände nicht, diesem Bedürfnisse der Wissenschaft bei uns Genüge zu leisten. Nur eine sehr mäfsige Summe konnte vorläufig zum Ankauf einiger wenigen Instrumente und ihrer gehörigen Aufstellung ausgesetzt werden, und mir blieb nichts anders übrig, als diese so zweckmäfsig als möglich zu benutzen.

Nicht nur wegen ihrer Kostspieligkeit war es mir nicht vergönnt, die hiesige Sternwarte mit Meridian-Instrumenten von hinreichenden Dimensionen zu versehen, sondern auch, weil die Höhe, die Anordnung und Schwäche des Gebäudes ihnen keine bequeme und hinreichend feste Stelle darbieten kann. Nur tragbare Instrumente und ein einziges von etwas gröfseren Dimensionen, dessen Gebrauch keine absolute Ruhe voraussetzt, z. B. ein Heliometer, oder ein mit einem Micrometer versehener Refractor konnte gehörig aufgestellt werden; und noch wäre es ohne eine zweckmäfsige Anordnung unmöglich geblieben, auch solche Apparate auf der hiesigen Sternwarte zu benutzen, wegen der aufserordentlichen Schwäche und Beweglichkeit der beiden kleinen Zimmer auf der Sternwarte, die einzigen, von wo überhaupt Beobachtungen möglich sind. Beim Gehen des Beobachters zittert der ganze obere Theil des Gebäudes, und wenn er seine Stelle auf dem Fufsboden nur um ein paar Schritte ändert, ändert sich auch der Stand eines auf dem Fufsboden ruhenden Instruments um ganze Minuten. Es war daher nöthig, den Instrumenten eine von dem Fufsboden und von dem ganzen oberen Theile des Gebäudes abgesonderte Unterlage zu geben, wobei ich auf folgende Art verfahren bin.

Eine alte und solide zwei Fufs dicke Mauer umschliefst die grofse Wendeltreppe des Universitäts-Gebäudes und bildet ein zehneckiges Thürmchen von 11 Fufs innerm Durchmesser und 40 Fufs Höhe. Auf dem obern Ende dieser Mauer oder dieses Thürmchens hat man vor etwa 25 Jahren ein neues Thürmchen errichtet, dessen schwache Mauern aber nur einen Fufs dick sind, und das sich noch 40 Fufs über das Ende der ältern Mauer, also im Ganzen 80 Fufs über die Strafse erhebt. Das neue Thürmchen enthält drei kleine, ebenfalls zehneckige Zimmer unmittelbar über einander, deren höchstes mit einer Drehkuppel versehen ist und mit dem unmittelbar darunter befindlichen Zimmerchen zur Beobachtung eingerichtet werden konnte. Auf dem oberen Ende der alten Mauer, wo sie, wegen ihrer gröfseren Dicke, einen Fufs nach innen hervorragt, sind vier Balken von starkem Eichenholz aufgestellt, welche, sich senkrecht erhebend, durch Oeffnungen in den zwei unteren Fufsböden des neuen Thurms laufen und kurz unter dem Fufsboden des obersten Zimmers enden, wo sie durch Querbalken und eiserne Schrauben auf das Solideste an einander verbunden sind. Am unteren Ende sind die Balken ein paar Fufs tief in die Mauer eingelassen, und in dem unteren der drei obengenannten Zimmer, welches zu Beobachtungen unnütz war, sind sie, ungefähr in ihrer Mitte, ebenfalls durch schiefe und Querbalken vereinigt. Auf dem oberen Querbalken sind hölzerne Blöcke aufgeschraubt, welche durch den Fufsboden des obersten Zimmers laufen, und, sich wenig darüber erhebend, einen ganz isolirten Standort für ein Instrument von gröfseren Dimensionen geben. Zwei schiefe Balken, ebenfalls auf der alten Mauer ruhend, und auf das Solideste mit den übrigen Balken verbunden, enden in verticalen Balken, welche sich vier Fufs über den Fufsboden des mittlern Zimmers erheben, und zur Aufnahme zweier tragbaren Instrumente dienen. Das ganze Balken-Gerippe kommt mit dem neuern und schwachen Thurm gar nicht in Berührung, und die Erfahrung hat schon gelehrt,

Digitized by Google

dafs es seinem Zwecke auf das Genaueste entspricht. Selbst die empfindlichsten Libellen bleiben jetzt, während der Beobachter sich hin und her bewegt, vollkommen ruhig, und da die alte Mauer durch umliegende Gebäude den Sonnenstrahlen weniger ausgesetzt ist, während die Balken gegen die Einwirkung der Sonnenstrahlen und der Witterung gänzlich geschützt sind, ist die Solidität der auf ihnen ruhenden Instrumente, auch für scharfe Bestimmungen hinreichend.

An kleineren Instrumenten hat die Sternwarte, aufser einigen andern von geringerem Werthe, eine astronomische Uhr aus dem optischen Institute, ein tragbares Passagen-Instrument von *Ertel* und Sohn (Nr. 10 des neuesten Verzeichnisses) und ein Universal-Instrument von *Ertel* (Nr. 21 dieses Verzeichnisses) gewonnen. Diese drei Instrumente sind in dem mittleren der drei oben genannten Zimmer aufgestellt. Das Universal-Instrument hat verschiedene Zwecke zu erfüllen, und das Passagen-Instrument dient vorzüglich zur Zeitbestimmung. Obschon sich noch ein Stockwerk über diese Instrumente erhebt, ist ihr Gebrauch nur sehr wenig beschränkt; denn über diesen Instrumenten ist im Fufsboden des obersten Zimmers eine Meridian-Klappe angebracht, durch welche man, mit wenigen Ausnahmen, jeden Theil des Meridians erblicken kann, wenn nur die Oeffnung der Drehkuppel so gestellt wird, dafs sie den freien Anblick auf die Gegend des Himmels, auf welcher das Fernrohr gerichtet ist, nicht mehr unterbricht. So hat das Passagen-Instrument, mit Ausnahme weniger Grade, den Meridian vom Horizont bis zur untern Culmination des Polaris frei, und überdiefs einige Grade unter dem Pole. Eine Klappe über dem Passagen-Instrument, in der Richtung von Osten nach Westen angebracht, leistet eine freie Aussicht im ersten Vertical bis auf 20° auf beiden Seiten des Zeniths, und hat mir schon im Jahre 1838 zur vorläufigen Bestimmung der Polhöhe der Sternwarte gedient, deren Resultate hier mitzutheilen mir nicht unangemessen vorkommt. Ich benutzte fünf Sterne, deren Declinationen von *Bessel* genau bestimmt sind, und deren eigene Bewegung durch Vergleichung mit *Bradley's* Bestimmungen hervorging. Zur Elimination des Fehlers der optischen Achse geschah für jeden Stern eine gleiche Anzahl Bestimmungen mit dem Kreise nach Osten als nach Westen. Sorgfältige Nivellirungen gaben den Stand der Achse und zeigten eine gröfsere Stabilität des Instrumentes, als sich bei einer so grofsen Höhe und hölzernen Unterlagen erwarten liefs. Die Resultate sind folgende:

	Polhöhe.	Anz. d. Bestimm.
durch γ Draconis	52° 9′ 28″12	8
ι Cygni	28,85	8
θ Cygni	27,55	8
c Cygni prec.	28,24	4
c Cygni Seq.	27,93	3
Wahrsch. Mittel	52 9 28,16	

Der wahrscheinliche Fehler jeder einzelnen Bestimmung bei ungeänderter Lage des Fernrohrs, mit Einbegriff der Unsicherheit der Declination, ergab sich zu 0″85, und der wahrscheinliche Fehler des Mittels aus allen 31 Bestimmungen zu 0″15. Die Original-Beobachtungen sind in meiner Schrift: Het Observatorium te Leiden. Leiden, Hazenberg & Comp. 1838, angeführt.

Das Passagen-Instrument, dessen optische Kraft hinreicht, um den Polaris am Mittage mit voller Schärfe zu zeigen, leistet unter günstigen Verhältnissen für die Zeitbestimmung so viel, als auf einer Sternwarte der zweiten Klasse gewünscht werden kann. Obschon das Instrument immer hinlänglich genau im Meridian bleibt, um Differential-Formeln anwenden zu können, halte ich es für nöthig, bei jeder Zeitbestimmung Sterne von sehr verschiedenen Declinationen zu benutzen, um jedesmal die kleine azimuthale Abweichung bestimmen und aus den Resultaten wegschaffen zu können. Wenige Proben von Zeit-Bestimmungen, unter ungünstigen Umständen erhalten, finden sich in Nr. 391 der Astronomischen Nachrichten.

Meine Absicht mit der Ausbesserung der Sternwarte war besonders dahin gerichtet, dieselbe für genaue relative Bestimmungen einzurichten. Das obere Zimmer bot eine, wenn gleich nur schwache, jedoch ziemlich gute Stelle für ein Instrument von gröfseren Dimensionen dar, und ich hätte sehr gewünscht daselbst einen gröfseren Heliometer von 8 Fufs Brennweite aufstellen zu können, aber die Kostspieligkeit eines solchen Instruments erlaubte dieſs nicht. Ich fürchtete, dafs ein Heliometer von beträchtlich kleiner optischer Kraft die Beobachtungen allzusehr beschränken möchte, und bestimmte mich daher zu einem Refractor von 8 Fufs Brennweite und 6 Zoll Oeffnung, parallactisch montirt, nebst Uhrwerk und einem vollständigen Micrometer. Ein solcher Refractor war im optischen Institute vorräthig und ging schon im September 1838 nach unserer Sternwarte ab. Die grofsen Instrumente für Pulkowa, die damals in Arbeit waren, verzögerten sehr die Anfertigung des Micrometers, welchen ich erst im August des vergangenen Jahres erhielt.

Kurz nach dem Empfang des Refractors habe ich mich beschäftigt diesen Instrument, und besonders seine optische Kraft, den strengsten Prüfungen zu unterwerfen, und es hat sich der berühmten Stiftung, aus welcher es hervorgegangen ist, allerdings würdig gezeigt. Ich bin überzeugt, dafs es dem schönen Heliometer vom Herrn Geh. Rath Prof. *Bessel* in optischer Kraft gar nicht nachsteht, und dafs es von dem Dorpater Refractor weniger verschieden ist, als man bei einem so beträchtlichen Unterschiede in Dimensionen erwarten konnte. Einige Proben mögen dieſs erläutern. Der lichtschwache Begleiter des Rigels

Digitized by Google

ist mehrmals nicht nur von mir, sondern auch von verschiedenen meiner Zuhörer ohngefähr eine Stunde vor dem Untergange der Sonne deutlich gesehen. Die Begleiter von ε Bootis und α Herculis, besonders der erste, zeigen sich bei jeder ziemlich heitern Tageszeit aufserordentlich scharf und deutlich. Der fünfte Stern im Trapez des Orions wird bei günstiger Luft von jedem ohne Schwierigkeit erkannt; den sechsten aber habe ich noch nicht gesehen. Die äufserst schwachen Begleiter von 15 Monoc., Aldebaran, Pollux u. a. zeigen sich beim ersten Blick. Ohngeachtet des jetzigen immerwährend niedrigen Standes des Planeten Saturn, zeigen sich, auch bei weniger günstiger Luft, die Spaltung des Ringes, die Schatten und Streifen des Planeten mit grofser Schärfe, und mehrmals habe ich alle fünf älteren Trabanten erkannt. Aeusserst schön zeigen sich die Trabanten Jupiters vor der Scheibe des Planeten, und die Präcision der Bilder wird auch durch die völlige Auflösung von Doppelsternen, wie 49 Cephei, 32 Orionis, β16 Cephei u. a. gezeigt. Die Doppelsterne α Arietis, 52 Arietis, 7 Tauri, bei welchen die Entfernung der Mittelpunkte ohngefähr eine halbe Secunde beträgt, zeigen sich länglich, und bei sehr günstiger Luft wie zwei Scheibchen in Berührung mit einander. ζ Cancri ist noch entschieden dreifach, wenn die Oeffnung des Refractors auf 3½ Zoll Durchmesser verringert wird. Ich glaube das Urtheil aussprechen zu dürfen, dafs unser Refractor alle bekannten übrigen Fernröhe seiner Gröfse übertrifft, die nicht aus dem optischen Institut hervorgegangen sind.

Es dauerte einige Zeit, bevor der Micrometer gehörig an das Fernrohr angebracht war, wozu ich aus München keine Anweisung erhalten hatte. Bei unserem Refractor fehlen die Biegungsstangen, welche bei gröfseren Instrumenten auch zur Herstellung des Gleichgewichts benutzt werden, und das Gleichgewicht wurde beim Anbringen des Micrometers gänzlich gestört, da eine Kraft von eben 0,1 Kilogr. auf das Ocular wirkend, schon hinreicht, das Fernrohr um die Stundenachse zu bewegen. Diesem Uebelstande war nicht durch das Anbringen eines Gegengewichts am Objectiv-Ende abzuhelfen, weil das System von Gegengewichten diefs nicht erlaubt und der Schwerpunkt des beweglichen Theils des Instruments ungeändert bleiben mufs. Ich habe daher den Bleiring abgeändert, welcher sich, um das Objectiv und seine Fassung zu equilibriren, im Innern des Holzrohres am Ocular-Ende befindet. Diefs geschah aber nicht ohne Schwierigkeit, da der conische Ring sich gar nicht nach dem Objectiv-Ende ausheben liefs, ohne die Blendungen im Innern des Rohrs zu entstellen, und nur schwerlich nach dem engern Ocular-Ende, ohne das Holzrohr zu beschädigen. Endlich gelang es doch, und das Gleichgewicht ist auf das vollkommenste hergestellt. Wird jetzt der Micrometer ohne Lampen, oder was nur höchst selten der Fall ist, das Fernrohr ohne Micrometer angewandt, so wird das Ocular-Ende mit einem Gewicht beschwert. Für eine Beleuchtung des Feldes war in München nicht gesorgt, diese habe ich daher noch anbringen müssen; und da die Hugenischen Schlüssel keine Dienste leisten, wenn sie zu nahe auf die Schrauben senkrecht stehen, habe ich zwischen diesen und den Schrauben noch eine Vorrichtung angebracht, wodurch die Schlüssel sich bei jedem Stand des Fernrohrs anwenden lassen.

Vielfältige und strenge Prüfungen haben die Ausführung des Micrometers als sehr ausgezeichnet erwiesen. Allein die wirkliche Entfernung der Fäden bei ihrer scheinbaren Coincidenz war zu grofs, wodurch sie sich, bei Anwendung stärkerer Vergröfserungen, nicht gleichzeitig mit hinreichender Schärfe zeigen konnten. Die kleinste Entfernung der Fäden, welche in Dorpat nur 0,018 Par. Lin. beträgt, war hier 0,042 Par. Lin., d. h. acht mal die Dicke eines feinen Spinnen-Cocon Fadens. Ich habe diesen Umstand ganz berichtigt, indem ich die Fäden-Platte mit etwas sehr dünnem Firnifs belegte, und darüber neue Fäden einzog. Auch bei einer nur schwachen Beleuchtung der Fäden im dunkeln Felde bleibt das Feld nicht ganz dunkel, sondern wird auch der Rand des Feldes erleuchtet, was die Beobachtung lichtschwächerer Gegenstände sehr erschwert. Diesem mufs noch abgeholfen werden. Uebrigens bin ich überzeugt, dafs die Ausführung unsers Micrometers der des berühmten Dorpater Micrometers wenigstens in nichts nachsteht.

Den Werth der Umgänge der Micrometer-Schraube konnte ich bis heute, beim Mangel geeigneter Hülfsmittel, noch nicht mit aller Schärfe bestimmen. Ich habe mich anfangs mit Messungen mittelst des kleinen Verticalkreises des Universal-Instruments, und mit Sterndurchgängen begnügen müssen, welche der nöthigen Schärfe nicht fähig sind, wenn man die Messungen auf Entfernungen von 10′ und darüber auszudehnen beabsichtigt, und sobald mir die nöthigen Apparate zu Gebote stehen, werde ich diese Bestimmung nach der sinnreichen Methode wiederholen, welche Herr Geh. Rath *Bessel*, in Nr. 403 der Astron. Nachrichten empfohlen hat. Bis jetzt habe ich für die Schrauben-Umgänge folgende Werthe erhalten:

Durch 37 Messungen mit dem 6zölligen Verticalkreise des Universal-Instruments über einen Theil von 44 Umgängen in der Mitte der Schraube 26″2122 Therm. 35°4F.

Durch 174 Sterndurchgänge mittels einem Münchener Ocular von 60maliger Vergröfserung über einen Theil in der Mitte der Schraube von 40 Umgängen..... 26,2015 Therm. 56,5 F.

Digitized by Google

Durch 94 Sterndurchgänge mit einem achromatischen Ocular von Hrn. *Dove* in Berlin mit 210maliger Vergrösserung, über einen Theil der Schraube von 24 Umgängen, von seiner Mitte zur rechten Seite..... 26″2094 Therm. 60°1F.

Durch 102 Sterndurchgänge mit dem nämlichen Ocular, über einen gleich grofsen Theil der Schraube, aber von der Mitte zur linken Seite genommen 26,2223 Therm. 55,2 F.

Das wahrscheinlichste Mittel für den Werth der Schrauben-Umgänge bei einem Thermometer-Stand von 55°2 Fahr. ist..... 26″2095

Die kleinen Unterschiede zwischen den verschiedenen Bestimmungen lassen sich gar nicht aus einer Unregelmäfsigkeit in den Umgängen der Micrometer-Schraube erklären, und wenn solche Statt finden, werden sie sich wahrscheinlich nur bei den feinsten microscopischen Messungen zeigen. Obige Bestimmung ist für Doppelstern-Messungen hinreichend, aber erfordert, wie der Einfluss der Temperatur, für gröfsere Entfernungen eine genauere Wiederholung.

Zu meiner ersten Arbeit mit dem Micrometer hatte ich die Messung der 39 Doppelsterne gewählt, welche sich vor einigen Jahren die besondere Aufmerksamkeit und Sorgfalt von *Bessel* und *Struve* erworben haben. Ich wünschte meine ersten Uebungen so zu wählen, dafs sie nicht ganz unnütz seyn sollten, falls sie gelingen möchten, und überdiefs so, dafs sie die Leistungen unseres Instruments für Doppelstern-Messungen auf das Genaueste anzeigen könnten. Gewissen Umständen zufolge war ich veranlafst nicht eine ausgezeichnete Luft abzuwarten, sondern die Messungen überhaupt so oft fortzusetzen, als nur die Witterung das Messen nicht ganz unmöglich machte; und obschon meine Messungen dieser Doppelsterne nicht weniger zahlreich als die *Bessel*schen sind, umfassen sie nicht völlig sieben Monate, denn die ersten sind vom 4ten Nov. 1839, die letzten vom 28sten Mai 1840. Wie dieſs in gelinden Wintern bei uns immer der Fall ist, war mir die Witterung sehr ungünstig. Nur vom 6ten bis zum 13ten Januar, und später vom 1sten bis zum 8ten März, gab es Frost und damit eine heitere und ziemlich ruhige Luft. Das Ende Januars und der ganze Monat Februar waren aufserordentlich ungünstig, und wenn der Himmel sich für wenige Augenblicke aufheiterte, konnten die Messungen doch nur unter heftigem Sturm vorgenommen werden. Der Monat April gab für das Auge vier sehr schöne Wochen, aber die Tage waren sehr warm, während die Nächte sehr kalt waren, und vielleicht aus dieser Ursache war den ganzen Monat hindurch das Zittern der Luft so heftig, dafs es meistens unmöglich blieb die Messungen fortzusetzen. Im Mai war es meistens trübe.

Bei meinen Doppelstern-Messungen habe ich ohne Ausnahme die stärkste (416malige) Vergröfserung angewendet und immer sind alle nöthigen Vorsichtsmaafsregeln in Acht genommen. Alle Entfernungen beruhen auf doppelte Messungen, bei welchen ich den todten Gang der Schraube, obschon dieser hier zehnmal kleiner als in Dorpat ist, immer ganz eliminirte, und wenigstens an jedem verschiedenen Tage sind die Messungen auf einen anderen Theil der Schraube geführt. Ich lasse hier die Endresultate meiner Messungen folgen, bei welchen w den wahrscheinlichen Fehler jeder einzelnen Doppelmessung der Entfernung bezeichnet, aus der Vergleichung jeder einzelnen Messung, wie sie im Tagebuche vorkommt, mit dem Mittel aus allen Messungen des nämlichen Doppelsterns abgeleitet. W bezeichnet den wahrscheinlichen Fehler des hier angeführten Mittels. w' und W' bezeichnen dasselbe für die Positionswinkel, wobei diese Gröfse aber schon in Theile von Raumsecunden reducirt sind.

Stern	Zeit.	Entfernung.	Anz. d. Mess.	w	W	Positionswinkel.	Anz. d. Mess.	w'	W'
π Cassiopeæ	1840,14	8″977	29	0″087	0″016	95°81	37	0″109	0″018
ζ Piscium	1840,00	23,338	29	0,143	0,026	63,86	46	0,139	0,020
γ Arietis	1840,01	8,700	41	0,083	0,013	179,40	49	0,098	0,014
α Piscium	1840,03	3,640	27	0,092	0,018	333,04	41	0,055	0,009
γ Androm.	1840,07	10,302	27	0,116	0,022	61,60	32	0,121	0,021
ι Trianguli	1840,05	3,481	27	0,104	0,020	77,07	39	0,063	0,010
1 Camelopard.	1840,17	10,060	28	0,104	0,018	306,18	36	0,132	0,022
118 Tauri	1840,13	5,050	26	0,111	0,022	196,13	31	0,065	0,012
λ Orionis	1840,05	4,555	28	0,097	0,018	42,87	40	0,076	0,012
ζ Orionis	1840,14	2,729	24	0,089	0,018	148,79	33	0,056	0,010
41 Aurigæ	1840,17	7,805	31	0,091	0,016	352,80	32	0,106	0,018
38 Geminor.	1840,13	5,816	25	0,092	0,018	171,00	28	0,092	0,019
20 Lyncis	1840,17	14,896	26	0,082	0,016	258,24	33	0,096	0,016
α Geminor.	1840,06	4,713	28	0,095	0,018	253,96	34	0,055	0,009
ζ Cancri A. B.	1840,18	1,248	23	0,063	0,013	6,14	35	0,036	0,006

Digitized by Google

Stern.	Zeit.	Entfernung.	Anz. d. Mess.	w	W	Positionswinkel.	Anz. d. Mess.	w'	W'
ζ Cancr. $\frac{A+B}{2}C$	1840,16	5″134	30	0″086	0″015	148°56	31	0″077	0″014
2 ϕ Cancri	1840,16	4,647	30	0,063	0,011	212,71	37	0,066	0,011
1 ν Cancri	1840,16	5,732	29	0,096	0,018	37,31	36	0,069	0,011
γ Leonis	1840,15	2,895	30	0,101	0,018	107,63	38	0,038	0,006
ξ Ursæ maj.	1840,25	2,082	31	0,067	0,012	152,24	40	0,045	0,007
γ Virginis	1840,26	1,302	24	0,066	0,013	207,94	37	0,034	0,006
ζ Ursæ maj.	1839,93	14,316	33	0,092	0,016	146,85	49	0,100	0,014
π Bootis	1840,26	5,816	28	0,082	0,015	99,49	36	0,049	0,008
ζ Bootis	1840,29	1,199	28	0,047	0,009	307,76	37	0,020	0,003
ε Bootis	1840,05	2,805	33	0,086	0,015	319,96	39	0,046	0,009
ξ Bootis	1840,26	6,703	25	0,110	0,026	326,09	34	0,099	0,017
ζ Coronæ	1840,26	5,920	26	0,076	0,014	301,46	39	0,080	0,013
α Herculis	1840,28	4,688	32	0,078	0,013	120,44	43	0,052	0,008
p Ophiuchi	1840,35	6,005	27	0,093	0,018	127,97	41	0,064	0,010
100 Herculis	1840,33	13,670	26	0,096	0,018	183,21	36	0,103	0,017
ε Lyræ	1839,99	3,342	34	0,089	0,015	23,82	39	0,042	0,007
δ Lyræ	1839,99	2,709	28	0,078	0,015	151,00	43	0,046	0,008
θ Serpentis	1840,36	21,387	26	0,111	0,022	104,41	32	0,140	0,025
β Cygni	1840,29	34,136	28	0,106	0,020	55,31	34	0,161	0,028
π Aquilæ	1840,37	1,682	22	0,066	0,014	123,05	27	0,028	0,006
γ Delphini	1840,03	11,977	34	0,090	0,016	273,73	35	0,119	0,020
61 Cygni	1840,05	16,014	25	0,110	0,022	97,10	33	0,098	0,017
β Cephei	1840,13	13,591	26	0,104	0,020	250,95	41	0,146	0,022
ζ Aquarii	1840,01	3,486	29	0,094	0,017	353,69	39	0,041	0,007

Die wahrscheinlichen Fehler meiner einzelnen Bestimmungen sind kleiner, als sich beim Gebrauche eines solchen kleinen Instruments erwarten liefs. Nicht uninteressant ist die Vergleichung dieser Fehler mit denen der Messungen *Struve's* und *Bessels*. *Struve* giebt pag. LVIII in seinem unsterblichen Werke, Mensurae Micrometricae, eine Tafel der wahrscheinlichen Fehler seiner Messungen der verschiedenen Entfernungen, welche aber nicht für jede einzelne Bestimmung, sondern für das Resultat eines jeden Tages gelten. Die Anzahl der einzelnen Messungen ist dort nicht angeführt, aber natürlich beruht jede Entfernung auf wenigstens einer Doppelmessung, und jeder Positionswinkel auf wenigstens zwei Einstellungen (Mens. Micr. pag. XIX). Setzt man also voraus, dafs jede Entfernung auf nur eine Doppelmessung, und jeder Positionswinkel auf nur zwei Einstellungen beruht, so erhält man bei *Struve* die folgenden wahrscheinlichen Fehler seiner einzelnen Bestimmungen, welche jedoch etwas kleiner als die wirklichen sind.

Mittl. Entfernung.	w	w'	Mittl. Entfernung.	w	w'
0″7	0″074	0″044	9″8	0″127	0″124
1,5	0,086	0,068	13,9	0,127	0,137
3,2	0,099	0,086	19,4	0,145	0,145
5,6	0,116	0,113	28,2	0,166	0,169

Aus dieser Tafel läfst sich der wahrscheinliche Fehler für jeden der von mir gemessenen Doppelsterne interpoliren, und daraus weiter die wahrscheinlichen Fehler für einen willkührlichen Doppelstern ableiten, dafs aber nicht vollkommen geschehen kann, da die Zahl der einzelnen Messungen bei *Struve* nicht genau bekannt ist. Unter Voraussetzung, dafs auf jeden Stern gleich viele Messungen ausgeführt sind, und dafs die Zahl der Messungen, in Beziehung auf die Zahl der Doppelsterne, sehr grofs ist, findet man:

	Struve.	*Kaiser.*
Wahrscheinl. Fehler bei jeder Entfernung	0″11530	0″0925
Wahrsch. Fehler bei jedem Positionswinkel	0,11225	0,08659

Für die Vergleichung mit *Bessels* Messungen läfst sich die genauere Formel $w = 0{,}6745\sqrt{\frac{\Sigma e^2}{n-y}}$ anwenden, da *Bessel* (Astr. Nachr. Nr. 240) die mittlern Fehler jedes Resultats mit der Zahl seiner Bestimmungen angezeigt hat. Daraus findet man:

	Bessel.	*Kaiser.*
Wahrscheinl. Fehler bei jeder Entfernung	0″10767	0,09376
Wahrsch. Fehler bei jedem Positionswinkel	0,09757	0,09040

Obschon die Kleinheit der zufälligen Fehler meiner Messungen sehr genügend ist, schliefst sie die Möglichkeit von

Digitized by Google

beträchtlichen constanten Fehlern nicht aus. Es hält auch schwer diese Fehler zu bestimmen, da die Resultate nur durch Messungen bekannt sind, welche unter sich nicht völlig übereinstimmen. Am natürlichsten ist es aber meine Messungen auch mit Micrometer-Messungen zu vergleichen, und dazu die Messungen von *Struve* anzuwenden, deren höchste Vollkommenheit auf das Vielfältigste erwiesen ist. Aber auch diese Vergleichung bleibt unvollkommen, da *Struve* die hier zu betrachtenden Doppelsterne schon vor ohngefähr acht Jahren gemessen hat, und die Bewegungen meistens gar nicht, oder nur annähernd bekannt sind. Unter den hier erwähnten Doppelsternen finden sich sechszehn, welche *Struve* als nahe unveränderlich erkannt hat, und welche für die Vergleichung die meiste Sicherheit gewähren, namentlich ζ Bootis, π Aquar., ε Bootis, ι Triang., α Piec., 2 φ Cancri, α Herculis, 118 Tauri, π Bootis, γ Arietis, 1 Camelop., γ Andr., γ Delph., 100 Herc., ζ Ursæ maj. und θ Serpentis. Bei sechs anderen Doppelsternen ist die Bewegung wahrscheinlich nur sehr gering, und es blieb mir nichts anders übrig, als auch diese als unveränderlich zu betrachten. Diese sind 1 ν Cancri, ζ Coronae, 41 Aurigae, β Cephei, ζ Piscium und β Cygni, von welchen besonders die drei letzten nur eine geringe Sicherheit in der Vergleichung gewähren. Bei sieben Doppelsternen habe ich die Aenderung aus den Messungen *Struve's* abgeleitet, namentlich bei ζ Orionis, γ Leonis, ζ Aquarii, ξ Bootis, η Cassiop. 20 Lyncis und 61 Cygni, und bei vier anderen, γ Virg., ξ Ursae maj., α Gemin. und p Ophiuchi, habe ich dazu die von *Mädler* berechneten Bahnen benutzt. Bei drei Doppelsternen, 5 Lyrae, ε Lyrae und λ Orionis, liefs sich die Gröfse der Bewegung gar nicht bestimmen, weshalb ich diese ganz ausschliefsen mufste. Die Messung von ζ Cancri $\frac{A+B}{2}$ und C habe ich aus einer anderen Ursache ausgeschlossen. Nur diese zeigt eine beträchtliche Abweichung, die vielleicht von dem Umstande herrührt, dafs ich den dritten Stern unmittelbar mit der Mitte aus den übrigen verglichen habe. Um ganz unbefangen arbeiten zu können, wollte ich keine Untersuchung anfangen, bevor die ganze Reihe von Messungen geschlossen war, und dadurch habe ich diese Abweichung zu spät entdeckt, um dies jetzt erklären zu können, was nachher ohne Schwierigkeit geschehen kann. Ich theile hier nur die Untersuchung der Entfernungen mit, weil diese der gröfsten Schwierigkeit unterworfen, und am meisten untersucht sind. Nennt man die Messungen *Struve's* Σ, die meinigen K, so hat man

Stern.	Entfernung.	$\Sigma - K$
ζ Bootis	1″2	−0″010
ζ Cancri A. B	1,2	−0,056
γ Virginis	1,3	−0,001
π Aquilæ	1″6	−0″180
ξ Ursæ maj.	2,1	+ 0,153
ζ Orionis	2,7	− 0,103
ε Bootis	2,8	− 0,170
γ Leonis	2,9	− 0,256
ι Triangul.	3,5	+ 0,133
ζ Aquarii	3,5	− 0,172
α Piscium	3,6	− 0,004
2 φ Cancri	4,6	− 0,084
α Herculis	4,7	− 0,040
α Geminor.	4,7	+ 0,100
118 Tauri	5,0	− 0,166
1 ν Cancri	5,7	+ 0,106
π Bootis	5,8	+ 0,016
38 Geminor.	5,8	− 0,080
ζ Coronæ	5,9	+ 0,082
p Ophiuchi	6,0	+ 0,243
ξ Bootis	6,7	+ 0,233
41 Aurigæ	7,8	+ 0,192
γ Arietis	8,7	− 0,069
η Cassiop.	9,0	+ 0,140
1 Camelop.	10,1	+ 0,073
γ Androm.	10,3	+ 0,030
γ Delphini	12,0	− 0,034
β Cephei	13,6	− 0,017
100 Hercul.	13,7	+ 0,177
ζ Ursæ maj.	14,3	+ 0,052
20 Lyncis	14,9	− 0,190
61 Cygni	16,0	+ 0,262
θ Serpentis	21,7	+ 0,260
ζ Piscium	23,3	+ 0,118
β Cygni	34,3	+ 0,159

Aus diesen Vergleichungen geht hervor, dafs meine Messungen im Mittel sehr nahe, wenigstens viel näher, als alle bekannten übrigen Micrometer-Messungen mit denen von *Struve* übereinstimmen. Nennt man, mit *Struve*, die Resultate aus der Reihe von Messungen von *Herschel* und *South* Sh, aus der Reihe von *South* S, aus der ersten Reihe von *Herschel* h, aus seiner zweiten Reihe h', aus der Reihe von *Dawes* D, die Resultate der Heliometer-Messungen *Bessels* B, und den wahrscheinlich übrigbleibenden Unterschied für jeden Stern ν, so hat man nach pag. CXXXVII der Mens. Microm.

Σ = Sh − 0″588	ν = 0″347
Σ = S − 0,428	ν = 0,260
Σ = h − 0,312	ν = 0,313
Σ = D − 0,196	ν = 0,127
Σ = h' − 0,128	ν = 0,207
Σ = B − 0,188	ν = 0,082

Das Mittel aus den sechszehn nahe unveränderlichen Doppelsternen giebt:

$$\Sigma = K - 0''002 \qquad \nu = 0''089$$

und das Mittel aus allen

$$\Sigma = K + 0''026 \qquad \nu = 0''096$$

Digitized by Google

Die Unterschiede zwischen *Struve* und den übrigen Beobachtern sind gewöhnlich, nach einem bestimmten Gesetz von den Entfernungen abhängig. So hat man z. B. bei der ersten Reihe *Herschels*

Mittl. Entf.	Σ − h
1″46	+0″037
3,03	−0,361
5,76	−0,607
11,24	−0,406
24,18	−0,079

Ein Gesetz von gleicher Natur läfst sich aus meinen Messungen gar nicht ableiten. Theilt man die Sterne in drei Gruppen, so hat man:

Mittl. Entf.	Σ − K	
2″40	−0″060	aus 11 Doppelsternen
5,36	+0,020	— 9 ———
11,42	+0,072	— 12 ———

Wobei nur drei Doppelsterne übrig bleiben, deren Vergleichung zu unsicher ist. Es könnte scheinen, dafs ich die Entfernungen unter 5″ etwas kleiner, die übrigen etwas gröfser als *Struve* bestimme, aber ich bin weit entfernt, diefs als erwiesen zu erkennen, da die ungünstige Witterung, unter welcher ich manchmal gemessen habe, sehr leicht so kleine Abweichungen hervorbringen konnte, welche unter besseren Umständen aufhören. Diefs scheinen auch die Messungen der Doppelsterne p Oph., ξ Bootis, 61 Cygni und δ Serpentis anzudeuten, bei welchen der Unterschied am gröfsten ist, und welche ich durchgängig nur unter sehr ungünstigen Umständen messen konnte.

Die Ausdehnung der Micrometer-Messungen auf gröfsere Entfernungen bleibt sehr beschränkt, wenn man blofs nichtachromatische Oculare, wie die Münchener, anwendet. Schwerlich wird man dann die Messungen auf Entfernungen ausdehnen, welche den Radius des Gesichtsfeldes überschreiten und zu bald wird man auf geringe Vergröfserungen geführt, welche keiner grofsen Schärfe mehr fähig sind. Daher hat Herr *Duve* in Berlin auf meine Bitte zwei achöne achromatische Oculare für mich angefertigt, von welchen das eine an unserem Fernrohre eine 310malige Vergröfserung mit einem Gesichtsfelde von 7′3, das andere eine Vergröfserung von 210 mit einem Gesichtsfelde von 11′6 giebt. Diese Oculare haben gar keine Blendung, und doch ist das Feld in seiner vollen Ausdehnung anwendbar. Mit dem 210mal vergröfsernden Oculare habe ich einige Proben von Messungen auf gröfsere Entfernungen vorgenommen, welche aber, der ungünstigen Witterung wegen noch nicht zahlreich sind. Die Witterung hat mir noch nicht erlaubt, meinem Wunsch zufolge, die relative Lage mehrerer Sterne aus den Plejaden und den Praesepe Cancri micrometrisch zu bestimmen, und daher sind meine Messungen auf die wenigen Folgenden beschränkt geblieben, welche ich nur als Proben mittheilen kann. Der Kürze wegen bezeichne ich durch Nr. 1 die Sterne f und h Plejadum, durch Nr. 2 ζ und 35 Leonis, durch Nr. 3 41 s Cancri und 1052 Bailly, durch Nr. 4 zwei kleine Sterne in der Nähe der letztgenannten, von welchen der eine sich bei 41 s Cancri befindet, auf 2′ 14″2 Entfernung und 246° 21′ Positionswinkel, der andere bei 1052 Bailly auf 1′ 8″2 Entfernung und 342° 4′ Positionswinkel; durch Nr. 5 die Sterne e und e Plejadum.

Nr.	Zeit.	Entfernung.	Zahl.	w	W	Positionswinkel.	Zahl.	w′	W′
1	1 Jan. 1840	5′ 0″814	37	0″240	0″040	2° 56′17	36	0″260	0″043
2	26 April 1840	5 14,774	39	0,226	0,038	342 55,16	41	0,282	0,044
3	26 April 1840	7 35,156	31	0,198	0,035	350 32,56	34	0,172	0,029
4	30 April 1840	9 17,981	35	0,244	0,041	3 9,08	37	0,345	0,057
5	1 Jan. 1840	10 20,176	33	0,320	0,055	304 27,87	38	0,247	0,040

Hieraus ergiebt sich:

Mittl. Entf.;	w	w′
7′ 29″6	0″2484	0″2711

Die Messungen *Struve's* gehen nicht über Entfernungen von 7′ hinaus. Die wahrscheinlichen Fehler jedes Resultats, auf wenigstens drei Bestimmungen beruhend, sind $W = 0''1937$, $W' = 0''2034$. Hieraus ergeben sich die folgenden Zahlen für die wahrscheinlichen Fehler jeder einzelnen Bestimmung, die, wie zuvor, etwas kleiner als die wirklichen sind:

Mittl. Entf.	w	w′
6′ 5″8	0″3355	0″3523

Selbst bei einer Entfernung von 10′ 20″ sind die wahrscheinlichen Fehler meiner Messungen nicht gröfser, und mit gleicher Schärfe hätte ich die Messungen bis auf 11½′ ausdehnen können, wenn nur die Witterung es erlaubt hätte. Die meist bekannten Messungen gröfserer Entfernungen sind die, durch welche *Bessel* die Parallaxe von 61 Cygni bestimmt hat. Unter Voraussetzung, dafs bei *Bessel* keine Ursache vorhanden war, um an verschiedenen Tagen auch verschiedene Fehlerquellen zu befürchten, finden sich aus den Angaben *Bessels* in Nr. 365 und 402 der Astron. Nachr. für jede einzelne Doppelmessung die wahrscheinlichen Fehler

	Entfernung.	
beim Stern a	7′ 46″	w = 0″2959
beim Stern b	11 44	w = 0,3512

Digitized by Google

Ich halte daher meine ersten Proben für genügend, und hoffe künftig durch Anwendung von Ocularen bis zur 150maligen Vergrößerung die Messungen mit nur geringem Verlust an Schärfe bis auf 15′ oder 16′ ausdehnen zu können, obschon das Messen bei solchen Entfernungen äußerst mühsam wird, vorzüglich wenn das Instrument, wie hier, in der Mitte einer volkreichen Stadt, vieler Unruhe ausgesetzt ist.

Der am 25ten Jan. d. J. von Herrn *Galle* entdeckte Comet hat mir Veranlassung gegeben, einige Micrometer-Messungen an einem sehr lichtschwachen Gegenstande mit erleuchteten Fäden im dunkeln Felde vorzunehmen. Bei der höchst ungünstigen Witterung war damals an keine vollständige Beobachtungsreihe zu denken, und daher muß ich mich auch hier begnügen, durch einige Beobachtungen zu zeigen, was unser Refractor künftig bei Cometen-Beobachtungen leisten kann. — Ich konnte an dem Cometen keine Spur von Kern entdecken, und die oben erwähnte Beleuchtung des Randes vom Felde war bei den Beobachtungen sehr hinderlich.

Am 3ten Februar 1840 wurden zwölf Entfernungen und Positionswinkel des Cometen, in Beziehung auf einen Stern der 8ten Größe, gemessen, welche nach der Methode von Seiner Excellenz dem Herrn Staatsrath *v. Struve* (Astr. Nachr. Nr. 266.) berechnet wurden. Nach Annahme eines Normal-Orts wurden zu dessen Verbesserung mit Hülfe der Ephemeride des Cometen von Herrn *Kyaeus* in Nr. 399 der Astr. Nachr. aus den Beobachtungen 12 Gleichungen abgeleitet, welche, nach der Methode der kleinsten Quadrate aufgelöst, den folgenden verbesserten Ort gaben:

Febr. 3. $7^h\,36'\,50^s$ Sternzeit Leiden.

		Wahrsch. Fehler.
AR. Com. =	AR. $* + 6'\,43''26$	$0''66$ Bogen.
Decl. Com. =	Decl. $* - 10\;58{,}42$	$0{,}46$ —

Der wahrscheinliche Fehler einer jeden Gleichung war $0''94$

Vom 3ten bis zum 23sten Februar wurde der Comet nicht gesehen. Erst am 2ten März konnten auf's Neue Messungen angestellt werden. Es wurden zehn Entfernungen und Positionswinkel mit einem Stern 8.9r Gr. bestimmt, aus welchen folgender relativer Ort hervorging:

März 2. $6^h\,37'\,6^s8$ Sternzeit Leiden.

		Wahrsch. Fehler.
AR. Com. =	AR. $* - 8'\,55''51$	$0''84$ Bogen.
Decl. Com. =	Decl. $* + 3\;43{,}99$	$0{,}71$ —

Der wahrscheinliche Fehler einer jeden Gleichung war hier $1''58$.

Am 3ten März wurden auf bekannte Art 8 Unterschiede in AR. und 8 Unterschiede in Decl. des Cometen mit einem kleinen Stern bestimmt. Mit Hülfe der Ephemeride von *Kyaeus* ergab sich daraus für

März 3. . $7^h\,15'\,41^s1$ Sternzeit Leiden.

		Wahrsch. Fehler.
AR. Com. =	AR. $* + 21^s192$ Zeit.....	0^s056 Zeit.

und für $7^h\,39'\,54^s7$ Sternzeit Leiden.

Decl. Com. =	Decl. $* - 7'\,8''79$.....	$0''50$

Der wahrscheinliche Fehler jeder Bestimmung für die AR. ist 0^s156 Zeit, für die Decl. $1''45$.

Am 5ten März wurden zwischen dem Cometen und einem Stern der 7ten Größe 7 Unterschiede in AR. und 8 Unterschiede in Decl. bestimmt, aus welchen sich ergab:

März 5. $6^h\,41'\,26^s4$ Sternzeit Leiden.

		Wahrsch. Fehler.
AR. Com. =	AR. $* - 3'\,15''451$ Zeit....	$0''025$ Zeit.

und für $7^h\,27'\,46^s6$ Sternzeit Leiden.

Decl. Com. =	Decl. $* - 6'\,20''11$.....	$0{,}61$

Der wahrscheinliche Fehler jeder Bestimmung für die AR. ist 0^s061 Zeit, und für die Decl. $1''75$.

Am 7ten März wurden bei niedrigem Stande des Cometen und Mondschein 10 Unterschiede in AR. und 12 Unterschiede in Decl. zwischen dem Cometen und einem Stern 9r Gr. bestimmt, aus welchen sich ergab:

März 7. $8^h\,6'\,22''38$ Sternzeit Leiden.

		Wahrsch. Fehler.
AR. Com. =	AR. $* - 17^s518$ Zeit.....	0^s052

und für $8^h\,28'\,28^s32$ Sternzeit Leiden,

Decl. Com. =	Decl. $* + 3'\,2''31$.....	$0{,}30$.

Der wahrscheinl. Fehler jeder Bestimmung für die AR. ist hier 0^s167 Zeit, und für die Decl. $1''05$.

Aus diesem Allen geht hervor, daß die kleinen Dimensionen unsers Instruments nicht genauen Bestimmungen hinderlich sind. Nur die kleinen Erschütterungen, welche das Gebäude von außen erleidet, machen bisweilen die Messungen, vorzüglich für größere Entfernungen schwierig, doch ihnen ist nicht abzuhelfen. — Die Original-Messungen, deren Resultate hier angeführt sind, finden sich in einer Schrift, unter dem Titel: Eerste metingen met den Mikrometer, volbragt op het Observatorium van Ryks Hoogeschool te Leiden. Leiden by H. W. Hazenberg en Comp. 1840, zu deren Herausgabe ich vor kurzem veranlaßt ward.

F. Kaiser.

Altona 1840. October 15.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 410.

The Moons Right Ascension, Declination and Horizontal Parallax for the time of her transit over the meridian of Altona for the year 1841 with the logarithms of coefficients for facilitating the reduction to other Meridians.

January.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor. Par.	log α	log β	Declination.	log a'	log b'	log c'	Semidiam.
1	1h 10m 18s,70	8,55549	2,2256	6,35	57′ 48″,6	6,8182	0,382	+12° 26′ 24″,0	9,38603	2,9902n	7,54n	15′ 45″,2
2	2 4 22,92	8,59461	2,3441	6,19	58 46,5	6,6269	0,002n	+18 0 31,2	9,33812	3,3026n	7,65n	16 1,0
3	3 3 52,92	8,63735	2,3830	5,59n	59 42,8	6,7923	0,701n	+22 44 6,7	9,23615	3,5195n	7,72n	16 16,8
4	4 9 15,07	8,67466	2,2902	6,54n	60 31,6	6,6964	0,959n	+26 5 17,8	9,01374	3,6672n	7,65n	16 29,6
5	6 19 18,07	8,69578	1,8258	6,75n	61 6,8	6,4843	1,112n	+27 31 51,1	8,15862	3,7403n	7,17n	16 39,2
6	6 30 57,11	8,69375	1,9630n	6,73n	61 22,9	5,7878	1,172n	+26 43 38,3	8,90831n	3,7295n	7,39	16 43,6
7	7 40 25,52	8,67000	2,3009n	6,42n	61 17,1	6,2876n	1,156n	+23 43 57,6	9,21832n	3,6312n	7,72	16 42,0
8	8 45 5,92	8,63335	2,3528n	5,40	60 50,2	6,6222n	1,059n	+18 58 41,9	9,35499n	3,4431n	7,76	16 34,7
9	9 44 17,23	8,59461	2,2843n	6,27	60 6,3	6,7694n	0,905n	+13 4 12,8	9,41795n	3,1313n	7,70	16 22,7
10	10 38 44,12	8,56190	2,1330n	6,36	59 10,6	6,8361n	0,516n	+ 6 35 25,0	9,43934n	2,3634n	7,57	16 7,5
11	11 29 48,52	8,53956	1,8821n	6,35	58 10,1	6,8495n	9,525	+ 0 0 15,0	9,43374n	2,7742	7,44	15 51,0
12	12 18 58,38	8,52892	1,3452n	6,29	57 10,1	6,8259n	0,558	— 6 20 34,4	9,40774n	3,0801	7,32	15 34,7
13	13 7 34,06	8,52920	1,3613	6,18	56 15,3	6,7732n	0,724	—12 11 43,4	9,36288n	3,2275	7,24	15 19,8
14	13 56 42,57	8,53315	1,7493	6,00	55 28,4	6,6873n	0,835	—17 20 57,9	9,29589n	3,3267	7,21	15 7,0
15	14 47 12 90	8,55231	1,8606	5,42	54 51,5	6,5693n	0,808	—21 37 27,2	9,19702n	3,4035	7,19	14 56,9
16	15 39 29,89	8,56742	1,8398	6,78n	54 24,2	6,4147n	0,813	—24 51 0,2	9,04269n	3,4633	7,11	14 49,6
17	16 33 27,31	8,57894	1,6304	6,13n	54 6,5	6,1824n	0,765	—26 52 26,6	8,75985n	3,5029	6,88	14 44,7
18	17 28 26,39	8,58332	9,4887n	6,25n	53 57,5	5,7836n	0,677	—27 35 1,9	7,11829n	3,5170	4,89n	14 42,2
19	18 23 24,71	8,57603	1,6501n	6,19n	53 55,7	5,2940	0,652	—26 56 14,5	8,53182	3 5019	6,92n	14 41,7
20	19 17 16,35	8,56591	1,8968n	6,95n	54 0,6	5,9584	0,574	—24 58 60,3	9,08054	3,4567	7,18n	14 43,1
21	♂											
22	20 9 13,16	8,54788	1,9585n	4,77n	54 11,1	6,1758	0,489	—21 60 29,2	9,18470	3,3825	7,27n	14 5,9
23	20 58 66,92	8,52875	1,9145n	6,82	54 26,3	6,3066	0,489	—17 42 12,8	9,27956	3,2799	7,30n	14 50,1
24	21 46 40,02	8,51268	1,7606n	6,07	54 46,1	6,4069	0,479	—12 46 32,7	9,34006	3,1427	7,29n	14 55,5
25	22 32 58,47	8,50324	1,3406n	6,19	55 10,4	6,4892	0,498	— 7 16 16,9	9,37739	2,9474	7,29n	15 2,1
26	23 18 45,16	8,50305	1,3323	6,26	55 39,4	6,5598	0,507	— 1 23 58,6	9,39691	2,5787	7,30n	15, 10,0
27	0 5 4,69	8,51370	1,8504	6,30	56 13,2	6,6258	0,558	+ 4 37 40,9	9,40024	2,2246n	7,36n	15 19,2
28	0 53 10,51	8,53551	2,0935	6,32	56 52,3	6,6811	0,469	+10 34 57,5	9,38567	2,9112n	7,45n	15 29,8
29	1 44 21,31	8,56721	2,2436	6,24	57 35,8	6,7211	0,345	+16 11 36,9	9,34672	3,2124n	7,55n	16 41,7
30	2 39 61,78	8,60515	2,3230	6,82	58 22,5	6,7393	9,428	+21 7 18,3	9,26830	3,4233	7,63n	15 54,4
31	3 40 31,25	8,64299	2,3112	6,16n	59 9,5	6,7272	0,317n	+24 56 36,1	9,11300	3,5805	7,64n	16 7,2

February.

1	4 46 8,18	8,67190	2,1286	6,59n	59 53,2	6,6667	0,780n	+27° 11′ 32,6	8,73842	3,6820n	7,46n	16′ 19,1
2	5 64 58,91	8,68366	0,9918	6,70n	60 28,0	6,5229	0,956n	+27 28 2,9	8,52046n	3,7191n	5,38n	16 28,6
3	7 4 4,42	8,67508	2,0563n	6,58n	60 49,3	6,1690	1,086n	+25 36 1,5	9,08331n	3,6821n	7,49	16 34,4
4	8 10 27,11	8,65007	2,2590n	6,13n	60 52,7	5,8270n	1,093n	+21 45 46,0	9,29079n	3,5674n	7,70	16 35,4
5	9 12 26,88	8,61730	2,2674n	6,87	60 37,7	6,4473n	1,079n	+16 24 10,5	9,39317n	3,3625n	7,73	16 31,3
6	10 9 65,36	8,68555	2,1715n	6,25	60 6,1	6,6683n	0,969n	+10 5 5,2	9,44005n	2,9943n	7,67	16 22,4
7	11 3 44,08	8,56086	1,9857n	6,31	59 18,7	6,7758n	0,755n	+ 3 20 57,5	9,45133n	2,0218	7,57	16 9,7
8	11 65 8,35	8,54611	1,6484n	6,28	58 23,8	6,8205n	0,257n	— 3 21 4,2	9,43656n	2,9784	7,46	15 54,8
9	12 45 25,35	8,54164	0,1334	6,20	57 26,1	6,8236n	0,081	— 9 39 49,5	9,39955n	3,2053	7,35	15 39,1
10	13 35 43,08	8,54596	1,5661	6,04	56 30,2	6,7903n	0,646	—15 18 56,3	9,33960n	3,3269	7,26	16 23,8

Digitized by Google

February.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor. Par.	log α	log β	Declination.	log a'	log b'	log c'	Semidiam.
11	14h 26′ 53″95	8,55622	1,7607	5,66	55′ 40″7	6,7196n	0,790	−20° 5′ 24″2	9,25052n	3,4076	7,19	15′ 10″3
12	16 19 28,55	8,56865	1,7773	5,51n	55 0,3	6,6119n	0,847	−23 48 24,0	9,11606n	3,4649	7,09	14 59,3
13	16 13 29,94	8,57911	1,6162	6,03n	54 30,3	6,4527n	0,871	−26 19 1,0	8,89090n	3,5024	6,88	14 51,2
14	17 8 30,93	8,58397	0,7911	6,18n	54 11,3	6,1971n	0,855	−27 30 48,6	8,33407n	3,5181	6,03	14 46,0
15	18 3 40,44	8,58117	1,5383n	6,17n	54 2,9	5,5950n	0,808	−27 20 56,4	8,54534	3,5095	6,78n	14 43,7
16	18 57 59,37	8,57079	1,8289n	5,98n	54 4,1	5,8078	0,740	−25 51 0,9	8,94979	3,4754	7,09n	14 44,0
17	19 50 39,78	8,55500	1,9201n	5,38n	54 13,5	6,1775	0,651	−23 7 0,9	9,13859	3,4162	7,20n	14 46,6
18	20 41 18,57	8,53727	1,9026n	5,66	54 29,6	6,3411	0,542	−19 18 17,8	9,25222	3,3315	7,27n	14 51,0
19	21 29 59,61	8,52140	1,7834n	5,99	64 50,9	6,4309	0,370	−14 35 16,3	9,32533	3,2158	7,30n	14 56,8
20	″	″	″	″	″	″	″	″	″	″	″	″
21	22 17 11,38	8,51079	1,4829n	6,13	55 15,8	6,4851	0,257	− 9 13 28,5	9,37184	3,0487	7,32n	15 3,6
22	23 3 38,70	8,50803	0,8859	6,20	55 43,4	6,5222	0,127	− 3 22 43,5	9,39801	2,7545	7,34n	15 11,1
23	23 50 18,17	8,51474	1,7090	6,25	56 13,0	6,5428	9,729	+ 2 41 59,3	9,40619	1,4419n	7,39n	15 19,1
24	0 38 14,45	8,53148	1,9904	6,26	56 43,5	6,5535	9,729	+ 8 45 51,4	9,39559	2,8448n	7,45n	15 27,5
25	1 28 36,59	8,55785	2,1547	6,20	57 14,8	6,5666	9,867	+14 32 5,1	9,36169	3,1711n	7,52n	15 36,0
26	2 22 30,51	8,58963	2,2457	5,90	57 47,1	6,5754	8,826	+19 41 8,2	9,29368	3,3794n	7,57n	15 44,8
27	3 20 43,60	8,62329	2,2546	5,88n	58 19,5	6,5700	9,826n	+23 50 23,5	9,16531	3,5304n	7,58n	15 53,6
28	4 23 18,96	8,65128	2,1311	6,43n	58 50,9	6,5500	0,127n	+26 38 25,7	8,90254	3,6330n	7,46n	16 2,2

March.

1	6 29 10,11	8,66641	1,6324	6,60n	59 20,1	6,4949	0,558n	+27 34 22,3	6,61919	3,6826n	6,93n	16 10,1
2	6 36 3,54	8,66462	1,8012n	5,56n	59 43,9	6,3667	0,750n	+25 54 49,0	8,91814n	3,6730n	7,21	16 16,6
3	7 41 26,63	8,64737	2,1372n	6,27n	59 59,3	6,0657	0,890n	+23 39 21,7	9,20069n	3,6012n	7,55	16 20,8
4	8 43 31,59	8,62087	2,2004n	4,52	60 3,2	5,4868n	0,959n	+19 5 19,6	9,33985n	3,4636n	7,65	16 21,9
5	9 41 44,95	8,59281	2,1411n	6,10	59 53,7	6,2770n	0,959n	+13 19 7,7	9,41281n	3,2361n	7,65	16 19,3
6	10 36 34,36	8,56946	1,9866n	6,25	59 30,7	6,6326n	0,916n	+ 6 49 55,2	9,44506n	2,7819n	7,61	16 13,0
7	11 29 0,03	8,56443	1,6924n	6,26	58 55,6	6,6667n	0,770n	+ 0 5 21,8	9,44780n	2,5747	7,54	16 3,4
8	12 20 11,77	8,54885	0,6808n	6,20	58 11,7	5,7366n	0,525n	− 6 30 10,0	9,42578n	3,0807	7,47	15 51,6
9	13 11 15,26	8,55182	1,4915	6,06	57 22,8	6,7616n	9,604n	−12 36 1,4	9,37949n	3,2773	7,38	15 38,2
10	14 3 3,37	8,56089	1,7272	5,72	56 33,3	6,7484n	0,370	−17 65 1,0	9,30495n	3,3910	7,29	15 24,7
11	14 56 8,90	8,57253	1,7615	5,37n	55 47,2	6,7005n	0,639	−22 18 2,2	9,24572n	3,4635	7,17	15 12,1
12	15 50 38,06	8,58272	1,6185	5,99n	55 7,6	6,6095n	0,817	−25 18 59,3	9,00910n	3,5073	6,94	15 1,3
13	16 46 7,09	8,58778	0,9179	6,17n	54 37,6	6,4571n	0,859	−27 5 15,7	8,66397n	3,5256	6,22	14 53,1
14	17 41 47,60	8,58548	1,5044n	6,17n	54 18,3	6,2018n	0,871	−27 28 27,4	8,10425	3,5188	6,74n	14 47,9
15	18 36 41,27	8,57568	1,8157n	6,00n	64 10,1	5,4868n	0,871	−26 29 49,9	8,83288	3,4883	7,05n	14 45,7
16	19 29 59,32	8,56035	1,9171n	6,48n	54 12,9	5,9748	0,843	−24 14 52,3	9,07326	3,4362	7,17n	14 46,4
17	20 21 16,40	8,54280	1,9076n	5,59	54 26,0	6,3090	0,750	−20 52 6,8	9,20962	3,3647	7,22n	14 50,0
18	21 10 34,80	8,52679	1,7998n	5,97	54 47,5	6,4658	0,665	−16 31 47,1	9,29721	3,2720	7,25n	14 55,8
19	21 58 20,47	8,51567	1,5291n	6,11	55 15,8	6,5528	0,469	−11 24 57,5	9,35515	3,1457	7,28n	15 3,6
20	22 45 16,61	8,51203	0,5072	6,19	55 48,5	6,5982	0,188	− 5 43 25,2	9,39152	2,9489	7,33n	15 12,5
21	23 32 18,18	8,51751	1,6561	6,23	56 23,5	6,6107	9,127n	+ 0 19 55,1	9,40927	2,4652	7,39n	15 22,0
22	″	″	″	″	″	″	″	″	″	″	″	″
23	0 20 27,77	8,53268	1,9557	6,24	56 68,3	6,5950	0,188n	+ 6 30 17,6	9,40788	2,6099n	7,47n	15 31,5
24	1 10 52,02	8,55675	2,1259	6,18	57 30,9	6,5556	0,370n	+12 30 15,5	9,38342	3,0926n	7,54n	15 40,4
25	2 4 34,44	8,58716	2,2196	5,89	58 0,0	6,4941	0,489n	+17 59 8,9	9,32684	3,3423n	7,59n	15 48,3
26	3 2 20,98	8,61921	2,2318	6,82n	58 24,6	6,4109	0,498n	+22 33 10,1	9,21846	3,5084n	7,58n	15 55,0
27	4 4 16,44	8,64623	2,1153	6,40n	58 44,6	6,3053	0,516n	+25 47 11,1	9,00612	3,6166n	7,46n	16 0,4
28	5 9 20,80	8,66128	1,6498	6,68n	58 59,6	6,1758	0,449n	+27 19 3,8	8,39107	3,6694n	6,98n	16 4,5
29	6 16 29,83	8,66020	1,7838n	6,55n	59 10,4	5,9980	0,489n	+26 55 59,7	8,75192n	3,6642n	7,12	16 7,5
30	7 20 17,67	8,64395	2,1159n	6,29n	59 16,6	5,6317	0,542n	+24 39 14,6	9,11942n	3,6028n	7,49	16 9,2
31	8 21 56,81	8,61817	2,1909n	5,02n	59 17,5	5,4253n	0,659n	+20 49 28,4	9,28572n	3,4869n	7,59	16 9,4
	9 19 49,46				59 11,7			+15 31 31,6				16 7,8

Digitized by Google

April.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor. Par.	log α	log β	Declination.	log a'	log b'	log c'	Semidiam.
1	9h 19' 49"46	8,59024	2,1415n	6,06	59' 11"7	6,0320n	0,689n	+15° 31' 31"6	9,37515n	3,3095n	7,60	16' 7"8
2	10 14 18,14	8,56647	1,9955n	6,24	58 58,6	6,2991n	0,750n	+ 9 28 44,5	9,42128n	3,0210n	7,57	16 4,3
3	11 6 19,96	8,55080	1,7144n	6,26	58 37,3	6,4623n	0,683n	+ 2 59 40,1	9,43770n	2,1484n	7,53	15 58,5
4	11 57 4,26	8,54475	0,7659	6,22	58 8,8	6,5680n	0,639n	— 3 33 4,4	9,42994n	2,8377	7,48	15 50,7
5	12 47 38,95	8,54782	1,5180	6,16	57 34,0	6,6317n	0,370n	— 9 48 50,2	9,39896n	3,1599	7,45	15 41,2
6	13 39 1,34	8,55782	1,7756	5,86	56 55,6	6,6612n	0,030n	—15 28 47,6	9,34165n	3,3277	7,39	15 30,7
7	14 31 50,53	8,57125	1,8342	4,94n	56 15,7	6,6618n	0,030	—20 16 2,1	9,24958n	3,4328	7,30	15 19,9
8	15 26 18,88	8,58385	1,7397	5,98n	55 37,4	6,6234n	0,525	—23 56 9,3	9,10309n	3,4981	7,12	15 9,4
9	16 22 6,67	8,59144	1,3129	6,20n	55 4,0	6,5450n	0,665	—26 18 20,1	8,84497n	3,5301	6,68	15 0,3
10	17 18 23,60	8,59112	1,3887n	6,23n	54 37,5	6,4128n	0,775	—27 16 40,3	8,04190n	3,5308	6,64n	14 53,1
11	18 14 4,67	8,58224	1,8125n	6,11n	54 19,9	6,1622n	0,851	—26 50 59,1	8,66376	3,5035	7,05n	14 48,3
12	19 8 10,93	8,56657	1,9467n	5,70n	54 12 8	5,2396n	0,883	—25 6 17,0	8,99242	3,4021	7,18n	14 46,4
13	20 0 7,85	8,54760	1,9563n	5,47	54 17,0	6,0481	0,859	—22 11 14,4	9,15726	3,3827	7,22n	14 47,5
14	20 49 52,05	8,52944	1,8700n	5,96	54 32,0	6,3742	0,851	—18 16 9,1	9,25923	3,2981	7,21n	14 51,6
15	21 37 47,23	8,51588	1,6487n	6,12	54 57,5	6,5417	0,755	—13 31 36,6	9,32704	3,1950	7,21n	14 58,6
16	22 24 36,98	8,50987	0,8059n	6,21	55 31,5	6,6399	0,652	— 8 8 6,9	9,37237	3,0534	7,23n	15 7,8
17	23 11 17,94	8,51341	1,5777	6,25	56 12,1	6,6960	0,382	— 2 16 36,4	9,39981	2,8017	7,33n	15 18,9
18	23 58 55,85	8,52736	1,9337	6,28	56 56,2	6,7124	9,127n	+ 3 50 24,8	9,40977	1,2043	7,48n	15 30,9
19	0 48 42,03	8,55127	2,1239	6,25	57 40,1	6,6950	0,357n	+ 9 57 27,9	9,39901	2,8902n	7,54n	15 42,9
20	1 41 47,81	8,58294	2,2420	6,06	58 20,6	6,6364	0,689n	+15 44 45,8	9,35962	3,2482n	7,62n	15 53,9
21	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂
22	2 39 11,13	8,61783	2,2782	5,44n	58 53,9	6,5252	0,799n	+20 47 40,1	9,27531	3,4649n	7,65n	16 3,0
23	3 41 11,80	8,64895	2,1972	6,38n	59 17,9	6,3377	0,855n	+24 38 3,3	9,10799	3,6047n	7,57n	16 9,5
24	4 47 0,43	8,66824	1,8386	6,62n	59 31,3	5,9985	0,843n	+26 49 2,7	8,71185	3,6779n	7,21n	16 13,2
25	5 54 28,43	8,66997	1,6788	6,62n	59 34,4	5,2836n	0,780n	+27 2 55,0	8,51107n	3,6842n	7,04	16 14,0
26	7 0 48,31	8,65404	2,1457n	6,40n	59 28,6	6,0367n	0,639n	+25 47 57,5	9,04734n	3,6260n	7,61	16 12,4
27	8 3 46,52	8,62608	2,2453n	5,58n	59 16,2	6,2439n	0,525n	+21 48 38,1	9,24624n	3,5097n	7,61	16 9,1
28	9 2 28,37	8,59434	2,2098n	6,06	58 58,8	6,3513n	0,382n	+16 58 59,2	9,34814n	3,3360n	7,60	16 4,8
29	9 57 11,65	8,56618	2,0810n	6,27	58 37,7	6,4205n	0,317n	+11 15 11,1	9,40109n	3,0790n	7,54	15 58,6
30	10 48 56,14	8,54632	1,8414n	6,30	58 13,5	6,4701n	0,206n	+ 5 1 15,9	9,42342n	2,5544n	7,48	15 52,0

May.

1	11 38 56,91	8,53688	1,2785n	6,27	57 46,8	6,5122n	0,273n	— 1 21 46,3	9,42282n	2,5894	7,44	15 44,7
2	12 28 28,90	8,53781	1,4135	6,19	57 17,4	6,5464n	0,056n	— 7 35 15,3	9,40140n	3,0335	7,42	15 36,7
3	13 18 38,29	8,54731	1,7795	6,01	56 46,3	6,5646n	9,780n	—13 21 54,6	9,35707n	3,2419	7,40	15 28,2
4	14 10 15,50	8,56211	1,8923	5,44	56 14,3	6,5700n	9,127	—18 25 12,4	9,28308n	3,3749	7,36	15 19,5
5	15 3 46,40	8,57784	1,8663	5,83n	55 42,6	6,5528n	0,168	—22 29 40,2	9,16448n	3,4548	7,26	15 10,9
6	15 59 3,89	8,58971	1,6436	6,19n	55 13,1	6,5107n	0,382	—25 21 55,4	8,96431n	3,5173	7,01	15 2,8
7	16 55 24,80	8,59377	0,5543n	6,29n	54 47,2	6,4337n	0,566	—26 52 46,7	8,52722n	3,5352	4,93	14 55,8
8	17 51 40,06	8,58817	1,7285n	6,23n	54 26,8	6,2953n	0,683	—26 58 52,1	8,89482	3,5184	6,97n	14 50,2
9	18 46 37,29	8,57382	1,9481n	5,97n	54 13,6	6,0178n	0,770	—25 43 18,1	8,89841	3,4715	7,19n	14 46,6
10	19 39 24,95	8,55400	2,0036n	4,37n	54 9,2	4,6656	0,822	—23 14 15,5	9,10235	3,4012	7,25n	14 45,4
11	20 29 44,88	8,53310	1,9569n	5,87	54 14,7	6,0949	0,851	—19 42 34,2	9,22038	3,3135	7,24n	14 46,9
12	21 17 51,66	8,51552	1,8056n	6,10	54 30,8	6,3960	0,855	—15 19 35,6	9,29647	3,2119	7,20n	14 51,3
13	22 4 24,34	8,50488	1,4235n	6,20	54 57,6	6,5700	0,839	—10 16 1,2	9,34746	3,0884	7,19n	14 58,6
14	22 50 18,32	8,50376	1,2571	6,27	55 34 6	6,6814	0,745	— 4 41 55,6	9,38071	2,9117	7,23n	15 8,7
15	23 36 40,00	8,51871	1,8348	6,31	56 19,9	6,7534	0,632	+ 1 12 19,4	9,39856	2,5214	7,33n	15 21,0
16	0 24 44,22	8,53506	2,0873	6,32	57 11,4	6,7878	0,002	+ 7 14 31,5	9,39947	2,4818n	7,46n	15 35,1
17	1 15 50,82	8,56651	2,2419	6,26	58 4,5	6,7858	0,168n	+13 8 42,4	9,37764	3,0660n	7,59n	15 49,5
18	2 11 16,17	8,60456	2,3253	5,87	58 55,3	6,7425	0,724n	+18 33 21,9	9,32037	3,3592n	7,68n	16 3,4
19	3 11 62,15	8,64278	2,3168	6,15n	59 38,3	6,6370	0,923n	+23 0 46,5	9,20028	3,5622n	7,68n	16 15,1
20	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂

Digitized by Google

May.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor.Par.	log α	log β	Declination.	log a'	log b'	log c'	Semidiam.
21	4h 17′ 29″38	8,67218	2,1376	6,60n	60′ 8″9	6,4290	1,019n	+25° 59′ 46″1	8,93802	3,6706n	7,51n	16′ 23″4
22	5 26 24,15	8,68413	0,9530	6,72n	60 24,1	6,9117	1,038n	+27 3 32,1	6,60817	3,7134n	6,27n	16 27,6
23	6 35 32,21	8,67499	2,0797n	6,60n	60 23,2	5,9955n	0,990n	+26 0 32,1	8,93813n	3,6793n	7,46	16 27,3
24	7 41 48,26	8,64855	2,2823n	6,15n	60 7,8	6,4010n	0,890n	+22 59 59,8	9,20656n	3,5723n	7,66	16 23,1
25	8 43 26,87	8,61376	2,2915n	5,98	59 40,9	6,5556n	0,665n	+18 26 55,0	9,33193n	3,3968n	7,67	16 15,8
26	9 40 18,68	8,57978	2,1972n	6,27	59 7,0	6,6216n	0,357n	+12 51 32,8	9,39410n	3,1345n	7,60	16 6,6
27	10 33 17,36	8,55314	2,0126n	6,34	58 29,6	6,6462n	9,729n	+ 6 41 48,7	9,42010n	2,6461n	7,50	15 56,4
28	11 23 42,47	8,53715	1,6720n	6,32	57 51,3	6,6427n	9,905	+ 0 20 41,7	9,42175n	2,4830	7,42	15 45,9
29	12 12 56,78	8,53257	0,5931	6,26	57 14,1	6,6252n	0,056	− 5 53 4,7	9,40348n	2,9746	7,37	15 35,8
30	13 2 15,79	8,53820	1,6588	6,14	56 38,6	6,5988n	0,241	−11 43 28,6	9,36504n	3,1861	7,35	15 26,1
31	13 52 41,14	8,55124	1,8657	6,85	56 5,6	6,5660n	0,206	−16 55 42,5	9,30153n	3,3243	7,34	15 17,1

June.

1	14 44 53,57	8,56763	1,9090	5,27n	55 35,1	6,5237n	0,370	−21 16 29,6	9,20141n	3,4237	7,29	15 8,8
2	15 39 3,91	8,58250	1,8031	6,07n	55 8,0	6,4692n	0,370	−24 29 27,9	9,03781n	3,4913	7,14	15 1,4
3	16 34 46,11	8,59115	1,5439	6 28n	54 44,3	6,4000n	0,459	−26 26 42,4	8,72418n	3,5257	6,70	14 55,0
4	17 30 59,83	8,59033	1,4874n	6,30n	54 24,9	6,2914n	0,550	−27 0 59,9	7,72850	3,5252	6,72n	14 49,7
5	18 26 28,56	8,57962	1,8844n	6,15n	54 10,8	6,1108n	0,618	−26 12 25,4	8,78780	3,4903	7,14n	14 45,8
6	19 20 5,53	8,56122	2,0072n	5,59n	54 2,9	5,7119n	0,683	−24 7 15,3	9,04628	3,4254	7,26n	14 43,7
7	20 11 13,79	8,53927	2,0092n	5,59	54 2,2	5,5687	0,734	−20 55 56,7	9,18479	3,3365	7,28n	14 43,6
8	20 59 52,01	8,51842	1,9185n	6,01	54 9,6	6,1336	0,780	−16 50 35,5	9.27035	3,2288	7,25n	14 45,6
9	21 46 28,15	8,50280	1,7006n	6,16	54 26,0	6,3919	0,826	−12 3 0,0	9,32600	3,1013	7,20n	14 50,0
10	22 31 50,44	8,49565	0,9402n	6,24	54 52,3	6,5591	0,822	− 6 43 55 0	9,36209	2,9364	7,19n	14 57,2
11	23 17 0,52	8,49918	1,5936	6,29	55 28,5	6,6779	0,808	− 1 3 21,7	9,38814	2,6586	7,23n	15 7,0
12	0 3 9,86	8,51447	1,9661	6,33	56 14,2	6,7621	0,718	+ 4 48 17,3	9,38983	1,5893n	7,34n	15 19,5
13	0 51 37,75	8,54135	2,1742	6,34	57 7,6	6,8147	0,510	+10 38 37,6	9,37901	2,8422n	7,48n	15 34,0
14	1 43 48,19	8,57789	2,3054	6,23	58 5,7	6,8343	9,124	+16 11 8,0	9,34221	3,2046n	7,61n	15 49,9
15	2 40 57,44	8,61950	2,3653	5,83	59 3,9	6,8156	0,551n	+21 3 11,8	9,26094	3,4442n	7,69n	16 5,7
16	3 43 46,20	8,65841	2,3185	6,38n	59 56,7	6,7430	0,905n	+24 45 46,5	9,08977	3,6112n	7,67n	16 20,1
17	4 51 56,20	8,68469	2,0375	6,70n	60 37,6	6,5827	1,062n	+26 47 18,6	8,63165	3,7069n	7,39n	16 31,2
18	″	″	″	″	″	″	″	″	″	″	″	″
19	6 2 2,90	8,69034	1,5760n	6,73n	61 1,5	6,2158	1,127n	+26 43 49,5	8,68374n	3,7237n	7,04	16 37,7
20	7 11 36,55	8,67426	2,2026n	6,53n	61 5,6	5,8417n	1,127n	+24 30 38 3	9,12855n	3,6576n	7,62	16 38,9
21	8 17 21,52	8,64298	2,3176n	5,74n	60 50,0	6,4536n	1,051n	+20 25 31,1	9,30560n	3,5098n	7,73	16 34,6
22	9 18 4,47	8,60672	2,2815n	6,14	60 17,8	6,6540n	0,898n	+15 0 2,4	9,39085n	3,2687n	7,70	16 25,9
23	10 14 6,00	8,57433	2,1518n	6,34	59 33,9	6,7417n	0,580n	+ 8 47 54,1	9,42745n	2,8391n	7,60	16 13,9
24	11 6 36,84	8,55120	1,9212n	6,35	58 44,2	6,7717n	9,953n	+ 2 18 1,6	9,43351n	2,3308	7,49	16 0,3
25	11 57 2,75	8,53939	1,4463n	6,30	57 53,1	6,7664n	0,206	− 4 6 56,4	9,41718n	2,9626	7,39	15 46,4
26	12 46 45,93	8,53866	1,2894	6,21	57 4,3	6,7324n	0,525	−10 9 19,8	9,38081n	3,1756	7,33	15 33,1
27	13 36 56,66	8,54689	1,7377	6,02	56 20,3	6,6811n	0,558	−15 34 32,7	9,32191n	3,3060	7,29	15 21,1
28	14 28 26,86	8,56059	1,8611	5,42	55 41,7	6,6138n	0,632	−20 9 29,1	9,23198n	3,4002	7,25	15 10,5
29	15 21 42,61	8,57525	1,8304	5,83n	55 9,4	6,5319n	0,582	−23 42 0,8	9,09103n	3,4690	7,16	15 1,8
30	16 16 36,31	8,58606	1,5826	6,18n	54 42,9	6,4327n	0,618	−26 1 32,3	8,84248n	3,5114	6,89	14 54,6
	17 12 24,88				54 22,5			−27 0 43,2				14 49,0

(Der Beschluss folgt.)

Schreiben des Herrn *Rümcker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber.

Hamburg 1840. Aug. 17.

Hiebei habe ich die Ehre, Ihnen meine Beobachtungen des ersten von Herrn *Galle* entdeckten Cometen zu senden, wobei ich die aus eigenen Beobachtungen abgeleiteten Oerter der verglichenen Sterne zum Grunde gelegt habe.

1839.	Mittl. Hamb. Zeit.	Scheinbare AR. des Com.	Scheinbare Decl. des Com.	Anz. der Beob.
Dec. 10	16h 29′ 39″93	13h 52′ 37″457	+0° 27′ 6″70	7
	18 4 33,76	13 53 18,895	0 28 5,12	1

Digitized by Google

1839.	Mittl. Hamb. Zeit.	Scheinbare AR. des Com.	Scheinbare Decl. des Com.	Anz. der Beob.
Dec. 14	16h 22′ 7″34	14h 31′ 59″396	+1° 39′ 28″08	5
25	19 4 17,89	16 13 56,081	3 22 6,28	8
28	16 56 30,58	16 37 37,126	6 16 46,68	3
	19 14 44,16	16 37 49,666	3 18 9,17	2
29	17 4 18,93	16 44 42,317	3 14 19,28	3
1840				
Jan. 4	17 49 15,65	17 26 17,213	2 23 30,42	10
5	17 41 29,78	17 32 31,084	2 11 58,07	4
6	17 56 29,89	17 38 40,337	1 56 52,01	16
6	18 18 9,53	17 50 28,758	1 30 54,70	15
9	18 13 18,80	17 56 5,600	1 16 21,12	10
10	18 19 49,87	18 1 36,743	1 0 51,49	19
11	16 52 4,70	16 7 4,539	0 45 4,67	7
12	18 16 25,36	16 12 9,719	0 29 35,40	16
13	16 32 14,97	18 17 16,786	0 16 1,21	14
14	16 15 17,68	18 22 12,686	−0 3 9,63	8
17	17 46 49,65	18 36 21,422	0 53 20,42	4
	16 26 33,84	16 36 28,265	0 53 41,99	3
19	18 46 46,66	18 45 26,533	1 27 12,03	4
21	18 37 1,19	16 53 58,736	1 59 42,44	2
22	16 38 58,60	18 58 6,639	2 18 22,92	1
Febr. 2	18 16 63,06	19 38 28,796	5 0 40,65	1
4	18 14 45,53	19 44 57,405	5 26 57,39	1

Scheinbare Oerter der verglichenen Sterne am Tage der Vergleichung mit dem Cometen nach eigenen Beobachtungen.

	Scheinb. AR.	Scheinb. Decl.
1836 Decbr. 10.	13h 51′ 29″987	+ 0° 36′ 41″69
	13 51 32,694	0 49 44,42
	13 54 22,953	0 49 10,05
14.	14 28 24,131	1 45 19,35
	14 30 6,264	1 34 49,44
	14 37 20,656	1 26 41,84
	14 38 56,172	1 38 42,26
25.	16 14 12,633	3 15 19,94
	18 14 17,976	3 27 56,03
28.	16 57 44,608	3 11 29,95
	16 37 54,335	3 4 57,74
	16 40 17,438	3 1 30,22
29.	16 43 27,640	3 12 16,89
	16 45 13,424	6 17 18,51
1840 Jan. 4.	17 22 29,946	2 9 22,17
	17 22 68,602	2 27 12,28
	17 23 49,909	2 22 29,20
	17 24 18,048	2 10 34,13
	17 24 22,025	2 61 52,69

	Scheinb. AR.	Scheinb. Decl.
1840 Jan. 5.	17h 60′ 59″317	+ 2° 6′ 55″01
	17 31 2,991	2 7 19,06
	17 61 50,266	2 6 38,84
6.	17 39 9,522	1 58 20,01
	17 39 61,944	1 60 30,22
	17 40 39,371	1 49 1,42
	17 41 13,764	2 0 44,12
	17 44 27,507	1 45 6,75
8.	17 47 59,205	1 27 31,08
	17 51 26,084	1 34 31,33
	17 52 16,499	1 37 16,71
	17 53 37,164	1 18 45,14
9.	17 53 37,184	1 18 44,99
	17 56 23,938	1 13 54,69
10.	16 0 26,800	0 41 44,39
	18 1 31,193	0 47 50,57
	18 2 15,637	0 46 3,82
	18 6 32,293	0 46 47,65
	16 5 33,517	0 36 37,75
11.	18 5 33,526	0 36 37,66
	18 8 55,993	0 57 9,76
12.	18 9 57,366	0 47 50,24
	18 10 29,575	0 41 40,95
	18 11 16,062	0 46 44,50
13	16 19 0,541	0 6 13,50
	16 19 37,832	0 6 16,86
	18 21 4,867	0 13 22,95
14.	18 19 0,561	0 6 13,31
	16 19 37,851	0 6 16,52
	18 21 4,865	0 15 22,81
	18 22 25,701	0 16 26,05
17.	16 38 12,035	− 1 7 68,56
19.	16 40 58,875	1 9 32,47
	16 48 21,286	1 13 60,53
21.	18 57 0,326	1 45 3,59
22.	18 58 37,937	1 58 41,10
Febr. 2.	19 33 20,046	4 39 65,04
	19 36 47,391	4 54 23,53
4.	19 42 19,830	5 5 47,69
	19 45 45,551	5 27 64,24

Häufig haben die Cometen, wenn die davon gemachten Beobachtungen gehörig reducirt sind, schon wieder an Interesse verloren. Sollte jedoch jemand gesonnen seyn, diesen und den zweiten von Herrn *Galle* entdeckten Cometen einer strengeren Berechnung zu unterwerfen, so glaube ich meine Beobachtungen dazu empfehlen zu dürfen. Bei der Reduction der Cometen-Beobachtungen hat Herr *Funk* assistiret.

Rümker.

Bemerkungen über trigonometrische Nivellements, insbesondere über die terrestrische Strahlenbrechung.

Von Herrn Professor Dr. *Grunert* zu Greifswald.

Die beste Methode zur Bestimmung des Höhenunterschiedes zweier Punkte auf der Oberfläche der Erde ist bekanntlich die Methode der gleichzeitig gegenseitig gemessenen Zenithdistanzen, von welcher neuerlich namentlich in Rußland und Preußen so schöne Anwendungen gemacht worden sind. Bezeichnet man die Höhen der beiden Punkte A und A' über dem Meere

durch h und h', die in A gemessene Zenithdistanz von A' durch z, die gleichzeitig in A' gemessene Zenithdistanz von A durch z', die entsprechenden Refractionen durch Δz und $\Delta z'$, die wahren Zenithdistanzen also durch $z+\Delta z$ und $z'+\Delta z'$, den Halbmesser der Erde, welche wir hier als eine Kugel betrachten wollen, durch r, den Winkel ACA' am Mittelpunkte C der Erde durch C; so liefert das Dreieck ACA', wenn wir die Winkel CAA' und $CA'A$ desselben durch A und A' bezeichnen, die Proportion

$$AC+A'C : AC-A'C = cot\tfrac{1}{2}C : tang\tfrac{1}{2}(A'-A),$$

oder, weil offenbar $AC=r+h$, $A'C=r+h'$, $A=180°-(z+\Delta z)$, $A'=180°-(z'+\Delta z')$ ist, die Proportion

$$2r+h+h' : h-h' = cot\tfrac{1}{2}C : tang\tfrac{1}{2}(z-z'+\Delta z-\Delta z'),$$

und folglich

$$h-h' = 2r\left(1+\frac{h+h'}{2r}\right) tang\tfrac{1}{2}C\, tang\tfrac{1}{2}(z-z'+\Delta z-\Delta z'),$$

wo man den Winkel C aus der gemessenen horizontalen Entfernung s der Punkte A und A' mittelst der Formel

$$C = \frac{s}{r}.206264''8 \quad \text{oder} \quad C = \frac{s}{r\sin 1''}$$

leicht findet.

Bei der Berechnung des Höhenunterschieds $h-h'$ nach der obigen Formel gestattet man sich nun eine doppelte nur näherungsweise richtige Voraussetzung, indem man nämlich sowohl $\frac{h+h'}{2r}=0$, als auch $\Delta z-\Delta z'=0$ oder $\Delta z=\Delta z'$ setzt, und allen bis jetzt bekannten Höhenbestimmungen liegen diese Voraussetzungen zum Grunde. Auch scheint es in der That nicht, dafs man sich von denselben, wenigstens von der letztern, unabhängig machen kann, wenn man nur zwei Punkte mit einander verbindet, welches aber, wie es mir scheint, wohl möglich ist, wenn man drei Punkte mit einander verbindet und deren gegenseitige Zenithdistanzen beobachtet, wobei natürlich auch vorausgesetzt wird, dafs die horizontalen Entfernungen dieser drei Punkte von einander durch eine vorhergegangene Triangulirung mit aller nur möglichen Genauigkeit bestimmt worden sind. Die nähere Erläuterung dieser an sich übrigens ganz einfachen Bemerkung ist der Zweck dieses kleinen Aufsatzes.

Bezeichnen wir die drei Punkte, deren Höhendifferenzen bestimmt werden sollen, jetzt durch A_0, A_1, A_2; ihre Höhen über dem Meere durch h_0, h_1, h_2; die den horizontalen Entfernungen A_0A_1, A_1A_2, A_2A_0 entsprechenden Winkel am Mittelpunkte der Erde, deren Halbmesser wie oben durch r bezeichnet wird, durch $C_{0,1}$, $C_{1,2}$, $C_{2,0}$; die in A_0 gemessenen Zenithdistanzen von A_1 und A_2 durch $z_{0,1}$ und $z_{0,2}$; die in A_1 gemessenen Zenithdistanzen von A_2 und A_0 durch $z_{1,2}$ und $z_{1,0}$; die in A_2 gemessenen Zenithdistanzen von A_0 und A_1 durch $z_{2,0}$ und $z_{2,1}$; die diesen gemessenen Zenithdistanzen entsprechenden Refractionen aber der Reihe nach durch $\Delta z_{0,1}$, $\Delta z_{0,2}$, $\Delta z_{1,2}$, $\Delta z_{1,0}$, $\Delta z_{2,0}$, $\Delta z_{2,1}$; so haben wir nach dem Obigen die drei folgenden Gleichungen:

$$h_0-h_1 = 2r\left(1+\frac{h_0+h_1}{2r}\right) tang\tfrac{1}{2}C_{0,1}\, tang\tfrac{1}{2}(z_{0,1}-z_{1,0}+\Delta z_{0,1}-\Delta z_{1,0}),$$

$$h_1-h_2 = 2r\left(1+\frac{h_1+h_2}{2r}\right) tang\tfrac{1}{2}C_{1,2}\, tang\tfrac{1}{2}(z_{1,2}-z_{2,1}+\Delta z_{1,2}-\Delta z_{2,1}),$$

$$h_2-h_0 = 2r\left(1+\frac{h_2+h_0}{2r}\right) tang\tfrac{1}{2}C_{2,0}\, tang\tfrac{1}{2}(z_{2,0}-z_{0,2}+\Delta z_{2,0}-\Delta z_{0,2}),$$

und durch Addition dieser drei Gleichungen ergiebt sich die Gleichung

$$\begin{aligned}0 = {} & \left(1+\frac{h_0+h_1}{2r}\right) tang\tfrac{1}{2}C_{0,1}\, tang\tfrac{1}{2}(z_{0,1}-z_{1,0}+\Delta z_{0,1}-\Delta z_{1,0}) \\ & + \left(1+\frac{h_1+h_2}{2r}\right) tang\tfrac{1}{2}C_{1,2}\, tang\tfrac{1}{2}(z_{1,2}-z_{2,1}+\Delta z_{1,2}-\Delta z_{2,1}) \\ & + \left(1+\frac{h_2+h_0}{2r}\right) tang\tfrac{1}{2}C_{2,0}\, tang\tfrac{1}{2}(z_{2,0}-z_{0,2}+\Delta z_{2,0}-\Delta z_{0,2})\end{aligned}$$

Bezeichnen wir jetzt die den gemessenen Zenithdistanzen $z_{0,1}$, $z_{1,0}$; $z_{1,2}$, $z_{2,1}$; $z_{2,0}$, $z_{0,2}$ entsprechenden Refractions-Coefficienten durch $k_{0,1}$, $k_{1,0}$; $k_{1,2}$, $k_{2,1}$; $k_{2,0}$, $k_{0,2}$; so ist nach der Theorie der terrestrischen Refraction

$$\Delta z_{0,1} = k_{0,1}\cdot C_{0,1} \qquad \Delta z_{1,0} = k_{1,0}\cdot C_{0,1}$$
$$\Delta z_{1,2} = k_{1,2}\cdot C_{1,2} \qquad \Delta z_{2,1} = k_{2,1}\cdot C_{1,2}$$
$$\Delta z_{2,0} = k_{2,0}\cdot C_{2,0} \qquad \Delta z_{0,2} = k_{0,2}\cdot C_{2,0}.$$

Nehmen wir nun an, dafs die Refractions-Coefficienten den Dichten der Luft proportional sind, und bezeichnen den Refractions-Coefficienten für die Temperatur des schmelzenden Eises und die Höhe $0^m,76$ des metrischen Barometers durch k; so ist, wenn die den gemessenen Zenithdistanzen $z_{0,1}$, $z_{1,0}$; $z_{1,2}$, $z_{2,1}$; $z_{2,0}$, $z_{0,2}$ entsprechenden Lufttemperaturen und sämmtlich auf die Temperatur des schmelzenden Eises reducirten Barometerhöhen, erstere nach dem Centesimal-Thermometer, letztere nach dem metrischen Barometer, durch $t_{0,1}$, $b_{0,1}$; $t_{1,0}$, $b_{1,0}$; $t_{1,2}$, $b_{1,2}$; $t_{2,1}$, $b_{2,1}$; $t_{2,0}$, $b_{2,0}$; $t_{0,2}$, $b_{0,2}$ bezeichnet werden, und der Kürze wegen

$$\mu_{0,1} = \frac{b_{0,1}}{0^m,76.(1+t_{0,1}.0,00375)}$$

$$\mu_{1,0} = \frac{b_{1,0}}{0^m,76.(1+t_{1,0}.0,00375)}$$

$$\mu_{1,2} = \frac{b_{1,2}}{0^m,76.(1+t_{1,2}.0,00375)}$$

Digitized by Google

$$\mu_{2,1} = \frac{b_{2,1}}{0^m,76 \cdot (1+t_{2,1} \cdot 0{,}00375)}$$

$$\mu_{2,0} = \frac{b_{2,0}}{0^m,76 \cdot (1+t_{2,0} \cdot 0{,}00375)}$$

$$\mu_{0,2} = \frac{b_{0,2}}{0^m,76 \cdot (1+t_{0,2} \cdot 0{,}00375)}$$

gesetzt wird,

$k_{0,1} = \mu_{0,1} \cdot k$, $k_{1,0} = \mu_{1,0} \cdot k$; $k_{1,2} = \mu_{1,2} \cdot k$, $k_{2,1} = \mu_{2,1} \cdot k$;
$k_{2,0} = \mu_{2,0} \cdot k$, $k_{0,2} = \mu_{0,2} \cdot k$;

und folglich

$$\Delta s_{0,1} = \mu_{0,1} \cdot k C_{0,1} \qquad \Delta s_{1,0} = \mu_{1,0} \cdot k C_{0,1}$$
$$\Delta s_{1,2} = \mu_{1,2} \cdot k C_{1,2} \qquad \Delta s_{2,1} = \mu_{2,1} \cdot k C_{1,2}$$
$$\Delta s_{2,0} = \mu_{2,0} \cdot k C_{2,0} \qquad \Delta s_{0,2} = \mu_{0,2} \cdot k C_{2,0}.$$

Führt man dies in die obige Gleichung ein, so wird dieselbe

$$0 = \left(1+\frac{h_0+h_1}{2r}\right) tang\,\tfrac{1}{2} C_{0,1}\, tang\,\tfrac{1}{2}\left\{s_{0,1} - s_{1,0} + k(\mu_{0,1} - \mu_{1,0}) C_{0,1}\right\}$$
$$+\left(1+\frac{h_1+h_2}{2r}\right) tang\,\tfrac{1}{2} C_{1,2}\, tang\,\tfrac{1}{2}\left\{s_{1,2} - s_{2,1} + k(\mu_{1,2} - \mu_{2,1}) C_{1,2}\right\}$$
$$+\left(1+\frac{h_2+h_0}{2r}\right) tang\,\tfrac{1}{2} C_{2,0}\, tang\,\tfrac{1}{2}\left\{s_{2,0} - s_{0,2} + k(\mu_{2,0} - \mu_{0,2}) C_{2,0}\right\}$$

In dieser Gleichung sind die Grösen $\mu_{0,1}$, $\mu_{1,0}$; $\mu_{1,2}$, $\mu_{2,1}$; $\mu_{2,0}$, $\mu_{0,2}$ sämmtlich bekannt, wenn nur auf jeder Station zu denselben Zeiten, wo man die Zenithdistanzen mifst, vorher sorgfältig unter einander verglichene Barometer und Thermometer mit allen dabei nöthigen Vorsichtsmaafsregeln beobachtet werden. Die Höhen h_0, h_1, h_2 kann man mit einer, weil

$$\frac{h_0+h_1}{2r}, \quad \frac{h_1+h_2}{2r}, \quad \frac{h_2+h_0}{2r}$$

sehr kleine Grösen sind, hier hinreichenden Genauigkeit aus den auf den drei Stationen beobachteten Barometer- und Thermometer-Höhen und gleichzeitigen Barometer- und Thermometer-Beobachtungen am Meere nach den bekannten Formeln und Tafeln berechnen, so dafs also hiernach die obige Gleichung nur noch die eine unbekannte Grösse k enthält, welche sich daher mittelst derselben bestimmen lassen mufs.

Da in allen Fällen die Grösen

$$k(\mu_{0,1} - \mu_{1,0}) C_{0,1}; \quad k(\mu_{1,2} - \mu_{2,1}) C_{1,2}; \quad k(\mu_{2,0} - \mu_{0,2}) C_{2,0}$$

nur sehr klein sind, so gelangt man zu der Bestimmung von k am leichtesten mittelst der folgenden Näherungsmethode. Weil

$$tang\,(x+y) = \frac{tang\,x + tang\,y}{1 - tang\,x\, tang\,y}$$

ist, so kann man, wenn y nur klein ist und in Theilen des der Einheit gleichen Radius ausgedrückt angenommen wird, näherungsweise mit Vernachlässigung aller Glieder von den die erste übersteigenden Ordnungen

$$tg\,(x+y) = \frac{tang\,x + y}{1 - y\, tang\,x} = (1 - y\, tg\,x)^{-1}(tg\,x + y)$$
$$= (1 + y\, tg\,x)(tg\,x + y) = tg\,x + y(1 + tg^2 x)$$
$$= tang\,x + \frac{y}{cos^2 x}$$

setzen. Wendet man dies auf die obige Gleichung an, und setzt der Kürze wegen

$$M = \left(1+\frac{h_0+h_1}{2r}\right) tang\,\tfrac{1}{2} C_{0,1}\, tang\,\tfrac{1}{2}(s_{0,1} - s_{1,0})$$
$$+\left(1+\frac{h_1+h_2}{2r}\right) tang\,\tfrac{1}{2} C_{1,2}\, tang\,\tfrac{1}{2}(s_{1,2} - s_{2,1})$$
$$+\left(1+\frac{h_2+h_0}{2r}\right) tang\,\tfrac{1}{2} C_{2,0}\, tang\,\tfrac{1}{2}(s_{2,0} - s_{0,2})$$

und

$$N = \frac{(\mu_{0,1} - \mu_{1,0})\left(1+\frac{h_0+h_1}{2r}\right) C_{0,1}\, tang\,\tfrac{1}{2} C_{0,1}}{cos^2\,\tfrac{1}{2}(s_{0,1} - s_{1,0})}$$
$$+\frac{(\mu_{1,2} - \mu_{2,1})\left(1+\frac{h_1+h_2}{2r}\right) C_{1,2}\, tang\,\tfrac{1}{2} C_{1,2}}{cos^2\,\tfrac{1}{2}(s_{1,2} - s_{2,1})}$$
$$+\frac{(\mu_{2,0} - \mu_{0,2})\left(1+\frac{h_2+h_0}{2r}\right) C_{2,0}\, tang\,\tfrac{1}{2} C_{2,0}}{cos^2\,\tfrac{1}{2}(s_{2,0} - s_{0,2})}$$

so wird dieselbe

$$M + \tfrac{1}{2} N k = 0,$$

und giebt also

$$k = -\frac{2M}{N}$$

Bezeichnet man die horizontalen Entfernungen A_0A_1, A_1A_2, A_2A_0 durch $s_{0,1}$, $s_{1,2}$, $s_{2,0}$; so ist

$$C_{0,1} = \frac{s_{0,1}}{r}, \quad C_{1,2} = \frac{s_{1,2}}{r}, \quad C_{2,0} = \frac{s_{2,0}}{r}$$

und folglich, weil, wie leicht erhellet,

$$tang\,\tfrac{1}{2} C_{0,1} = \frac{s_{0,1}}{2r}, \quad tang\,\tfrac{1}{2} C_{1,2} = \frac{s_{1,2}}{2r}, \quad tang\,\tfrac{1}{2} C_{2,0} = \frac{s_{2,0}}{2r}$$

gesetzt werden kann,

$$C_{0,1}\, tang\,\tfrac{1}{2} C_{0,1} = \tfrac{1}{2}\left(\frac{s_{0,1}}{r}\right)^2, \quad C_{1,2}\, tang\,\tfrac{1}{2} C_{1,2} = \tfrac{1}{2}\left(\frac{s_{1,2}}{r}\right)^2,$$
$$C_{2,0}\, tang\,\tfrac{1}{2} C_{2,0} = \tfrac{1}{2}\left(\frac{s_{2,0}}{r}\right)^2.$$

Digitized by Google

Setzt man also

$$M = \frac{s_{0,1}}{r}\left(1+\frac{h_0+h_1}{2r}\right) tang\,\tfrac{1}{2}(s_{0,1}-s_{1,0}) + \frac{s_{1,2}}{r}\left(1+\frac{h_1+h_2}{2r}\right) tang\,\tfrac{1}{2}(s_{1,2}-s_{2,1}) + \frac{s_{2,0}}{r}\left(1+\frac{h_2+h_0}{2r}\right) tang\,\tfrac{1}{2}(s_{2,0}-s_{0,2})$$

und

$$N' = \left(\frac{s_{0,1}}{r}\right)^2 \cdot \frac{(\mu_{0,1}-\mu_{1,0})\left(1+\frac{h_0+h_1}{2r}\right)}{cos^2\tfrac{1}{2}(s_{0,1}-s_{1,0})} + \left(\frac{s_{1,2}}{r}\right)^2 \cdot \frac{(\mu_{1,2}-\mu_{2,1})\left(1+\frac{h_1+h_2}{2r}\right)}{cos^2\tfrac{1}{2}(s_{1,2}-s_{2,1})} + \left(\frac{s_{2,0}}{r}\right)^2 \cdot \frac{(\mu_{2,0}-\mu_{0,2})\left(1+\frac{h_2+h_0}{2r}\right)}{cos^2\tfrac{1}{2}(s_{2,0}-s_{0,2})}$$

so ist

$$k = -\frac{2M'}{N'}.$$

Dafs der auf diese Art gefundene Werth von k nur als ein erster Näherungswerth dieses Coefficienten zu betrachten ist, versteht sich von selbst, wie man aber von demselben zu neuen Näherungswerthen übergehen und sich überhaupt dem wahren Werthe von k immer mehr und mehr und bis zu jedem beliebigen Grade nähern kann, bedarf an diesem Orte keiner weitern Erläuterung.

Hat man auf diese Weise k gefunden, so erhält man die Höhendifferenzen h_0-h_1, h_1-h_2, h_2-h_0 mittelst der folgenden aus dem Obigen sich unmittelbar ergebenden Formeln:

$$h_0-h_1 = 2r\left(1+\frac{h_0+h_1}{2r}\right) tang\,\tfrac{1}{2}C_{0,1}\; tang\,\tfrac{1}{2}\left\{s_{0,1}-s_{1,0}+k(\mu_{0,1}-\mu_{1,0})C_{0,1}\right\}$$

$$h_1-h_2 = 2r\left(1+\frac{h_1+h_2}{2r}\right) tang\,\tfrac{1}{2}C_{1,2}\; tang\,\tfrac{1}{2}\left\{s_{1,2}-s_{2,1}+k(\mu_{1,2}-\mu_{2,1})C_{1,2}\right\}$$

$$h_2-h_0 = 2r\left(1+\frac{h_2+h_0}{2r}\right) tang\,\tfrac{1}{2}C_{2,0}\; tang\,\tfrac{1}{2}\left\{s_{2,0}-s_{0,2}+k(\mu_{2,0}-\mu_{0,2})C_{2,0}\right\}.$$

In wie fern es nöthig seyn dürfte, bei diesen Rechnungen auch auf die sphärische Gestalt der Erde Rücksicht zu nehmen, will ich jetzt nicht weiter untersuchen.

Grunert.

Sternbedeckungen.

Von Herrn *Nobert* in Greifswalde habe ich folgende von ihm dort beobachtete Sternbedeckungen erhalten.

1840		Greifsw. m. Zt.
Januar 14	Stern 5ter Gr.*) Eintr.	9h 43′ 46″12
	Stern 7ter Gr. ——	10 7 19,92

*) 19 a Plejad.?

Bei diesen Beobb. war die Luft ungemein durchsichtig und der Mondrand ohne Wallung. Sie dürfen als gut gelungen betrachtet werden.

März 15 α Leonis Eintritt 8 21 34,25

Kurz vor dem Eintritte bewölkte sich der Himmel mit dünnen weifsen Wolken, die den Stern nur matt durchscheinen liefsen. Es ist deshalb wohl möglich, dafs der Stern um einige Zehntheile der Sekunde früher verschwunden ist.

Die Zeitbestimmungen zu diesen Beobachtungen sind an einem 2füfsigen Passageninstrumente gemacht.

Herr *Nobert* findet mit einem, von ihm selbst verfertigten, Sextanten die Breite seines Hauses in Greifswalde 54° 5′ 40″.

Herr Advocat *Engelhardt* hat in Gera am 14ten Januar dieses Jahrs beobachtet:

Eintritt Asterope 2. 10h 6′ 49″63 m. Z. in Gera.

Herr Observator *Petersen* hat auf der Altonaer Sternwarte beobachtet:

			St. Zt.		Mittl. Zt.
1837 Juni 10.	12 Leon.	Eintr. d. R. scharf.	16h 1′ 10″95	=	10h 45′ 0″04
—— 20.	170 Capr.	Austr. d. R. unsicher wegen Dünste.	18 56 34,0	=	13 0 35,3
Dec. 14.	2 a Canc.	Austr. d. R. unsicher wegen Dünste.	2 9 48,1	=	8 36 42,2
1838 März 10.	77 σ Leon.	Eintr. h. R. der Stern verschwand nicht plötzlich, sondern verlor sich am hellen Mondrande.	11 46 9,5	=	12 32 21,05
——	——	Austr. h. R. wahrscheinlich zu spät.	13 2 7,5	=	13 49 6,5
Dec. 22.	85 h² Aqu.	Eintr. d. R. scharf.	0 39 35,54	=	6 36 13,99
——	——	Austr. h. R. zu spät.	1 39 47,4	=	7 36 16,0
	Anonyma	Eintr. d. R. scharf.	1 30 51,80	=	7 27 21,85
1839 Febr. 19.	47 Ariet.	Eintr. d. R. scharf.	3 26 37,40	=	5 30 49,70
1840 März 15.	α Leonis	Eintr. d. R. scharf.	7 36 45,64	=	8 2 56,06
——	——	Austr. h. R. zu spät.	8 43 29,9	=	9 9 29,4

S.

Altona 1840. October 29.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N⁰. 411.

Nachrichten über die Instrumente der Kaiserlichen Hauptsternwarte Pulkowa.

Von einer Reise nach St. Petersburg zurückgekehrt, zu der ich, um die neue in Pulkowa gegründete Sternwarte durch eigene Ansicht näher kennen zu lernen, eingeladen war, glaube ich den Lesern dieser Zeitschrift einen angenehmen Dienst zu erzeigen, wenn ich ihnen, bis die vollständige Beschreibung des Ganzen im ersten Bande der Beobachtungen erscheinen kann, schon jetzt über die trefflichen dort aufgestellten Instrumente vorläufige Notizen gebe. Aus dem im 18ten Bande der Astr. Nachrichten befindlichen Plane kann man die Einrichtung der Gebäude im Allgemeinen übersehen (nur vier kleine von dem Hauptgebäude getrennte Sternwarten sind hinzugekommen). Um aber von dieser wahrhaft grofsartigen Anstalt einen richtigen Begriff zu erhalten, reichen Zeichnungen nicht aus, man mufs selbst kommen und selbst sehen, wenigstens wurden bei mir die grofsen Erwartungen, welche die ausführlichen Pläne, die ich hier schon früher sah, erregt hatten, durch das, was ich fand, bedeutend übertroffen. Es ist kaum möglich, ohne dort gewesen zu seyn, eine entsprechende Vorstellung von der erhabenen einfachen Schönheit der Gebäude und von der ernsten der Wissenschaft würdigen Pracht der inneren Einrichtung zu haben, bei der jeder zwecklose Luxus verschmäht, aber für Sicherheit und Bequemlichkeit der Beobachtungen nichts gespart ist. Noch weniger läfst sich durch Worte der Geist der Ordnung und Sauberkeit beschreiben, den der Staatsrath *v. Struve* in dies grofse Ganze eingeführt hat und darin zu erhalten weifs. Man sieht, wohin man sich auch wendet, jedes Bedürfnifs des Beobachters im voraus bedacht, jeden Hülfsapparat am rechten Orte, nichts, wo es nicht hingehört, umherliegend. Die unübertroffenen Instrumente mit, ich möchte sagen, liebender Sorgfalt benutzt und bewacht, lachen dem Auge in den herrlichen Sälen entgegen; jede mechanische Hülfseinrichtung, wirkt leicht und fast geräuschlos, selbst die gewaltige Kuppel des grofsen Refractors kann von der zartesten Damenhand spielend bewegt werden. Um das freundliche Bild des Eindrucks, den Pulkowa auf mich gemacht hat, zu vervollständigen, setze ich noch hinzu, dafs Verehrung, Eintracht und Freundschaft das gegenseitige Band seiner Bewohner knüpft, und dafs alle dort Angestellte in glühendem Eifer für die Wissenschaft, und rastlosem Fleifse, dem schönen Beispiele, welches ihnen ihr berühmter Vorsteher giebt, nachzueifern sich bestreben.

Ueber dem Portale des Haupteingangs sieht man nur die Jahreszahl der Vollendung. Keine Inschrift, so wollte der Erhabene Stifter es, nennt Seinen Namen. Es bedarf freilich, wo das Werk spricht, keiner Inschrift, und nie wird der Dank der Astronomen vergessen, wer ihrer Wissenschaft diesen bewundernswürdigen Tempel errichtete.

Schumacher.

Kurze während meines Aufenthalts in Pulkowa gesammelte Notizen.

1. Durchgangsinstrument im ersten Verticul, von den Gebrüdern *Repsold*.

Aufgestellt im Südsaale. Beobachter: Herr Staatsrath *v Struve*.

Freie Oeffnung des Objectivs 6,25 Zoll. Brennweite 91 Zoll. Vergröfserung bei den Beobachtungen = 262. Länge der Axe 51,2 Zoll. Dicke der Zapfen 4,3 Zoll. Das Fernrohr am Ende der Axe. Die Rohrhälften conisch. Die Wasserwage immer auf der Axe. 1 Pariser Linie auf der Wasserwage = 0,94 Bogensecunden. Die Umlegung des Instruments aus der Lage F. N. (Fernrohr nach Norden) in die F. S. (Fernrohr nach Süden) kann in 16 Secunden ausgeführt werden. Im Brennpuncte befinden sich 2 horizontale Fäden in einer Bogenminute Abstand und 11 feste senkrechte, so wie ein durch eine Micrometerschraube beweglicher. 1 Umgang dieser Schraube ($=r$) = 28,5 Bogensecunden. Die festen senkrechten Fäden sind so aufgespannt, dafs nach beiden Seiten vom mittlern (VI) an, der Abstand der nächsten (V u. VII) gleich $4r = 114$ Bogensecunden, der der übrigen unter sich $2r = 57$ Bogensecunden ist. So dienen die festen Fäden zugleich zur Ablesung der Umgänge der Micrometerschraube des beweglichen. Der Zweck des Instruments ist Bestimmung der Meridian-Zenith-Distanz der dem Scheitel nahe südlich vorbeigehenden Sterne. — Beträgt

Digitized by Google

dieselbe nur wenige Minuten, so wird der bewegliche Faden in dem Raume zwischen den Fäden V und VII gebracht, so z. B. bei v im grofsen Bären, der jetzt noch 60′ nördlich vom Scheitel vorbeigeht. Die andern Sterne bis auf 3° Zenithdistanz werden so beobachtet, dafs in der östlichen Verticalhälfte der Durchgang durch 5 Fäden in einer Lage (z. B. F. N.) genommen, und dann das Instrument umgelegt wird, so dafs unmittelbar darauf der Durchgang in der andern Lage (F. S.) wiederum an denselben Fäden in entgegengesetzter Folge beobachtet werden kann. Hierbei fällt einzig der Durchgang des Mittelfadens aus, und der Abstand der Fäden von der Normalen zur Umdrehungsaxe wird vollständig eliminirt. So wie der Stern nachher in den Westvertical tritt, wird zuerst in der Lage F. S. an denselben 5 Fäden beobachtet, und nach abermaliger Umlegung wieder in der ersten F. N. An verschiedenen Tagen wird abwechselnd mit F. N. und F. S. begonnen. Dafs die Figur der Zapfen auf die so gewonnenen Z. D. gar keinen Einfluss hat, wenn die Lagerflächen symmetrisch zur Schnittlinie sind, ist leicht einzusehen. Den Künstlern gereicht indefs die Vollkommenheit, mit der sie diese ihres grofsen Durchmessers wegen schwer zu bearbeitenden Zapfen ausgeführt haben, zu grofser Ehre. Bei einer vorläufigen in meiner Gegenwart gemachten Prüfung, bei der das durch den ganzen Kreis bewegte Fernrohr in 8 um 45° verschiedene Stellungen gebracht ward, veränderte sich der Stand der mit einem Querniveau versehenen Wasserwage auf der Axe um kaum $= 0''2$ im Bogen. Uebrigens soll die Form jedes der Zapfen noch aufs genaueste durch einen Fühlniveau-Apparat untersucht werden.

Zur Berichtigung der optischen Axe gegen die Umdrehungsaxe werden 2 kleinere Passageinstrumente (dieselben die bei dem Meridiankreise gebraucht werden) innerhalb des Saales auf schweren Holzstativen, die auf isolirten Fundamenten stehen, in O. und W. aufgestellt. Herr Staatsrath *v. Struve* hat gefunden, dafs die Abbiegung der Gesichtslinie durch die Wirkung der Schwere bei verticaler Stellung des Rohrs 3,5 Bogensecunden beträgt.

Pendeluhr von *Muston* in London.

Zunächst wird dies Instrument von Herrn Staatsrath *v. Struve* zur Bestimmung der Constante der Aberration durch die Beobachtung verschiedener Sterne zur Zeit des Maximums und Minimums der Aberration in Declination angewandt.

Es ist schon in den Astr. Nachr. (Nr. 404.) eine Probe von den Leistungen dieses Instruments gegeben. Da aber bei den dort abgedruckten Beobachtungen von υ Ursae majoris, der durch das Micrometer bewegliche Faden benutzt ward, so wird es nicht unpassend seyn, hier die Beobachtungen von 39 (h) Draconis aufzuführen, die an den festen Fäden gemacht sind.

Datum 1840.	Beobachtete südl. Z. D.	Mittlere Z. D. für 1840,00.	Diff. vom Mittel.
Aug. 20.	1°3′33″37	1°3′43″25	+ 0″04
—— 23.	32,67	43,31	+ 0,10
—— 25.	32,38	43,18	— 0,03
—— 26.	32,09	43,06	— 0,16
—— 27.	32,29	43,42	+ 0,21
—— 28.	31,88	43,17	— 0,04
—— 30.	31,61	43,21	0,00
Sept. 7.	30,39	43,05	— 0,16
—— 24.	29,28	43,13	— 0,08
—— 25.	29,48	43,35	+ 0,14
—— 26.	29,29	43,18	— 0,03
—— 28.	29,31	43,23	+ 0,02
		Mittel	1°3′43″21 1.

Die Vergleichung der einzelnen Bestimmungen mit dem Mittel geben den wahrscheinlichen Fehler einer Zenithdistanz eines Tages 0,087.

II. Meridiankreis, von den Gebrüdern *Repsold*.

Aufgestellt im Ostsaale. Beobachter: *Sabler*.

Fernrohr von 83,2 Zoll Brennweite und 5,8 Zoll Oeffnung. Vergröfserung im Gebrauche = 246. Objectiv und Ocular können an den beiden conischen Rohrhälften verwechselt werden, um die Biegung des Rohrs zu eliminiren. Die Axe hat 42 Zoll Länge. Auf ihr 2 Kreise, jeder von 48 Zoll Durchmesser zu 2 Minuten getheilt. Die beiden Microscopenträger sitzen nicht auf der Axe, sondern sind an den Lagern fest. Jeder hat 4 Microscope. Auf besondern Granitpfeilern in Nord und Süd aufgestellt, befindet sich der Hülfsapparat. Er besteht:

1. aus 2 cylindrischen Horizontalcollimatoren (deren Axen durch Libellen nivellirt werden) von 40 Zoll Brennweite und 1,9 Zoll Oeffnung;
2. aus 2 Durchgangsinstrumenten von 3,1 Zoll Oeffnung und 40 Zoll Brennweite, mit Fädenmicrometern versehen.

Die ersten geben die constante Richtung, von welcher alle Messungen in verticalem Sinne ausgehen. Die letzten dienen zur Berichtigung der optischen Axe des Meridiankreises, indem die Abweichung derselben von dem Perpendikel auf die Umdrehungsaxe direct an den Micrometern der Hülfsfernröhre gemessen wird; eine Operation, die bei jedesmaliger Anwendung schwerlich eine Unsicherheit von mehr als 0″1 im Bogen nachläfst.

Pendeluhr von *Tiede* in Berlin.

Digitized by Google

Die im Juli und August von Herrn Dr. *Sabler* auf beiden Kreisen, in beiden Culminationen und in beiden Lagen von Objectiv und Ocular beobachteten und mit den Collimatoren verglichenen Oerter des Polarsternes, geben für die Polhöhe unter Anwendung der Dorpater Strahlenbrechung:

durch Kreis A. 59° 46′ 18″75 durch Kreis B. 59° 46′ 18″55

Mittel 59° 46′ 18″65.

ein Resultat, das mit keiner andern constanten Unsicherheit behaftet ist, als der, welche aus einem etwanigen Theilungsfehler hervorgeht.

Es ist bekannt, dafs man die Amplitude von 180°, welche die Horizontalcollimatoren darbieten, durch den Kreis, unabhängig von dessen Theilungsfehlern messen kann, weil nach der Drehung um 180° dieselben Striche unter die Microscope treten. Hieraus folgt, dafs die beiden Kreise des Instruments bei gleichzeitiger Anwendung für die Bestimmung dieser Amplitude bis auf die Gränze der Genauigkeit der Ablesung an den Microscopen übereinstimmende Werthe hätten geben sollen. Die Beobachtung hat aber bei einerlei Lage von Objectiv und Ocular constante Unterschiede zwischen den an beiden gemessenen Amplituden mit gröfster Sicherheit erkennen lassen. Nachdem Herr Staatsrath *v. Struve* ihren Grund in einer unregelmäfsigen Durchbiegung der Kreise erkannte, wurden die Beobachtungen mit umgesteckten Objectiv und Ocular wiederholt und traten nun wie erwartet mit entgegengesetzten Zeichen hervor. Es ist leicht einzusehen, dafs die Umsteckung von Ocular und Objectiv, aufser der Eliminirung der Biegung der Rohrhälften, auch jede von der Schwere hervorgebrachte unregelmäfsige Formänderung der Kreise unschädlich macht.

Der Meridiankreis der Gebrüder *Repsold* soll vorzugsweise zur Anfertigung eines Fixsterncatalogs angewandt werden, der die ohngefähr 13,000 Sterne bis zur 7ten Gröfse inclusive, die zwischen dem Nordpol und 15° südliche Abweichung sich befinden, jeden durch mehrfache Beobachtungen bestimmt, enthalten wird.

III. Durchgangsinstrument im Meridian, von *Ertel*.

Aufgestellt im westlichen Saale. Beobachter: *Peters*.

Oeffnung des Objectivs 5,8 Zoll. Brennweite 102 Zoll. Vergröfserung im gewöhnlichen Gebrauche = 292. Die Rohrhälften sind conisch. Objectiv und Ocular sind umzustecken. Die Länge der Axe ist 46 Zoll.

Die Figur der Zapfen ist durch einen vom Künstler mitgegebenen Apparat mit Fühlniveau vollständig untersucht und ermittelt worden, wodurch bei gehöriger Berücksichtigung die mit diesem Instrumente beobachteten Unterschiede der geraden Aufsteigungen sich unabhängig sowohl von den Unvollkommenheiten der Zapfen, als auch von einer möglichen ungleichen Abnutzung derselben erhalten lassen, da diese Untersuchung, so oft es nöthig ist, wiederholt werden kann.

Pendeluhr von *Hauth* in St. Petersburg, mit einem Compensationspendel von Zink und Stahl, das in der eigenen mechanischen Werkstatt der Sternwarte ausgeführt worden ist. Die Uhr steht auf einem eisernen Stativ, das zugleich als Uhrkasten dient und hat 2 correspondirende Zifferblätter, das eine gegen das obige Instrument, das andere gegen den Verticalkreis gewandt.

IV. Verticalkreis von *Ertel*.

Aufgestellt ebenfalls im westlichen Saale. Beobachter *Peters*.

Die Grundlage dieses Instruments bildet ein cylindrischer Granitblock von 52 Zoll Durchmesser. Das Instrument steht auf demselben an einer verticalen Säule durch die eine stählerne Axe durchgeht, und kann also in jedes Azimuth gebracht werden, wird aber nur in der Nähe des Meridians gebraucht.

Das Fernrohr hat 5,9 Zoll Oeffnung bei nur 74 Zoll Brennweite. Vergröfserung im Gebrauche = 215. Objectiv und Ocular können am Rohre verwechselt werden. Die auf der optischen Axe senkrechten Durchschnitte der Rohrhälften sind Ellipsen, deren gröfsere Axen in der Verticalebene liegen. Das Verhältnifs der Axen ist der Mitte zunächst = 2 : 1, und nimmt von da gleichförmig ab, bis die Ellipsen, da wo die Objectiv- und Ocularfassungen aufsitzen, in Kreise übergehen.

Der eingetheilte Kreis hat 43 Zoll Durchmesser, und giebt unmittelbar 2 Minuten an. Die Ablesung geschieht an 4 Microscopen, deren Träger mit dem Lagerstück der horizontalen Axe unveränderlich verbunden ist.

Als Hülfsapparat sind in N. und S. auf Granitpfeilern zwei Fernröhre von 2,1 Zoll Oeffnung und 46 Zoll Brennweite aufgestellt, die auf einander gerichtet werden, um zur Bestimmung der Totalbiegung im Horizonte zu dienen, auch wird durch sie die optische Axe zur Umdrehungsaxe wie am Durchgangsinstrumente berichtet.

An diesem Instrumente werden direct doppelte Meridian-Zenithdistanzen der Sterne gemessen, indem es bei jeder Culmination in beiden Lagen gebraucht wird.

Die von Dr. *Peters* im Juni und Juli beobachteten Zenithdistanzen des Polarsterns geben folgende Polhöhen unter Anwendung der Dorpater Refraction:

Digitized by Google

Lage I von Objectiv und Ocular.

Obere Culmination.		Abw. v. Mittel.	Untere Culmination.		Abw. v. Mittel.
1840 Juni 1	$\varphi = 59°46'19''08$	0''41	Juni 10	$\varphi = 59°46'18''46$	0''62
10	19,57	0,08	13	18,97	0,11
13	19,39	0,10	14	19,10	0,02
14	19,53	0,04	17	19,00	0,08
Juli 20	19,72	0,23	Juli 22	19,18	0,10
23	19,64	0,15	25	19,08	0,00
24	19,43	0,06	27	19,34	0,26
26	19,55	0,06	28	19,40	0,32
Mittel	59°46'19''49.		Mittel	59°46'19''08.	

Lage II von Objectiv und Ocular.

1840 Juni 23	$\varphi = 59°46'18''43$	0''23	Juni 23	$\varphi = 59°46'17''88$	0''22
24	18,84	0,18	24	17,76	0,34
26	18,71	0,05	Juli 1	18,21	0,11
27	18,64	0,02	3	18,08	0,02
30	18,36	0,30	12	18,25	0,15
Juli 1	18,54	0,12	13	18,26	0,16
3	18,52	0,14	14	18,26	0,16
4	18,82	0,16	16	17,99	0,11
6	18,87	0,20	Mittel	59°46'18''10.	
9	18,69	0,03			
11	18,84	0,18			
Mittel	59°46'18''66.				

Es giebt also, wenn b den Einfluss der Biegung für die Richtung nach dem Pole, und wenn $\Delta\delta$ die Verbesserung der Declination aus *Encke's* Ephemeride bedeuten:

Lage I.	$\varphi = 59°46'19''28 + b$	$\Delta\delta = -0''205$
II.	$18,38 - b$	$-0,280$
Endresultat	$\varphi = 59°46'18''83.$	$\Delta\delta = -0''242.$

Der wahrscheinliche Fehler dieser beiden Endresultate ist 0,026, abgeleitet aus dem einer Zenithdistanz eines Tages gleich 0''142, wie er aus den Abweichungen vom Mittel sich ergiebt.

Die beiden Instrumente III und IV sollen besonders zur Ermittelung der Fundamentalbestimmungen verwandt werden, namentlich zur Bestimmung der Lage der Aequinoctialpuncte durch sehr vollständige Sonnenbeobachtungen. In dieser Anwendung glaubt Herr Staatsrath *v. Struve* dem Verticalkreise an dem, seiner Natur nach, in jeder Culmination mehrere Zenithdistanzen in beiden Lagen gemessen werden können, einen entschiedenen Vorzug vor dem Meridiankreise einräumen zu müssen, während nur durch den Meridiankreis die Catalogisirung einer grofsen Anzahl von Sternen erfolgreich durchgeführt werden kann.

Anmerk. Die bisher genannten 4 Instrumente werden, wenn nicht beobachtet wird, durch Häuser aus Mahagoniholz, welche sich auf Rollen und Schienen bewegen und zwei offene Seiten haben, die aber auch durch Vorhänge geschlossen werden können, gegen Staub und Feuchtigkeit geschützt. Diese beweglichen Häuser bieten noch zwei Vortheile dar, erstlich dafs bei plötzlich eintretendem Regen oder Schnee die Instrumente schneller bedacht werden können, als es durch Schliefsung der Klappen möglich seyn würde; zweitens, dafs man zur bessern Ausgleichung der Temperatur die Klappen ohne alle Gefahr für das Instrument längere Zeit geöffnet lassen kann.

Die Polhöhe von Pulkowa scheint schon innerhalb sehr enger Grenzen bestimmt zu seyn. Es giebt nämlich:

der *Repsold*sche Meridiankreis	59°46'18''65
der *Ertel*sche Verticalkreis	18,83
Mittel	59°46'18''74

Beide Instrumente liegen genau auf demselben Parallel unter sich und mit dem Centro des mittlern grofsen Drehthurms, in welchem der grofse Refractor aufgestellt ist.

Der Ort des Durchgangsinstruments im ersten Vertical ist 0''67 südlicher. Die mit diesem Instrumente beobachteten Zenithdistanzen würden gleichfalls zur Bestimmung der Polhöhe angewandt werden können, wenn wir Stern-Declinationen hätten, die der Genauigkeit der durch das *Repsold*sche Durchgangsinstrument zu erhaltenden Resultate entsprächen.

Die Länge der Sternwarte von Pulkowa ist nach der Chronometerverbindung, die im Jahre 1833 zwischen Cronstadt und Lübeck durch den Herrn Generallieutenant *v. Schubert* ausgeführt ist, unter Zuziehung einer geodätischen Verbindung zwischen Cronstadt und Pulkowa: $1^h 52' 3''2$ von Paris.

Es ist indessen zu bemerken, dafs die vortreffliche Operation des Herrn Generallieutenants *v. Schubert* nicht allein die Ermittelung des Längenunterschiedes zwischen Petersburg und Altona zum Zweck hatte, sondern ihrer Bestimmung nach viele zwischenliegende Puncte mitnehmen mufste, wodurch die

Digitized by Google

Dauer der Reisen länger und ihre Anzahl geringer ward, als es für die Bestimmung eines einzigen Längenunterschiedes (Petersburg — Altona) nöthig gewesen wäre. In dieser Beziehung möchten neue und oft wiederhohlte Chronometerreisen, bei denen die Zeit unmittelbar von Pulkowa nach Altona (und umgekehrt) übertragen würde, sehr wünschenswerth seyn. Die Dampfschiff-Verbindung zwischen Cronstadt und Travemünde bietet dazu die beste Gelegenheit.

V. Grofser Refractor im optischen Institut zu München von *Merz* und *Mahler* ausgeführt.

Aufgestellt auf dem gröfsten, mittleren Drehthurme. Beobachter *O. Struve*.

Freie Oeffnung des Objectivs 14,93 Zoll. Brennweite 22,0 Fufs. Das Instrument ruht auf einer zum Stative behauenen und polirten Granitmasse. Diese Aufstellung gewährt wesentliche Vortheile vor der von *Fraunhofer* angewandten Aufstellung auf einem hölzernen Stative. Erstlich eine gröfsere Festigkeit und Unveränderlichkeit des Standes, und zweitens eine gröfsere Bequemlichkeit der Beobachtung in jeder Lage. An *Fraunhofers* hölzernem Stative hinderte der von Ost nach West gehende Balken der Kreuzschwelle und dessen Verbindung mit dem senkrechten Gebälke die Beobachtung in der Nähe des Scheitels so sehr, dafs nach Erfahrungen in Dorpat jede genaue Beobachtung zwischen dem Scheitel und 35° Z. D. unmöglich oder unbequem war, während bei der Aufstellung auf Stein in Pulkowa im Scheitel selbst mit derselben Bequemlichkeit beobachtet wird, wie an jedem gut aufgestellten Meridianinstrumente. Für die völlig bequeme Lage des Beobachters in allen Richtungen des Fernrohrs ist durch ein eigenthümliches auf 3 Rollen ganz leicht bewegliches Gerüst, welches von 30° Z. D. bis zum Horizonte ausreicht und durch zwei besondere Sessel bei Beobachtungen näher zum Scheitel gesorgt.

Das Fernrohr hat 6 freie Oculare, zwei Ringmicrometer und zwei ganz gleiche Fadenmicrometer, damit wenn zufällig ein Faden reifsen sollte, die Beobachtung durch das zweite Micrometer fortgesetzt werden kann.

Zu den Filarmicrometern sind 9 Oculare:

	Vergr.	Feld.		Vergr.	Feld.
I.	138	11'9	VI.	858	2'1
II.	207	9,0	VII.	1169	1,9
III.	309	6,7	VIII	1458	1,2
IV.	412	4,0	IX.	1822	1,1
V.	708	3,1			

Die Vergröfserungen sind mit dem bekannten *Ramsden*schen Apparate bestimmt.

Nr. IV. = 412 ist die schwächste Vergröfserung, die bei den Micrometermessungen der Doppelsterne gebraucht wird.

Nr. VI. = 858 ist die am häufigsten angewandte.

Nr. VIII. = 1458 wird in günstigen Fällen mit Erfolg benutzt.

Nr. IX. = 1822 ist bisher nicht bei Messungen angewandt worden.

Der Sucher hat 3,0 Zoll Oeffnung und 45,5 Zoll Brennweite.

Pendeluhr von *Hauth*.

Der grofse Refractor ist bisher vorzugsweise zur Fortführung der Messungen der Doppelsterne benutzt worden, indem Herr *O. Struve* theils Doppelsterne, an denen eine Bewegung erkannt oder vermuthet worden, regelmäfsig verfolgt, theils die Messungen anderer Doppelsterne wiederholt, um die Pulkowaer Messungen mit den Dorpatern vergleichbar zu machen und neue Bewegungen aufzufinden. Hier zur Probe einige mit VI = 858 oder stärkerer Vergröfserung von *O. Struve* gemachte Micrometermessungen:

	ζ Cancri die beiden nächsten.			ξ Ursae majoris.	
1840,27	0″96	4°7	1840,34	2″28	156°1
29	0,88	5,6	35	2,23	155,3
29	0,73	5,5	41	2,20	156,7
29	0,96	5,2	42	2,28	155,2
29	0,96	5,7	43	2,22	155,0
31	0,99	8,0	44	2,26	154,5
31	0,99	8,3	1840,40	2,254	155,47
Mittel 1840,29	0,924	6,14			

	γ Virginis.			η Coronae.	
1840,42	1″46	25°4	1840,47	0″45	138°3
43	1,29	25,4	49	0,55	135,1
44	1,27	25,0	51	0,54	135,6
47	1,30	25,7	54	0,51	140,0
50	1,24	25,6	57	0,57	133,4
Mittel 1840,15	1,312	25,42	1840,52	0,524	136,52

Folgende Zusammenstellung der am Refractor in Dorpat und zuletzt in Pulkowa gemachten Messungen von γ Virginis nach den jährlichen Mitteln scheint besonders interessant:

γ Virginis.

Epoche.	Distanz.	Richtung.
1825,32	2″373	277°65′
1828,38	2,070	271 30
1829,39	1,782	268 17
1831,36	1,492	260 55
1832,32	1,262	253 30
1833,37	1,056	245 32
1834,38	0,912	231 40
1836,38	0,514	195 29

Digitized by Google

Epoche.	Distanz.	Richtung.
1836,41	0″257	151°34′
1837,41	0,585	77 55
1838,43	0,801	51 5
1840,45	1,312	25 42

In 15,13 Jahren ist an diesem Sternenpaare eine Stellungsänderung von 252° 13′ bei ihrem Durchgange durch das Perihelium beobachtet worden.

Zwei interessante Phänomene haben sich schon aus den Pulkowaer Beobachtungen mit dem grofsen Refractor dargestellt.

α Leonis war 1825 bis 1833 doppelt, ward aber immer schwieriger zu beobachten wegen fortschreitender Annäherung. 1838 war er in Dorpat einfach, vielleicht mit einer sehr schwachen Spur von Difformität. 1840 wurde in Pulkowa schon wieder das getrennte Sternenpaar gesehen.

Für Nr. 2173 Str. war aus Messungen von 1829 bis 1832 für 1830,84 die Relation: Distanz = 0″622, Richtung = 323°8 gefunden worden, wobei die Sterne etwas ungleich aber ausgezeichnet gelb oder golden erschienen. In den Jahren 1836 und 1837 wurde in Dorpat von Herrn Staatsrath v. *Struve* der Stern einfach mit grofser Intensität der gelben Farbe gesehen. In Pulkowa sah *O. Struve* die getrennten Sterne ohne alle Schwierigkeit und mafs für 1840,54 die Distanz 0″57 und die Richtung = 178°3. Der Winkelunterschied von 145°5 zeigt, dafs zwischen 1832 und 1840 eine fast centrale Bedeckung der beiden Sterne statt gefunden hat.

VI. Das Heliometer, im optischen Institute zu München ausgeführt von *Merz* und *Mahler*.

Aufgestellt im östlichen kleineren Drehthurme. Beobachter: *Fuss*.

Aufstellung wie bei dem grofsen Refractor auf einem aus Granit gehauenen Stative.

Oeffnung des Objectivs 7,5 Zoll. Brennweite 10 Fufs. Im Ganzen ist das Instrument nach dem berühmten Königsberger Heliometer gearbeitet. Ihm eigen ist es, dafs durch Anbringung eines kleinen Fernrohrs am Ocularende die Ablesung der Micrometerschrauben und mit Hülfe eines Spiegels auch die des Positionskreises vom Beobachter gemacht werden kann, ohne dafs er seinen Ort zu verändern braucht, und dafs es gleichfalls nicht nöthig ist, die Richtung des Fernrohrs bei den Ablesungen zu ändern.

Obgleich das Instrument schon aufgestellt ist, so werden die Beobachtungen an demselben erst dann angefangen werden, wenn die Untersuchungen der übrigen Instrumente ganz vollendet sind, weil dieser Apparat vor andern ein eigenthümliches Studium erfordert. Inzwischen hat Herr *G. v. Fuss* eine wichtige Reductionsarbeit ausgeführt, nämlich alle Sterne, die in *Hardings* Atlas bis zur 7ten Gröfse und zwischen dem Nordpol und — 15° südl. Declination sind, nach diesen Charten bestimmt und deren Position auf 1840 reducirt; ein Catalog, der als Grundlage der Arbeiten am Meridiankreise dienen soll.

An jedem dieser Instrumente sind nach der Aufstellung mehrere zu gröfserer Sicherheit und Bequemlichkeit der Beobachtungen dienende Veränderungen vorgenommen worden, die in der eigenen mechanischen Werkstatt der Sternwarte von den Herren *Pohrt* und *Wetzer* ausgeführt worden.

In einem der 8 innern Pfeiler des heizbaren Mittelsaales der Sternwarte, welche das Gewölbe tragen, auf dem der grofse Refractor ruht, ist eine durch Glasthüren verschliefsbare Nische angebracht, in der die nach Sternzeit gehende Normaluhr von *Kessels*, die noch in diesem Jahre erwartet wird, aufgestellt werden soll. Da in dieser Nische, der sie umgebenden grofsen Mauermasse wegen, nur sehr langsame Temperaturänderungen vorgehen können, so wird die in ihr befindliche Uhr zur Controlle des Ganges der übrigen Uhren innerhalb der täglichen Perioden dienen können. Die Vergleichung der übrigen ebenfalls nach Sternzeit gehenden Uhren mit der Normaluhr wird durch ein nach mittlerer Zeit gehendes Chronometer ausgeführt.

Im westlichen kleineren Thurme befindet sich ein Cometensucher aus München von 3,8 Zoll Oeffnung parallactisch aufgestellt.

Aufserhalb der eigentlichen Sternwarte sind auf dem sie zunächst umgebenden Rasenplätzen nach SO., SW., NW und NO. vom Centro der Sternwarte aus, 4 kleinere Beobachtungshäuschen aufgerichtet, drei runde, mit auf Rollen und Eisenbahnen beweglicher Bedachung von 11 Fufs innerem Durchmesser, und ein viereckiges von 12 Fufs innerem Durchmesser mit einem Meridiandurchschnitte. Sie sollen zur Aufstellung kleinerer Instrumente dienen, theils um darin berichtigt und geprüft zu werden, theils um den sich bei der Sternwarte aufhaltenden jungen Astronomen und Officieren Gelegenheit zu geben, sich im Beobachten zu üben. In dem viereckigen Häuschen wird ein 4füfsiges Durchgangsinstrument von *Ertel* aufgestellt. Es schien zweckmäfsig, diese Uebungslocale gänzlich von der eigentlichen Sternwarte zu sondern. —

Alle Längenmafse sind in Russischen Fufsen und Zollen angegeben, die bekanntlich mit den Englischen identisch sind.

S.

Digitized by Google

Gang des Chronometers Kessels 1314.

Der vortreffliche Chronometer Kessels 1314, dessen schon mehrmals in den Astr. Nachr. Erwähnung geschehen, erfordert nach der Meinung des Künstlers jetzt besondere Aufmerksamkeit, da er nun so lange gegangen, dafs ein Verderben des Oels zu befürchten und deshalb Reinigung im nächsten Frühjahr nöthig seyn könnte. Dies gab Veranlassung, die Beobachtungen der letzten Jahre zusammenzustellen, deren Ergebnisse hier folgen.

Der Chronometer hat in dieser Zeit gröfstentheils ruhig gestanden und ist nur zuweilen eine Viertelstunde lang in der Stadt hin und hergetragen worden. Sein Stand gegen mittlere Zeit wurde je nach Bedürfnifs durch correspondirende Sonnenhöhen bestimmt. Die Unsicherheit solcher Bestimmung schwankt nach vieljährigen Erfahrungen zwischen $0^s.1$ und $0^s.4$. Vergleichungen mit einer Pendeluhr nahm ich freilich auch von Zeit zu Zeit vor; sie konnten aber zu dieser Prüfung des Chronometers nicht dienen, da bis jetzt noch die Mittel fehlen, die Pendeluhr auf eine schärfere Weise mit dem Himmel zu vergleichen. Erst im künftigen Jahre, wenn das jetzt im Bau begriffene Local vollendet und ein kleines Passagen-Instrument aufgestellt seyn wird, darf ich hoffen, regelmäfsig fortlaufende Zeitbestimmungen zu erhalten.

Meine bisherigen isolirten Beobachtungen waren folgende:

			K. 1314.	M. Z.
1.	1838	Jul. 14.	$0^h\,13'\,9''.16$	$0^h\,5'\,24''.82$
2.		Aug 12.	0 13 48,36	0 4 48,36
3.		Octbr. 1.	0 1 15,70	23 49 46,17
4.	1839	März 9.	0 32 15,23	0 10 52,37
5.		März 13.	0 31 29,25	0 9 48,75
6.		April 11.	0 25 3,49	0 1 10,80
7.		April 16.	0 24 8,36	23 59 53,13
8.		Jul. 14.	0 37 8,94	0 5 24,03
9.		Sept. 26.	0 29 49,62	23 51 28,97
10.	1840	Febr. 14.	1 6 34,18	0 14 32,44
11.		Mai 28.	1 0 39,85	23 56 56,90
12.		Aug. 1.	1 17 36,21	0 5 59,19
13.		Sept. 21.	1 10 51,33	23 52 55,60

Verwandle ich die Angaben des Chronometers in Decimalbrüche des Tages, ziehe die erste von allen übrigen ab, und bezeichne den Rest, die Zeit von Anfang, mit Z, benenne überdies die Differenz $M.Z-K$, den Stand des Chronometers mit dem Buchstaben s, und suche den jedesmaligen mittleren Gang g durch Division der Unterschiede dieser Gröfsen, so habe ich folgende Tafel:

	s	s	g
1.	0,0000	— 7′44″34	— 2,609
(2.)	29,0005	— 9 0,00	— 2,991
3.	78,9918	— 11 29,58	— 3,731
4.	238,0133	— 21 22,86	— 4,411
(5.)	242,0128	— 21 40,50	— 4,559
(6.)	271,0083	— 23 52,69	— 4,509
(7.)	276,0077	— 24 15,23	— 5,052
8.	365,0167	— 31 44,91	— 5,348
9.	439,0116	— 38 20,65	— 5,828
10.	580,0371	— 52 1,74	— 6,743
11.	684,0330	— 63 42,95	— 7,292
12.	749,0446	— 71 37,02	— 7,292
(13.)	800,0401	— 77 55,73	— 7,427

Mit Ausnahme des letzten g, welches etwas kleiner ist, als nach den vorhergehenden zu erwarten war, zeigt sich hier eine so überaus regelmäfsige Zunahme des mittleren Ganges, dafs es der Mühe werth schien zu versuchen, in wie weit sich wohl das Gesetz dieser Zunahme darstellen liefse.

Zu dem Ende machte ich einen Auszug aus der vorigen Tafel, indem ich die eben schon eingeklammerten Beobachtungen wegliefs, die g aufs Neue berechnete, und daneben diejenigen Zeiten ansetzte, die dem arithmetischen Mittel der Beobachtungszeiten entsprechen. Dies gab:

	s	g
1.	39,4959	— 2,851
3.	158,5026	— 3,731
4.	301,5150	— 4,898
8.	402,0142	— 5,348
9.	509,5244	— 5,823
10.	632,0351	— 6,743
11.	716,5389	— 7,292
12.		

Die Differenzen der g dividirt durch die Differenzen der s stellen dann offenbar die mittlere tägliche Veränderung des mittleren täglichen Ganges dar, entsprechend den Zeiten, die wieder das Mittel aus obigen Mitteln sind, nämlich:

s	$\frac{\Delta g}{\Delta s}$
98,9992	— 0,0073945
230,0088	— 0,0081600
351,7646	— 0,0044776
455,7692	— 0,0044181
570,7797	— 0,0075095
674,2870	— 0,0064967

Hieraus ergiebt sich nun deutlich, dafs die Beschleunigung des täglichen Ganges im Allgemeinen, wenn gleich nicht constant, doch sehr regelmäfsig war. Zugleich aber zeigt sich die Richtigkeit von Herrn *Kessels* Warnung: aufzumerken, ob sich

Digitized by Google

der Gang nicht jetzt ändern werde; denn nehme ich die letzte Beobachtung hinzu, so kommt noch

745,5407 — 0,0023274 .

was offenbar auf eine eintretende Abänderung in der bisherigen Folge hindeutet, und zu weiterer Untersuchung auffordert.

Die Gleichförmigkeit in dem Gange des Chronometers forderte zu dem Versuche auf, eine Formel aufzustellen, nach welcher sich der mittlere Gang für beliebige Zwischenzeiten berechnen liefse. Ich fand näherungsweise:

$$g = -2{,}204 - 0{,}0144634\,\epsilon + 0{,}0000247044\,\epsilon^2 - 0{,}00000002033\,\epsilon^3$$

und bedürften darnach die berechneten g der Correctionen:

$$\begin{array}{r} -0{,}113 \\ +0{,}226 \\ -0{,}022 \\ -0{,}055 \\ +0{,}026 \\ -0{,}133 \\ +0{,}072 \end{array}$$

eine Uebereinstimmung, welche, selbst abgesehen davon, dafs sie durch eine genauere Rechnung wahrscheinlich noch bedeutend vergröfsert werden könnte, bei diesen grofsen Zwischenzeiten von mehreren Monaten gewifs befriedigend genannt zu werden verdient.

Zur endlichen Prüfung, was sich denn wohl für die Genauigkeit einer Zeitangabe erwarten liefse, welche für eine Zwischenzeit blofs interpolirt wäre, gebrauchte ich die oben nicht mitbenutzten Beobachtungen, und fand, indem ich mittelst jener Näherungsformel jedesmal von der vorigen und der folgenden ausging, aus beiden Resultaten das Mittel nahm und dieses mit dem beobachteten Stande verglich, folgende an den berechneten Stand anzubringende Correctionen:

2. — 1″02
5. + 1,89
6. + 4,53
7. + 5,20

wodurch also die Thatsache festgestellt war, dafs man mit diesem Chronometer die Zeit auf beiläufig 4ˢ immer sicher hat, wenn man ihn auch nur alle Vierteljahr mit dem Himmel vergleicht.

Marburg, den 23ten Septbr. 1840.

Gerling.

Schreiben des Herrn Professors *Bache* an den Herausgeber.

Philadelphia 1840. July 6.

Having learned in answer to an inquiry, addressed to Mr. *Meyerstein* and Professor *Gauss* that I may forward magnetic observations to the Professor through you, I take the liberty to trouble you with the inclosed requesting you will forward it to Göttingen. The paper contains the observations of the declinometer for August and November of 1839 and February 1840. I have now an observatory under way at the Giraud College, mounted with Prof. *Gauss's* instruments and with the vertical force instrument of Prof. *Lloyd*, making the bi-hourly observations and monthly term observations in concert with the British philosophers: the necessary meteorological instruments are also provided. There is a second observatory acting in part in the same concert, namely that of Mr. *Bird* at Cambridge Massachusetts. The Philosophical society of our City has addressed Congress on the subject of making a national co-operation in the great scheme now in progress, the result of this application is however yet doubtful: it has the support in Congress of ex-President *Adams* and in the government of the enlightened secretary of war Mr. *Poinsett*.

Knowing the interest which you take in the extension of science I have thought these particulars might not be out of place.

A. D. Bache.

Inhalt.

(zu Nr. 409.) Ueber die Sternwarte in Leiden, und die ersten daselbst angestellten Micrometer-Messungen. Von Herrn Professor *P. Kaiser*. p. 1.
(zu Nr. 410.) The Moons Right Ascension, Declination and Horizontal Parallax for the time of her transit over the meridian of Altona for the year 1841 with the logarithms of coefficients for facilitating the reduction to other Meridians. p. 17.
Schreiben des Herrn *Rümker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber. p. 23.
Bemerkungen über trigonometrische Nivellements, insbesondere über die terrestrische Strahlenbrechung. Von Herrn Professor Dr. *Grunert* zu Greifswald. p. 25.
Sternbedeckungen. p. 31.
(zu Nr. 411.) Nachrichten über die Kaiserliche Hauptsternwarte Pulkowa. Von dem Herausgeber. p. 33.
Gang des Chronometers Kessels 1314., von Herrn Professor *Gerling*. p. 45.
Schreiben des Herrn Professors *Bache* an den Herausgeber. p. 57.

Altona 1840. November 12

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 412.

Schreiben des Herrn Professors *v. Boguslawski*, Directors der Sternwarte in Breslau, an den Herausgeber.

Breslau 1840. Octbr. 18.

Das schon seit längerer Zeit zu astronomischen Beobachtungen äufserst ungünstige Wetter hat mir gewissermaafsen Gelegenheit bieten wollen, meine Versäumnisse einzuholen, was aber demungeachtet noch nicht vollständig geschehen ist. Mir bleibt daher um so mehr das Bedauern, dafs zwischen Sept. 28 und Oct. 3 völlig trüber Himmel verhindert hat, den eigentlichen Tag der gröfsten Lichtstärke Mira's wirklich zu beobachten, während mir jetzt nur übrig bleibt, Zeit und das Lichtmaximum durch Rechnung zu finden. Jene liegt offenbar dem Sept. 28 näher, als dem Oct. 3. Die diesjährige Beobachtungsreihe umfafst bis jetzt die Tage: Aug. 23. 24. 25. 26. 28. 30. 31, Sept. 1. 2. 3. 5. 9. 12. 17. 18. 21. 22. 23. 24. 28, Oct. 3. 6. 10. 13. Es bedarf nur noch der Bestimmung einiger Constanten durch Beobachtungen, um die vorjährige und diesjährige Reihe reduciren, und den Gang der Lichtstärke numerisch darstellen zu können. Man kann jedoch schon sehen, dafs die Resultate, welche Herr Professor *Argelander* im vorigen Jahre durch Vergleichungen mit bloßen Augen gefunden und in Nr. 398 der Astr. Nachr. dargelegt hat, in allen Stücken mit den hiesigen Ermittelungen harmoniren werden. Mira ist in diesem Jahre bei Weitem nicht so hell geworden, als im vorigen; in welchem Verhältnifs wird die Reduction ergeben.

Ob Sternschnuppenbeobachtungen wird wohl am 12ten und 13ten Novbr. d. J. eben so wenig zu denken seyn, als am 10ten August, höchstens am 13ten Novbr. Abends eine Stunde lang vor Aufgang des Mondes. — Ich habe Ihnen über dieses November-System wieder einen neuen Fund zu melden: eine Beobachtung, die fast 1000 Jahre zurückdatirt. Herr Dr. *Jacobi*, Privatdocent an unserer Universität im Fache der Geschichte, ein Freund meines Sohnes, hat, nun auch aufmerksam geworden, in *Pertz* Monumentis Germaniæ I. 369 nachstehende merkwürdige Stelle beachtet. Die Annales Fuldenses erzählen daselbst ad annum 855:

> Mense vero Octobri, xvj Kal. Novembres (i. e. October 17 a. St.) per totam noctem igniculi, instar spiculorum, occidentem versus per aerem densissimo ferebantur.

Nimmt man hiernach an, die Haupterscheinung habe um Mitternacht Fuldaer mittl. Zeit statt gefunden, und stellt man sie mit der Beobachtung *A. v. Humboldts* 1799 Nov. 11 so zusammen, wie in Nr. 391 der Astr. Nachr. die von meinem Sohne aufgefundene Prager Beobachtung von 1366 Oct. 21 a. St., so werden die daselbst aufgeführten Resultate nur um Kleinigkeiten geändert, die neuesten Beobachtungen aber noch viel besser dargestellt. Man erhält dadurch die jährliche Fortrückung des Oppositionspunktes in der Nähe des niedersteigenden Knotens $= +1'428$ geocentrischer Länge, mithin die jährliche Verspätigung der $\mathfrak{P} = 34^m00$, woraus die synodische Umlaufszeit $365^d\,6^h\,22'79$, die tropische $365^d\,6^h\,57'57$, und die siderische $365^d\,6^h\,37'38$ in rückläufiger Bewegung folgt, so wie die halbe grofse Axe der Bahn $= 1{,}0000367$, etwa nur um 720 geogr. Meilen gröfser, als die der Erdbahn. Hiernach stellen sich die berechneten Erscheinungen zu den beobachteten folgendermaafsen:

Berechnete mittl. Altonaer Zeit u. Länge der $\mathfrak{P}$				Beobachtet.			
855 a. St.	Oct.	16.	12^h0	$27°31'5$	Oct. 16.	12^h0	*Pertz* Monum. Germaniæ I. 369.
1366 ——	——	24.	13,5	39 41,2	—— 21.	15,7	Script. rer. Bohem. II. 389.
1799 n. St.	Nov.	11.	20,9	49 59,5	Nov. 11.	20,9	*A. v. Humboldt* Reise etc. II. 284.
1832 ——	——	12.	15,5	50 46,7	—— 12.	13,5	Ermittelung und Zusammenstellung von Herrn Geh.-Rath *Bessel* in den Astr. Nachrichten Bd. XVI. Nr. 381. p. 350.
1833 ——	——	12.	21,8	50 48,1	—— 12.	21,5	
1834 ——	——	13.	4,2	50 49,5	—— 13.	22,0	
1836 ——	——	12.	16,9	50 52,4	—— 13.	16,0	Anm. 1836 Nov. 12 war es in Breslau die ganze Nacht hindurch trübe.
1838 ——	——	13.	5,6	50 55,2	—— 13.	15,5	
1839 ——	——	13.	11,9	50 56,7	—— 13.	12,5	Beobachtet zu Breslau.

Digitized by Google

Künftig aber:
Berechnete mittl. Altonaer Zeit und Länge der ☾.

1840 n. St.	Nov. 12.	18^h3	50°58′1	Drei Tage nach dem Vollmond; ☾ Aufg. Nov. 13. 7^h 12^m.
1841 ——	—— 13.	0,6	50 59,5	Am Tage nach dem Neumonde.
1842 ——	—— 13.	7,0	51 0,9	Drei Tage nach dem ersten Viertel; ☾ Unterg. 15^h 16^m.

Den Unterschied von drei Tagen im Jahre 1366 darf man wohl nur als eine bloſse Perturbationsfolge ansehen; oder er hat vielleicht einen ähnlichen Grund, wie der eine Tag Unterschied im Jahre 1836.

Zu den in der Anlage zusammengestellten Sternbedeckungen, welche hier von 1839 Oct. 29 bis 1840 April 11 beobachtet worden sind, füge ich noch als Nr. 205 von mir die Beobachtung des Eintritts eines Sterns 8ter Gr. in den dunkeln Mondrand 1840 Mai 3. 9^h 20^m 27^s45 mittlerer oder 12^h 11^m 32^s81 Breslauer Sternzeit am 4½ Fh. mit 36maliger Vergröſserung. Die Zeitbestimmung war durch Culminationsbeobachtung von α Virginis gesichert und (wie gewöhnlich immer) durch Beobachtung des Polarsterns in beiden Lagen des nivellirten Passage-Instruments. Der bedeckte Stern steht: in *Bessels* Z. Nr. 507 1832 Febr. 1. 5^h 33^m 39^s20 und Nr. 523 1832 Febr. 23. 5^h 34^m 26^s20, so wie auch in der Hist. Cél. p. 143 1795 Febr. 16. III. 5^h 31 49^s3.

v. Boguslawski.

Sternbedeckungen beobachtet zu Breslau von 1839 October 29 bis 1840 April 11.

Nr.	1839 u. 1840.	Breslauer mittlere Zeit.	Breslauer Sternzeit.	Bedeckter Stern.	Gröſse.	Phase.	Fernrohr.	Vergröſs.	Bemerkungen.	Beobachter.	Zeit best. durch
182	October 29	$12^h17^m35^s97$	$2^h47^m57^s87$	83 q Cancri	6	E. h.	Fh.	162	nicht ganz zu verbürgen.	*v. Boguslawski.*	α Arietis.
183		12 53 58,45	3 24 26,32			A. d.	Fh.	72	gute Beobachtung.	*Bgl.*	α Ceti
		12 54 59,55	3 25 27,88				fh.	64	um 0°4 bis 0°8 unsicher u. vermuthl. um 1ˢ gefehlt.	*Ballo.*	π Tauri.
184	December 11	4 25 4,75	21 43 41,00	49 d Capric.	3.4	E. d.	H.	50	wegen Wolken sehr unsicher.	*Bgl.*	β Aquarii.
		4 25 6,22	21 43 42,46				fh.	64	desgleichen.	*Ballo.*	x —— ϑ ——
185	December 12	7 50 31,47	1 13 38,02	176 Aquarii	7	E. d.	Fh.	162	ausgezeichnet gute Beobachtung.	*Bgl.*	α Arietis.
		7 50 32,31	1 13 38,86				fh	144		*Ballo.*	
186	Januar 11	4 47 58,60	0 8 51,96	63 d Piscium	5	E. d.	H.	50	plötzlich; gute Beob.	*Bgl.*	
		4 47 58,21	0 8 51,58				fh.	144		*Ballo.*	
		4 48 0,09	0 8 53,46				fh.	40	durch Störung ungenau.	*Wiedemann.*	α Arietis.
187		5 50 57,45	1 12 1,13			A. h.	H.	70	anscheinend gute Beobachtung.	*Bgl.*	
		5 50 55,86	1 11 59,55				fh.	40	gute Beobachtung.	*Wdm.*	
188	Januar 13	8 51 48,15	4 21 14,65	34 μ Arietis	6	E. d.	Fh.	72	sehr genaue Beob.	*Bgl.*	
		8 51 48,75	4 21 15,25				fh.	40	sehr genau.	*Wdm.*	α Tauri
		8 51 48,42	4 21 14,92				fh.	64	der Stern verschwand plötzlich	*Ballo.*	α Orionis
190	Januar 14	10 8 12,62 / 2,62	5 41 48,23 / 38,20	19 (a Plejad.)	5	E. d.	Fh.	48	etwas unsicher, weil eben das Fernr. bewegt werden mußte.	*Bgl.*	
		10 8 1,48	5 41 37,06				fh.	144	gute Beobachtung.	*Ballo.*	β Orionis.
191		10 20 0,24	5 53 37,79	18 (m Plej.)	7	E. d.	Fh.	48	sehr genaue Beob.	*Bgl.*	β Tauri.
192		10 26 35,59	6 0 14,32	21 (k Plej.)	7	E. d.	Fh.	48	ebenfalls wegen Bewegung des Fernrohrs unsicher.	*Bgl.*	δ Orionis. μ Gemin. s Canis minoris.
193		10 32 24,88	6 6 4,46	22 (l Plej.)	7	E. d.	Fh.	48	sehr genaue Beob.	*Bgl.*	
194		11 3 19,88	6 37 4,54	19 e (Plej.)	5	A. h.	Fh.	48	nach Umständen gut.	*Bgl.*	
195		11 4 0,29	6 37 45,06	(147) (Plej.)	7.8	E. d.	Fh.	48	ziemlich gute Beob.	*Bgl.*	
		11 4 0,68	6 37 45,45			E. d.	fh.	144	um 0°8 ungenau.	*Ballo.*	

Digitized by Google

Nr.	1839 u. 1840.	Breslauer mittlere Zeit.	Breslauer Sternzeit.	Bedeckter Stern.	Grösse.	Phase.	Fernrohr.	Vergröss.	Bemerkungen.	Beobachter.	Zeit best. durch
196	Januar 16	7h 18m 19s,89	2h 59m 20s,72	(236) Tauri	7	E. d.	H.	50	plötzlich; sehr genaue Beobachtung.	Bgl.	α Tauri.
		7 18 21,51	2 59 22,34				fh.	144	nach Umständen gut.	Ballo.	
		8 45 33,25	4 26 48,41	136 C Tauri	4	E. d.	fh.	40		Wdm.	
197		12 25 37,09	8 7 27,40	(287) Aurigæ	7	E. d.	Fh.	48	nach Umständen gut.	Bgl.	
198	Februar 14	11 11 53,51	8 47 52,85	77 k Gemin.	4	E. d.	H.	50	plötzlich; sehr genaue Beobachtung.	Bgl.	α Hydræ.
199		12 6 52,46	9 43 0,83			A. h.	H.	140	anscheinend gute Beobachtung.	Bgl.	
200	März 15	8 38 55,16	8 12 46,00	32 α Leonis	1	E. d.	H.	50	sehr genaue Beob.	Bgl.	
		8 38 55,52	8 12 46,36				fh.	64	gute Beobachtung.	Ballo.	α Orionis.
		8 38 55,30	8 12 46,19				fh.			Wdm.	γ Draconis.
201		9 47 37,95	9 21 40,07			A. h.	H.	70	hinter dünn. Wolken; doch anscheinend ziemlich gute Beob.	Bgl.	
		9 47 57,58	9 21 59,76				fh.			Wdm.	
202	April 7	7 15 56,07	8 20 14,01	(287) Aur.	7	E. d.	H.	50	sehr genaue Beob.	Bgl.	α u. β Gem. α Cygni.
		7 15 55,25	8 20 13,18				fh.	144	gute Beobachtung.	Ballo.	α Hydræ. α Leonis.
203	April 10	12 16 58,44	13 33 55,47	78 Cancri	7	E. d.	fh.	64	Beob. wegen Wolken um einige Secunden ungenau.	Ballo.	α Hydræ. α Virginis.
204	April 11	11 10 26,17	12 31 8,83	27 ν Leonis	5.6	E. d.	H.	50	sehr scharfe Beob.; kurz vorher nahm das Licht des Sterns etwas ab.	Bgl.	α u. β Virginis. β Leonis.
		11 10 28,47	12 31 11,14				fh.	64		Riemann.	

Anm. Die Bedeutung der Abkürzungen ist Astr. Nachr. Bd. 17. Nr. 387. pag. 43 und 44 angegeben.
Nr. 189. 1840 Jan. 13. 43 μ Arietis A. h. ist durch (noch unreducirte) Messungen bestimmt worden.

Schreiben des Herrn *Fr. Fischer* an den Herausgeber.

Apenrade 1840. October 2.

Herr Professor und Ritter *Hansen*, in seiner Berechnung der Sternbedeckungen (Astr. Nachr. Nr. 394) hat bei Anführung meiner Beobachtung der Bedeckung von ε Gemin. 1835 Aug. 19 das Zweifelzeichen verwechselt. Nicht der Austritt, sondern der Eintritt ist unsicher (vid. Astr. Nachr. Nr. 346), und da dieser in Rechnung genommen worden, ist auch ein abweichendes Resultat erhalten.

In diesem Jahre sind mir bis jetzt folgende Sternbedeckungen gelungen:

1840 Januar 14.	e Plejadum	Eintr.	9h 21′ 15″,2	Apenr. M. Z.	
	c ———	Eintr.	9 50 45,3	———	———
März 15.	α Leonis	Eintr.	8 1 39,5	———	———
		Austr.	9 4 59,5	———	———

Von correspondirenden Beobachtungen sind mir zur Zeit nur die von Herrn *Rümcker* in Hamburg angestellten bekannt. Ich habe, den Nautical-Alm. anwendend, berechnet:

e Plejad.	Hamburg	Eintr.	39′ 16″,45	+ 1,66 s	— 6,39
		Austr.	(43 34,4 als zu spät beob. angeführt.)		
	Apenrade	Eintr.	37 30,26	+ 1,66 s	— 2,92
c ———	Hamburg	Eintr.	39 58,76	+ 1,66 s	— 0,90
		Austr.	(40 33,06 auch zu spät beob.)		
	Apenrade	Eintr.	37 34,28	+ 1,66 s	— 0,68
α Leonis	Hamburg	Eintr.	40 13,86	+ 1,81 s	+ 0,58
———		Austr.	40 3,62	+ 1,81 s	— 1,02
	Apenrade	Eintr.	38 1,68	+ 1,81 s	+ 0,77
		Austr.	37 59,82	+ 1,81 s	— 1,22

Die merkwürdige Feuerkugel, welche am 8ten Januar im ganzen Lande bemerkt worden ist, habe ich nicht gesehen, wohl aber vom Zimmer aus die durch dieselbe verursachte Erleuchtung äußerer Gegenstände, so wie ich auch die mehrere Minuten später erfolgte Detonation hörte. Die Zeit der Erscheinung hier war ungefähr 7h 50′; leicht hätte ich sowohl diese als das Interval zwischen der Erscheinung und der Detonation genau bestimmen können, wenn ich nicht, durch frü-

Digitized by Google

heres Feuerwerk in einem benachbarten Garten irre gemacht, die Erscheinung als solches ansah, und erst bei dem rollenden Getöse aufmerksam wurde. Indem ich mich aber später an mehrere Stellen hinbegab, wo glaubwürdige Personen dies Meteor erlöschen sahen, habe ich folgende ziemlich zuverlässige Data erforscht. Die Kugel erschien in der Gegend bei α und β Gemin., zog in der Zeit von mehreren Secunden von dort dem Zenith nahe vorbei, und erlosch in der Nähe von ζ Cygni. Dieser letzte Punct ist als sehr zuverlässig anzusehen, d. h. nach Verhältnifs der bei solchen Erscheinungen zu gewinnenden Genauigkeit, indem die Angaben mehrerer Personen, die an verschiedenen, nicht sehr von einander entfernten Puncten das Verschwinden beobachteten, völlig übereinstimmend diese Stelle angaben; dagegen ist der Anfangspunct sehr unbestimmt. Der scheinbare Durchmesser wird, etwas verschieden, dem des Vollmondes gleich angegeben. Die Kugel erschien zuerst ganz rund, ohne Schweif; dieser entwickelte sich aber bald, erschien in blutrothem Lichte, Funken sprühend und war $1\frac{1}{2}$ Grad lang. Das Licht der Kugel war hellgelblich und ruhig, das des Schweifes mehr zitternd und wallend. — Indem ich eine Zeitungsnachricht mit zu Hülfe nahm, der zufolge dies Verschwinden der Kugel in Altona beobachtet worden war, und den dort angegebenen, durchaus irrigen Stern α Ophiuchi mit α Lyrae, als dem einzigen Stern 1ter Gröfse in der bezeichneten Himmelsgegend, vertauschte, fand ich für den Ort, wo das Meteor im Zenith zerplatzte, die Polhöhe 55°4, Länge 1°9 westlich von hier. Höhe der Kugel beim Zerspringen 20 Meilen. Es ist also keine Hoffnung vorhanden, Bruchstücke von derselben zu finden. Einzelne Nachrichten, die ich aus der Gegend von Ribe und von Fanöe erhielt, lassen die Kugel westlich von diesen Oertern zerspringen, was mit den aus der genannten Berechnung erhaltenen Resultaten übereinstimmt.

Pr. Fischer.

The Moons Right Ascension, Declination and Horizontal Parallax for the time of her transit over the meridian of Altona for the year 1841 with the logarithms of coefficients for facilitating the reduction to other Meridians.

(Beschlufs.)

July.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor. Par.	log α	log β	Declination.	log a'	log b'	log c'	Semidiam.
1	17h 12' 24"88	8,58908	0,9575n	6,28n	54' 22"5	6,3115n	0,550	−27° 0' 43"2	8,09145n	3,5235	6,10n	14' 49"0
2	18 8 0,11	8,58252	1,7590n	6,22n	54 7,5	6,1427n	0,618	−26 37 21,6	8,64669	3,5026	7,02n	14 44,9
3	19 2 11,43	8,56729	1,9624n	5,96n	53 58,6	5,8417n	0,582	−24 55 16,3	8,87828	3,4497	7,22n	14 42,5
4	19 54 8,70	8,54660	2,0137n	4,37n	53 55,5	3,2396n	0,625	−22 3 20,6	9 14922	3,3682	7,29n	14 41,7
5	20 43 34,53	8,52475	1,9710n	5,84	53 58,7	5,8697	0,646	−18 13 22,2	9,24783	3,2615	7,29n	14 42,5
6	21 30 42,68	8,50602	1,8320n	6,08	54 8,5	6,1923	0,701	−13 37 53,0	9,31025	3,1292	7,25n	14 45,2
7	22 16 10,66	8,49396	1,5089n	6,18	54 25,7	6,3826	0,695	− 8 28 49,5	9,34968	2,9575	7,21n	14 49,9
8	23 0 51,31	8,49120	1,0165	6,25	54 50,4	6,5267	0,775	− 2 57 8,4	9,37250	2,6910	7,21n	14 56,6
9	23 46 48,17	8,49938	1,7684	6,29	55 23,9	6,6404	0,745	+ 2 46 42,5	9,38115	1,6n98	7,27n	15 5,8
10	0 32 13,22	8,51908	2,0476	6,32	56 5,7	6,7253	0,724	+ 8 31 35,6	9,37470	2,6817	7,37n	15 17,2
11	1 21 25,07	8,54952	2,2196	6,30	56 55,3	6,7882	0,618	+14 4 10,4	9,34822	3,0706n	7,50n	15 30,7
12	2 14 43,42	8,58801	2,3249	6,10	57 51,0	6,8262	0,331	+19 6 58,6	9,28994	3,3237n	7,61n	15 45,8
13	3 13 13,44	8,62914	2,3544	5,71n	58 49,7	6,8301	0,201n	+23 16 51,6	9,17255	3,5135n	7,67n	16 1,8
14	4 17 13,61	8,66462	2,2590	6,49n	59 46,0	6,7901	0,729n	+26 5 30,5	8,91374	3,6471n	7,59n	16 17,2
15	5 25 36,16	8,68517	1,8372	6,71n	60 34,2	6,6837	1,005n	+27 4 36,5	7,34029n	3,7154n	7,13n	16 30,3
16	6 35 38,07	8,68498	1,8426n	6,67n	61 7,5	6,4455	1,120n	+25 56 17,0	8,96583n	3,7075n	7,32	16 39,4
17	7 44 1,41	8,66547	2,2204n	6,38n	61 21,3	6,5478	1,166n	+22 42 52,2	9,23897n	3,6184n	7,67	16 43,2
18	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂
19	8 48 25,71	8,63445	2,2834n	5,04	61 18,5	6,3248n	1,131n	+17 47 3,2	9,36807n	3,4403n	7,75	16 41,0
20	9 48 9,95	8,60159	2,2172n	6,21	60 45,7	6,6285n	1,041n	+11 42 39,5	9,42920n	3,1301n	7,71	16 33,5
21	10 43 50,92	8,57437	2,0567n	6,33	60 1,7	6,7631n	0,830n	+ 5 4 12,8	9,44924n	2,2146n	7,61	16 21,5
22	11 36 42,27	8,55680	1,7674n	6,32	59 7,6	6,8192n	0,406n	− 1 38 52,1	9,44069n	2,8790	7,49	16 6,7
23	12 28 5,53	8,54991	0,9290n	6,24	58 9,6	6,8288n	9,867	− 8 3 33,7	9,40893n	3,1659	7,39	15 50,9
24	13 19 14,79	8,55252	1,4909	6,10	57 12,6	6,8043n	0,534	−13 52 5,4	9,35418n	3,3078	7,30	15 35,4
25	14 11 8,44	8,56179	1,7410	5,74	56 20,6	6,7502n	0,701	−18 50 14,9	9,27114n	3,3996	7,23	15 21,2

Digitized by Google

May.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor.Par.	log α	log β	Declination.	log a'	log b'	log c'	Semidiam.
26	15h 4' 21"80	8,57374	1,7704	5,48n	55' 35"0	6,6704n	0,760	—22° 46' 7"0	9,14529n	3,4642	7,13	15' 9"1
27	15 59 0,27	8,58388	1,6004	6,06n	54 59,9	6,5673n	0,750	—25 29 45,4	8,93804n	3,5054	6,91	14 59,2
28	16 54 35,86	8,58817	0,2808	6,22n	54 32,2	6,4341n	0,748	—26 54 4,4	8,47765n	3,5216	6,82	14 51,7
29	17 50 13,45	8,58418	1,6314n	6,21n	54 12,8	6,2553n	0,701	—26 56 7,1	8,43026	3,5096	6,88n	14 46,4
30	18 44 48,20	8,57184	1,8990n	6,03n	54 0,9	5,9826n	0,671	—25 38 7,6	8,90602	3,4686	7,16n	14 43,1
31	19 37 26,97	8,55336	1,9875n	5,47n	53 56,0	5,2810n	0,625	—23 7 13,5	9,10648	3,4007	7,26n	14 41,8

August.

1	20 27 43,23	8,53239	1,9767n	5,63	53 57,4	5,7070	0,597	—19 34 1,1	9,22247	3,3040	7,29n	14 42,2
2	21 15 40,00	8,51288	1,8816n	5,98	54 4,7	6,0700	0,582	—15 10 42,6	9,29526	3,1799	7,28n	14 44,2
3	22 1 44,46	8,49835	1,6670n	6,12	54 17,7	6,2636	0,582	—10 9 42,0	9,34109	3,0144	7,26n	14 47,7
4	22 46 40,49	8,49153	0,9705n	6,19	54 36,4	6,3970	0,582	— 4 42 55,0	9,36778	2,7611	7,25n	14 52,8
5	23 31 23,21	8,49429	1,5179	6,24	55 0,8	6,4981	0,582	+ 0 58 12,8	9,37883	2,0609	7,27n	14 59,5
6	0 16 55,64	8,50751	1,8993	6,27	55 30,9	6,5834	0,611	+ 6 42 7,0	9,37467	2,5917n	7,33n	15 7,7
7	1 4 26,79	8,53103	2,1072	6,27	56 7,1	6,6585	0,618	+12 16 6,0	9,35255	2,9969n	7,42n	15 17,5
8	1 55 8,59	8,56321	2,2376	6,17	56 49,4	6,7167	0,525	+17 25 3,0	9,30480	3,2431n	7,52n	15 29,1
9	2 50 6,36	8,60037	2,3026	5,62	57 36,7	6,7581	0,406	+21 50 3,9	9,21393	3,4289n	7,59n	15 42,0
10	3 49 58,99	8,63644	2,2795	6,17n	58 27,6	6,7762	9,127	+25 8 2,6	9,03471	3,5708n	7,59n	15 55,8
11	4 54 28,71	8,66362	2,0935	6,55n	59 18,6	6,7594	0,459n	+26 53 42,6	8,55427	3,6636n	7,41n	16 9,7
12	6 1 58,01	8,67500	1,1404n	6,64n	60 5,2	6,6904	0,843n	+26 45 46,5	8,68102n	3,6971n	4,84n	16 22,4
13	7 9 48,38	8,66829	1,9683n	6,52n	60 41,5	6,5315	1,014n	+24 35 31,6	9,11992n	3,6627n	7,44	16 32,3
14	8 15 26,10	8,64732	2,1810n	6,07n	61 2,5	6,1391	1,109n	+20 32 9,1	9,30797n	3,5544n	7,67	16 38,0
15	9 17 24,40	8,61989	2,1895n	5,82	61 4,5	5,9747n	1,136n	+15 0 13,9	9,40471n	3,3542n	7,72	16 38,6
16	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂
17	10 15 36,23	8,59387	2,0849n	6,22	60 46,4	6,5021n	1,074n	+ 8 32 3,1	9,44930n	2,9705n	7,69	16 33,6
18	11 10 48,32	8,57466	1,8687n	6,28	60 10,7	6,7000n	0,963n	+ 1 40 16,2	9,45818n	2,3574	7,61	16 23,9
19	12 4 10,08	8,56466	1,4105n	6,24	59 21,4	6,7975n	0,718n	— 5 6 17,9	9,43637n	3,0697	7,51	16 10,5
20	12 56 52,41	8,56370	1,1620	6,12	58 24,3	6,8325n	9,972n	—11 24 3,8	9,39404n	3,2835	7,41	15 54,9
21	13 49 54,73	8,56966	1,6156	5,89	57 25,7	6,8247n	0,845	—16 54 21,8	9,32077n	3,3991	7,30	15 39,0
22	14 43 56,29	8,57904	1,6910	5,05n	56 30,3	6,7841n	0,659	—21 22 34,2	9,20932n	3,4702	7,16	15 23,9
23	15 39 8,43	8,58765	1,5475	5,97n	55 41,6	6,7109n	0,794	—24 37 36,2	9,03371n	3,5125	6,92	15 10,6
24	16 35 10,88	8,59156	0,4419	6,17n	55 2,1	6,6013n	0 835	—26 32 0,9	8,70300n	3,5289	6,01	14 59,8
25	17 31 16,38	8,58816	1,5834n	6,18n	54 32,7	6,4500n	0,826	—27 2 43,6	7,88092	3,5195	6,82n	14 51,8
26	18 26 25,39	8,57696	1,8676n	6,03n	54 13,3	6,2234n	0,813	—26 11 32,0	8,79754	3,4839	7,11n	14 46,5
27	19 19 46,33	8,55973	1,9699n	5,60n	54 3,5	5,7999n	0,750	—24 4 47,4	9,04983	3,4242	7,22n	14 43,9
28	20 10 50,34	8,53958	1,9730n	5,47	54 2,1	5,4827	0,718	—20 52 6,3	9,18787	3,3413	7,26n	14 43,5
29	20 59 36,04	8,52021	1,8957n	5,92	54 8,4	6,0481	0,625	—16 44 50,9	9,27395	3,2343	7,27n	14 45,2
30	21 46 25,68	8,50495	1,7182n	6,07	54 21,0	6 2482	0,529	—11 54 54,1	9,32924	3,0927	7,26n	14 48,6
31	22 31 58,17	8,49642	1,2734n	6,14	54 38,7	6,3656	0,479	— 6 34 8,2	9,36308	2,8826	7,27n	14 53,4

September.

1	23 17 3,24	8,49643	1,2909	6,19	55 0,9	6,4464	0,394	— 0 54 24,9	9,37968	2,4348	7,29n	14 59,5
2	0 2 37,89	8,50593	1,7862	6,22	55 26,8	6,5037	0,331	+ 4 51 59,6	9,38001	2,4167n	7,34n	15 6,6
3	0 49 43,97	8,52484	2,0170	6,21	55 55,9	6,5507	0,310	+10 31 46,2	9,36227	2,9376n	7,41n	15 14,5
4	1 39 24,98	8,55189	2,1580	6,13	56 28,0	6,5853	0,148	+15 49 46,0	9,32083	3,1986n	7,48n	15 23,2
5	2 32 39,26	8,58417	2,2330	5,75	57 2,3	6,6141	0,206	+20 28 12,2	9,24305	3,3822n	7,53n	15 32,6
6	3 30 5,32	8,61684	2,2302	5,93n	57 38,9	6,6367	9,940	+24 6 29,5	9,09888	3,5200n	7,53n	15 42,6
7	4 31 39,67	8,64354	2,1014	6,40n	58 16,8	6,6473	9,370	+26 22 34,1	8,78570	3,6149n	7,41n	15 52,9
8	5 36 17,58	8,65813	1,6357	6,55n	58 54,9	6,6352	0,249n	+26 56 51,0	8,17082	3,6612n	6,89n	16 3,3
9	6 41 58,86	8,65751	1,6900n	6,49n	59 30,3	6,5807	0,618n	+25 38 14,4	8,97359n	3,6528n	7,16	16 12,9
10	7 46 30,69	8,64340	2,0505n	6,20n	59 59,5	6,4580	0,826n	+22 28 54,3	9,22266n	3,5864n	7,51	16 20,9

Digitized by Google

September.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor. Par.	log α	log β	Declination.	log a'	log b'	log c'	Semidiam.
11	8h 48' 20"61	8,62155	2,1142n	4,89	60 18,7	6,1791	0,953n	+17°44' 20"1	9,35281n	3,4550n	7,63	16' 26"1
12	9 47 0,98	8,59893	2,0444n	6,08	60 24,6	5,3307n	1,033n	+11 49 8,4	9,42266n	3,2275n	7,66	16 27,7
13	10 42 58,44	8,58115	1,8550n	6,22	60 14,6	6,3206n	1,027n	+ 5 11 54,8	9,45289n	2,7230n	7,64	16 25,0
14	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂
15	11 37 9,62	8,57132	1,4331n	6,22	59 48,9	6,5794n	0,950n	— 1 38 39,0	9,46243n	2,7359	7,59	16 18,0
16	12 30 39,77	8,57005	1,1155	6,13	59 10,0	6,7119n	0,782n	— 8 15 36,8	9,42436n	3,1714	7,52	16 7,4
17	13 24 27,93	8,57577	1,6175	5,89	58 21,4	6,7758n	0,449n	—14 16 38,4	9,36739n	3,3558	7,43	15 54,1
18	14 19 15,70	8,58530	1,7130	4,56n	57 28,5	6,7933n	8,604n	—19 21 13,5	9,27473n	3,4598	7,30	15 39,7
19	15 15 17,76	8,59446	1,5959	5,95n	56 35,6	6,7715n	0,542	—23 14 28,8	9,12873n	3,5188	7,08	15 25,3
20	16 12 16,09	8,59908	0,8189	6,18n	55 47,7	6,7119n	0,707	—25 46 2,5	8,87762n	3,5433	6,44	15 12,2
21	17 9 22,94	8,59628	1,3645n	6,21n	55 7,4	6,6150n	0,830	—26 51 10,1	8,18038n	3,5373	6,79n	15 1,3
22	18 5 35,62	8,58832	1,8766n	6,08n	54 37,1	6,4593n	0,871	—26 30 59,1	8,62761	3,5034	7,11n	14 53,0
23	18 59 58,00	8,56781	1,9890n	5,68n	54 17,8	6,2034n	0,865	—24 51 46,2	8,97416	3,4459	7,22n	14 47,8
24	19 51 57,35	8,54698	1,9984n	5,42	54 9,4	5,5618n	0,835	—22 3 12,2	9,14172	3,3689	7,25n	14 45,5
25	20 41 38,09	8,52662	1,9282n	5,91	54 11,2	3,8831	0,790	—18 16 28,0	9,24304	3,2738	7,24n	14 46,9
26	21 28 57,72	8,51017	1,7659n	6,07	54 22,2	6,2439	0,712	—13 42 57 5	9,30877	3,1563	7,23n	14 48,9
27	22 14 59,17	8,50035	1 3893n	6,15	54 40,9	6,4040	0,589	— 8 33 47,0	9,35129	2,9951	7,24n	14 54,0
28	23 0 24,54	8,49897	1,1308	6,19	55 5,4	6,4929	0,449	— 3 0 3,2	9,37589	2,7149	7,28n	15' 0,7
29	23 46 10,45	8,50694	1,7357	6,21	55 34,1	6,5443	0,224	+ 2 46 27,6	9,38403	1,0434n	7,35n	15 8,5
30	0 33 17,71	8,52417	1,9822	6,20	56 5,3	6,5666	9,729	+ 8 32 30,2	9,37421	2,8020n	7,42n	15 17,0

October.

1	1 22 47,91	8,54941	2,1282	6,11	56 37,3	6,5673	9,604n	+14 2 31,5	9,34150	3,1381n	7,49n	15 25,8
2	2 15 37,16	8,57985	2,2047	3,74	57 8,7	6,3507	0,056n	+18 58 6,4	9,27541	3,3480n	7,54n	15 34,3
3	3 12 22,37	8,61089	2,2041	5,88n	57 38,4	6,5184	0,241n	+22 58 7,8	9,15293	3,4958n	7,53n	15 42,4
4	4 13 1,48	8,63653	2,0805	6,36n	58 5,6	6,4793	0,188n	+25 40 26,8	8,90793	3,5941n	7,40n	15 49,8
5	5 16 36,56	8,65087	1,6381	6,52n	58 30,4	6,4290	0,357n	+26 45 43,2	7,92376	3,6426n	6,93n	15 56,6
6	6 21 13,19	8,65072	1,6424	6,48n	58 51,9	6,3645	0,317n	+26 2 47,0	8,83191n	3,6387n	7,05	16 2,4
7	7 24 48,44	8,63740	2,0270n	6,21n	59 10,2	6,2744	0,489n	+23 32 33,8	9,14357n	3,5828n	7,43	16 7,4
8	8 25 50,20	8,61614	2,1021n	4,52n	59 23,9	6,1029	0,604n	+19 27 45,9	9,29749n	3,4754n	7,56	16 11,2
9	9 23 47,68	8,59362	2,0420n	6,04	59 31,6	5,6763	0,718n	+14 8 52,5	9,38332n	3,3050n	7,58	16 13,3
10	10 19 3,36	8,57555	1,8606n	6,22	59 31,3	5,7310n	0,808n	+ 7 59 48,0	9,42817n	3,0118n	7,58	16 13,2
11	11 12 31,67	8,56344	1,4370n	6,24	59 21,9	6,2323n	0,847n	+ 1 25 6,4	9,44306n	1,7624n	7,47	16 10,6
12	12 5 18,90	8,56437	1,2038	6,18	59 1,9	6,4675n	0,843n	— 5 11 6,0	9,43173n	2,9428	7,56	16 5,2
13	12 58 28,83	8,57129	1,6988	6,01	58 31,7	6,6001n	0,707n	—11 25 37,2	9,39345n	3,2481	7,51	15 56,9
14	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂
15	13 52 51,26	8,58326	1,8261	5,33	57 33,9	6,6765n	0,574n	—16 56 47,0	9,32278n	3,4029	7,44	15 46,6
16	14 48 50,73	8,59595	1,7790	5,89n	57 10,7	6,7114n	9,905n	—21 25 21,5	9,20674n	3,4973	7,29	15 34,9
17	15 46 16,72	8,60458	1,4410	6,22n	56 26,2	6,7082n	0,105	—24 36 13,6	9,01300n	3,5460	6,94	15 22,7
18	16 44 21,78	8,60523	1,3436n	6,30n	55 43,6	6,6694n	0,582	—26 20 13,8	8,61475n	3,5554	6,45n	15 11,1
19	17 41 54,17	8,59635	1,8522n	6,21n	55 6,6	6,5834n	0,760	—26 35 16,5	8,28864	3,5292	7,09n	15 1,1
20	18 37 42,46	8,57905	2,0152n	5,91n	54 38,1	6,4392n	0,822	—25 26 34,2	8,87251	3,4733	7,25n	14 53,3
21	19 30 59,13	8,55676	2,0499n	4,95	54 19,5	6,1833n	0,675	—23 4 31,7	9,08549	3,3949	7,28n	14 48,2
22	20 21 30,94	8,53377	1,9991n	5,89	54 12,0	5,3066n	0,887	—19 40 21,4	9,20524	3,3003	7,26n	14 46,2
23	21 9 35,54	8,51417	1,8630n	6,09	54 15,9	6,0343	0,851	—15 26 24,8	9,28106	3,1911	7,21n	14 47,2
24	21 55 52,29	8,50116	1,5744n	6,17	54 30,4	6,3524	0,804	—10 33 45,4	9,33099	3,0585	7,19n	14 51,2
25	22 41 13,63	8,49697	0,4762	6,21	54 54,4	6,5161	0,734	— 5 12 37,7	9,36277	2,8662	7,22n	14 57,7
26	23 26 39,83	8,50282	1,5690	6,24	55 26,4	6,6082	0,542	+ 0 26 41,2	9,37914	2,4427	7,29n	15 6,4
27	0 13 15,94	8,51886	1,9642	6,24	56 3,6	6,6552	0,288	+ 6 12 40,7	9,37934	2,4568n	7,39n	15 16,6
28	1 2 9,33	8,54408	2,1322	6,19	56 43,6	6,6694	9,903n	+11 51 13,7	9,35915	3,0008n	7,49n	15 27,5
29	1 54 23,92	8,57584	2,2275	3,94	57 23,3	6,6484	0,357n	+17 4 29,4	9,30944	3,2758n	7,57n	15 38,3
30	2 50 47,46	8,60953	2,2476	5,68n	57 59,7	6,5966	0,350n	+21 30 32,1	9,21136	3,4612n	7,59n	15 48,2
31	3 51 29,61	8,63867	2,1522	6,36n	58 30,8	6,5021	0,729n	+24 44 43,6	9,01805	3,5843n	7,49n	15 56,7
	4 56 37,84				58 54,1			+26 24 3,6				16 3,0

Digitized by Google

November.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor. Par.	log α	log β	Declination.	log a'	log b'	log c'	Semidiam.
1	4h55' 37"84	8,65632	1,7943	6,56n	58' 54"1	6,3468	0,734n	+26°24' 3"6	8,50376	3,8487n	7,12n	18' 3"0
2	6 1 14,39	8,65801	1,8030	6,56n	59 9,2	6,1089	0,718n	+28 18 46,4	8,86562n	3,6528n	7,00	16 7,2
3	7 5 54,06	8,84424	2,0709	6,38n	59 16,5	5,6433	0,577n	+24 12 49,9	9,07947n	3,5980n	7,45	16 9,2
4	8 7 44,07	8,62033	2,1681	8,42n	59 18,8	5,4868n	0,558n	+20 34 0,2	9,25832n	3,4889n	7,57	16 9,2
5	9 5 59,87	8,59376	2,1251	8,04	59 11,8	5,9415n	0,474n	+15 38 39,5	9,35433n	3,8235n	7,57	15 7,8
6	10 0 59,26	8,57115	1,9739	6,25	59 1,9	6,1336n	0,428n	+ 9 50 48,1	9,40542n	3,0694n	7,54	16 5 2
7	10 53 30,46	8,55682	1,6539	8,29	58 48,1	6,2690n	0,484n	+ 3 33 35,8	9,42667n	2,4970n	7,51	16 1,4
8	11 45 12,34	8,55258	0,5938	5,26	58 29,8	6,3742n	0,454n	— 2 51 31,9	9,42402n	2,6959	7,49	15 56,4
9	12 36 50,26	8,55800	1,6658	6,15	58 7,2	6,4508n	0,507n	— 9 4 21,1	9,39808n	3,1081	7,48	15 50,3
10	13 29 35,62	8,57071	1,8745	6,85	57 39,9	6,5326n	0,429n	—14 45 17,1	9,34483n	3,3121	7,48	15 42,8
11	14 24 10,05	8,58662	1,9110	6,46n	57 8,6	6,5814n	0,273n	—19 35 17,9	9,25416n	3,4402	7,39	15 34,8
12	15 20 42,57	8,60081	1,7772	6,14n	56 34,5	6,6078n	9,905n	—23 17 4,0	9,10336n	3,5191	7,22	15 25,0
13	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂
14	18 18 41,12	8,60761	1,0737	6,33n	55 59,3	6,6045n	0,030	—25 37 10,1	8,82535n	3,5546	6,65	15 15,4
15	17 16 55,98	8,60435	1,8724n	6,33n	55 25,6	6,5741n	0,345	—26 28 44,2	7,68906n	3,5384	6,90n	15 6,2
16	18 14 1,93	8,59052	1,9806n	6,15n	54 59,3	6,5052n	0,615	—25 52 56,1	8,72923	3,5045	7,23n	14 58,0
17	19 8 48,28	8,56883	2,0770n	5,81n	54 31,1	6,3732n	0,745	—23 57 59,0	9,01936	3,4790	7,32n	14 51,4
18	20 0 39,63	8,54379	2,0878n	5,71	54 15,1	6,1223n	0,808	—20 56 18,4	9,16506	3,3305	7,31n	14 47,0
19	20 49 39,01	8,52021	1,9753n	6,05	54 8,7	5,0297n	0,879	—17 1 11,6	9,25244	3,2156	7,25n	14 45,3
20	21 36 18,78	8,50213	1,7809n	6,17	54 13,5	5,0806	0,871	—12 25 5,0	9,30841	3,0843	7,19n	14 46,6
21	22 21 29,27	8,49253	1,2832n	6,23	54 29,4	6,3929	0,855	— 7 18 39,8	9,34451	2,9198	7,16n	14 50,9
22	23 6 11,61	8,49329	1,4172	6,28	54 58,0	8,5683	0,830	— 1 51 33,5	9,36577	2,6508	7,20n	14 58,2
23	23 51 33,41	8,50525	1,8758	6,29	55 32,6	6,6768	0,734	+ 3 46 33,3	9,37324	0,2883	7,29n	15 8,1
24	0 38 47,31	8,52810	2,0975	6,28	56 17,2	8,7400	0,489	+ 9 24 26,0	9,36443	2,7632n	7,42n	15 20,9
25	1 29 7,67	8,56007	2,2344	6,19	57 6,4	6,7664	9,905	+14 47 28,1	9,33244	3,1335n	7,54n	15 33,7
26	2 23 42,04	8,59736	2,3024	5,85	57 56,7	6,7553	0,406n	+19 36 11,9	9,26286	3,3728n	7,61n	15 47,4
27	3 23 11,08	8,63372	2,2803	5,18n	58 43,8	5,7015	0,707n	+23 25 57,7	9,12294	3,5411n	7,62n	16 0,1
28	4 27 17,46	8,66103	2,0896	6,56n	59 22,3	6,5931	0,887n	+25 49 34,5	8,80568	3,6458n	7,43n	16 10,7
29	5 34 21,42	8,67199	0,9485	6,66n	59 49,9	6,3816	0,978n	+26 24 15,9	8,22860n	3,6828n	5,83n	16 18,2
30	6 41 38,88	8,66407	2,0099n	6,54n	60 3,5	5,8731	0,975n	+25 0 40,6	8,99159n	3,6491n	7,42	16 22,0

December.

1	7 46 29,94	8,64104	2,2139n	6,09n	60 3,1	5,9055n	0,919n	+21 47 22,4	9,22433n	3,5470n	7,62	16 21,8
2	8 47 24,05	8,61096	2,2221n	5,84	59 50,4	6,3127n	0,785n	+17 6 48,3	9,33992n	3,3770n	7,64	16 18,4
3	9 44 13,91	8,58216	2,1223n	6,24	59 28,6	6,4892n	0,625n	+11 26 48,5	9,39860n	3,1146n	7,59	16 12,4
4	10 37 48,80	8,56061	1,9070n	6,32	59 0,5	6,5435n	0,338n	+ 5 14 4,3	9,42271n	2,5788n	7,52	16 4,8
5	11 29 23,46	8,54939	1,4304n	6,30	58 29,1	6,5707n	9,729	— 1 8 23,3	9,42205n	2,6093	7,46	15 56,2
6	12 20 17,28	8,54900	1,3418	5,24	57 56,8	6,5727n	9,303	— 7 20 54,0	9,39985n	3,0450	7,42	15 47,4
7	13 11 42,59	8,55788	1,7805	6,07	57 24,7	5,5700n	8,826	—13 5 52,9	9,35435n	3,2494	7,40	15 38,7
8	14 4 35,82	8,57270	1,9093	5,53	56 52,8	6,5598n	9,940	—18 6 43,1	9,27840n	3,3834	7,38	15 30,0
9	14 59 27,17	8,58875	1,8855	5,87	56 22,1	6,5443n	9,871	—22 7 31,6	9,15517n	3,4758	7,29	15 21,6
10	15 56 9,56	8,60064	1,6373	8,25n	55 52,2	6,5282n	0,069	—24 54 15,7	8,94174n	3,5309	7,03	15 13,5
11	16 53 54,01	8,60385	1,0548n	6,35n	55 24,0	6,5005n	0,105	—26 17 5,0	8,43443n	3,5474	6,08n	15 5,8
12	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂
13	17 51 21,20	8,59818	1,8370n	6,29n	54 57,8	6,4571n	0,357	—26 12 48,2	8,51810	3,5240	7,09n	14 58,7
14	18 47 8,04	8,57859	2,0355n	6,02n	54 36,0	6,3742n	0,542	—24 45 52,9	8,93878	3,4633	7,29n	14 52,4
15	19 40 18,28	8,55473	2,0847n	4,31n	54 17,3	6,2396n	0,601	—22 8 53,1	9,12176	3,3712	7,34n	14 47,6
16	20 30 26,05	8,52937	2,0434n	5,89	54 5,5	5,9800n	0,701	—18 29 23,3	9,22558	3,2534	7,31n	14 45,4
17	21 17 52,92	8,50712	1,9187n	6,11	54 1,4	4,5407	0,804	—14 7 8,9	9,28937	3,1134	7,25n	14 43,3
18	22 3 17,13	8,49167	1,5614n	5,19	54 6,8	6,0679	0,830	— 9 12 27,0	9,32916	2,9418	7,19n	14 44,7
19	22 47 33,57	8,48561	0,4877n	6,24	54 21,9	6,3820	0,875	— 3 55 53,3	9,35258	2,6973	7,16n	14 48,9
20	23 31 45,96	8,49053	1,6441	6,28	54 48,3	6,5646	0,843	+ 1 33 3,8	9,35282	2,0719	7,20n	14 56,1

Digitized by Google

December.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor. Par.	log α	log β	Declination.	log a'	log b'	log c'	Semidiam.
21	0h 17′ 4″57	8,50697	1,9759	6,30	55′ 25″1	6,6860	0,822	+ 7° 4′ 48″4	9,35961	2,5213n	7,30n	15′ 6″1
22	1 4 44,64	8,53428	2,1661.	6,29	56 11,7	6,7707	0,718	+12 27 59,5	9,33904	2,9654n	7,43n	15 18,8
23	1 56 2,91	8,57020	2,2853	6,16	57 6,0	6,8196	0,439	+17 27 44,8	9,29165	3,2379n	7,56n	15 33,6
24	2 52 6,17	8,61019	2,3350	4,76	58 4,3	6,8322	9,780n	+21 43 58,8	9,19640	3,4415n	7,63n	15 49,5
25	3 53 26,32	8,64708	2,2830	6,34n	59 1,6	6,8023	0,662n	+24 51 13,6	8,99819	3,5894n	7,60n	16 5,1
26	4 59 24,91	8,67218	2,0177	6,63n	59 52,1	6,7206	0,905n	+26 22 9,7	8,38219	3,6778n	7,33n	16 18,9
27	6 7 54,04	8,67880	1,3512n	6,67n	60 30,6	6,5464	1,074n	+25 56 2,1	8,78517n	3,6947n	6,94	16 29,3
28	7 15 52,23	8,66612	2,1102n	6,48n	60 51,7	6,1299	1,109n	+23 28 26,4	9,15266n	3,6353n	7,56	16 35.1
29	8 20 45.78	8,63994	2,2413n	5,78n	60 53,8	5,9254n	1,088n	+19 14 32,8	9,31600n	3,4963n	7,70	16 35,7
30	9 21 26,34	8,60925	1,2110n	6,06	60 37,8	6,4473n	1,011n	+13 42 53,8	9,39760n	3,2604n	7,69	16 31,3
31	10 18 8,13	8,58212	2,0759n	6,29	60 6,7	6,6311n	0,830n	+ 7 25 37,6	9,43265n	2,8076n	7,62	16 22,8
	11 11 53,35				59 25,5			+ 0 51 55,0				16 11,6

Briefe des Herrn Dr. *Bremicker* und Herrn *Galle* an den Herausgeber.

Ich habe die Ehre, Ihnen die Anzeige zu machen, dass ich gestern Abend um 8h 25′ einen schwachen Nebel etwas südlich von o Draconis entdeckte, welchen ich heute um dieselbe Zeit aus seinem Fortrücken unter den Fixsternen als Cometen erkannte. Am gestrigen Tage war es mir, nur mit einem Cometensucher ausgerüstet, und eine halbe Stunde von der Sternwarte wohnend, nicht möglich, über den Character dieses Nebels zu entscheiden, da es schon 20 Minuten später, nachdem ich ihn zuerst gesehen, völlig bewölkt war.

Aus den so eben gemachten Beobachtungen mit dem grofsen Refractor der hiesigen Sternwarte ergab sich durch die Kreise dieses Instruments, mit deren Hülfe der Comet mit o Draconis verglichen wurde, und nach einer vorläufigen Reduction, die Position

10h 17′ 46″ M. Berl. Zeit. AR. = 18h 41′ 7″ Decl. + 60° 55′

mit der täglichen Veränderung von + 67′ in AR. und + 4′ in Decl.; beides im Bogen.

Die genaue Vergleichung des Cometen mit einem Sterne 7r Gr. am Faden-Micrometer des grofsen Refractors ist noch nicht reducirt, und Herr *Galle*, welcher so eben damit beschäftigt ist, hat mir versprochen, um alle Zögerung zu verhüten, die erhaltenen genaueren Resultate sofort Ihnen mitzutheilen.

Berlin, den 27sten October 1840, 11 Uhr Abends.

Bremicker.

Ich beehre mich, Ihnen die gestern und vorgestern gewonnenen Beobachtungen des von Herrn Dr. *Bremicker* entdeckten 4ten diesjährigen Cometen zu übersenden, welches folgende sind:

	M. Berl. Zt.	AR. Com.	Decl. Com.
Oct. 27.	10h 17′ 46″	280° 16′ 37″7	+ 60° 35′ 34″8
28.	8 25 11	281 21 42,4	+ 60 56 5,8

Die erstere habe ich in Gemeinschaft mit Herrn Dr. *Bremicker*, die letztere in Gemeinschaft mit Herrn Professor *Encke* angestellt. Sie sind mit dem Fadenmicrometer des Refractors gemacht und beruhen beide auf der Vergleichung mit einem Stern 6r Gr., der sich in *Lalande's* Observations à l'école militaire 1789 gefunden hat.

Berlin, den 29sten October 1840.

G. Galle.

Elemente des Cometen von Herrn Observator *Petersen* am 3ten November erhalten.

Zeit des Perihels 1840 Nov. 15,9154 mittl. Alt. Zt.
log q 0,160785
π . . . . . 25° 17′ 0″
Ω 248 31 56
i 57 29 50
direct.

Diese Elemente sind aus den Berliner Beobachtungen Octbr. 27. 28 und *Rümckers* Octbr. 31 ohne Abb. und Parall. berechnet und geben die Länge und Breite der mittl. Beob. auf ein paar Secunden genau.

S.

Altona 1840. November 19.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 413.

Schreiben des Herrn Majors *Davis* an den Herausgeber.

London 1840. April 28. (Hiebei vier Kupfertafeln.)

Sir.

I trust the object of this letter will prove my excuse for intruding on your valuable time, but presuming the subject to be one in which you will feel an interest, I venture to hope the accompanying plates will not be unacceptable to your Astronomical Magazine. Being stationed with my Regiment at Armagh during the last summer (1839) enjoying the privilege of the acquaintance of Professor *Robinson*, of the observatory, I had an opportunity of drawing, with the aid of that gentleman's admirable instruments, the cluster of spots that in the end of the month of August and commencement of September attracted the attention of observers from their unusual size and number on the Sun's surface.

The obscurity which still envelops the causes of the Phenomena renders, it is presumed, any remarks on the subject not wholly uninteresting. Indeed if constant drawings were made and the natural history as it were of individual spots carefully chronicled following them through their daily changes of form and situation on the Sun's surface, very interesting data might be obtained on which to found some theory to account for the causes which operate to produce them. Dr. *Wilson's* observations went a great way to prove, that they are cavities in the luminous atmosphere surrounding the body of the Sun, and the changes of appearance in the spots (the originals of the engravings I have the honour to send) in every way confirmed his theory, in my humble opinion, as the true one.

With the utmost diffidence I would venture to subjoin some relation of appearance displayed by the spots as they appeared to me during the course of observation and without any comment leave it to you to judge of them as you think fit.

In plate 1, on the 30th August the spots were of such unusual size as to attract the attention of Dr. *Robinson* and were seen distinctly with the naked eye through light clouds. The Sun in the neighbourhood of the spots and generally in the vicinity of the equatorial parts displayed that peculiar apparent irregularity of surface similar to the appearence of a sand ripple mark. The umbra presented that flat uniform tint very like the zenith sky when seen thro' small sharp openings in bright clouds, and the outward edges of the penumbra generally desplayed bright streaky furrows, as if the surface of an elastic luminous matter removed from the surface of the umbra, was heaped up and of a higher level in the vicinity of the spots. The Penumbra was very various in tint and presented frequently very strange appearances. I allude to the inner ragged edges of the part of the spots which were frequently projected in long bridges over the surface of the umbra, which was frequently closed and obscured by this process and reformed by the reversion of it. In plates 2 and 3 this course is very visible and the change in form No. 2 plate (3) on the 3rd of Sept. where the form I allude to is withdrawing is very striking. Dr. *Robinson* assured me he had observed a bridge of the same kind shot across the umbra of a spot in the space of a few minutes, the distance from side to side of the umbra occupying a space equal to some thousands of miles of the Sun's surface. I confess from what I have seen I cannot but follow the theory of the working of elastic vapours on the luminous atmosphere of the Sun, as a very probable one, and in most of the drawings I have fancied I could trace some appearance to favour the impression. Thus the smaller spots are connected with the same cause that produces the larger ones and in figure 1, plate (3) 1, 2 and 3, plate (4) something like a perspective view of this may be observed.

H. S. Davis,
Major. H. R. M. 52 Regiment.

N. S. In Bezug auf die schönen dieser Nummer beigegebenen Abbildungen der Sonnenflecken, die ich der Güte des Herrn Majors *Davis* verdanke, ersuche ich die Leser dieses Blattes, welche es unter Kreuzband zugesandt erhalten, mir gefälligst eine Buchhändler-Addresse aufzugeben, damit sie ihre Platten in besserem Zustande erhalten, als es bei dieser Versendungsart möglich ist. Ich behalte deshalb die Platten für Postversendungen einstweilen zurück.

S.

Digitized by Google

Schreiben des Herrn *Rümcker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber.

Hamburg 1840. Novbr. 6.

Neuer Beobachtungen der verglichenen Sterne wegen habe ich kleine Veränderungen an den hier zusammengestellten Beobachtungen des Cometen angebracht.

	Mittl. Hamb. Zeit.	Scheinb. AR. des Com.	Scheinb. Decl. des Com.	
Oct. 31.	8h 38′ 36″88	19° 0′ 42″750	60° 55′ 30″57	gut.
Nov. 1.	6 53 8,48	19 5 42,584	60 54 37,90	wolkig.
— 2.	10 28 10,97	19 12 4,840	60 52 8,93	wolkig.
— 3.	7 2 12,97	19 16 59,837	60 50 41,62	gut.
— 4.	14 0 22,54	19 24 38,831	60 46 0,7	wolkig.

Die Beobachtungen vom 5ten Novbr. sind noch nicht reducirt, weil ich den verglichenen Stern noch nicht beobachtet habe. Die scheinbaren Oerter der übrigen Sterne sind für den Vergleichungstag.

	Scheinb. AR.	Scheinb. Decl.
Oct. 31.	18h 58 17″32	61° 11′ 46″21
	19 5 6,12	61 3 7,42
Nov. 3.	19 16 0,39	60 40 11,79
— 4.	19 21 57,13	60 53 40,31

Elemente ohne Rücksicht auf Parallaxe.

T Novbr. 13,376506 mittl. Greenw. Zeit.
π 21° 35′ 47,5 } vom mittlern Equin. 1840.
Ω 248 39 17,5 }
log q 0,1758596
I 58 32 43 direct.

Ich bin so frei Ihnen zugleich hiemit meine letzten spärlichen Sternbedeckungen zuzustellen.

			Mittl Hamb. Zeit.	
1840 April 11.	ν Leonis	Eintritt	10h 34′ 58″29	
			58,4	*Funk.*
— 22.	τ Sagittarii	—	16 13 20,77	
			20,6	*Funk.*
Mai 4.	Anon.	—	10 30 16,97	
			16,8	*Funk.*
Juni 3.	η Cancri	—	9 48 30,98	
			31,0	*Funk.*
Aug. 24.	° Cancri	—	16 13 35,8	
			35,4	*Funk.*
— 24.	° Cancri	—	16 16 7,9	
			7,4	*Funk.*
Oct. 16.	η^1 Geminor.	—	12 5 45,0	
— 16.	η^2 Gemin.	Austritt	13 3 18,55	

Herr *Funk* hat am 5ten April noch die Eintritte zweier anonymer Sterne beobachtet

9 32 24,8
10 6 40,0

Rümcker.

Schreiben des Herrn Hofraths *Schwabe* an den Herausgeber.

Dessau 1840. November 13.

Ich erlaube mir die Bitte, folgende astronomische Instrumente in den Astr. Nachr. zum Verkaufe anzuzeigen. Sie gehörten dem unlängst in Seyda bei Wittenberg verstorbenen Superintendenten *Camens*. Der Diaconus *Stich* in Seyda giebt darüber nähere Auskunft.

1. Ein *Fraunhofer*scher Tubus von 6 Fuss Brennweite und 82 Linien Oeffnung mit Zubehör.....550 Thaler.
2. Ein *Fraunhofer*scher Kometensucher von 24 Zoll Brennweite und 34 Linien Oeffnung.....35 Thaler.
3. Ein *Fraunhofer*sches Filar-Micrometer.....30 Thaler.
4. Ein Tubus von 4 Fuss Brennweite und 33 Linien Oeffnung, dessen Objectiv von *Fraunhofer* ist. 100 Thaler.
5. Ein Zugfernrohr von *Ramsden* von 30 Zoll Brennweite, 22 Linien Oeffnung.....35 Thaler.

In diesem Jahre sind die Sonnenflecke sehr beachtenswerth, besonders zeichnet sich einer durch eine ungewöhnliche Beständigkeit aus, indem derselbe am 10ten November zum achten Male eintrat. Sein erster Eintritt geschah am 5ten Mai, den 16—17ten November wird er ungefähr in der Mitte der Sonne stehen, den 22sten d. M. austreten und wenn er ferner beständig bleibt, den 7ten December zum neunten Mal am östlichen Sonnenrande erscheinen. Eine nähere Nachricht darüber behalte ich mir für meinen Jahresbericht vor.

S. H. Schwabe.

Digitized by Google

Schreiben des Herrn Professors *Encke* an den Herausgeber.

Berlin 1840. Novbr 21.

Den Cometen haben wir fleifsig beobachtet, und da vielleicht der Mangel an Sternen, die nur in den Pariser Mémoires, nicht in der Hist. cél. beobachtet sind, andere Beobachter in der ersten Zeit abhalten kann, gleich Resultate zu erhalten, so setze ich Ihnen die Beobachtungen und Elemente her. Die benutzten Sterne sind wahrscheinlich sehr nahe richtig, denn zwei derselben hat Herr *Galle* hier beobachtet und fast genau das Resultat seiner Reductionen der Pariser Beobachtungen erhalten. Auch scheint die Zone, aus der sie genommen sind, gut beobachtet, denn eine von mir berechnete Tafel darüber giebt mit 12 Piazzischen Sternen gute Uebereinstimmung. Wäre es nicht der Mühe werth, diese Zonenbeobachtungen, die nicht allen Astronomen zugänglich sind, besonders abdrucken zu lassen und mit Tafeln ähnlich wie Ihre vortrefflichen für die Hist. cél. zu versehen? Bei den hohen Declinationen fehlt eine andere Reihe und ich bin mehreremale schon genöthigt gewesen mit Zeitverlust Sterne aus diesen Memoires zu nehmen.

Folgende Elemente sind an die Beobachtungen vom 27ten Octbr., 3ten und 12ten Novbr. angeschlossen mit Rücksicht auf alle Correctionen.

Durchgang Novbr. 14,02994 Berlin. mittl. Zeit.

Länge des Perihels	22°24′55″8	M. Aeq. 1841
☊	248 39 49,9	
Neigung	58 19 24,9	
Log. kleinst. Abstand	0,172843	Rechtläufig.

Die Beobachtungen und die Vergleichungen mit den Elementen sind folgende:

	M. Berl. Zt.	AR. Com.	Decl. Com.	Rechn. — Beob. ΔAR.	Rechn. — Beob. Δδ
Oct 27	10h 17′ 46″	280° 16′ 33″4	+60° 55′ 33″4	— 0″3	— 0″1
28	8 25 11	281 21 38,1	60 56 4,4	+ 9,8	+ 0,7
29	8 25 41	282 35 21,9	60 56 17,1	—10,7	+ 0,5
30	6 54 24	283 45 38,6	60 56 12,4	+13,0	— 3,0
	8 10 40	283 49 44,2	60 56 8,5	+ 9,6	— 1,3
31	8 8 25	285 8 1,1	60 55 32,0	— 1,2	— 2,1
Nov. 1	7 49 8	286 27 37,9	60 54 28,4	+ 3,7	— 4,4
2	9 22 31	287 56 25,3	60 52 37,3	+ 3,6	— 3,3
3	7 34 59	289 16 0,4	60 50 34,6	+ 4,1	— 8,3
9	12 26 35	299 4 30,1	60 17 38,4	+ 7,6	+ 1 7
11	7 27 8	302 11 11,0	60 0 44,7	+ 8,2	— 0,4
12	8 34 55	304 3 20,3	59 48 52,6	— 0,8	— 2,0

Bei der Vergleichung hat Herr *Galle* auf alle Correctionen Rücksicht genommen.

Der Comet wird noch längere Zeit sichtbar bleiben, vielleicht sind deshalb die gewöhnlichen Constanten für die rechtwinklichten Coordinaten bezogen auf den Aequator Manchem angenehm. Es wird

$$x = [9{,}7850539]\ \sin(v + 97°\,6'\,28''8)$$
$$y = [9{,}9987755]\ \sin(v + 12\ 43\ 10{,}1)$$
$$z = [9{,}9010431]\ \sin(v + 105\ 59\ 41{,}5)$$

wo die [ ] Logarithmen bedeuten.

Encke.

Marche du chronomètre Nr. 31 de *Hauth*, marchant un mois, appartenant à Son Excellence, Monsieur l'Amiral *de Greig*.

L'an 1840. vieux style.			Avance journalière du chronomètre par rapport au tems moy. sol.	Différence de la marche moyenne.
Depuis le 6 Avril	jusqu'au	9	+ 0″65	— 0″30
9 —	—	20	+ 0,52	— 0,43
20 —	—	22	+ 0,77	— 0,18
22 —	—	25	+ 0,54	— 0,41
25 —	—	29	+ 0,83	— 0,12
29 —	—	2 Mai	+ 0,67	— 0,28
2 Mai	—	6	+ 1,31	+ 0,36
6 —	—	11	+ 1,66	+ 0,71
11 —	—	17	+ 1,69	+ 0,74
17 —	—	20	+ 0,70	— 0,25
20 —	—	25	+ 0,68	— 0,27
25 —	—	1 Juin	+ 0,81	— 0,14
Depuis le 1 Juin	—	6	+ 1,32	+ 0,37
6 —	—	9	+ 1,22	+ 0,27
9 —	—	13	+ 1,06	+ 0,11
			Différence moyenne	+ 0″015

Depuis le 6 Avril jusqu'au 13 Juin, c'est-à-dire en 68 jours, le chronomètre Nr. 31 de *Hauth* a gagné sur le tems moyen solaire + 1′ 48″4. Donc son Avance journalière moyenne a été dans cet intervalle de tems = + 0″954. On trouve dans la dernière colonne la différence journalière moyenne et actuelle; cette différence de l'Avance a été pour la plupart au

Digitized by Google

dessous d'un quart de seconde, seulement deux fois elle a monté jusqu'à 0″71 et 0″74.

v. Wisniewski.

Der vorstehende Gang eines von Herrn *Hauth* in Petersburg verfertigten Chronometers, der, so viel ich weifs, der erste ist, der einen Monat hindurch in einem Aufzuge geht, ist mir von dem Herrn Admiral *Greig* zur Bekanntmachung in diesen Blättern mitgetheilt worden. Die Beobachtungen sind von Herrn v. *Wisniewski* auf der Sternwarte der kaiserlichen Academie in St. Petersburg gemacht.

S.

Schreiben des Herrn *Rümcker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber.

Hamburg 1840. Nov. 30.

Zuvörderst theile ich Ihnen folgende scharf beobachtete Sternbedeckungen mit.

1840 Nov. 15. 7 Leonis Austritt $12^h\ 3'\ 15''4$ Hamb. m. Zt.
— 16. 48 Leonis Austritt 17 24 47,7 — —

Wie Herr *Fischer* in Nr. 412 dieser Blätter dazu gekommen ist aus meinen am 14ten Januar beobachteten Sternbedeckungen unrichtige Resultate zu ziehen, kann ich nicht recht begreifen. Es scheint mir die von Herrn *Steczkowski* in Nr. 408 bekannt gemachten Berechnungen dieser Beobachtungen, aus denen ihre Genauigkeit hinlänglich erhellt, hätten ihn aufmerksam machen und veranlassen können seine Rechnungen nachzusehen. Wahrscheinlich hat er die Sterne verwechselt, wenigstens wird dies dadurch wahrscheinlich, dafs er den Austritt von e Plejad. als von mir zu spät bezeichnet anführt, was, wie Jeder in Nr. 396 der Astr. Nachr. nachsehen kann, keineswegs der Fall ist. Dagegen habe ich den Austritt von c Plejad. am angeführten Orte als bedeutend zu spät bezeichnet. Worin nun auch Herrn *Fischers* Fehler liegen mag, so wird er in seinem eigenen Interesse wohl thun seine Rechnungen zu wiederholen. Ich füge noch die bisher nicht publicirten von Herrn *Funk* in Hamburg angestellten Beobachtungen dieser Bedeckungen hinzu.

m. Eintritt $9^h\ 48'\ 21''9$ M. Z.
h. — 9 51 30,9 —
c. — 10 2 10,8 —

Zur Zeit des Austritts von c und e Plejadum war es bewölkt, dennoch halte ich den letzten Austritt für sehr scharf beobachtet.

Da aufser von Apenrade und Hamburg auch von Crocau und Greifswald Beobachtungen dieser Bedeckungen in den Astron. Nachrichten enthalten sind, und mehr zu erwarten stehen, so könnten bei ihrer Berechnung die folgenden Meridianbeobachtungen des Mondes und einiger der Plejaden am 14ten Januar, wie auch dem vorhergehenden und folgenden, so wie auch am 15ten März, an welchem α Leonis bedeckt wurde, von Nutzen seyn.

	Scheinb. AR.	Scheinb. Decl.	
Janr. 13.	$1^h\ 58'\ 10''812$	$22°\ 42'\ 20''37$	α Arietis.
	2 22 3,361	16 59 43,27	ψ Arietis.
	2 29 5,165	18 52 14,90	☾ I. Unt. Rd. für. Refr. aber nicht für Parall. corrig.
	2 33 22,161	19 19 42,54	μ Ariet.
	2 53 56,176	———	α Ceti.
	3 2 30,507	19 7 12,57	δ Arietis.
	3 14 53,410	24 9 20,00	g Arietis.

Mit Annahme des Axenverhältnisses $\frac{999,1}{1000,0}$ ergiebt sich hieraus die wahre Declination des Monds-Mittelpuncts 19° 42′ 4″6 zur Zeit der Culmination.

Janr. 14.	$1^h\ 58'\ 10''573$	$22°\ 42'\ 20''11$	α Arietis.
	3 14 53,414	24 9 21,60	g Arietis.
	3 30 29,280	23 32 23,76	☾ I Unterer Rand.
	3 35 19,484	23 47 3,06	g Plejadum.
	3 37 59,734	23 47 29,83	Plejadum.
	3 39 51,673	23 53 25,31	Plejadum.
	3 55 16,170	21 38 31,96	A^1 Tauri.
	3 55 53,740	———	A^2 Tauri.
	4 16 46,080	22 26 52,20	ν Tauri.
	4 26 46,193	16 11 3,58	Aldebaran.

woraus sich 24° 18′ 24″4 für wahre Declination des Mondes zur Culminationszeit ergiebt.

Janr. 15.	$3^h\ 35'\ 19''540$	23° 47′ 2″17	Plejadum.
	3 37 59,672	23 47 28,98	Plejadum.
	3 40 26,246	23 51 36,59	Anon.
	3 55 16,025	21 38 31,26	A^1 Tauri.
	4 16 46,188	22 26 51,88	ν Tauri.
	4 26 46,412	16 11 2,24	Aldebaran.
	4 36 36,781	28 34 40,96	☾ I Unterer Rand.
	5. 4 54,950	———	α Aurigae.
	5 16 12,951	28 28 5,95	β Tauri.
	5 28 23,630	30 23 35,05	ι Aurigae.

woraus sich 27° 18′ 3″16 für die Mondes-Declination ergiebt. Diese 3 Declinationen stimmen beinahe vollkommen mit den Mondstafeln. Obige Plejaden-Oerter ergeben sich aus dem *Bessel*schen Verzeichnifs Nr. 387 der Astr. Nachr., so wie Herr *Steczkowski* sie angegeben hat.

Digitized by Google

	Scheinb. AR.	Scheinb. Decl.	
1840 März 15.	9h 22′ 37″524	23° 40′ 9″01	λ Leonis.
	9 35 47,959	24 30 25,67	a Leonis.
	9 42 50,059	25 8 53,45	g Leonis.
	9 51 47,454	8 48 25,62	π Leonis.
	9 59 53,183	———	α Leonis.
	10 1 18,767	12 29 2,87	☾ I Oberer Rand.
	10 5 39,735	12 27 52,53	Anon.
	10 11 57,640	12 9 7,77	Anon.

	Scheinb. AR.	Scheinb. Decl.	
1840 März 15.	10h 18′ 45″133	12° 7′ 36″20	Anon.
	10 24 25,235	10 7 32,62	ρ Leonis.

Hieraus ergiebt sich die wahre Declination des Mondes 12h 50′ 47″8. Der Nautical Almanach giebt sie 6″ südlicher. Der von mir beobachtete Eintritt und Austritt von α Leonis ist auf ½ Secunde richtig.

C. Rümcker.

Sternbedeckungen in Nordamerika beobachtet.

Diese Sternbedeckungen sind aus den Proceedings der American Philosophical Society genommen. Sie sind eine Fortsetzung von früheren in diesen Proceedings bekannt gemachten Beobachtungen, welche, sobald ich sie erhalte, nachgeliefert werden sollen.

Da die europäischen Beobachtungen schon in diesen Blättern abgedruckt sind, habe ich sie nicht wiederholt. Sie nehmen die fehlenden Nummern im Originale ein.

Nach welchem Gesetze die Gewichte der Längenbestimmungen des Capitols angegeben sind, erhellt nicht. Vielleicht ist darüber etwas in dem früheren Aufsatze gesagt. *S.*

Mr. *Walcker*, from the Committee on making and collecting observations of Celestial Phenomena, reported, in part, that they had received observations of Lunar Occultations of the Fixed Stars, which are given in the mean time of the respective places of observation, being a continuation of the list published in Nr. 6, page 71 and 72, of the Society's Proceedings; and, on motion, the Report was accepted.

			h m s			
1838.						
48. Nov. 13.	a Virgin.	Im.	19 31 8,55	d. l.	Hudson Obs.	*Loomis.*
58.	„ „ „	Im.	16 25 37,94	d. l.	Dover,	*Blickensderfer.*
1839.						
61. Jan. 10	π¹ Virg.	Im.	18 19 19,00	d. l.	Southwick,	*Holcomb.*
62.	„ „ „	Em.	18 34 15,00	d. l.	„	„
63. Jan. 21.	π Pisc.	Im.	6 18 58,64	d. l.	Philad. Obs.	*W.* and *K.*
64.	„ „	Im.	6 31 44,00	d. l.	Southwick	*H.*
65. April 19.	c Gemin.	Im.	7 17 35,38	d. l.	Hudson Obs.	*L.*
66.*	„ „	Em.	8 25 35,42	b. l.	„	„
67.	„ „	Im.	7 55 51,55	d. l.	Philad. Obs.	*W.* and *K.*
68.	„ „	Im.	7 58 46,10	d. l.	Princeton, N. J.	*A.*
69.*	„ „	Em.	8 57 43,20	b. l.	„	„
70.	„ „	Im.	8 9 42,90	d. l.	Southwick	*H.*
71.	„ „	Im.	8 20 31,90	d. l.	Dorchester	*Bond.*
72.	„ „	Im.	8 20 31,70	d. l.	„	„
1839.						
73. April 17.	c Gemin.	Im.	8 20 33,96	d. l.	Boston	*Paine.*
74.	20. γ Cancri	Im.	10 6 3,13	d. l.	Hudson Obs.	*L.*
75.*	„ „	Em.	10 53 51,08	b. l.	Hudson Obs.	*L.*
76.	„ „	Im.	10 44 24,80	d. l.	Dorchester	*B.*
77.	„ „	Im.	10 44 24,70	d. l.	„	„
78.	„ „	Im.	10 44 21,70	d. l.	Boston	*P.*
79.	25. 91 Virg.	Im.	8 13 47,20	d. l.	Philad. Obs.	*W.P.* a. *K.*
80.	„ 50 „	Im.	8 25 59,50	d. l.	„	„
81. June 20.	68 l „	Im.	7 45 28,80	d. l.	Washington	*Gillis.*
82.	„ „ „	Im.	7 57 42,88	d. l.	Philad. Obs.	*W.* and *K.*
83.	„ „ „	Im.	8 11 57,25	d. l.	Southwick	*H.*
84. June 23.	b Scorpii	Im.	8 39 53,90	d. l.	Washington	*G.*
85.	„ „	Im.	8 50 52,07	d. l.	Philad. Obs.	*W.* and *K.*
86.	30. D Aquarii	Im.	10 58 50,54	d. l.	„	„
87. July 6.	b Plejad.	Im.	15 29 49,49	b. l.	„	*W.*
88.*	„ „	Im.	15 29 43,49	b. l.	„	*R.*
89.	„ „	Em.	15 24 6,99	d. l.	„	„
90.	„ „	Em.	15 14 7,10	d. l.	Washington	*G.*
91.*	„ Anon. 7th mag.	Im.	15 55 4,49	b. l.	Philad. Obs.	*W.*
92.*	„ „	Im.	15 55 4,07	b. l.	„	*R.*
93.	„ d „	Im.	16 0 21,49	b. l.	„	*W.*
94.	„ „ „	Im.	15 0 18,69	b. l.	„	*R.*
95.	„ „ „	Im.	15 32 34,56	b. l.	Hudson Obs.	*L.*
96.	„ „ „	Em.	16 22 28,85	b. l.	„	„
97.	„ c „	Im.	15 14 45,29	b. l.	Philad. Obs.	*W.*
98.	„ „ „	Im.	15 14 44,29	b. l.	„	*R.*
99. Jul. 6.	Anony. 7th mag.	Im.	16 5 49,10	b. l.	Washington	*G.*
100.	„ „	Em.	16 38 41,10	d. l.	„	„
101.	„ η „	Im.	15 30 24,79	b. l.	Philad. Obs.	*W.*
	„ „ „	Im.	15 30 25,49			
102	„ „ „	Im.	15 30 24,49	b. l.	„	*R.*
	„ „ „	Im.	15 30 25,79			
103.	„ „ „	Im.	16 20 17,40	b. l.	Washington	*G.*
104. July 14.	59 c Leonis	Im.	8 2 44,25	d. l.	Philad. Obs.	*W.*
105. Sep. 14.	π Scorpii	Im.	6 19 51,92	d. l.	„	*K.*
106.	„ „	Im.	6 19 51,72	d. l.	„	*W.*

Digitized by Google

	1839.			h m s			
107.	April 26.	γ Cancri	Em.	7 47 5,84	b. l.	Philad. Obs.	*W.*
108.	„	„	Im.	6 42 13,71	d. l.	Dorchester	*B.*
109.	20.	42 Aquarii	Im.	12 24 39,75	d. l.	Philad. Obs.	*K.*
110.	„	„	Im.	12 24 40,15	d. l.	„	*W.*
111.	„	„	Im.	12 45 12,40	d. l.	Boston	*P.*
112.	26.	b Plejadum	Im.	9 41 49,68	b. l.	Philad. Obs.	*W.*
113.	„	„ „	Im.	9 41 49,18	b. l.	„	*M.*
114.	„	„ „	Em.	10 32 4,73	d. l.	„	*W.*
115.	„	„ „	Em.	10 32 7,97	d. l.	„	*K.*
116.	„	„ „	Em.	10 32 5,78	d. l.	„	*R.*
117.	„	„ „	Em.	10 32 5,13	d. l.	„	*M.*
118.	„	„ „	Im.	9 54 6,00	b. l.	Southwick	*H.*
119.	„	„ „	Em.	10 53 6,90	d. l.	Boston	*P.*
120.	„	„ „	Em.	10 22 52,60	d. l.	Washington	*G.*
121.	„	g „	Im.	9 45 5,88	b. l.	Philad. Obs.	*M.*
122.	„	„ „	Em.	10 39 57,09	d. l.	„	*W.*
123.	„	„ „	Em.	10 39 57,67	d. l.	„	*K.*
124.	„	„ „	Em.	10 39 58,95	d. l.	„	*R.*
125.	„	„ „	Em.	10 39 57,04	d. l.	„	*M.*
126.	„	„ „	Em.	11 1 45,27	d. l.	Boston	*P.*
127.	„	„ „	Em.	10 30 20,20	d. l.	Washington	*G.*
128.*	„	e „	Im.	10 6 37,75	b. l.	Philad. Obs.	*K.*
129.	„	„ „	Im.	10 6 39,61	b. l.	„	*R.*
130.	„	„ „	Im.	10 6 42,35	b. l.	„	*M.*
131.	„	„ „	Em.	10 49 58,98	d. l.	„	*W.*
132.	„	„ „	Em.	10 49 59,52	d. l.	„	*K.*
133.	„	„ „	Em.	10 50 0,36	d. l.	„	*R.*
134.	„	„ „	Em.	10 49 59,38	d. l.	„	*M.*
135.	„	„ „	Em.	11 12 36,43	d. l.	Boston	*P.*
136.	„	„ „	Im.	9 57 40,60	b. l.	Washington	*G.*
137.	„	„ „	Em.	10 39 59,40	d. l.	„	„
139.	„	c „	Im.	10 9 11,23	b. l.	Philad. Obs.	*W.*
140.	„	„ „	Im.	10 9 11,85	b. l.	„	*M.*
141.*	„	„ „	Im.	10 9 7,40	b. l.	„	*R.*
142.	„	„ „	Em.	11 6 34,69	d. l.	„	*W.*
143.	„	„ „	Em.	11 6 35,04	d. l.	„	*R.*
144.	„	„ „	Em.	11 6 35,29	d. l.	„	*M.*
145.	Sep. 26.	e Plejad.	Im.	10 22 2,00	b. l.	Southwick	*H.*
146.	„	„	Em.	11 28 58,98	d. l.	Boston	*P.*
147.	„	„	Im.	9 59 56,20	b. l.	Washington	*G.*
148.	„	„	Em.	10 56 42,40	d. l.	„	„
155.	Oct. 14.	τ Sagitt.	Im.	8 21 55,26	d. l.	Roscoe, Olbickensderfer.	
156.	17.	δ Capric.	Im.	8 28 11,50	d. l.	Philad. Obs.	*W.*
157.*	Oct. 17.	δ Cancri	Im.	8 40 10,52	d. l.	New Haven	*Mason*
158.*	„	„	Em.	9 32 1,04	b. l.	„	„
159.	„	„	Im.	8 18 19,10	d. l.	Washington	*G.*
162.	28.	γ Cancri	Im.	14 8 30,10	d. l.	Washington	*G.*
163.	Dec. 12.	x Aquarii	Im.	9 22 24,02	b. l.	Philad Obs.	*W.*
164.	„	„	Im.	9 22 24,45	b. l.	„	*R.*
165.	„	„	Im.	8 25 48,24	b. l.	New Haven	*Mason*
166.	„	„	Im.	8 25 48,39	b. l.	„	*Bradley*
167.	„	„	Em.	9 31 57,38	d. l.	„	*Mason*
168.	„	„	Em.	9 31 57,78	d. l.	„	*Bradley*
169.	„	88 Aquar.	Im.	9 33 36,20	d. l.	Philad. Obs.	*W.*
170.	„	„	Im.	9 33 38,45	d. l.	„	*R.*
171.	„	„	Im.	9 43 26,84	d. l.	New Haven	*Mason*
172.	„	„	Im.	9 43 26,89	d. l.	„	*Bradley*
173.	July 6.	b Plejad.	Em.	15 56 22,55	d. l.	Hudson Obs.	*L.*
174.	„	η „	Im.	16 2 21,67	b. l.	„	„

The longitudes and latitudes of the American places of observation, as far as they can be determined from a reduction of these and former American observations, have been furnished by Messrs. *Walker* and *Kendall*, as follows.

Place of observation.	N. Latitude.	Longit. from Philad. Obs.	Longitude west from Greenwich.
	° ′ ″	m s	h m s
Boston State House	42 21 22,7	E. 16 24,77	4 44 17,13
„ Paine's House	42 20 56	E. 16 25,10	4 44 16,80
Dorchester, Bond's priv. Obs.	42 19 15	E. 16 24,09	4 44 17,81
Southwick, Holcomb's „	42 0 41	E. 9 24,83	4 51 17,07
Yale College, New Haven	41 17 58	E. 8 51,00	4 51 50,90
City Hall, New York	40 42 40	E. 4 37,54	4 56 4,36
Brooklyn, Blunt's private Obs.	40 42 0	E. 4 41,90	4 56 0,00
Nassau Hall, Princeton College	40 20 50	E. 2 3,70	4 58 38,20
Alexander's House „	40 20 56	E. 2 4,00	4 58 37,90
Philadelphia, High School Obs.	39 57 8	0	5 0 41,90
„ State House	39 56 57,9	E. 2,86	5 0 39,04
Washington, Capitol	38 53 23	W. 7 24,10	5 8 6,00
„ Marine Obs.	38 53 31	W. 7 24,18	5 8 6,08
Hudson Observatory	41 14 37	W. 25 5,56	5 25 47,46
Dover, Ohio	40 30 52	W. 25 14,02	5 25 55,92

The details of the computations on which these results are based, are too extensive for the limits of this Report. These separate results for the longitude of the Capitol, on account of its importance as being our prime meridian, are here appended.

Digitized by Google

No.	Date.	Object Observed.	Compared with	Relative Weight.	Resulting Lon. from Greenwich.
					h m s
1	1791 April 3	Annular Eclipse	Corr. Obs. European Observatories	3	5 8 5,38
2	1793 Jan. 21	Occ'n α Tauri	Merid. „ „ „	*0	5 7 53,08
3	1804 Oct. 20	„ η „	„ „ „ „	1	5 8 6,88
4	1811 Sept. 17	Solar Eclipse	Corr. „ Salem, Massachusetts	1,5	8,78
5	1813 Jan. 12	Occ'n γ Tauri	„ „ European Observatories	0	27,48
6	1831 Febr. 12	Solar Eclipse	„ „ Dorchester Observatory	2	7,82
7	1836 May 15	„ „	„ „ European „	0	13,64
8	1838 Sept. 18	Annular Eclipse	„ „ Philadelphia, Princeton, Southwick and Brooklyn	3	2,97
9	1839 June 20	Im. 68 i Virginis	„ „ Philadelphia Observatory	1	6,68
10	June 23	Im. 1 b Scorpii	„ „ „ „	0	12,99
11	July 6	Em. b Plejadum	„ „ „ „ and Hudson Obs.	1,5	4,84
12	„	Im. c „	„ „ „ „ „	0,5	11,66
13	„	Im. η „	„ „ „ „ „	1,5	6,10
14	Sept. 26	Em. b „	„ „ „ „ and Boston	0,6	1,38
15	„	Im. c „	„ „ „ „ and Southwick and Breslaw Obs.	0,6	9,87
16	„	Em. „ „	„ „ „ „ and Boston	1,5	4,00
17	„	Em. g „	„ „ „ „ „	1,5	5,86
18	„	Em. c „	„ „ „ „ „	1,5	6,71
19	Oct. 17	Im. d Capricorni	„ „ „ „ „	1,0	5,02
20	1840 April 19	Im. τ Scorpii	„ „ „ „	0,7	3,10
	„	Em. „ „	„ „ „ „	0,7	4,97
21	May 16	Im. μ Cancri	„ „ „ „	1,0	8,47
				23,9	138,07

Marine Obs. Mean of 21 results according to weights 5h 8m 5s,78
Capitol 5,72
Marine Obs. Mean of 6 results by transport'n of chron's, by R. T. Paine, between Washington, Philad. and Boston 6,32
Whence longitude of the Capitol 5 8 6,0

Note by the Committee.

The observations at the

Hudson Observations are made by ..... Prof. *E. Loomis.*
Washington Marine Obs. ..... Lieut. *S. M. Gilliss.*
Boston, ... *R. T. Paine*, Esq.
Dorchester Obs. ..... *Wm. Cranch Bond.*
Southwick Mass ..... Mr. *A. Holcomb.*
Princeton, ... Prof. *S. Alexander.*
Dover, Ohio, ... Mr. *J. Blickensderfer, jr.*
Brooklyn, Obs. ..... Mr. *E. Blunt.*
New Haven, ... Mr. *E. P. Mason* and Mr. *Bradley.*
Philadelphia Obs. ..... W. is for Mr. *S. C. Walker.*
„ K. „ Prof. *E. O. Kendall.*
„ R. „ *Wm. H. C. Riggs.*
Philadelphia Obs. M. is for Mr. *E. P. Mason.*
„ P. „ *R. T. Paine*, Esq.

The numbers which have an asterisk (*) prefixed to them are considered by the observers as somewhat doubtful, from brightness of the moon's limb or other causes. The European observations have been selected from those published in *Schumacher's* Astronomische Nachrichten, on account of their coincidence in date with the American observations. The immersion and emersion of π Piscium, January 10th, 1839, took place both at the moon's dark limb. At the immersion of η Plejadum, July 6th, 1839, the star appeared to hang on the moon's bright limb about 1,7s; or rather, the star appeared to have a sensible disc taking that time to merge.

Jupiterstrabanten-Verfinsterungen auf der Altonaer Sternwarte beobachtet von Herrn Observator *Petersen.*

		Mittl. Zeit.	
1837 Febr. 10.	Austritt I	8h 16' 14 t	Luft etwas neblicht, vielleicht deswegen und weil der Trabant so nahe an Jupiter austrat, etwas zu spät. Fernrohr Nr. 3a.
	Austritt II	10 8 3,5	Luft gut. Doch vielleicht etwas zu spät, weil auch dieser Trabant sehr nahe an Jupiter austrat. Fernrohr Nr. 3.
	Austritt IV	11 29 36,1	Luft schön, Beobachtung sehr gut. Fernrohr Nr. 3.
Febr. 12.	Austritt III	8 32 40,8	Luft etwas neblicht, doch waren die Streifen ziemlich deutlich; Beobachtung gut. Fernrohr Nr. 8a.
Febr. 24.	Austritt I	12 3 58,9	Luft schön, Beobachtung sehr gut. Fernrohr Nr. 3.
März 19.	Austritt I	12 16 7,5	Luft stark undulirend, doch die Streifen ziemlich deutlich. Fernrohr Nr. 8a.

Das Fernrohr Nr. 3 ist ein Fraunhofer von 37 Linien Oeffnung und 48 Zoll Brennweite. Nr. 8a ist ein Dollond der Royal Astronomical Society gehörend. Vergl. Astr. Nachr. Bd. 14 pag. 328.

Digitized by Google

Plejadenbedeckung 1840 Februar 7.

Auf der Altonaer Sternwarte wurden die Eintritte folgender Sterne, (mit Ausnahme des mit einem * bezeichneten, der nur auf 0″5 sicher ist) scharf beobachtet. Die Zeitmomente sind Altonaer m. Z.

	Petersen.	Clausen.	Nehus.
g Plejadum	8ʰ46′54″35		
a ———	9 0 21,72	9ʰ 0′22″14	
c ———	— 16 32,36	— 16 31,79	9ʰ16′31″65
Anonyma (6)	— 22 21,29		
*Anonyma (6.7)	— 24 37,72		

Von der Hamburger Sternwarte hat Herr Director *Rümcker* mir folgende Beobachtungen mitgetheilt. Die Zeitmomente sind Hamburger mittlere Zeit.

		Rümcker.	Weyer.	Funck.
g Plejadum	E.	8ʰ47′ 4″5	8ʰ47′ 3″7	8ʰ47′ 4″1
	A.	9 48 1,5		
a ———	E.	9 0 31,3	9 0 30,2	9 0 31,6
	A.			10 14 23,6
c ———	E.	9 16 41,7	9 16 41,2	9 16 42,2
	A.	10 18 39,5		
a) Anonyma	E.	9 22 30,7	9 22 30,2	9 22 31,1
Anonyma	E.			9 48 20,1

a) Ist derselbe Stern, der auch in Altona beobachtet wurde.

S.

Schreiben des Herrn Professors *Mädler*, Directors der Dorpater Sternwarte, an den Herausgeber.

Dorpat 1840. Novbr. $\frac{13}{25}$.

Gern hätte ich gewartet, bis ich Ihnen einen irgend erheblichen Beitrag für die A. N. senden konnte, allein die Witterung ist im höchsten Grade ungünstig gewesen. Am 2ten Oct. kam ich hier an und am 11ten ward mir die Sternwarte übergeben; allein der ganze October und November waren anhaltend trübe. Nur vom 28ten Octbr. bis 4ten Novbr. konnte ich in theilweis heitern Tagen und Nächten einige Beobachtungen anstellen. Schon am 6ten erhielt ich Nachricht von dem in Berlin entdeckten Cometen, doch erst am 20sten erlaubte der Himmel ihn aufzusuchen; und kaum war dies gelungen, so trat wieder Trübung ein.

Er erschien als eine nur wenig länglichte Nebelmasse von etwa 2′ Durchmesser mit einem etwas excentrischen Kerne, und war schon im Sucher des Refractors gut sichtbar. Sollten mehr und bessere Beobachtungen gelingen, so werden Sie dieselben ungesäumt erhalten. Einstweilen setze ich einige Doppelstern-Beobachtungen im Detail her.

Octbr. 28. 14ʰ10 Stzt. γ Leonis.

170°36′	37ʰ938	
171 42,5	37,927	38,309
170 33	37,936	38,316
		38,311
170 67,2		
Parallel = 186 17,0		0ʰ1891
Position 105°19′8.		Distanz = 3″397.
Therm. + 5°0 R.		

Oct. 29. 8ʰ50′ Stz. Castor. 12ʰ10′ Stz Castor.

Dämmerung.		Heller Tag.	
203°35′	203° 7′	38,345	37,690
204 52	203 25	38,358	37,683
205 15	204 3	38,353	37,686
203 43	203 4	38,364	37,679
204 15	204 46	38,353	37,680
203 40			
	203 29		0ʰ3356
204 13,3	186 16		Distanz = 5″139.
Par. = 186 16	Pos = 252°47′		
Pos. = 252 2,7.	Therm. + 0°8 R.		

Oct. 30. 12ʰ0′ Stz. Castor.

202 40′	37,756	
204 46	37,759	38,382
203 2	37,763	38,397
204 10	37,769	38,395
202 59	37,761	38,396
		38,392
203 31,4		
Par. = 186 16		0ʰ3155
Pos. = 252°44′6		Dist. = 4″833.
Therm. — 1°5 R.		

Nov. 1. 10°0 ξ Ursae maj.

123°43	37,875	
124 26	37,869	38,206
123 57	37,864	38,201
125 18		38,211
124 28		0 1681
124 22		Dist. = 2″586.
Par. 186 16,5		
Pos. 131 54,5		
Therm. — 2°9 R.		

Mädler.

Inhalt.

(zu Nr. 412.) Schreiben des Herrn Professors *v. Boguslawski*, Directors der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber. p. 49. — Sternbedeckungen beobachtet zu Breslau von 1839 October 29 bis 1840 April 11. p. 51. — Schreiben des Herrn *Pr. Fischer* an den Herausgeber. p. 53. — The Moons Right Ascension, Declination and Horizontal Parallax for the time of her transit over the meridian of Altona for the year 1841 with the logarithms of coefficients for facilitating the reduction to other Meridians. (Beschluss.) p. 55. — Briefe des Herrn Dr. *Bremiker* und Herrn *Galle* an den Herausgeber. p. 63. — Elemente des Cometen von Herrn Observator *Petersen* am 3ten November erhalten. p. 53.

(zu Nr. 413.) Schreiben des Herrn Majors *Davis* an den Herausgeber. p. 65. — Schreiben des Herrn *Rümcker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber. p. 67. — Schreiben des Herrn Hofraths *Schwabe* in Dessau, an den Herausgeber. p. 67. — Schreiben des Herrn Professors *Encke*, Directors der Berliner Sternwarte, an den Herausgeber. p. 69. — Marche du chronomètre Nr. 31 de *Hauth*, marchant un mois, appartenant à Son Excellence l'Amiral *de Greigh*. p. 69. — Schreiben des Herrn *Rümcker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber. p. 71. — Sternbedeckungen in Nordamerika beobachtet. p. 73. — Jupitessatrabanten-Verfinsterungen auf der Altonaer Sternwarte beobachtet von Herrn Observator *Petersen*. p. 77. — Plejadenbedeckung 1840 Dec. 7. p. 79. — Schreiben des Herrn Prof. *Mädler*, Director der Dorpater Sternwarte, an den Herausgeber. p. 79.

Altona 1841. Januar 16. (Hiezu vier Kupfertafeln.)

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 414.

Schreiben des Herrn *Airy*, Directors der Greenwicher Sternwarte, an den Herausgeber.

Royal Observatory Greenwich 1840. Decbr. 24.

Dear Sir.

I sent off yesterday, to go by one of the Hamburgh steamboats, a packet containing some copies of the curves representing our observations of the Meridional Magnet at every 5 minutes on the 4 days of the year indicated by Mr. *Gauss*. I have no doubt of the accuracy of these observations for differential results: but they are perhaps not good for absolute determinations of magnetic declination: however this is unimportant for the purpose for which they were made.

Those engravings are to be inserted in the volume of Greenwich Observations for 1839. The whole of this volume is printed, and you will without doubt receive copies in a short time.

I am happy to announce that the Reductions of the Greenwich Observations of Planets from 1750 to 1830 are now very nearly finished. I am now arranging them in the form in which I hope ultimately to print them. I propose that it should consist of the following parts.

An Introduction, containing a description of the methods used through the work.

A Book of Clock Errors, containing the Times of Transit of the Stars used for correcting the Transit-Clock, the Tabular Right Ascensions of the Stars, and the Clock-Error deduced from each. The imperfect transits have been completed from the best intervals of wires that I could procure. The Transits are corrected for the large instrumental errors noted in *Maskelyne's* time. The places of the principal stars have been taken from the Tabulæ Regiomontanæ: when it was necessary to use other stars, their places in the Fundamenta have been adopted (obtaining the proper motion from comparison with *Piazzi's* or *Pond's* Catalogues, and computing to the second power of precession) and effecting the reduction by means of Log *A, B, C, D,* in the Tabulæ Regiomontanæ. As a general rule, three stars are used for each observation of a planet.

A Book of Index Errors, containing the Index Errors of the Iron Quadrant in 1750, 1751, 1752; the Index Errors of the Brass Quadrant in 1824; and the Index Error of *Troughton's* Circle, when one Circle only was used without observations by reflexion. These have been found by correcting the observations by *Bessel's* Refraction and comparing them with the places in the Tabulæ Regiomontanæ.

For other observations with the Brass-Quadrant, *Olufsen's* numbers of correction have been used, and my colatitude is applied. For observations with the Two Circles, the zenith points found from reflexion observations are used, and my colatitude is applied. In all cases, three determinations of Index Error or Zenith point are used for each planet, if possible.

A Book of Observed Geocentric Places, containing the Clock time of Transit, the names of the stars used for Clock Error, the Clock Rate employed, the correction for semidiameter, the inferred AR. of Center, the Greenwich Mean Polar Time, the Circle or Quadrant reading, the elements for computing the refraction, the refraction and parallax, the Semidiameter and the inferred NPD of center; also the obliquity and the Longitude and Ecliptic Polar Distance computed from the AR. and NPD. The principal difficulty has been in selecting Clock Rate. The Semidiameter and Horizontal Parallax have sometimes been taken from the Coimbra Ephemeris, sometimes computed from the Log. distances (found in another part of the work) and sometimes from micrometer-measures. The refration by *Bessels* tables. The obliquity from *Carlini's* Solar Tables.

A Book of Computed Tabular Geocentric Places, containing the Heliocentric Longitude, Latitude, and Distance, of the Sun and the Planet, for the time of observation and for that time increased by $\frac{1}{10}$ day; also the inferred Geocentric Longitude, Latitude or EPD, and distance of the Planet, for the time of observation, for that time increased by $\frac{1}{10}$ day, and for the time altered by the quantity proper for computing aberration. The Earths place is computed from *Carlini's* Tables, with no alteration except the introduction of my long equation; the places of Mercury, Venus and Mars from *v. Lindenau's* Tables, introducing my long equation for Venus, and increasing the mass of Jupiter by $\frac{1}{6}\frac{1}{0}^{th}$ part for Mars; the places of Jupiter, Saturn and Uranus, from *Bouvard's* new Tables, increasing for the two latter the mass of Jupiter by $\frac{1}{8}\frac{1}{0}^{th}$ part, and altering the epoch so as to make the effect of the long equation the same for 1840 as in *Bouvard's* Tables.

A Book of Comparison of the observed and computed places in longitude and EPD, exhibiting the apparent error of Tables for each observation; then the observations as

Digitized by Google

grouped and the mean error for the mean of each group is taken; for the *EPD*, the Geocentric Error is converted at once into Heliocentric Error: for the longitude, the coefficients are investigated which enter into the following equation.

Error of geocentric longitude $= Ax$ error of earth's radius vector $+ Bx$ error of earth's longitude $+ Cx$ error of planet's radius vector $+ Dx$ error of planets heliocentric longitude.

This last part only is not quite finished.

For the small planets, I can proceed no further than the computation of observed geocentric longitude and *EPD*. Indeed I am not able to compute these for want of the following distances, which I have not yet found

Distance of Ceres, 1802, 1803, 1804, 1811, 1812, 1814, 1817, 1818, 1821.

Distance of Juno, 1804, Sept. 25 to Nov. 26.

Distance of Vesta, 1807 April 27 to May 20.

If you can send me these distances, or the distances of the planets from the Sun, or the Heliocentric Places in Longitude and *EPD* for these times, I shall be much obliged to you.

G. B. Airy.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Hansteen*, Directors der Sternwarte in Christiania, an den Herausgeber.

1840. Decbr. 20.

Ich habe in den letzten 3 Jahren täglich den Barometer- und Thermometerstand auf der hiesigen Sternwarte um 2^h, 4^h, 10^h, 19^h, 21^h beobachtet und zuletzt auch um 0^h und 7^h. Mein Barometer ist ein *Pistor*sches Heber-Barometer von 6 Linien innerer Oeffnung mit Microscopen. Wenn ich die Barometerhöhen nach der bekannten periodischen Reihe

$$\beta = \mu + \alpha_1 . sin(a + t) + \alpha_2 . sin(a + 2t)$$

(wo μ der mittlere Barometerstand und t der Stundenwinkel der Sonne ist) berechne, so finde ich, dafs hier unter dem 60sten Breiten-Grade das Barometer in 8 Monaten, wie gewöhnlich, 2 tägliche Maxima und 2 tägliche Minima hat, dafs aber in den 4 Sommermonaten das nächtliche Minimum verschwindet, weil beide Maxima in der kurzen Nacht von 5 bis 6 Stunden zusammenfallen. Aus *Lohmanns* 10jährigen Beobb. in Dresden erhellt, dafs beide Minima dort noch das ganze Jahr hindurch statt finden. Das eine Minimum mufs also in einer gröfsern Breite verschwinden, z. B. in Copenhagen, was ganz interessant zu untersuchen wäre. Das Minimum, welches bei Tage eintrifft, ist dagegen hier in Christiania so wenig unter dem Maximum, dafs man mit grofser Wahrscheinlichkeit annehmen darf, dafs es näher an dem Polarkreise Breiten giebt, wo es ganz verschwindet, und wo demnach beide Maxima des Nachmittags zusammen fallen, ebenso wie sie im Sommer in der Nacht zusammenfallen. Es kann auf den ersten Anblick befremden, dafs das Maximum des Nachmittags eintrifft, also zu einer Zeit, wo sonst das Minimum statt zu haben pflegt, aber nach dem vorhergehenden ist alles in der Ordnung.

Die mittlere Barometerhöhe hier in Christiania ergiebt sich, nachdem alle Reductionen, selbst die wegen der gröfseren Intensität der Schwere hier, angebracht sind, sowohl aus diesen als aus anderen Beobb., auch aus Beobb. Anderer mit anderen Instrumenten, etwa 1 Linie kleiner als in Paris. Die mittlere Temperatur hier finde ich aus 6jährigen Beobb. (in 1827 und 1828 ward das Thermometer jede Stunde Tag und Nacht hindurch auf zwei Wachthäusern abgelesen) etwa $\frac{1}{2}$ Grad tiefer als man gewöhnlich annimmt.

Hansteen.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Santini*, Directors der Sternwarte in Padua, an den Herausgeber.

Padova 1840. Decbr. 8.

Ritornando ora alla Cometa, ricevutone appena l'avviso cominciai a ricercarla la sera imperfettamente serene; ma parte per il chiaro di Luna, parte per lo stato torbido dell' Atmosfera non mi riuscì di incontrarla, che alla sera del giorno 22 di Novembre. Essa era sommamente debole, difficile ad osservarsi, non presentando l'aspetto che di un semplice ammasso di vapori debolmente illuminato. Le poche osservazioni, che ho potuto farne sinstendono fino al 27 di Novembre, alla quale epoca dovetti trasportarmi a Venezia per alcuni giorni; ora i vapori di questa stazione, ed il chiaro di Luna non mi lasciano sperare di poterla più osservare. Le seguenti osservazioni sono fatte alla Machina paralattica con il micrometro a spranghe metalliche, che si adopera senza illuminazione del Campo.

1840.	T. Media in Padova.	AR. app. di Cometa.	Declin. bor. di Cometa.	Osserv.	Stelle di confronto.
Novembre 23	$9^h\ 5'\ 6''5$	$21^h 40'\ 12''78$	$55°\ 54'\ 37''1$	*Santini.*	385. XXI Piazzi.
24	7 26 8,1	21 47 24,58	55 25 1,8	*Santini.*	373 — 385. XXI.
—	7 51 5,4	21 47 31,92	55 24 31,8	*Santini.*	——— ———
25	7 1 33,4	21 54 57,55	54 51 45,1	*Santini.*	54 — 92. XXI. P.
—	7 32 4,9	21 55 4,13	54 50 47,1	*Santini.*	——— ———
—	8 5 56,2	21 55 6,19	54 49 4,1	*Conti.*	——— ———

Digitized by Google

1840.	T. Medio in Padova.	AR. app. di Cometa.	Declin. bor. di Cometa.	Osserv.	Stelle di confronto.
Novembre 26	7h 13′ 13″ 7	22h 2′ 35″76	54° 15′ 23″4	*Santini.*	54—92. XXII. P.
—	7 36 40,5	22 2 41,47	54 15 9,5	*Santini.*	——— ———
—	7 58 32,0	22 2 48,06	54 14 6,5	*Conti.*	——— ———
27	7 33 31,0	22 10 12,29	53 36 56,0	*Santini.*	92—137. XXII. P.
—	7 56 38,6	22 10 16,95	53 35 40,8	*Conti.*	——— ———
—	8 8 34,7	22 10 26,32	53 36 23,8	*Santini.*	——— ———

Dietro i dati delle osservazioni, del giorno 28 Ottobre fatta in Berlino dal Sig^r Dr. *Galle* trasmessimi da V. S., del giorno 12 Novembre fatta in Vienna, e riferiti nella Gazzetta di Vienna del giorno 14, e dal medio delle due superiori posizioni del giorno 24 Novembre, ho tentato di determinarne l'orbita parabolica, seguendo il comodissimo metodo di *Olbers*, dietro le tracce esposte nella mia Astronomia.

Facendo uso di tavole a cinque cifre, ho ottenuto i seguenti risultati, che rappresentano le posizioni fondamentali entro gli errori probabili delle osservazioni.

Passaggio al perielio 1840 a giorni 320,24525 T. M. in Berlino.
Longitudine del perielio.... 23°42′5
del Nodo.....248 47,7
Inclinazione..... 58 5,05; moto diretto.
Log. di distanza periella = 0 16984; dist. periella = 1,4786.

Le posizioni estreme, essendo per lo spirito stesso del metodo, esattamente rappresentate dagli elementi, si allontanano esse da quella di mezzo nel modo seguente.

Longitudine calcolata = 352° 5′4; Latit. calcol. = 73°37′0
osservata = 352 10,9 osserv. = 72 34,4.
Diff. + 5′5 — 2,6

Quindi la distanza nella sfera del luogo osservato dal calcolato è = 2′9 circa. Avvertiro, che nella riduzione delle osservazioni, non si è avuto riguardo alla paralasse, ma bensì alla rifrazione.

Abbiamo qui potuto osservare eziandio la seconda Cometa scoperta verso il principio dell' anno dal Sig^r *Galle*, è di cui ci favorì la notizia con apposita circolare. Le osservazioni si estendono dal 22 di Febbrajo sino al 29 di Marzo, fatte per la massima parte dal mio Collega Sig^r Dr *Carlo Conti*, che mi prenderò la libertà di inviarle in altra occasione.

Giovanni Santini.

Schreiben des Herrn *Koller*, Directors der Sternwarte in Kremsmünster, an den Herausgeber.

Kremsmünster 1840. Decbr. 11.

Meinen verbindlichsten Dank für Ihre gütige Mittheilung der Entdeckung eines neuen Cometen durch Herrn Dr. *Brennicker*. Der Adjunct der hiesigen Sternwarte, *A. Reselhuber*, fand ihn am ersten Abende, wo der spätere Aufgang des Mondes es erlaubte, nämlich am 12ten Novbr. auf, und übernahm die Beobachtungen desselben.

1840	Mittl. Kremsm. Zeit.	AR. adp. Com.	Nördl. Decl. des Cometen.	Vergl.-Sterne.
Nov. 12	6h 51′ 26″79	20h 15′ 42″77	59° 50′ 6″0	α Cygni.
13	6 16 40,78	20 22 44,77	59 37 23,4	α Cygni.
		42,41	26,1	α Cephei.
17	6 24 47,00	20 52 46,19	58 31 27,2	α Cephei.
		47,76	38,6	α Cygni.
		48,00	8,2	°6.7 Gr.
18	6 40 31,71	21 0 34,91	58 10 31,4	η Cephei.
		34,44	18,0	51 Ceph.
		34,58	10,2	α Cephei.
19	6 16 22,33	21 8 14,43	57 48 20,4	η Cephei.
		15,43	0,8	α Cephei.
21	6 52 47,97	21 23 58,44	56 56 51,9	α Cephei.
		56,22	58,0	194 Cph.
		60,49	53,8	13 Hev.

1840	Mittl. Kremsm. Zeit.	AR. adp. Com.	Nördl. Decl. des Cometen.	Vergl.-Sterne.
Nov. 25	6h 22′ 6″14	21h 54′ 37″27	54° 52′ 37′0	α Cephei.
26	6 18 13,50	22 2 20,53	54 16 31 2	α Cephei.
		17,11	36,9	ζ Cephei.
		16,88	38,0	ε Cephei.
27	6 32 27,65	22 8 48,58	53 38 57,1	ε Cephei.
		49,72	57.4	ζ Cephei.
		50,86	56,1	α Cephei.
28	6 38 11,76	22 17 20,33	52. 59 35,2	α Cephei.
		19,50	34,6	δ Cephei.
		20,98	37,7	3 Lacert.
		17,88	35,2	ε Cephei.
29	9 2 27,18	22 25 29,78	52 13 54,2	α Cephei.
		28,84	68,6	3 Lacert.
Decbr. 4	7 8 10,10	23 5 16,10	48 12 4,3	α Cassiop.
		16,44	——— ———	8 Andr.

Die scheinbaren Positionen der Fundamentalsterne wurden aus *Encke's* Jahrbuch, die übrigen aus *Piazzi* genommen; der Stern 6.7 Gr., der am 17ten Novbr. als Vergleichstern diente, wurde am Meridiankreise bestimmt. Die Beobachtung von Nov. 25 wurde durch Nebel unterbrochen. Am 4ten Dec. stand

Digitized by Google

der Comet nahe am Horizonte, wurde durch die an selbem lagernde Nebelschicht sehr geschwächt, daher seine Pointirung sehr schwierig. Aus den Beobachtungen von Nov. 13, 17 und 21 suchte ich seine parabolischen Elemente und fand:

Durchgangszeit: 1840 Nov. 13,88645 m. Z. K.

π ..... 22° 21′ 18″
☊ 248 40 10
i 58 16 31
log q 0,17226
Direct.

Ich kann diese Elemente nur als genähert betrachten, da aus ihnen die mittlere Beobachtung gerechnet, die Länge um 96″7 gröfser und die Breite 16″1 kleiner giebt, als sie beobachtet wurde. Zugleich nehme ich mir die Freiheit, Ihnen die Beobachtungen des 2ten und 3ten *Galle*schen Cometen zu übersenden, die ich am hiesigen Aequatoreale gemacht habe.

Beobachtungen des 2ten *Galle*schen Cometen.

1840	Mittl. Krems. Zeit.	AR. adp. Com.	Decl. adp. Com.	Vergleichstern.
Febr. 11	17h 40′ 19″03	23h 48′ 1″11	+51° 39′ 41″1	α Cassiop.
12	7 17 34,47	23 52 19,43	51 5 4,9	α Cassiop.
	16 33 35,85	23 55 8,93	50 41 38,6	α Cassiop.
	17 30 24,47	23 55 20,66	50 38 32,9	α Cassiop.
22	7 17 2,92	0 48 50,50	41 8 47,9	α Cassiop.
23	7 10 6,70	0 53 6,03	40 13 52,2	α Cassiop.
		7,41	54,0	α Cassiop.
24	7 29 14,06	0 57 10,97	39 18 29,2	α Cassiop.
		12,75	38,1	α Androm.
26	7 23 14,86	1 4 44,05	37 32 58,8	α Androm.
		43,11	61,5	α Androm.
		43,89	73,0	τ Androm.
27	7 28 4,18	1 8 13,89	36 41 28,7	α Androm.
		18,03	34,9	α Cassiop.
		15,38	37,1	τ Androm.
28	7 45 54,65	1 11 41,15	35 50 27,4	α Androm.
		42,50	33,4	α Arietis.
		40,89	33,2	β Androm.
29	7 17 17,21	1 14 53,06	35 2 31,7	α Androm.
		52,78	41,1	β Androm.
März 1	7 47 55,10	1 18 4,42	34 12 28,0	α Androm.
		5,06	25,1	α Arietis.
		5,06	33,0	β Androm.
2	7 41 8,25	1 21 4,58	33 26 34,2	α Arietis.
		4,73	27,7	α Androm.
		5,08	30,1	β Androm.
3	7 35 59,75	1 23 58,78	32 40 25,7	α Androm.
		59,34	25,0	α Aurigæ.
4	7 47 8,72	1 26 50,69	31 54 68,5	α Arietis.
		50,10	45,7	α Androm.
		49,45	62,6	β Androm.
5	7 31 37,42	1 29 28,11	31 11 20,5	α Arietis.
		27,67	7,3	α Androm.
		28,99	29,8	β Androm.
6	7 40 38,96	1 32 5,64	+30° 28′ 9″8	α Androm.
		6,95	12,0	β Androm.
		7,79	9,7	α Arietis.
		7,30	11,6	α Triang.
7	7 43 38,75	1 34 36,76	29 45 53,7	α Androm.
		36,40	68,6	β Androm.
		37,12	45,6	α Triang.
		36,88	59,3	α Arietis.
8	7 43 13,77	1 37 7,52	29 4 58,1	α Triang.
		7,57	56,9	α Arietis.
		7,54	69,0	β Androm.
9	7 48 14,97	1 39 32,16	28 24 16,0	α Arietis.
		32,61	11,4	α Triang.
20	7 58 51,07	2 1 50,44	21 54 19,7	α Tauri.
23	8 1 23,73	2 6 59,07	20 22 34,5	α Arietis.
		60,05	39,8	α Tauri.
25	7 44 2,57	2 10 14,89	19 23 49,1	α Orionis.
		17,34	35,7	α Tauri.
	8 7 17,25	2 10 14,46	— — —	α Orionis.
		16,89	— — —	α Tauri.
	8 18 30,66	2 10 16,77	19 23 22,3	α Orionis.
		19,22	8,9	α Tauri.
27	7 55 3,54	2 13 24,76	18 26 48,2	α Arietis.
		24,72	55,5	α Tauri.
31	8 11 38,01	2 19 25,95	16 39 26,1	α Arietis.
		25,17	14,4	α Tauri.
April 1	8 16 23,05	2 20 50,37	16 13 29,7	α Arietis.
		49,06	10,2	α Tauri.

Aus den Beobachtungen von Febr. 23, März 1 und 9 wurden folgende parabolischen Elemente des Cometen gefunden:

Zeit des Durchgangs 1840 März 12,47744 m. Z. K.

π ..... 80° 49′ 17″2
☊ 236 42 42,9
i 59 0 57,0
log q ..... 0,08686.
Retrograd.

Diese Elemente geben für die Zeit der mittleren Beobachtung die Länge um 43″4 und die Breite um 4″2 zu grofs.

Den dritten von Herrn *Galle* am 6ten März entdeckten Cometen sah ich nur zweimal, am 23sten und 26sten März. Trübe Witterung des Morgens vereitelte alles frühere Auffinden desselben. Am 23sten konnte ich nur eine genäherte Position desselben erhalten; ich fand nämlich um 16h 28′ 45″ Sternzeit seine

AR. = 23h 10′ 43″
Decl. = +23° 53′ 4.

Eine vollständige Beobachtung gelang mir am 26:

Sternzeit.	AR. Com.	Decl. Com.	
16h 38′ 35″63	23h 27′ 10″22	+22° 21′ 46″8	Vergl.stern α Pag.
	9,55	28,2	—— α Androm.

M. Koller.

Digitized by Google

Schreiben des Herrn *Bianchi*, Directors der Sternwarte in Modena, an den Herausgeber.

Modène 1840. Decbr. 22.

Après mes lettres du 23 Juillet, 12 Septembre et 26 Octobre de l'année ci-devant, que vous avez eu la bonté de publier dans votre Journal (Nr. 383. 406. 407) je n'ai pas oublié mes promesses d'en poursuivre le sujet, c'est-à-dire de reprendre à l'opportunité les recherches et la détermination des réfractions relatives: c'est pour cette raison que je profitai, or il y a un an, de deux nuits en Décembre les plus belles et favorables à la double observation méridienne des étoiles circumpolaires, qui me servent à comparer les refractions aux mêmes hauteurs et avec l'interval de douze heures. Je ne songeai pas cette fois à prier de leurs observations correspondantes les astronomes de Milan, de Padoue et de Palerme, parce-que dans ce genre de questions si on ne peut pas combiner à recueillir une longue suite d'observations simultanées on n'en sauroit il peut-être fonder aucun résultat sûr et décisif, et d'ailleurs, pour une première indication des phénomènes, il me parût que les comparaisons des quantités de réfraction déja obtenues en même tems et en des lieux différents, et qui viennent d'avoir été publiées, étaient plus que suffisantes à ce but. Au lieu de cela, et même pour y suppléer je tachai de multiplier les points de mes observations, ou les étoiles observées dans le méridien au dessus et au dessous du pole; et je crus d'y reussir à l'aide des sept-étoiles du chariot ou de la grande Ourse, avec leurs opposées de Cassiopée, que j'avais bien remarquées au paravant. C'est ainsi qu'en vous adressant ici le résultat de cette dernière opération je m'en acquitte avec vous de ma parole, ou de la tache que je m'imposai moi même à la fin de ma lettre 23 Juillet (A. N. Nr. 383. p. 382), de vouloir bien tirer les réfractions rélatives par chacune des sept étoiles de la GrandeOurse. Voici pourtant le cadre de ces observations.

Soir.

1839 Jours.	Etoiles.		Haut. Nord par la moy. de quatre vern.	Niveau du cercle.	Baromètre.	Thermomètre R. Intér.	Thermomètre R. Extér.	Hauteur corrigée du niveau.	Réfraction de la table *Cardinal*.	Hauteur vraie instrumentale.	Declinaison des étoiles.
Décem. 17	α Ourse	i	17° 18′ 28″ 25	— 3″ 84	27p 10l 0	+ 5°6	+ 5°9	17° 18′ 24″ 41	— 3′ 6″39	17° 15′ 18″ 02	62° 36′ 32″ 80
	Cassiop. de 6me	s	71 52 43,50	— 0,84	.....	.....	.....	71 52 42,66	— 0 19,21	71 52 23,45	62 46 21,77
thérm. à	Et. de 8.9	i	41 9 29,25	— 2,64	.....	.....	.....	41 9 26,61	— 1 7,08	41 8 19,53	86 29 34,31
l'air libre	de 6.	s	48 13 51,25	— 1,68	.....	.....	.....	48 13 49,57	— 0 52,40	48 12 57,17	86 25 48,05
+4°6 R.	γ Ourse	i	9 19 18,50	— 3,96	.....	.....	.....	9 19 14,54	— 5 44,41	9 13 30,13	54 34 44,91
	σ Cassiop.	s	79 46 49,00	— 0,12	.....	.....	.....	79 46 48,88	— 0 10,58	79 46 38,30	54 52 6,92
Hygrom.	β Cassiop.	s	76 22 41,00	+ 0,24	.....	.....	.....	76 22 41,24	— 0 14,22	76 22 27,02	58 16 18,20
de *Sauss.*	δ Ourse	i	12 38 4,50	— 3,60	.....	.....	.....	12 38 3,90	— 4 17,04	12 33 46,86	57 55 1,64
77,0.	γ Cassiop.	s	77 40 48,00	+ 1,56	.....	.....	.....	77 40 49,56	— 0 12,84	77 40 36,72	56 58 8,50
	ε Ourse	i	11 32 54,75	— 3,36	27 10,4	+ 5,7	+ 5,7	11 32 51,39	— 4 40,89	11 28 10,50	56 49 25,28
	α Phœnicis		177 33 18,50	+ 2,40	27 10,3	+ 5,7	+ 5,9	177 33 20,90	+ 16 35,81	177 49 56,71	43 11 11,49A
	Polaire	s	46 12 0,50	— 1,20	.....	.....	.....	46 11 59,30	— 0 56,37	46 11 2,93	88 27 42,29
Décem. 30	β Ourse	i	11 57 23,09	— 8,40	.....	.....	.....	11 57 14,60	— 4 34, 61	11 52 39,99	57 13 54,77
	Cassiop. de 6me	s	76 56 30,75	— 3,72	28 2,7	+ 5,8	+ 6,0	76 56 27,03	— 0 13,80	76 56 13,23	57 42 31,99
therm. à	γ Ourse	i	9 19 21,25	— 6,96	.....	.....	.....	9 19 14,29	— 5 49,13	9 13 25,16	54 34 39,94
l'air libre	σ Cassiop.	s	79 46 46,50	— 3,36	.....	.....	.....	79 46 43,14	— 0 13,50	79 46 29,64	54 52 15,58
+4°3R.	β Cassiop.	s	76 22 40 50	— 3,12	.....	.....	.....	76 22 37,38	— 0 14,42	76 22 22,96	58 16 22,26
	δ Ourse	i	12 38 6,50	— 6,84	28 2,8	+ 5,7	+ 5,9	12 37 59,66	— 4 20,24	12 33 39,42	57 54 54,20
Hygrom.	γ Cassiop.	s	77 40 44,50	— 1,92	.....	.....	.....	77 40 42,58	— 0 13,00	77 40 29,58	56 58 15,64
de *Sauss.*	ε Ourse	i	11 32 55,50	— 6,48	.....	.....	.....	11 32 49,02	— 4 44,35	11 28 4,67	56 49 19,45
69,0.	Cassiop. 7.8	s	78 51 25,00	— 1,92	.....	.....	.....	78 51 23,08	— 0 11,73	78 51 11,35	55 47 33,87
	ζ Ourse prec.	i	10 29 24,75	— 6,48	.....	.....	.....	10 29 18,27	— 5 12,16	10 24 6,11	55 45 20,89
	Φ Androm.	s	84 45 43,25	— 1,92	.....	.....	.....	84 45 41,33	— 0 5,29	84 45 36,04	49 53 9,18
	γ Ourse	i	4 55 31,25	— 6,60	28 2,9	+ 5,6	+ 5,6	4 55 24,65	— 10 16,96	4 45 7,69	50 6 22,47
	α Phœnic.		177 32 54,00	— 1,80	28 2,8	+ 5,7	+ 6,0	177 32 52,70	+ 16 45,10	177 49 37,80	43 10 52,58A
	Polaire		46 11 55,00	— 4,08	.....	.....	.....	46 11 50,92	— 0 57,05	46 10 53,87	88 27 61,35

Matin.

Decem. 17	α Ourse	s	72 2 31.00	+ 2,52	.....	.....	.....	72 2 33,52	— 0 19,13	72 2 14,39	62 36 30,83
	Cassiop.	i	17 28 16,50	— 0,36	27 10,3	+ 4,7	+ 4,9	17 28 16,14	— 3 5,59	17 25 10,55	62 46 25,83
Therm. à	Et. de 8.9.	s	48 10 1,75	+ 0,72	.....	.....	.....	48 10 2,47	— 0 52,81	48 9 9,66	86 29 35,66
l'air libre	de 6.7.	i	41 5 40,75	+ 0,48	.....	.....	.....	41 5 41,23	— 1 7,61	41 4 33,62	86 25 48,40
+ 1°9R.	γ Ourse	s	80 4 7,50	+ 3,00	.....	.....	.....	80 4 10,50	— 0 10,33	80 4 0,17	54 34 45,05

Digitized by Google

1839 Jours.	Etoiles.		Haut. Nord par la moy. de quatre vern.	Niveau du cercle.	Baromètre.	Thermomètre R. Intér.	Thermomètre R. Extér.	Hauteur corrigée du niveau.	Réfraction de la table *Carlini*.	Hauteur vraie instrumentale.	Déclinaison des étoiles.
Decem. 17	σ Cassiop.	i	9° 36′ 33″50	— 1,56	.....	.....	.....	9° 36′ 31″94	— 5′ 36″51	9° 30′ 55″43	54° 52′ 10″21
	β Cassiop.	i	12 59 19,25	— 1,68	.....	.....	.....	12 59 17,57	— 4 10,95	12 55 6,62	58 16 21,40
Hygr. de	δ Ourse	s	76 43 52,75	+ 1,92	.....	.....	.....	76 43 54,67	— 0 13,91	76 43 40,76	57 55 4,46
Sauss.	η Cassiop.	i	11 41 40,00	— 1,68	.....	.....	.....	11 41 38,34	— 4 38,38	11 36 59,96	56 58 14,74
74,5.	ε Ourse	s	77 49 26,50	+ 3,12	27p 10l 3	+ 4°5	+ 4°9	77 49 29,62	— 0 12,73	77 49 16,89	56 49 28,33
	μ Centaur.		172 40 25,75	+ 4,68	27 10,3	+ 4 6	+ 4,9	172 40 30,43	+ 7 13,87	172 47 44,30	38 8 59,08A
	Polaire	i	43 7 32,50	+ 0,24	27 10,3	+ 4,5	+ 4,8	43 7 32,74	— 1 2,96	43 6 29,78	88 27 44,56
Decem. 30	β Ourse	e	77 24 58,75	— 0,84	.....	.....	.....	77 24 57,91	— 0 13,33	77 24 44,58	57 14 0,64
Therm. à	Cassiop.	i	12 25 49,25	— 4,44	28 3 0	+ 5,1	+ 5,3	12 25 44,81	— 4 25,35	12 21 19,46	57 42 34,24
l'air libre	γ Ourse	s	80 4 14,50	— 0,84	.....	.....	.....	80 4 13,66	— 0 10,46	80 4 3,20	54 34 42,02
+ 1°3 R.	σ Cassiop.	i	9 36 44,50	— 4,44	28 3,0	+ 4,8	+ 4,9	9 36 40,06	— 5 40,59	9 30 59,47	54 52 14,25
Hygrom.	β Cassiop.	i	12 59 30,00	— 5,04	.....	.....	.....	12 59 24,96	— 4 14,44	12 55 10,52	58 16 25,30
de *Sauss.*	δ Ourse	s	76 44 1,00	— 1,32	.....	.....	.....	76 43 59,68	— 0 14,11	76 43 45,57	57 54 59,65
81,0.	η Cassiop.	i	11 41 50,25	— 5,28	.....	.....	.....	11 41 44,97	— 4 42,29	11 37 2,68	56 58 17,46
Soir, quoique serein, est très humide et on a par la pluviomètre 10pouces d'eau.	ε Ourse	s	77 49 35,25	— 0,60	.....	.....	.....	77 49 34,65	— 0 12,91	77 49 21,74	56 49 23,48
	Cassiop.	i	10 31 38,75	— 5,28	.....	.....	.....	10 31 33,47	— 5 12,69	10 26 20,78	55 47 35,56
	ζ Ourse prec.	s	78 53 34,75	— 1,44	.....	.....	.....	78 53 33,31	— 0 11,75	78 53 21,56	55 45 23,66
	φ Androm.	i	4 42 45,25	— 5,76	.....	.....	.....	4 42 39,49	—10 41,09	4 31 58,40	49 53 13,18
	η Ourse	s	84 32 24,25	— 0,96	28 2,8	+ 4,6	+ 4,9	84 32 23,29	— 0 5,69	84 32 17,60	50 6 27,62
	μ Centaur.		172 40 30,25	+ 0,12	28 2,8	+ 4,7	+ 4,7	172 40 30 37	+ 7 20,22	172 47 50,59	38 9 5,37A
	Polaire		43 7 42,00	— 3,00	.....	.....	.....	43 7 39,00	— 1 3,87	43 6 35,13	88 27 49,91

La hauteur du pôle sur le cercle, que j'ai employée pour tirer des hauteurs vraies des étoiles leurs déclinaison est = 44° 38′ 45″22 et résulte par la moyenne demi-somme des hauteurs inférieures et supérieures de la pôlaire et des deux autres étoiles près du pôle observées le 17 Décembre et que j'ai reportées dans le tableau ci-dessus. Et on peut voir aisement que les quatres valeurs de cette demi-somme s'accordent assez bien entr'elles. J'ai jugé même à propos de rapporter ici à coté des observations et sous la date respective du jour le degré du thermomètre à l'air libre aussi que celui de l'hygromètre, pour en mettre sous les yeux toutes les circonstances qui peuvent influer sur les différences des réfractions. On voit en effet que la hauteur du baromètre a été très-différente du 17 au 30 Décembre, et que l'hygromètre ne fit qu'un très-petit mouvement en montant du soir au matin du jour 17, tandis au contraire qu'il changea beaucoup en descendeut du soir au matin du 30; ce qui pourrait bien produire une variation dans les résultats que nous cherchons. Maintenant par la comparaison des hauteurs inférieures des étoiles apparentes ou non corrigées de la réfraction, avec les déclinaisons respectives déduites pour le même jour des hauteurs vraies supérieures, je trouve les différences entre les réfractions observées et les correspondantes de la table de *Carlini*, comme il suit:

17 Décembre.

Soir. Etoiles.	Haut. app.	Réfr. obs.	Réfr. calc.	o — c.	Matin. Etoiles.	Haut. app.	Refr. obs.	Réfr. calc.	o — c.	matin-soir. Refr.
γ Ourse	9°19′	5′ 44″27	5′ 44″41	— 0″14	σ Cassiopée	9°37′	5′ 39″80	5′ 36″51	+ 3″29	+ 3″43
ε Ourse	11 33	4 37,84	4 40,89	— 3,05	η Cassiop.	11 42	4 44,62	4 38,38	+ 6,24	+ 9,29
δ Ourse	12 38	4 14,22	4 17,04	— 2,82	βCassiop.	12 59	4 14,15	4 10,95	+ 3,20	+ 6,02
α Ourse	17 19	3 8,36	3 6,39	+ 1,97	Cassiop.	17 28	3 9,15	3 5,59	+ 3,56	+ 1,59
									Moyenne =	+ 5,08

30 Décembre.

Soir.					Matin.					
η Ourse	4 56	10 11,81	10 16,96	— 5,15	φ Androm.	4 32	10 45,09	10 41,09	+ 4,00	+ 9,15
γ Ourse	9 19	5 47,05	5 49,13	— 2,08	σ Cassiop.	9 37	5 39,26	5 40,59	— 1,33	+ 0,75
ζ Ours. prec.	10 29	5 9,39	5 12,16	— 2,77	Cassiop.	10 32	5 14,38	5 12,69	+ 1,69	+ 4,46
ε Ourse	11 33	4 40,32	4 44,45	— 4,03	η Cassiop.	11 42	4 44,11	4 42,29	+ 1,82	+ 5,85
β Ourse	11 57	4 28,74	4 34,61	— 5,87	Cassiop.	12 26	4 27,60	4 25,35	+ 2,25	+ 8,12
δ Ourse	12 38	4 14,79	4 20,24	— 5,45	βCassiop.	12 59	4 17,48	4 14,44	+ 3,04	+ 8,49
									Moyenne =	+ 6,14

Digitized by Google

Pour les deux étoiles australes, α du Phènix et μ Centaure j'en prends la déclinaison du Catalogue de *Piazzi*, et en y appliquant précession aberration et nutation je trouve pour le 26 Décembre 1839 la déclinaison apparente.

de α Phènix = 43° 10′ 30″06, de μ Centaure = 38° 8′ 56″04.

Et par cela on obtient.

Soir: α Phènix.

	Haut. app.	Réfr. obs.	Réfr. calc.	o — c.
Déc. 17	2° 27′	15′ 54″38	16′ 35″81	— 41″43
30		16 22,68	16 45,10	— 22,55

Matin: μ Centaure.

Déc. 17	7 19	7 10,83	7 13,87	— 3,04
30	.	7 10,89	7 20,22	— 9,33

Si nous nous arretons à présent sur ces comparaisons et résultats, nous pouvons en conclure à ce qu'il me semble: 1°. que la différence ou l'excès de la réfraction du matin sur celle du soir, pour la même hauteur à peu-près et dans l'hiver, est desormais un fait bien constaté; parce que toutes les observations des étoiles circumpolaires, qui sont les plus propres à l'indiquer, et que nous avons examinées jusqu'ici, nous l'ont toujours devollé, plus ou moins en quantité mais constamment dans le signe: 2°. que mes dernières observations des sept étoiles de la grande Ourse avec ses opposées ou correspondentes de Cassiopée confirment elles aussi la remarque (A. N. Nr. 407. p. 357) d'une espèce d'oscillation ou alternative entre l'observation et la table des réfractions pour les petites hauteurs; ce qui montre la nécessité de modifier pour ces hauteurs la théorie ou d'y introduire quelque nouvel élément pour l'approcher de l'observation. En effet on voit par chacune des quatre colonnes marquées o — c, données par les étoiles circumpolaires et ordonnées selon la hauteur croissante, que les valeurs extrêmes s'accordent, et que par conséquence il y a une rétrocession de ces valeurs entre les extrêmes à l'égard de la zone ou hauteur intermédiaire; et sans doute que cela en arrivant quatre fois de suite, ne sauroit-il s'attribuer au hasard et à une combinaison accidentelle des erreurs de l'observation. On pourra plutôt elever le doute si ces conclusions auront lieu de même dans les hautes et les moyennes temperatures; puisque mes observations se rapporterent exclusivement à l'hiver, et cela nécessairement pour la condition des longues nuits, qui permettent de comparer les deux hauteurs méridiennes des étoiles. Voilà pourtant quelque autre observation que j'ai faite de mes circumpolaires:

1839 Jours.	Etoiles.		Haut. Nord par la moy. de quatre vern.	Niveau du cercle.	Baromètre.	Thermomètre R. Intér.	Thermomètre R. Extér.	Hauteur corrigée du niveau.	Réfraction de la table *Carlini*.	Hauteur vraie instrumentale	Déclinaison des étoiles.
Septbr. 5	β Cassiop.	s	76° 23′ 7″00	+ 0″36	.....	.....	.....	76° 23′ 7″36	— 0′ 13″69	76° 22′ 53″67	58° 15′ 53″63
	δ Ourse	i	12 38 33,50	— 5,64	28′ 1‴4	+ 16°6	+ 16°1	12 38 27,86	— 4 6,90	12 34 20,96	57 55 33,66
Therm. à	η Cassiop.	s	77 41 14,75	+ 0,12	.....	.....	.....	77 41 14,87	— 0 12,33	77 41 2,54	56 57 44,76
l'air libre	ε Ourse	i	11 33 23,50	— 5,64	28 1,5	+ 16,5	+ 16,3	11 33 17,86	— 4 29,64	11 28 48,22	56 50 0,92
+ 15°3 R.	Polaire	s	46 12 35,50	— 2,64	.....	.....	.....	46 12 32,86	— 0 54,12	46 11 38,74	88 27 8,56
Hygr. de	Cassiop.	s	78 51 56,00	+ 0,84	.....	.....	.....	78 51 56,84	— 0 11,10	78 51 45,74	55 47 1,56
Saus.	ζ Ourse	i	10 29 51,00	— 5,64	28 1,4	+ 16,5	+ 16,6	10 29 45,36	— 4 55,45	10 24 49,91	55 46 2,61
91°0.	φ Androm.	s	84 46 11,00	+ 0,48	.....	.....	.....	84 46 11,48	— 0 5,15	84 46 6,33	49 52 40,97
	η Ourse	i	4 55 42,00	— 4,68	28 1,5	+ 16.6	+ 16,7	4 55 37.32	— 9 39,34	4 45 57,98	50 7 10,68
6	δ Ourse	s	76 43 21,50	— 0,84	28 1,7	+ 17,2	+ 17,6	76 43 20,66	— 0 13,26	76 43 7,40	57 55 39,90
	ε Ourse	s	77 48 59,50	— 2,28	.....	.....	.....	77 48 57,22	— 0 12,13	77 48 45,09	56 50 2,21
	Polaire	i	43 7 0,75	— 5,04	28 1,6	+ 17,4	+ 17,9	43 6 55,71	— 0 59,86	43 5 55,85	88 27 8,55
	ζ Ourse	s	78 53 1,00	— 2,64	.....	.....	.....	78 52 58,36	— 0 11,02	78 52 47,34	55 45 59,96
	η Ourse	s	84 31 49,25	— 1,92	.....	.....	.....	84 31 47,33	— 0 5,35	84 31 41,98	50 7 5,32
1840	α Ourse	s	72 2 10,25	+ 5,64	.....	.....	.....	72 2 15,89	— 0 18,53	72 1 57,36	62 36 49,94
Avril 8	Cassiop.	i	17 27 43,75	+ 2,76	28 2,5	+ 14,0	+ 14,5	17 27 46,51	— 2 59,74	17 24 46,77	62 45 59,47
30	β Ourse	s	77 24 31.50	+ 8,52	.....	.....	.....	77 24 40,02	— 0 12,58	77 24 27,44	57 14 19,86
	Cassiop.	i	12 24 57,25	+ 4,80	28 0,6	+ 15,4	+ 16,3	12 25 2,05	— 4 10,61	12 20 51,64	57 42 4,24
	γ Ourse	s	80 3 49,00	+ 9,00	.....	.....	.....	80 3 58,00	— 0 9,88	80 3 48,12	54 34 59,18
	σ Cassiop.	i	9 35 48,50	+ 4,44	28 0,5	+ 15,3	+ 16,0	9 35 52,94	— 5 21,98	9 30 30,96	54 51 43,66
Mai 8	β Cassiop.	i	12 58 55,00	— 6,60	.....	.....	.....	12 58 48,40	— 4 1,64	12 54 46,76	58 15 59,46
	δ Ourse	s	76 43 48,50	— 2,88	28 0,2	+ 14,3	+ 14,8	76 43 45,62	— 0 13,39	76 43 32,23	57 55 13,67

Hauteur instrumentale du pôle en Sept. 1839 = 44° 38′ 47″30; et la même en Avril — Mai 1840.

Peut-être que je ne repeterai plus ces observations, si ce n'est pour quelque autre objet de recherches; puisque il me reste à vous entretenir sur les passages méridiennes, ou les ascensions droites, et les déclinaisons de mes étoiles opposées.

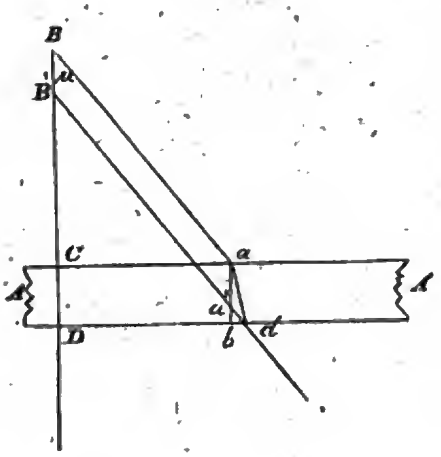
Digitized by Google

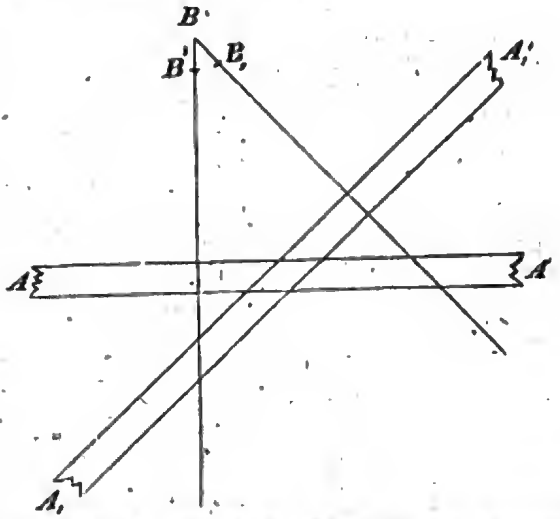
Dans une lettre prochaine je vous réuniral pour les réfractions tous les résultats que nous ont donné ces étoiles, et ensuite je rappelleral même d'autres observations, que j'ai faites au but d'en déterminer les réfractions dans les petites hauteurs.

Bianchi.

Beschreibung eines neuen Micrometers.

Von Herrn *Thomas Clausen.*





1. Es sei AA' ein planes Glas, dessen parallele Ebenen auf der Ebene BDb senkrecht sind, dessen Dicke $CD = \Delta$ und Brechungskraft n ist. Ein von dem Puncte B unter dem Winkel $DBa = \mu$ mit der auf die Ebene des Glases senkrechten BD ausfahrender Strahl wird in a nach d gebrochen; so dafs der Winkel dab (ab parallel mit BD) nahe $\frac{\mu}{n}$ ist: und in d wieder so, dafs seine Richtung mit der ersten Ba parallel wird und zurück verlängert die Linie BD in B' trifft. Der Winkel $ba'd$ ist $= DBa = \mu$; $ada' = ba'd - bad = \left(1 - \frac{1}{n}\right)\mu$; folglich nahe $\frac{ad}{aa'} = \frac{\sin ba'd}{\sin ada'} = \frac{n}{n-1}$ oder, da ad nahe $= \Delta$ ist,

$$aa' = \frac{n-1}{n} \cdot \Delta$$

2. Ist nun das Glas AA' parallel mit der Fläche BDd durchschnitten, und dreht man die eine Hälfte $A, A,'$ um eine auf diese Ebene senkrechte Axe, so verrückt sich das Bild des Punctes B durch den ruhenden Theil nach B' (Fig. 2) und durch den bewegten Theil nach $B,$. Die Entfernung dieser Bilder ist, wenn M der Winkel ist, den die beiden Hälften mit einander bilden, $2BB' \sin \frac{1}{2}M = 2\frac{n-1}{n}\Delta \sin \frac{1}{2}M$, Sind demnach zwei Objecte, deren Bilder um diese Gröfse von einander entfernt sind; so coincidiren das Bild des einen durch die eine Hälfte gebrochen, mit dem Bilde des andern durch die andere Hälfte.

Ist die Brennweite des Fernrohrs f, so ist der Winkel der beiden Objecte bei astronomischen Gegenständen, wenn das parallele Glas zwischen Objectiv und Brennpunct steht,

$$\frac{2(n-1)\sin\frac{1}{2}M}{n} \cdot \frac{\Delta}{f+\Delta}.$$

Da $\frac{n-1}{n}$ nahe $\frac{1}{2}$ ist und man M bis 12 Grad oder $\sin\frac{1}{2}M$ bis $\frac{1}{10}$ nehmen kann, so werden die gröfsten mefsbaren Winkel $\frac{1}{10} \cdot \frac{\Delta}{f+\Delta}$ oder nahe $14000'' \cdot \frac{\Delta}{f}$. Mit einem Planglas von 2 Pariser Linien Dicke und einem Fernrohr von 3 Fufs Brennweite eine Minute ungefähr. Der Winkel M ist mit diesen Datis 600 mal gröfser, als der Winkel zwischen den beiden Objecten.

Th. Clausen.

Altona 1841. Februar 4.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 415.

Ueber die Grundformeln der Dioptrik *)

Von Herrn Geheimen-Rath und Ritter *Bessel*.

Herr Professor *Möbius* hat den Nutzen der Einführung der Kettenbrüche in die Dioptrik, in zwei schönen, im 5ten und 6ten Bande von *Crelle's* Journal für reine und angewandte Mathematik erschienenen Abhandlungen verfolgt. Wenn ich dieselbe Materie zum Gegenstande noch eines Aufsatzes mache, so ist der Grund davon nicht sowohl, dafs ich der Theorie selbst wesentlich neue Sätze hinzuzufügen hätte, als dafs ich zu zeigen beabsichtige, dafs alle Elemente der Construction eines Linsensystems, d. h. die beiden Krümmungshalbmesser jeder Linse, ihre Dicke in der Axe, ihr Ort in dem Systeme und das ihrem Glase zugehörige Brechungsverhältnifs, vollständig in die (die Quadrate und Producte der Winkel vernachlässigenden) Formeln aufgenommen werden können, ohne ihre Einfachheit zu vermindern. Meine Formeln sind also, nicht näherungsweise, sondern vollkommen genau, mit jedem aus Glaslinsen zusammengesetzten Instrumente vergleichbar und können, in demselben Sinne genommen, zur Grundlage neuer Constructionen gemacht werden.

1.

Ich werde zuerst die trigonometrischen Formeln anführen, welche einen Strahl, in seinem Durchgange durch eine beliebige Anzahl beliebig gestellter Glaslinsen, deren Axen jedoch zusammenfallen, verfolgen. Ich nehme an, dafs eine Ebene durch den einfallenden Strahl und die Axe gelegt werden könne. Ich werde folgende Bezeichnungen anwenden.

Die Halbmesser der Krümmung der ersten und zweiten Fläche der Linsen r, ρ; r_1, ρ_1; ... r_1, ρ_1. Die Dicken der Gläser, in der Axe gemessen, d, d_1, ... d_1. Die Entfernungen der einander zugewandten Flächen der Linsen, gleichfalls in der Axe gemessen, e, e_1, ... e_{1-1}. Die Brechungsverhältnisse des Glases, woraus die Linsen gemacht sind, $n:1$, $n_1:1$, ... $n_1:1$. Die den verschiedenen Linsen zugehörigen r nehme ich positiv oder negativ, jenachdem ihre ersten Flächen convex oder concav sind; die ρ als positiv oder negativ, jenachdem die zweiten Flächen concav oder convex sind. Diese Wahl der Zeichen ist so, dafs sowohl die r als auch die ρ positiv sind, wenn die Mittelpunkte der Krümmung der Flächen, wozu sie gehören, von diesen aus nach Innen liegen; negativ wenn sie nach Aufsen liegen.

Ein Strahl macht, vor seinem Eintritte in die erste Linse den Winkel ω mit der Axe, im Inneren der Linse den Winkel ν, nach seinem Austritte den Winkel ω. Er durchschneidet die Axe vor seinem Eintritte in der Entfernung a von der ersten Fläche; wenn er sich im Inneren der Linse befindet in der Entfernung b von dieser, oder $\beta = b - d$ von der zweiten Fläche; nach seinem Austritte in der Entfernung α von der letzteren. Er trifft die erste Fläche an einem Punkte, zwischen welchem und der Axe, an dem Mittelpunkte ihrer Krümmung, der Winkel t liegt; die zweite an einem Punkte, welchem der ähnlich zu verstehende Winkel τ zugehört. Ich nehme a, b, β, α positiv, wenn die durch sie bestimmten Punkte der Axe, von den betreffenden Flächen der Linse aus, nach Innen liegen, welche Richtung vorher auch für r und ρ als die positive angenommen worden ist.

Diesen Bezeichnungen zufolge ergeben sich alle Umstände des Durchganges des Strahls durch die erste Linse, aus den Formeln:

$$\left.\begin{array}{rcl} r\sin(t-\omega) &=& (a-r)\sin\omega \\ n\sin(t-\nu) &=& \sin(t-\omega) \\ (b-r)\sin\nu &=& r\sin(t-\nu); \quad \beta = b-d \\ \rho\sin(\tau-\nu) &=& (\beta-\rho)\sin\omega \\ \sin(\tau-\omega) &=& n\sin(\tau-\nu) \\ (\alpha-\rho)\sin\omega &=& \rho\sin(\tau-\omega) \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots A$$

Wenn zwei der in der ersten Formel vorkommenden Gröfsen a, t, ω gegeben sind, so bestimmt diese Formel die dritte; dann giebt die zweite Formel ν, die dritte b, die vierte τ,

*) Diese Abhandlung des Herrn Geheimenraths *Bessel* lief schon im December bei mir ein. *S.*

die fünfte ω, die sechste α. Offenbar wiederholen sich diese Formeln für eine zweite Linse, für welche nur die Zeichen r_1, a_1, t_1, ω_1, ... angewandt werden, und zu welcher der Uebergang von der ersten durch die Annahmen

$$a_1 = a - e, \quad \omega_1 = \omega$$

stattfindet. Man kann dieselben Formeln auch für eine dritte Linse anwenden, wenn man r_2, a_2, t_2, ω_2.... schreibt und

$$a_2 = a_1 - e_1, \quad \omega_2 = \omega_1$$

annimmt. Auf diese Art sind die Formeln *A* für jede Anzahl von Linsen anwendbar.

2.

Eine besondere Betrachtung verdient der Fall, in welchem die Winkel $\omega, t, \nu, \tau, \alpha$ *unendlich klein* sind. Wenn er vorhanden ist, kann man die Formeln *A* in die folgenden verwandeln:

$$B.... \begin{cases} \frac{n}{b} = \frac{1}{a} + \frac{n-1}{r}; \quad a\omega = rt = b\nu; \quad \beta = b - d \\ \frac{n}{\beta} = \frac{1}{\alpha} + \frac{n-1}{\rho}; \quad \alpha\omega = \rho\tau = \beta\nu \end{cases}$$

Geht derselbe Strahl durch eine zweite Linse, so hat man ferner:

$$a_1 = a - e, \quad \omega_1 = \omega$$

$$B_1... \begin{cases} \frac{n_1}{b_1} = \frac{1}{a_1} + \frac{n_1-1}{r_1}; \quad a_1\omega_1 = r_1t_1 = b_1\nu_1; \quad \beta_1 = b_1 - d_1 \\ \frac{n_1}{\beta_1} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{n_1-1}{\rho_1}; \quad \alpha_1\omega_1 = \rho_1\tau_1 = \beta_1\nu_1 \end{cases}$$

so wie ähnliche Formeln für alle folgenden Linsen.

Aus der Combination der Formeln

$$q\omega = rt = b\nu; \quad \alpha\omega = \rho\tau = \beta\nu$$
$$a_1\omega_1 = r_1t_1 = b_1\nu_1; \quad \alpha_1\omega_1 = \rho_1\tau_1 = \beta_1\nu_1$$
u. s. w.

für $i+1$ Linsen des Systems erhält man unmittelbar

$$C..... \begin{cases} \omega_i = M_i \cdot \omega \\ r_i t_i = M_i \cdot a_i \omega \\ \nu_i = M_i \cdot \frac{a_i}{b_i}\omega \\ \rho_i\tau_i = M_i \cdot \frac{a_i\beta_i}{b_i}\omega \\ \alpha_i = M_i \cdot \frac{a_i\beta_i}{a_ib_i}\omega \end{cases}$$

wo M_i um abzukürzen, für

$$\frac{a.a_1.....a_{i-1}}{a.a_1.....a_{i-1}} \cdot \frac{\beta.\beta_1.....\beta_{i-1}}{b.b_1.....b_{i-1}}$$

geschrieben ist. Es geht hieraus hervor, dafs die Gröfsen $a, a_1, a_2, \ldots$; $b, b_1, b_2, \ldots$; $\beta, \beta_1, \beta_2, \ldots$; $\alpha, \alpha_1, \alpha_2, \ldots$ auch sämmtliche Winkel des Strahls mit der Axe, also seinen Weg vollständig bestimmen. Auch für den Fall, in welchem a unendlich grofs und ω unendlich klein ist, braucht man keine anderen Formeln, indem die dann stattfindende scheinbare Unbestimmtheit der vorigen verschwindet, wenn man rt für $a\omega$ schreibt. Ich habe also nur zweckmäfsige Ausdrücke jener Gröfsen aufzusuchen.

Aus den Gleichungen

$$\frac{n_1}{\beta_1} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{n_1-1}{\rho_1}$$
$$\frac{n_1}{b_1} = \frac{1}{a_1} + \frac{n_1-1}{r_1}$$

folgt:

$$\alpha_1 = \frac{1}{\frac{1-n_1}{\rho_1} + \frac{n_1}{\beta_1}}$$

und da $\beta_1 = -d_1 + b_1$ ist:

$$\frac{n_1}{\beta_1} = \frac{1}{-\frac{d_1}{n_1} + \frac{b_1}{n_1}};$$

ferner

$$\frac{b_1}{n_1} = \frac{1}{\frac{n_1-1}{r_1} + \frac{1}{a_1}}$$

und da $a_1 = -e_{i-1} + a_{i-1}$ ist,

$$\frac{1}{a_1} = \frac{1}{-e_{i-1} + a_{i-1}}.$$

Für die i^{te} Linse hat man offenbar die ähnlichen Ausdrücke.

$$\alpha_{i-1} = \frac{1}{\frac{1-n_{i-1}}{\rho_{i-1}} + \frac{n_{i-1}}{\beta_{i-1}}}$$

$$\frac{n_{i-1}}{\beta_{i-1}} = \frac{1}{-\frac{d_{i-1}}{n_{i-1}} + \frac{b_{i-1}}{n_{i-1}}}$$

$$\frac{b_{i-1}}{n_{i-1}} = \frac{1}{\frac{n_{i-1}-1}{r_{i-1}} + \frac{1}{a_{i-1}}}$$

$$\frac{1}{a_{i-1}} = \frac{1}{-e_{i-2} + a_{i-2}}$$

und wieder ähnliche für jede vorhergehende Linse. Schreibt man also den Kettenbruch

Digitized by Google

$$\frac{1}{\frac{1-n_1}{\rho_1}+\frac{1}{\frac{-d_1}{n_1}+\frac{1}{\frac{n_1-1}{r_1}+\frac{1}{-e_1+\frac{1}{\frac{1-n_{i-1}}{\rho_{i-1}}+\frac{1}{\frac{-d_{i-1}}{n_{i-1}}+\cdots}}}}}}$$

$$\cdots+\frac{1}{\frac{1-n}{\rho}+\frac{1}{\frac{-d}{n}+\frac{1}{\frac{n-1}{r}+\frac{1}{a}}}}$$

so drückt er, ganz genommen, die Gröfse α_i aus; trennt man von ihm sein erstes Glied, so drücken die übrigbleibenden $\frac{n_1}{\beta_1}$ aus; der nach der Absonderung seiner zwei ersten Glieder übrigbleibende Theil ist $= \frac{b_1}{n_1}$; läfst man die Glieder weg, so erhält man $\frac{1}{a_1}$; die Weglassung von vier Gliedern ergiebt α_{i-1}, u. s. w. Dieser Kettenbruch enthält daher Alles was zur Kenntnifs des Weges eines Strahls durch ein beliebiges System von Glaslinsen erforderlich ist. Er ist der *einfachste* Ausdruck, welchen man dafür geben kann, denn er enthält jede, zur Construction des Linsensystems erforderliche Gröfse *nur einmal*.

3.

Wenn das System, durch welches der Strahl geht, aus $i+1$ Linsen besteht, hat der Kettenbruch $4i+4$ Glieder, welche aus $2i+2$ Krümmungshalbmessern, $i+1$ Dicken, i Entfernungen zwischen den Linsen und der Gröfse a entstehen. Ich werde ihn jetzt durch

$$[4i+3,a]=\frac{1}{(4i+3)}+\frac{1}{(4i+2)}+\frac{1}{(4i+1)}+\cdots+\frac{1}{(2)}+\frac{1}{(1)}+\frac{1}{a}$$

bezeichnen. Die hier eingeführten Bezeichnungen bedeuten also:

$$E.\ldots\ldots\begin{cases} \alpha_i = [4i+3,a]; & \frac{n_i}{\beta_i} = [4i+2,a]; \\ \alpha_{i-1} = [4i-1,a]; & \frac{n_{i-1}}{\beta_{i-1}} = [4i-2,a]; \\ & \text{u. s. w.} \\ \alpha = [3,a]; & \frac{n}{\beta} = [2,a]; \end{cases}$$

Wenn $p, q, r, \ldots s$ beliebige Gröfsen bedeuten und man unter $(p), (pq), (pr)$, u. s. w. folgende Gröfsen versteht:

$$\begin{aligned} (p) &= p \\ (pq) &= q(p)+1 \\ (pr) &= r(pq)+(p) \\ (ps) &= s(pr)+(pq) \\ &\text{u. s. w.} \end{aligned}$$

so ist der Kettenbruch

$$[p,s]=\frac{1}{p}+\frac{1}{q}+\frac{1}{r}+\cdots+\frac{1}{s}$$

$$(1)=\frac{n-1}{r} \quad (5)=\frac{n_1-1}{r_1} \ldots\ldots (4i+1)=\frac{n_i-1}{r_i}$$

$$(2)=-\frac{d}{n} \quad (6)=-\frac{d_1}{n_1} \ldots\ldots (4i+2)=-\frac{d_i}{n_i}$$

$$(3)=\frac{1-n}{\rho} \quad (7)=\frac{1-n_1}{\rho_1} \ldots\ldots (4i+3)=\frac{1-n_i}{\rho_i}$$

$$(4)=-e \quad (8)=-e_1$$

und man hat, dem vorigen § zufolge:

$$\frac{b_1}{n_1}=[4i+1,a]; \quad \frac{1}{a_1}=[4i,a]$$

$$\frac{b_{i-1}}{n_{i-1}}=[4i-3,a]; \quad \frac{1}{a_{i-1}}=[4i-4,a]$$

$$\frac{b}{n}=[1,a]$$

durch diese neuen Bezeichnungen ausgedrückt, bekanntlich

$$[p,s]=\frac{(q,s)}{(p,s)}.$$

Auch kann man die Reihefolge der Elemente, aus welchen eine der so bezeichneten Gröfsen zusammengesetzt ist, nicht nur umkehren, sondern auch jede in Beziehung auf ihre Mitte symmetrische Versetzung mit ihnen vornehmen, ohne dafs die daraus zusammengesetzte Gröfse dadurch geändert wird. Man erhält, z. B., einen und denselben Werth von (p, s) aus den vier Reihefolgen

$$pqrs, \quad prqs, \quad sqrp, \quad srqp$$

oder einen und denselben von (p, t) aus den folgenden:

$$pqrst,\quad psrqt,\quad tqrsp,\quad tsrqp.$$

Der Grund hiervon ist eine offenbare Folge der Art der Zusammensetzung dieser Gröfsen.

Führt man diese Bezeichnungen in die Formeln E ein, und bemerkt man, dafs das Product der vier Ausdrücke jeder Zeile:

$$\frac{a_i b_i}{\alpha_i \beta_i} = [4i+3, a]\ [4i+2, a]\ [4i+1, a]\ [4i, a]$$

ist, so erhält man

$$\frac{a_i b_i}{\alpha_i \beta_i} = \frac{(4i+1, a)}{(4i+3, a)}$$

und durch die Substitution dieses Ausdrucks in die Formeln C:

$$F.\ldots\ldots\begin{cases} \omega_i = (4i-1, a)\,\omega \\ r_i t_i = (4i, a)\,\omega \\ n_i \nu_i = (4i+1, a)\,\omega \\ \rho_i \tau_i = (4i+2, a)\,\omega \\ \alpha_i = (4i+3, a)\,\omega \end{cases}$$

Wenn a unendlich grofs und ω unendlich klein ist, werden diese Formeln scheinbar unbestimmt, was jedoch aufhört wenn rt für $a\omega$ geschrieben wird. Die Einführung derselben Bezeichnungen in die Formeln E verwandelt sie in:

$$G.\ldots\ldots\begin{cases} a_i = \dfrac{(4i, a)}{(4i-1, a)} \\ b_i = \dfrac{(4i, a)}{(4i+1, a)}\, n_i \\ \beta_i = \dfrac{(4i+2, a)}{(4i+1, a)}\, n_i \\ \alpha_i = \dfrac{(4i+2, a)}{(4i+3, a)} \end{cases}$$

Durch diese beiden Systeme von Formeln ist Alles gegeben, was man von dem Wege des Strahls, sowohl im Innern des Linsensystems, als aufserhalb desselben, zu wissen wünschen kann. Die Producte $r_i t_i$ und $\rho_i \tau_i$ sind die Entfernungen von der Axe, in welchen der Strahl die beiden Flächen der $i+1^{\text{ten}}$ Linse trifft, und man erhält, indem man $i = 0, 1, 2, 3, \ldots$ annimmt, diese Entfernungen für alle Flächen des Systems. Will man nur den Weg des einfallenden Strahls, mit seinem Wege nach dem Ausgange aus dem Linsensysteme vergleichen, so hat man nur mit den Ausdrücken von ω_i und α_i zu thun. Aus diesen werde ich jetzt einige Folgerungen ziehen.

4.

Bestimmt man einen Punkt in dem Strahle, nach seinem Durchgange durch die letzte Linsenfläche, durch die von dieser Fläche an gezählte Abscisse ξ und die auf die Axe bezogene Ordinate η, so hat man

$$\eta = (\alpha_i - \xi)\,\omega_i = \left\{(4i+2, a) - \xi(4i+3, a)\right\}\omega$$

und wenn man die Ausdrücke

$$(4i+2, a) = a(4i+2, 1) + (4i+2, 2)$$
$$(4i+3, a) = a(4i+3, 1) + (4i+3, 2)$$

substituirt und sich erinnert, dafs $a\omega = rt$ ist,

$$\eta = \left\{(4i+2,1) - \xi(4i+3,1)\right\} rt + \left\{(4i+2,2) - \xi(4i+3,2)\right\}\omega \ldots H$$

Wenn *parallele* Strahlen einfallen, so ist ω für alle gleich, aber t hat für jeden von ihnen einen anderen Werth. Trotz dieser Verschiedenheit giebt es einen Punkt, in welchem alle diese Strahlen, nach ihrem Durchgange durch das Linsensystem sich durchkreuzen. Er wird durch die Bedingung bestimmt, dafs das in das veränderliche t multiplicirte Glied des Ausdruckes von η verschwinde, wodurch man die beiden Gleichungen:

$$0 = (4i+2, t) - \xi(4i+3, t)$$
$$\eta = \left\{(4i+2,2) - \xi(4i+3,2)\right\}\omega$$

erhält. Man erlangt dadurch die zu dem *Vereinigungspunkte paralleler Strahlen* gehörigen ξ und η, nämlich:

$$\xi = \frac{(4i+2,1)}{(4i+3,1)}$$
$$\eta = \frac{(4i+3,t)(4i+2,2) - (4i+3,2)(4i+2,1)}{(4i+3,1)}\,\omega$$

Allein der letzte Ausdruck kann in

$$\eta = \frac{-\omega}{(4i+3,1)}$$

vereinfacht werden; denn man hat zwischen den Gröfsen, welche unter der angeführten Bezeichnung verstanden werden, die bekannte allgemeine Relation

$$(1,n)(2,n-1) - (2,n)(1,n-1) = (n,1)(n-1,2) - (n,2)(n-1,1) = (-1)^n$$

welche, da der Zähler des Ausdruckes von η dem gegenwärtigen gleich ist, wenn $n = 4i+3$, ihn $= -1$ ergiebt. Damit der Vereinigungspunkt *wirklich*, und *aufserhalb* des Linsensystems vorhanden sei, ist erforderlich, dafs ξ einen endlichen und positiven Werth habe.

Zieht man von dem jetzt bestimmten Vereinigungspunkte paralleler Strahlen eine ihnen parallele Linie, so trifft sie die Axe an einem Punkte, dessen Entfernung von der letzten Linsenfläche ich durch γ bezeichnen werde, zur Bestimmung dieses Punkts hat man

$$\gamma = \xi + \frac{\eta}{\omega} = \frac{(4i+2,1) - 1}{(4i+3,1)} \ldots\ldots\ldots\ldots I$$

Dieser Punkt, welcher von ω unabhängig ist, ist der *optische Mittelpunkt* des Linsensystems; der Punkt, wo gerade Linien sich durchkreuzen, welche correspondirende Punkte eines unendlich entfernten Gegenstandes und seines Bildes mit einander verbinden. Allgemein zu reden hat jedes Linsensystem *zwei* ähnliche Punkte, nämlich einen für jede der beiden Richtungen, in welcher parallele Strahlen in kleinen Winkeln mit der

Digitized by Google

Axe einfallen können. Um die Entfernung C des zweiten dieser Punkte von der ersten Fläche der ersten Linse zu bestimmen, werde ich die Entfernung des Vereinigungspunktes der in der zweiten Richtung einfallenden parallelen Strahlen, von derselben Fläche, durch x, seine Entfernung von der Axe durch y bezeichnen, welche Gröfsen die den obigen analogen Ausdrücke:

$$x = \frac{(2,4i+3)}{(t,4i+3)}$$

$$y = \frac{-w}{(1,4i+3)}$$

haben, und wodurch man

$$K.s....c = x - \frac{y}{w} = \frac{-(2,4i+3)+t}{(1,4i+3)} : \frac{-(4i+3,2)+t}{(4i+3,1)}$$

erhält.

Die Entfernungen dieser beiden optischen Mittelpunkte des Linsensystems von den Vereinigungspunkten paralleler Strahlen, wozu sie gehören, sind

$$\xi - \gamma = \frac{1}{(4i+3,1)}, \quad -x+c = \frac{t}{(4i+3,1)}$$

also einander gleich. Ich werde diese gleichen Entfernungen die *Brennweite* des Linsensystems nennen und sie durch f bezeichnen. Wenn es nur auf die Vergleichung der Wege eines Strahls vor seinem Einfallen und nach seinem Ausgehen ankommt, so ist dazu *keine weitere* Kenntnifs der Construction des Linsensystems erforderlich, als die von f, c, γ. Man hat nämlich (G):

$$\alpha_1 = \frac{(4i+2,a)}{(4i+3,a)} = \frac{a(4i+2,1)+(4i+2,2)}{a(4i+3,1)+(4i+3,2)}$$

und

$$(4i+3,1)(4i+2,2) - (4i+3,2)(4i+2,1) = -1$$

Wenn man $(4i+2,2)$ durch die letzte Gleichung aus der ersten wegschafft, so wird diese

$$\alpha_1 = \frac{(4i+2,1)\{a(4i+3,t)+(4i+3,2)\}-1}{(4i+3,1)\{a(4i+3,t)+(4i+3,2)\}}$$

oder

$$\left\{\alpha_1 - \frac{(4i+2,1)}{(4i+3,1)}\right\}\left\{a+\frac{(4i+3,2)}{(4i+3,t)}\right\} = -\frac{1}{(4i+3,1)^2}$$

Setzt man darin, für die von der Construction des Linsensystems abhängigen Gröfsen, ihre Ausdrücke durch f, c, γ, nämlich:

$$\frac{1}{(4i+3,1)} = f$$

$$\frac{(4i+3,2)}{(4i+3,1)} = f-c$$

$$\frac{(4i+2,1)}{(4i+3,1)} = f+\gamma$$

so verwandelt sie sich in

$$(\alpha_1 - \gamma - f)(a-c+f) = -ff$$

und wenn man $-ff$ auf beiden Seiten wegläfst und durch $f(\alpha_1-\gamma)(a-c)$ dividirt, in

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{c-a} + \frac{1}{\alpha_1-\gamma} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots L$$

Diesen schönen Satz hat Herr Professor *Möbius* gegeben. Seine obige Ableitung zeigt, dafs er durch die vollständige Berücksichtigung aller Elemente der Construction des Linsensystems nichts von seiner Einfachheit verliert.

5.

Ich hatte die Absicht, die Grundformeln der Dioptrik in ihrer einfachsten Gestalt darzustellen. Da ich sie erreicht zu haben glaube, auch speciellere Verfolgungen dieses Gegenstandes, so wie auch die Berücksichtigung der Winkel in endlicher Gröfse, aufser der gegenwärtigen Absicht liegen, so beendige ich meinen Aufsatz hier. Allein da einigen Lesern ein Beispiel der Berechnung eines Linsensystems, nach den Formeln F und G, willkommen seyn kann, so setze ich ein solches hieher; es ist von den Constructions-Elementen des Objectivs des Königsberger Heliometers hergenommen, so wie sie mir von dem seel. *Utzschneider* mitgetheilt worden sind.

$$\left.\begin{array}{rcl} r &=& +838^{l}164 \\ d &=& 6,000 \\ \rho &=& -333,768 \end{array}\right\} n = 1,529130$$

$$e = 0,000 \qquad dn : dn_1 = 1 : 2,025$$

$$\left.\begin{array}{rcl} r_1 &=& -340,536 \\ d_1 &=& 4,000 \\ \rho_1 &=& -1172,508 \end{array}\right\} n_1 = 1,539121$$

Hieraus folgen, nach den Bezeichnungen des 3ten §:

$$(1) = \frac{n-1}{r}; \quad log\,(1) = 6,80023,3$$

$$(2) = \frac{-d}{n}; \quad log\,(2) = 0,59370,7n$$

$$(3) = \frac{1-n}{\rho}; \quad log\,(3) = 7,20011,8$$

$$(4) = -e; \quad log\,(4) = -\infty$$

$$(5) = \frac{n_1-1}{r_1}; \quad log\,(5) = 7,27342,0n$$

$$(6) = \frac{-d_1}{n_1}; \quad log\,(6) = 0,38744,9n$$

$$(7) = \frac{1-n_1}{\rho_1}; \quad log\,(7) = 6,73646,7$$

Wendet man die *Gaufs*ischen Logarithmentafeln zur Rechnung an, so sind die folgenden Zahlen *alle* erforderlichen, wovon die in der letzten Columne stehenden aus den eben genannten Tafeln genommen und die in der zweiten die gesuchten sind:

Digitized by Google

		log (1)	6,80023,3	log (2) (1)	7,39394,0n	— 107,5
log (2)	0,59370,7n	log (1, 2)	9,99892,5	log (3) (1, 2)	7,19904,3	+ 14588,3
log (3)	7,20011,8	log (1, 3)	7,34492,6	log (4) (1, 3)	— ∞	0
log (4)	— ∞	log (1, 4)	9,99892,5	log (5) (1, 4)	7,27284,5n	— 81276,2
log (5)	7,27342,0n	log (1, 5)	6,53216,4	log (6) (1, 5)	6,91961,3n	— 36,1
log (6)	0,38744,9n	log (1, 6)	9,99856,4	log (7) (1, 6)	6,73503,1	+ 21133,2
log (7)	6,73646,7	log (1, 7)	6,94636,3			

Führt man die Rechnung in der umgekehrten Ordnung ihrer Elemente, so ist sie die folgende:

		log (7)	6,73646,7	log (6) (7)	7,12391,6n	— 58,0
log (6)	0,38744,9n	log (7, 6)	9,99942,0	log (5) (7, 6)	7,27284,0n	— 14924,2
log (5)	7,27342,0n	log (7, 5)	7,12359,8n	log (4) (7, 5)	— ∞	0
log (4)	— ∞	log (7, 4)	9,99942,0	log (3) (7, 4)	7,19953,8	— 79475,2
log (3)	7,20011,8	log (7, 3)	6,40478,6	log (2) (7, 3)	6,99849,3n	— 43,0
log (2)	0,59370,7n	log (7, 2)	9,99899,0	log (1) (7, 2)	6,79922,3	+ 14713,3
log (1)	6,80023,3	log (7, 1)	6,94635,6			

Die Werthe von $log\,(1,7)$ und $log\,(7,1)$, welche übereinstimmen sollten, sind nicht weiter von einander verschieden, als sich aus der Näherungsgränze der angewandten Logarithmentafeln erklären läfst. Nimmt man das Mittel aus beiden, so erhält man die Brennweite des Objectivs:

$$f = \frac{1}{(1,7)} = 1131^L46$$

seine beiden optischen Mittelpunkte werden bestimmt, durch:

$$\alpha = f-(7,2)f' = +2,62$$
$$\gamma = (1,6)f-f = -3,78.$$

Wird gröfsere Schärfe der Resultate gefordert, so müssen offenbar gröfsere Logarithmentafeln angewandt werden.

Bessel.

Nr. 2 *) Schreiben des Herrn *Abbadie* an den Herausgeber.

Suez 1840. Octobre 26.

Monsieur!

Vous eutes la bonté d'annoncer en Septembre 1839 mon projet d'un voyage en Abyssinie et d'appeler en même tems l'attention de vos nombreux correspondans sur les occultations de petites étoiles par la Lune afin de fournir quelques observations contemporaines qui pussent servir à calculer mes longitudes. Bien que le petit nombre d'observations ci-joint soit tout-à-fait insignifiant pour un observateur sédentaire j'espère néanmoins que les personnes qui auraient fait des voyages analogues au mien ne trouveront pas que j'ai tout-à-fait perdu mon tems.

J'avais trois chronomètres en partant d'Europe celui nommé *A*, fait par *Barraud* fut cassé par un accident à Adwa: le chronomètre *D* fait par M. *Dent* de Londres servit à toutes mes observations jusqu'à A'den où il me fut volé. La montre *B* m'avait été prêtée par M. *Bréguet* à Paris, et a toujours conservé une marche supérieure aux deux autres. Je ne montais ce chronomètre que lorsque je prévoyais devoir faire un long séjour quelque part

---

Le Caire, doubles hauteurs du bord inférieur du Soleil jeudi 21 Novembre 1839 le chron. *A* fut employé. Baromètre 0m76325; thermomètre 18,9 grades (matin).

8h 8m43s2	50°19′15″	Comparaison des chronomètres.
9 54,8	50 40	
11 0,0	51 0	*A* 8h14m 9s2 | *A* 8h15m 1s2
12 5,6	51 20	*D* 4 24 0,0 | *B* 1 58 0,0

Retard du chron. $A = 0^h46^m26^s6$; id. du chron. $B = 7^h3^m27^s8$; id. du chron. $D = 4^h36^m35^s8$.

Le Caire: vendredi 22 Nov. soir. Immersion d'une étoile de 5e gr. à 9h51m11s2 du chron. *A*. Incertitude de 6 secondes.

Comparaison des chronomètres.

A 10h31m32s8	*A* 10h32m53s2
D 6 41 40,0	*B* 4 16 0,0

Le Caire: ♄ 23 Nov. matin; doubles haut. du bord inférieur du Soleil; chron. *A*, barom. = 0m76025; therm. = 19°8.

8h23m53s6	54° 0	Comparaison des chronomètres.
25 0,4	54 20	
26 10,8	54 40	*A* 8h29m48s8 | *A* 8h30m50s0
27 21,2	55 0	*D* 4 40 0,0 | *B* 2 14 0,0

Le Caire: ♂ 26 Nov. matin; doubles haut. du bord inférieur du Soleil; chron. *A*; barom. = 0m76435; therm. 23°4.

7h46m54s4	49°40′	Comparaison des chronomètres.
47 54,0	50 0	
48 52,4	50 21	*A* 9h1m6s4 | *A* 9h 2m41s2
		D 5 8 0,0 | *B* 2 43 0,0

*) Den Brief Nr. 1 habe ich bis jetzt noch nicht erhalten. S.

Digitized by Google

Le Caire ☉ 10 Novembre. Immersion d'une étoile de 7,8 gr. à $5^h\,59^m\,53'9$ du chron. *A*. Incertitude de 1,5 seconde.

Comparaison des chronomètres.	
A $6^h\ 6^m\,59'6$	*A* $6^h\ 8^m\,46'0$
D 2 15 0,0	*B* 11 50 0,0

Le Caire: ☾ 11 Nov. matin; doubles haut. du bord inférieur du Soleil; chron. *A*; barom. = $0^m\,76155$; therm. = 22°7.

$8^h\,28^m\,25'2$	60° 20′	Comparaison des chronomètres.
29 34,0	60 39 50″	*A* $8^h\,42^m\,52'0$
30 44,4	61 0	*D* 4 51 0,0
31 52,4	61 20	

Souaye (Mer Rouge) ☿ 18 Déc. soir; doubles hauteurs du bord inférieure du Soleil; chron. *A*; therm. = 21°2.

			Comparaison des chronomètres.	
$2^h\,15^m\,10'4$	39° 40′	15″		
16 15,2	39 20	0	*A* $2^h\,27^m\,48'0$	*A* $2^h\,28^m\,32'8$
17 19,6	39 0	0	*B* 3 44 0,0	*B* 10 59 0,0
18 22,8	38 40	0		

Souaye, ♃ 19 Décembre, soir. Immersion d'une très-petite étoile à $1^h\,54^m\,06'$ du chronom. *D*; Incertitude 6 à 7 secondes.

Comparaison des chronomètres.	
D $2^h\ 8^m\,36'8$	*D* $2^h\,10^m\ 8'8$
B 7 54 20,0	*A* 6 39 30,0

Souaye, ♀ 20 Décembre; doubles haut. du bord supérieur du Soleil; chronom. *A*; therm. = 22°0 (soir).

		Comparaison des chronomètres.	
$1^h\,58^m\,13'6$	45° 0′		
59 21,6	44 40		
2 0 28,8	44 20	*A* $2^h\,11^m\,31'6$	*A* $2^h\,12^m\,14'0$
1 35,6	44 0	*B* 3 28 0,0	*D* 9 43 0,0

1840. Abyssinie.

Adwa, ☾ 6 Avril; doubl. haut. corresp. du bord supérieur du Soleil; chron. *D*; bar. = $0^m\,61385$; therm. = 22°8.

			Comparaison des chronom.	
Matin.		Soir.	Matin.	Soir.
$5^h\,31^m\,32'4$	64° 0′	$1^h\,22^m\,45'2$	*D* $5^h\,39^m\,54'4$	$1^h\,34^m\,14'8$
32 54,0	64 40	21 22,8	*B* 8 16 0,0	4 10 20,0
34 17,2	65 20	20 0,0		

Adwa, ☾ 6 Avril. Immersion d'une petite étoile derrière le bord obscur de la Lune à $5^h\,52^m\,16'0$ ou 15'6; du chronom. *D*. La lumière cendrée était singulièrement forte.

Compar. des chronomètres.
D $5^h\,56^m\,24'4$
B 8 32 30,0

Adwa, ♂ 7 Avril; doubl. haut. du bord supérieur du Soleil; chronomètre *D*; barom. = $0^m\,61145$; therm. 29°8.

		Compar. des chronomètres.
$1^h\,35^m\,45'6$	57° 40′	
37 8,8	57 0	
38 32,8	56 20	*D* $1^h\,47^m\,53'8$
39 55,2	55 40	*B* 4 24 0,0

Adwa, ♂ 7 Avril. Immers. d'une étoile de 7.8e gr. à $6^h\,27^m\,39'2$ du chronom. *D*. Incertitude de 0°5.

Compar. des chronomètres.
D $6^h\,38^m\,24'4$
B 9 14 30,0

A sept heures ½ je vis une magnifique étoile filante allant de l'Est à l'O et laissant une traînée persistante après elle. Je vis aussi plusieurs autres belles étoiles filantes cette nuit.

Adwa, ♀ 1 Mai. Haut. corr. du bord supér. du Soleil; chron. *D*.

		Comparaison des chronomètres.	
Matin.	Soir.	Matin.	Soir.
$5^h\,35^m\,44'4$	$1^h\,12^m\,44'9$	*D* $5^h\,53^m\,41'6$	$1^h\,24^m\,42'6$
37 6,8	11 22,0	*B* 8 29 0,0	4 0 0,0
41 59,6	6 30,0		
45 28,0	3 1,2		
46 10,8	2 18,8		

Adwa, ☾ 4 Mai. Immersion d'une étoile de 8.9 grandeur derrière la Lune à $5^h\,31^m\,12'$ du chronom. *D* et celle d'une deuxième étoile à $5^h\,31^m\,41'$ du même chronomètre. La première étoile occultée avait la plus grande déclinaison; elles étaient écartées d'environ 9′ 35″. Leur clarté était à peine aussi forte que celle de la lumière cendrée. Incertitude de 2′ pour la 1ère obs. et de 2 à 3 secondes pour la dernière.

Compar. des Chronomètres.
D $5^h\,36^m\,56'0$
B 8 12 0,0

Adwa, ♂ 5 Mai. Immersion d'une étoile de 6.8 grandeur à $5^h\,39^m\,52'5$ du chronomètre *D*, à environ 10 au S. de l'équateur lunaire. Une autre étoile peut-être de 9e gr. fit son immersion à $5^h\,53^m\,40'8$. Je crus ne plus la voir à $43^m\,10^s$ mais 10′ après elle devint très-visible. Cette dernière observation peut-être en erreur de 2 à 3s. La première ne l'est pas de 1.5 seconde. La 2e occultation dut être suivie d'une 3e étoile à environ 3° plus au N. mais très-faible. La lumière cendrée semblait bien plus faible qu'hier. vent E. S. E. très-fort.

Compar. des chronomètres.
D $5^h\,54^m\,30'0$
B 8 29 30,0

Digitized by Google

Adwa, ♀ 6 Mai. Haut. corr. du bord supér. du Soleil; chron. *D*.

Matin.		Soir.	
5h 51 52'0	78°20	0h 56m 43s2	
52 32,0	78 40	55 0,8	
53 17,2	79 0	55 18,8	
53 58,8	79 20	54 36,4	
54 40,0	79 40	53 54,8	

Compar. des chronomètres.

Matin.	Soir.
D 6h 1m 31s2	1h 4m 2s4
B 8 36 30,0	3 39 0,0

Barom. 0m61345 therm. 25°2 — Barom. 0m61210 therm. 30°6.

Adwa, ♀ 6 Mai. Immersion d'une étoile (ε des gémeaux probablement) à 5h 30m 28s8 du chronom. *D*. Emersion à 6h 26m 48s; celle-ci est peut-être en erreur de 3 à 4 secondes; l'immersion fut au contraire parfaitement observée.

Compar. des chronom.

D 5h 46m 32s4
B 9 20 30,0

Adwa, ♃ 7 Mai. Haut.corresp. du bord supér. du Soleil, comparées aux angles du 6; barom. = 0m6140; therm. 25°0.

Matin.		Compar. des chronom.
5h 53m 12s4	79° 0'	*D* 5h 59m 59s2
53 54,4	79 20	*B* 8 35 0,0
54 36,0	79 40	

L'incertitude dont je parle dans ces observations vient le plus souvent du peu de lumière de l'étoile qui semblait se fondre et non s'éclipser dans la lumière de la Lune; la rareté des occultations d'étoiles brillantes et les nombreuses interruptions causées par les voyages pendant lesquels il était impossible de régler les chronomètres d'une manière satisfaisante m'avaient forcé d'avoir recours aux occultations des très-petits astres. La crainte de variation dans la marche du chronomètre entre deux observations consécutives d'angles horaires m'avait engagé à employer deux montres afin de les corriger l'une par l'autre. J'ai calculé tous les angles de hauteur ainsi que les occoltations des étoiles qui se trouvent dans le catalogue de Mr. *Baily* mais le manque d'observations correspondantes, et la crainte d'erreurs dans des calculs faits hativement en voyage m'ont engagé à vous transmettre de préférence, non mes resultats mais les observations originales. J'avais eu le projet d'échapper à ces calculs si gênans en employant une lunette méridienne d'*Ertel* que j'avais faite venir à grands frais de Munich. Malheureusement l'artiste pour des raisons que je n'ai pas pu entrevoir, a renoncé à la méthode française de fermer les tubes de niveau hermétiquement à la lampe Mr. *Ertel* a préféré roder les extrémités de ses tubes et les clore par une petite plaque de verre assujettie au moyen d'une peau fine et d'une substance collante. Dès mon arrivée au Caire, celle-ci ou se dissolvait dans l'ether dont le niveau était rempli ou se fondait par la chaleur du climat et malgré bien des essais je n'ai pu réussir à tirer le moindre partie, d'une lunette méridienne d'ailleurs parfaitement conçue et bien executée.

Comme Adwa était à l'extrémité méridionale de la petite base géodésique que j'ai mesurée j'ai cherché à déterminer sa latitude avec le plus grand soin. Je vous en donne ici les résultats calculés par la formule de *Delambre* et pour la polaire par vos tables.

Mars 30.	Soleil.	par le théod. *Gambey*	(huit répétitions)	14°	10'	06"8
Avril 6.	Id.	Id.	(4 Id.)	14	9	48,2
Id.	polaire.	cercle de réflexion	(4 Id.)	14	9	43
Avril 10.	α gr. ourse	Id.	(16 Id.)	14	10	2,8
14.	Id.	théodolite *Gambey*	(8 Id.)	14	9	49,1
16.	Id.	Id.	(10 Id.)	14	9	50
			latitude moyenne	14	9	54,1

ou 14° 9' 51"6. Si l'on rejette la première observation faite près d'une foule de paysans qui agitaient le niveau Mon observatoire était tout près du marché d'Adwa et de l'Aderach du gouverneur Alta Wasen. Je relevais le sommet du Mt *Saloda* par 358° 13' 12" comptés des N. vers l'Est, et le dome du Mt *Samayata* par 76° 11' 50".

Comme j'ai encore en très-bon état le théodolite de Mr. *Gambey* dont les verniers verticaux donnent cinq-secondes je désirerais beaucoup pouvoir m'en servir pour déterminer la longitude par des distances zénithales de la lune et d'une étoile voisine. Cette méthode inventée par Mr. *Struve* et employée par les officiers Russes dans la guerre de 1828 donnerait dit-on des résultats comparables, pour l'exactitude, à la méthode des culminations lunaires observées dans un instrument portatif. Avant mon départ d'Europe je n'ai pu avoir aucun détail sur cette méthode. Peut-être auriez vous la bonté de la faire copier avec un exemple de calcul et des conseils sur le choix des observations. En me l'envoyant chez Mr. le Capt. *Beaufort*, Admiralty, London, votre lettre me parviendrait en Abyssinie où, Dieu aidant, je pourrais rendre quelque services à l'Astronomie géodésique.

Antoine d'Abbadie.

(Inh. zu Nr. 414.) Schreiben des Herrn *Airy*, Directors der Greenwicher Sternwarte, an den Herausgeber. p. 81. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Hansteen*, Directors der Sternwarte in Christiania, an den Herausgeber. p. 83. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Santini*, Directors der Sternwarte in Padua, an den Herausgeber. p. 83. — Schreiben des Herrn *Koller*, Directors der Sternwarte in Kremsmünster, an den Herausgeber. p. 85. — Schreiben des Herrn *Bianchi*, Directors der Sternwarte in Modena, an den Herausgeber. p. 89 — Beschreibung eines neuen Micrometers. Von Herrn Th. *Clausen*. p. 96.

(zu Nr. 415.) Ueber die Grundformeln der Dioptrik. Von Herrn Geh. Rath und Ritter *Bessel*. p. 97. — Schreiben des Herrn *d'Abbadie* an den Herausgeber. p. 107.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 416.

Schreiben des Herrn Professors *Argelander*, Directors der Sternwarte in Bonn, an den Herausgeber.

Beigehend überreiche ich Ihnen einen kleinen Aufsatz über einige veränderliche Sterne, Beobachtungen und Rechnungen enthaltend, mit der Bitte, denselben in Ihre Astr. Nachr. aufzunehmen, ersuche Sie aber, am Schlusse des über Algol gesagten noch folgendes hinzuzufügen:

Da 2548 Perioden = 20 Julianischen Jahren $0^T\ 23^h\ 48'3$ sind: so erhält man die Epochen des kleinsten Lichtes für die Jahre 1840 — 1842 in Pariser mittlerer Zeit, wenn man zu den Angaben für die Jahre 1820 — 1822, die *Wurm* im Astr. Jahrb. für 1822. p. 121 u. 122 gegeben hat, hinzufügt 1^T weniger 11'7, wobei jedoch nicht zu übersehen ist, dafs *Wurm* die Morgenbeobachtungen nach bürgerlicher Zeit rechnet, auch die Zeitgleichung vernachlässigt ist.

Auf demselben Blatte sind auch alle von uns beobachteten Sternbedeckungen zusammengestellt, die früheren hatte ich Ihnen schon früher mitgetheilt, aber unbegreiflicher Weise bei mehreren die Secunden hinzuzufügen vergessen.

Für die gütige Uebersendung des Cometencirculars danke ich ergebenst; ich fand den Cometen schon am 8ten November auf, es gelang aber wegen der fortwährend vorüberziehenden Wolken keine Beobachtung; Novbr. 4 beobachteten *Kysaeus* und ich ihn mit 2 Sternen, die aber beide unbestimmt und so entfernt von bekannten Sternen waren, dafs ich sie nicht am Ringmicrometer bestimmen konnte. So datiren denn unsere Beobachtungen erst vom 8ten November. Seitdem haben wir den Cometen, so oft es irgend thunlich war, beobachtet; während des Novembermondscheines gelang es noch, ihn recht gut zu beobachten, aber der letzte Mondschein liefs ihn in unserm Fernrohre nur ahnen; nicht mehr beobachten; jetzt ist er wieder recht gut zu sehen, und ich hoffe ihn noch bis zum nächsten Mondlichte zu verfolgen. Unsere sämmtlichen bisher erhaltenen Positionen lege ich auf einem besondern Blatte für die Astr. Nachr. bei; dasselbe enthält auch die verglichenen Sterne. Da diese im Anfange der Erscheinung aus den Pariser Memoiren für 1789 entnommen werden mufsten, so veranlafste ich Herrn *Kysaeus*, für die betreffenden Zonen Reductionstafeln zu berechnen, die ich hier gleichfalls beilege, um andern Astronomen die Arbeit der Berechnung zu ersparen. Diese Tafeln sind ganz wie die von Ihnen herausgegebenen nach *Bessels* Vorschlage berechnet, nur dafs die nördlichen Zenithdistanzen positiv genommen sind. Die constante Correction wurde aber nicht aus *Piazzi*schen Sternen berechnet, weil *Piazzi's* Rectascensionen sehr nördlicher Sterne bekanntlich oft sehr fehlerhaft sind; vielmehr wurden nur solche Sterne gewählt, die entweder von *Bessel*, *Struve*, *Pond* oder mir beobachtet sind, und wo möglich auch in den Fundamentis astronomiae vorkommen. Auf diese Weise konnte auch die Correction der AR. wegen der Abweichung des Quadranten genauer ermittelt werden, als dieses aus *Lalande's* eigenen oft sehr fehlerhaften Angaben möglich gewesen wäre. Herr *Kysaeus* hat sich vorgenommen, diese Berechnung auf die sämmtlichen Beobachtungen in den Memoiren von 1789 und 1790 auszudehnen.

Fr. Argelander.

Beobachtungen einiger veränderlichen Sterne im Jahre 1840.

1. Mira Ceti.

Zur Abkürzung bediene ich mich, um die verschiedenen Helligkeitsgrade auszudrücken, der folgenden Zeichen.

= ◁ und ▷ =	heifst gleich oder vielmehr noch etwas kleiner oder gröfser.
: ◁ und ▷ :	heifst bestimmt kleiner oder gröfser.
◁: und :▷	heifst merklich kleiner oder gröfser.
+ ◁ und ▷ +	heifst bedeutend kleiner oder gröfser.
◁+ und +▷	heifst viel kleiner oder gröfser.

Die Unterschiede der einzelnen Bestimmungen dürften etwa $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{8}$ einer Gröfsenordnung betragen, die letzte Bezeichnung hat aber eine gröfsere Ausdehnung; ◁ und ▷ ohne nähere Bezeichnung ist nur ein allgemeiner Ausdruck.

1840 Juli 23. $13^h\frac{1}{2}$. Mira noch unsichtbar.

Juli 29 $13^h\frac{1}{2}$ Mira selbst im Opernglas noch unsichtbar, ◁+ 7'5; ◁: 8'1 und die übrigen ihn umgebenden 6^m: er ist kaum 6.7^m (im Cometensucher).

Aug. 1. $13^h\frac{1}{2}$ Mira im Opernglas eben zu sehen, kaum 6.7^m.

Digitized by Google

Aug. 6. 14^h Mira bei ausgezeichnet klarer Luft eben mit bloſsem Auge sichtbar, aber noch kleiner, als die ihn umgebenden 6^m; im Opernglase $\Rightarrow$ 71, den *Piazzi* 6^m schätzt, den ich aber mit bloſsem Auge nicht sehe.

Aug. 8. 13^h. Mira $=$ 63, $\prec$ die andern ihn umgebenden 6^m, obgleich ziemlich tief, doch mit bloſsem Auge sichtbar.

Aug. 21. 12^h. Mira $= \prec \nu$ Ceti.

Aug. 23. $12^h\frac{1}{2}$. Mira $+ \succ \nu$, $\Rightarrow \lambda$, $: \prec \xi^1$, $+ \prec \xi^2$, $\prec + \mu$.

Aug. 29. $12^h\frac{1}{2}$. Mira $\prec \delta$, $= \prec \mu$, $= \succ \xi^2$, etwa $= \frac{\mu + \xi^2}{2}$.

Aug. 30. 12^h. Mira $= \succ \delta$.

Aug. 31. $12^h\frac{1}{2}$. Mira $\succ : \delta$, $\succ + \mu$, $+ \prec \alpha$ Pisc., $\prec + \gamma$ Ceti.

Sept. 1. $13^h\frac{1}{2}$. Mira $= \succ \delta$; $14^h\frac{1}{2}$ Mira $\succ : \delta$, $+ \succ \mu$, $\prec : \alpha$ Pisc.

Sept. 12. 12^h. Mira $\delta \succ + \delta$, $: \prec \gamma$, $= \succ$ oder selbst $\succ : \alpha$ Pisc.; die Beobachtung geschah bei dem sehr hellen Mondscheine mit dem Opernglase.

Sept. 20. 12^h. Mira $\succ + \delta$, $: \prec \gamma$, $= \alpha$ Pisc.

Sept. 21. 11^h. Mira $: \succ \delta$, $: \prec \gamma$, $= \prec \alpha$ Pisc., der mir aber heute näher an γ Ceti zu sein schien, als gestern.

Sept. 27. 10^h. Mira $= \alpha$ Pisc., fast auch $= \gamma$ Ceti, $+ \succ \delta$; $12^h 30'$ Mira $= \prec \alpha$ Pisc.

Sept. 29. $12^h 30'$. Mira $= \prec \gamma$, $\succ : \alpha$ Pisc.

Sept. 30. 12^h. Mira $: \prec \gamma$, $= \alpha$ Pisc.

Oct. 7. 11^h. Mira $= \succ \gamma$, $\Rightarrow \alpha$ Pisc.; sehr heller Mondschein.

Oct. 9. 12^h. Mira $= \succ \gamma$, $: \succ \alpha$ Pisc.

Oct. 10. $10^h 30'$. Mira $\succ : \gamma$, $\succ +$ oder wenigstens $\Rightarrow \alpha$ Pisc.

Oct. 17. $10^h 30'$. Mira $\prec \gamma$, $: \prec \alpha$ Pisc., $\Rightarrow \delta$, sehr nahe $= \frac{\gamma + \delta}{2}$.

Oct. 24. 10^h. Mira $\succ : \delta$, $\prec : \alpha$ Pisc., $+ \prec \gamma$.

Nov. 4. 14^h. Mira $\succ : \nu$, $: \prec \lambda$, etwa $= \frac{\nu + \lambda}{2}$.

Nov. 9. 11^h. Mira $\prec \delta$, $: \prec \xi^1$, ξ^2, μ, $\succ : \lambda$. Heller Mondschein.

Nov. 25. 8^h. Mira sehr schwach, nur eben sichtbar, schwächer, als die ihn umgebenden 6^m.

Nov. 27. $7^h 30'$. Mira nicht mehr mit bloſsem Auge sichtbar, aber im Opernglase noch gut zu erkennen.

Zur Ergänzung und Controlle meiner Beobachtungen theile ich die folgenden Beobachtungen mit, die Herr Oberlehrer *Heis* in Aachen auf meine Bitte angestellt und mir bekannt zu machen erlaubt hat. Herr *Heis* bemerkt, daſs die ersten Beobachtungen nicht so sicher sind, als die spätern.

Sept. 20. 10^h. Mira $= \gamma$ Ceti.

Sept. 21. 10^h. Mira $= \succ \gamma$; die Luft nicht ganz rein.

Sept. 25. 10^h. Mira $= \prec \gamma$.

Sept. 27. $8^h\frac{1}{2}$. Mira fast $= \gamma$, $= \prec \alpha$ Pisc.

Sept. 29. 10^h. Mira ein wenig heller als γ.

Oct. 7. 10^h. Mira wenig heller als γ, viel heller als α Pisc.

Oct. 17. 9^h. Mira zwischen γ und δ, $\succ \frac{\gamma + \delta}{2}$.

Oct. 26. 8^h. Mira zwischen γ und δ, $\prec \alpha$ Pisc.

Nov. 4. 10^h. Mira fast $= \lambda$.

Nov. 12. 9^h. Mira $= \prec \nu$.

Nov. 14. 8^h. Mira zwischen μ und ν; sehr reine Luft.

Nov. 25. 9^h. Mira $\prec + \mu$, etwas $\prec 63$ Ceti; sehr reine Luft.

Nov. 26. 10^h. Mira **schwer** mit bloſsem Auge zu erkennen; die Luft auſserordentlich klar.

Später ist Mira nicht mehr gesehen. So weit Herr *Heis*.

Aus diesen Beobachtungen geht nun zunächst hervor, daſs das gröſste Licht dieses Jahr zwischen Sept. 30 und Oct. 7 gefallen ist, also nahe auf denselben Jahrestag zu setzen sein wird, als voriges Jahr, vielleicht etwas früher, während es einen Monat früher fallen sollte, und es wird dadurch die groſse Unregelmäſsigkeit in der Periode aufs evidenteste bewiesen. Zugleich zeigt aber auch der Verlauf des Lichtwechsels eine groſse Verschiedenheit von dem vorjährigen; während der Stern damals mehr als noch einmal so rasch an Licht zu- als abnahm (vergl. Astr. Nachr. Bd. XVII. pag. 219), war dieses Jahr die Abnahme beinahe noch rascher, als die Zunahme; denn der Stern hatte gleiche Helligkeit Aug. 6 und Nov. 25, Aug. 24 und Nov. 6, Sept. 1 und Oct. 24; diese Epochen aber fallen resp. am 58., 40., 32. Tage vor und nur 53, 34, 21 Tage nach dem 3ten October, den ich etwa für den Tag des gröſsten Lichtes ansehen möchte. Diese Verschiedenheit kommt vorzüglich auf Rechnung der Lichtzunahme; denn der Stern brauchte dieses Jahr wahrscheinlich mehr Zeit, um von der 6^m zur 3^m zu gelangen, als voriges Jahr, um von der 6^m zur 2^m zu steigen, während seine Abnahme von der 3^m bis zur Unsichtbarkeit mit unbewaffnetem Auge in beiden Jahren, und so viel sich beurtheilen läſst, auch 1838 nahe mit derselben Schnelligkeit in etwa 45 bis 50 Tagen vor sich ging. Auch die Dauer der Sichtbarkeit mit bloſsem Auge, die dieses Jahr etwa 113 bis 114 Tage betragen haben wird, kann im vorigen Jahre nicht viel gröſser gewesen sein; sie wird 130 Tage nicht überstiegen haben, wovon er etwa 70 Tage heller war, als heuer im gröſsten Lichte. Bei diesen groſsen Ungleichheiten der Erscheinung wird es noch lange dauern, ehe wir über das Regelmäſsige derselben im Klaren sein werden, und es ist um so nöthiger, daſs sie recht an-

Digitized by Google

haltend und vielfältig beobachtet werde. Noch erlaube ich mir, die Gröfsen der verschiedenen verglichenen Sterne nach meiner Schätzung hier herzusetzen: ich schätze γ hell 3.4^m fast 3^m, δ...4^m fast 4.3^m, μ, ξ^2...4^m, ξ^1...4.5^m, λ...5.4^m, γ ..5^m, $\psi = \xi$ Arietis 5.6^m, 75...6.5^m, 60, 63, 67, 69, 70, 81 ..6^m. α ist ein sehr schwacher Stern 2.3^m, vielleicht sollte man ihn sogar nur 3.2^m schätzen. Ueber die nähern Helligkeitsverhältnisse dieser Sterne werden wahrscheinlich die Beobachtungen des Herrn *von Boguslawski* mehr Aufschlufs geben, deren Resultate ich mit grofsem Verlangen entgegensehe.

2. η Aquilae oder Antinoi.

Die Gröfsen der Vergleichungssterne sind: δ...3^m, δ...3.4^m, β, ε...4^m, ι...4.5^m, μ...5.4^m, ν...5^m; die eingeklammerten Zeitangaben sind nur muthmaafsliche, können aber kaum mehr als 1 Stunde falsch sein.

1840 Juli 15. $10^h 30'$. η nahe im kleinsten Lichte, $+ < \beta$, $: < \iota$, $> : \mu$; heller Mondschein.

Juli 22 (10^h). $\eta = \iota$, $< + \beta$, $< \varepsilon$.

Juli 23. (10^h). $\eta = < \iota$.

Aug. 1. $13^h 30'$. $\eta + > \iota$ und ε, $> \beta$, $= < \delta$ (gröfstes Licht).

Aug. 2. 10^h. $\eta = \beta$, $> + \iota$, $> \varepsilon$, $+ < \delta$, $= \frac{\delta + \iota}{2} = \varepsilon$ Delphini.

Aug. 3. $11^h 30'$. $\eta > \iota$, $< \beta$, näher an β als an ι.

Aug. 4. $11^h 30'$ $\eta = > \iota$, $< + \varepsilon$ und β.

Aug. 5. 11^h. $\eta < = \iota$, $> + \nu$; es zogen zwar häufig dünne Wolken vorüber, aber als die Beobachtung geschah, gerade nicht; denn ich konnte neben η den Stern 50 Aquilae 6^m deutlich sehen.

Aug. 6. 11^h. $\eta : < \iota$, $> + \nu$, $= > \mu$.

Aug. 7. $11^h 30'$. $\eta > : \iota$, $+ > \mu$ und ν.

Aug. 8. 13^h. $\eta + > \iota$, $> \varepsilon$ und β, nur unbedeutend $< \delta$.

Aug. 10. (10^h). $\eta + > \iota$, $< + \delta$, sehr nahe $= \beta$.

Aug. 14. 11^h. $\eta > : \iota$, $< \varepsilon$, $+ < \beta$.

Aug. 17. $11^h 30'$. $\eta > + \iota$, $> \varepsilon$, $: < \beta$.

Aug. 21. 12^h. $\eta : > \iota$, $< \varepsilon$, etwa $= \frac{\iota + \varepsilon}{2}$.

Aug. 23. $9^h 30'$. $\eta > \beta$, $+ < \delta$, näher an β als an δ.

Aug. 24. 10^h bis 12^h. η vollkommen $= \beta$. auch $= \frac{\iota + \delta}{2}$.

Aug. 25. 9^h. $\eta < \beta$, $: < \varepsilon$, $: > \iota$.

Aug. 29. 11^h. $\eta = < \beta$, $> + \varepsilon$, $+ > \iota$; $12^h 30'$. $\eta > : \beta$.

Aug. 30. 11^h. $\eta = \frac{\beta + \delta}{2}$, vielleicht etwas näher an δ.

Aug. 31. 11^h. $\eta = \beta$, $+ <$ bis $< + \delta$, $> : \varepsilon$, $+ > \iota$.

Sept. 1. 10^h. $\eta : < \beta$, $> : \varepsilon$.

Sept. 16. (9^h). $\eta < : \beta$, $: > \iota$.

Sept. 17. (9^h). $\eta < : \beta$, $: > \iota$, $< \varepsilon$.

Sept. 20. 12^h. $\eta < : \beta$, $: < \delta$, etwa $= \frac{\beta + \delta}{2}$; der Adler schon ziemlich tief, aber reine Luft.

Sept. 21. 9^h. $\eta > : \beta$, $: < \delta$, $< = \frac{\beta + \delta}{2}$.

Sept. 27. 8^h. $\eta = \beta$; 10^h. $\eta > : \beta$, $< : \delta$; $10^h 30'$. $\eta > : \beta$, $< :$ bis $+ < \delta$; $11^h 30'$. $\eta > : \beta$, etwa $= \frac{\beta + \delta}{2}$; 12^h. η doch wol $< \frac{\beta + \delta}{2}$.

Sept. 29. $8^h 30'$. $\eta = \beta$, $> : \varepsilon$, $> + \iota$; 11^h. $\eta : < \beta$ oder $< = \beta$.

Sept. 30. 10^h. $\eta = \frac{\beta + \iota}{2}$, vielleicht ein Weniges näher an β.

Oct. 8. 9^h. $\eta : < \beta$, $> : \iota$, etwa $= \frac{\beta + \iota}{2}$.

Oct. 9. 9^h. $\eta > : \iota$, $< :$ oder $+ < \beta$, $< \frac{\beta + \iota}{2}$.

Oct. 10. 10^h. $\eta < \frac{\beta + \iota}{2}$.

Oct. 12. $6^h 30$, $\eta = > \frac{\beta + \delta}{2}$; $9^h 30'$. $\eta > : \frac{\beta + \delta}{2}$.

Oct. 13. 9^h. $\eta = > \beta$.

Oct. 17. 7^h. $\eta : < \iota$, $: > \mu$, dunstige Luft, aber beim Adler schien sie ziemlich klar; $8^h 30'$ $\eta < = \iota$; 10^h bei ganz klarer Luft $\eta : < \iota$, $: > \mu$ ich glaube, er ist schon im Zunehmen.

Oct. 21. $6^h 30'$. $\eta < = \beta$, $> : \varepsilon$, $: > \iota$.

Oct. 24. 8^h. $\eta < : \beta$, $: < \varepsilon$, vollkommen $= \iota$.

Nov. 8. 6^h. $\eta = < \iota$, $> + \nu$, $: > \mu$.

Nov. 9. 6^h. $\eta : <$ bis $< : \beta$, $= > \varepsilon$, $> + \iota$.

Nov. 15. 6^h. $\eta = \iota$, $: < \varepsilon$, $: > \mu$, $> + \nu$.

Nov. 25. 7^h. $\eta > : \beta$, $+ > \iota$, $: > \varepsilon$, $< : \delta$; ε heute nur $> : \iota$.

Nov. 26. 6^h. $\eta : > \iota$, $=$ oder $= > \beta$.

Nov. 27, 7^h. $\eta : < \beta$, $> : \varepsilon$, $: > \iota$.

Nov. 28. 7^h. $\eta > : \iota$, $< : \beta$.

Dec. 13. $6^h \frac{1}{2}$. $\eta = \iota$, $+ < \beta$ und ε; β heute $= > \varepsilon$.

Dec. 14. $6^h \frac{1}{2}$. $\eta > : \iota$, $< : \beta$.

Dec. 15. 6^h. $\eta > + \iota$, $= > \beta$, $> : \varepsilon$, $< : \delta$, $+ < \delta$.

Dec. 16. 6^h. $\eta > : \beta$, $< : \delta$, aber dunstige Luft beim Adler.

Dec. 17. 6^h. $\eta = > \beta$, $> + \iota$, $> : \varepsilon$.

Herr Oberlehrer *Heis* hat die folgenden Beobachtungen angestellt, die die meinigen fast überall bestätigen:

Aug. 27. 10^h. η etwas heller als ι.

Aug. 31. 10^h. η etwas heller als β.

Sept. 1. 10^h. η etwas kleiner als δ, heller als β.

Sept. 2. 10^h. η etwas schwächer als β, bedeutend schwächer als δ.

Digitized by Google

Sept. 5. $10^h 40'$. $\eta = \iota$, beide wegen leichten Nebels kaum zu erkennen.

Sept. 12. 9^h. η etwas kleiner als ι, kleiner als ε.

Sept. 14. $10^h 30'$. η zwischen δ und β, näher an δ.

Sept. 21. 10^h. η heller als β, fast $= \delta$.

Sept. 25. 8^h. η nahe $= \beta$, $> \frac{\iota+\beta}{2}$.

Sept. 27. $8^h 30'$. η zwischen β und δ.

Sept. 29. 10^h. $\eta = \beta$.

Oct. 17. 7^h. η etwas kleiner als β.

Oct. 26. 8^h. η nahe $= \delta$.

Aus diesen Beobachtungen ist nun dreierlei zu bestimmen; der Gang des Lichtwechsels während einer Periode, die Dauer derselben und eine Epoche einer bestimmten Phase. Für die letzte wählte der Entdecker des Lichtwechsels, *Pigott*, die Mitte zwischen dem kleinsten und größten Lichte beim Zunehmen der Helligkeit, *Wurm* hingegen bei seinen umfassenden Beobachtungen und Berechnungen dieses Sterns das größte Licht selbst. *Westphal* wieder verglich bei ähnlichen Untersuchungen über andere veränderliche Sterne die Zeiten mit einander, wann der Stern einer bestimmten Größenklasse anzugehören schien. Die letzte Methode ist zu unsicher wegen der Willkürlichkeit in der Schätzung einer bestimmten Größe, dagegen scheint es auf den ersten Anblick sehr sicher, wenn man die Zeit wählt, da der Stern einem bestimmten unveränderlichen an Licht vollkommen gleich ist. Abgesehen aber davon, daß es schwierig seyn dürfte, einen vollkommen unveränderlichen Stern aufzufinden, wenn sich's nämlich um die kleinsten Nüanzen handelt, fand ich auch unter meinen Beobachtungen zu wenige dieser Art. Ich habe daher die Epoche des größten Lichtes gewählt, und glaube, daß dieses sich nach der von mir befolgten Methode sehr sicher bestimmen läßt, wenigstens bei unserm Sterne; ich habe nämlich nicht die Zeit dafür angenommen, wann mir der Stern am hellsten während einer Periode erschien, weil man wohl nur in seltenen Fällen gerade zur Zeit des größten Lichtes beobachten wird, sondern ich habe dieses aus den Beobachtungen der vorhergehenden und folgenden Tage interpolirt, wobei ich nach den durch meine Beobachtungen bestätigten Angaben von *Pigott* und *Wurm* annahm, daß der Stern noch einmal so rasch an Licht zu- als abnimmt. Z. B. war Sept. 20. 12^h $\eta > : \beta$, $: < \delta$, etwa $= \frac{\beta+\delta}{2}$, am folgenden Tage um 9^h war η wieder $> : \beta$ und $: < \delta$, aber nur $< = \frac{\beta+\delta}{2}$; ich habe daher angenommen, daß er Sept. 21. $6^h = \frac{\beta+\delta}{2}$ gewesen sey, die bis dahin seit Sept. 20. 12^h verflossene Zeit von 18 Stunden durch 3 getheilt, und das Drittel zu Sept. 20. 12^h hinzuaddirt, so daß also das größte Licht auf Sept. 20. 18^h gefallen wäre; wo es nöthig schien, habe ich auch noch auf die frühern und spätern Erscheinungen Rücksicht genommen, und wo die Uebereinstimmung der Beobachtungen unter sich schlecht war, oder die das größte Licht einschließenden nächsten Beobachtungen um 2 Tage auseinander lagen, der Bestimmung nur den halben Werth gegeben. Hierbei habe ich es sorgfältig vermieden, mich durch frühere oder spätere Bestimmungen zu Aenderungen verleiten zu lassen, und deshalb die Beobachtungen auch nicht nach der Reihenfolge berechnet. Die so gefundenen Epochen habe ich nun auf die erste Erscheinung des größten Lichtes im October mit der sehr nahe richtigen Periode von $7^T 4^h 13'8$ reducirt, und dadurch die folgende Zusammenstellung für die Epoche des größten Lichtes erhalten:

Oct. 12.	$9^h 30'$	reducirt	Oct. 5.	$5^h 16'2$	
Aug. 1.	13 30	——	——	3 34,2	
Dec. 15.	22	——	——	3 41,5	
Aug. 8.	16	——	——	1 50,4	$w = \frac{1}{2}$
Aug. 30.	4	——	——	1 9,0	
Sept. 20.	18	——	——	2 27,6	
Aug. 23.	0	——	——	1 22,8	$w = \frac{1}{2}$
Sept. 27.	20	——	——	0 13,8	$w = \frac{1}{2}$

im Mittel Epoche des gr. Lichts Oct. 5. $2^h 45'0$ $w = 6{,}5$.

Die Uebereinstimmung ist so schön, als man es nur wünschen, besser, als man es bei derlei Beobachtungen erwarten konnte. Auf die Aachner Beobachtungen habe ich dabei keine Rücksicht nehmen können, weil, als ich diese erhielt, die Rechnungen schon fast ganz vollendet waren. Bei ihrer Berücksichtigung würde die Epoche eine bis zwei Stunden später gefallen seyn. Auf dieselbe Weise habe ich die Epoche des kleinsten Lichtes gesucht, dabei aber keine so gute Uebereinstimmung gefunden, wahrscheinlich weil der Stern etwa doppelt so lange in seinem kleinsten Lichte, d. h. kleiner als ι, verweilt, denn in seinem größten, d. h. größer als $\frac{\beta+\delta}{2}$; die unmittelbaren und reducirten Epochen des kleinsten Lichtes sind:

Oct. 10.	1^h	reducirt	Oct. 2.	$20^h 46'2$	
Aug. 6.	7	——	——	16 50,4	
Oct. 17.	7	——	——	22 32,4	
Juli 15.	16	——	——	14 31,8	$w = \frac{1}{2}$
Juli 23.	8	——	——	21 18,0	

im Mittel Epoche des kl. Lichts Oct. 2. $19^h 42'8$.

Vergleicht man die eben gefundene Epoche des größten Lichtes mit den *Wurm*schen Tafeln im Astr. Jahrb. für 1817 p. 122, so findet man eine so bedeutende Abweichung, daß man sie unmöglich Beobachtungsfehlern allein zuschreiben kann; jene

Digitized by Google

Tafeln setzen nämlich das erste gröfste Licht im October 1840 auf Oct. 4,61096 = Oct. 4. 14^h 39'8 M. Z. Paris = Oct. 4. 14^h 58'9 M. Z. Bonn, also um 1^h 26'1 = 42366^s zu früh; eine spätere Epoche würden meine Beobachtungen ertragen, Herrn *Heis's* sogar fordern, mit einer um mehrere Stunden frühern lassen sich aber beide Reihen durchaus nicht vereinigen, und es mufs also die Periode wirklich gröfser, als die bei Berechnung der Tafeln angenommene von 7^T 4^h 13' 29^{s}856 seyn, und zwar um den 2076sten Theil der oben angegebenen Zeit von 42366^s, weil so viel Perioden seit 1800 Jan. 4,504 M. Z. Paris, der Hauptepoche der Tafel, verflossen sind. Die Division giebt 20^{s}427, und man wird also die Periode zu 7^T 4^h 13' 50"28 annehmen können. Um diese Periode näher zu prüfen, untersuchte ich zuerst die von *Westphal* zu Danzig in den Jahren 1817 und 1818 angestellten und in der Zeitschrift für Astr. etc. Bd. VI. p. 302 ff. mitgetheilten Beobachtungen. Leider lassen sich aber aus denselben nur sehr wenige Epochen des gröfsten Lichts ableiten, und auch diese nur mit Mühe, woher zum Theil wohl die überaus schlechte Uebereinstimmung zu erklären ist; sie geben nämlich reducirt auf das erste gröfste Licht des Jahres 1818 folgendes:

1817 Aug.	6.	17^h	reducirt	1818 Jan.	4.	9^h 50'5	$w = \frac{1}{2}$
Sept.	4.	2	——	—	4.	1 55,2	$w = \frac{1}{2}$
——	11.	22	——	—	4.	17 41,4	$w = \frac{1}{2}$
Oct.	9.	7	——	—	3.	9 46,0	$w = \frac{1}{2}$
1818 Juni	26.	4	——	—	4.	22 28,0	$w = \frac{1}{2}$
Aug.	21.	14	——	—	3.	22 36,4	$w = \frac{1}{2}$

im Mittel Epoche des gr. Lichts Jan. 4. 6^h 2'9 $w = 3$.

Berechnet man dieselbe Epoche aus *Wurms* Tafeln, so erhält man dafür Jan. 3,75664 = Jan. 3. 18^h 9' 33"7 M. Z. Paris = Jan. 3. 19^h 14' 51^s M. Z. Danzig, also die Beobachtung 10^h 48' 3^s später als die Rechnung; zwischen der Epoche der Tafeln und derjenigen der Beobachtung sind 916 Perioden verflossen, und es folgt hieraus die Vergröfserung der Periode 42^{s}45, also diese selbst 7^T 4^h 14' 12^{s}2. Wenn nun auch dieses Resultat als unsicher angesehen werden mufs, so ist doch kaum zu glauben, dafs die gefundene Epoche für 1818 um mehr als 10^h falsch seyn sollte, zumal auch die Epoche des kleinsten Lichtes, wie sie aus *Westphals* Beobachtungen, und zwar mit ziemlich guter Uebereinstimmung der einzelnen Resultate folgt, mit der des gröfsten Lichtes sehr gut zusammenkommt. Ich finde dafür nämlich folgende Epochen:

1817 Aug.	18.	12^h	reducirt	1818 Jan.	1.	20^h 22'9	
Sept.	2.	1	——	—	2.	0 55,2	
Nov.	5.	20	——	—	2.	5 50,7	
1818 Sept.	2.	16	——	—	1.	16 7,5	$w = \frac{1}{2}$

im Mittel Epoche des kl. Lichts Jan. 1. 23^h 46'4 $w = 3,5$.

Die Zeit bis zum gröfsten Lichte ist hier 2^T 6^h 16'5, während sie nach meinen Beobachtungen 2^T 7^h 2'2 ist, was also sehr nahe übereinstimmt.

Jetzt wende ich mich zu den frühesten Beobachtungen, den von *Pigott* und *Goodricke* in York in den Jahren 1784 und 1785 angestellten, und in den Philosophical Transactions für 1785 p. 128 und für 1786 p. 217 im Original mitgetheilten Reihen. Sie gewähren auf dieselbe Weise, wie meine eigenen behandelt, folgende Resultate:

Gröfstes Licht, reducirt mit der Periode 7^T 4' 14'0

1784 Sept.	13.	22^h	reducirt	1785 Jan.	6.	17^h 44'	$w = \frac{1}{2}$
Oct.	20.	8	——	—	7.	6 34	$w = \frac{1}{2}$
——	27.	2	——	—	6.	20 20	$w = \frac{1}{2}$
1785 Juli	19.	12	——	—	8.	17 42	

im Mittel gröfstes Licht 1785 Jan. 6. 20^h 48'4 $w = 2,5$.

Kleinstes Licht, reducirt mit derselben Periode:

1784 Sept.	19.	0^h	reducirt	1785 Jan.	4.	15^h 30'	$w = \frac{1}{2}$
Oct.	17.	23 30'	——	——		22 4	
——	24.	23	——	——		17 20	$w = \frac{1}{2}$
1785 Mai	21.	3	——	——		18 34	
Juli	17.	10	——	——		15 42	
Sept.	26.	20	——	——		7 22	$w = \frac{1}{2}$

im Mittel kleinstes Licht 1785 Jan. 4. 16^h 59'1 $w = 4,5$

Um diese Epochen mit den meinigen zu vergleichen, habe ich den Meridianunterschied, York westlich von Bonn, zu 32'9 angenommen, indem Bonn 28' 27' östlich von Greenwich und der Beobachtungsort in York nach einem Mittel aus verschiedenen von *Pigott* in den Phil. Trans. für 1786 p. 409 ff. mitgetheilten Bestimmungen 4' 27^s westlich von Greenwich ist. Legt man also diese 32'9 zu den *Pigott*schen Epochen; so erhält man unter der Annahme der Periode 7^T 4^h 14', oder 51 Perioden = 365^T 23^h 54' folgende Vergleichung:

kl. Licht 1785 Jan. 4. 17^h 32'0	gr. Licht 1785 Jan. 6. 21^h 21'3
2837 Per. 55' 272^T 9 58,0	55' 272^T 9 58,0
1840 Oct. 3. 3^h 30'0	1840 Oct. 5. 7^h 19'3
beobachtet Oct 2. 19 42,8	Oct. 5. 2 45,0.

Es ist also die angenommene Periode um den 2837sten Theil von resp. 7^h 47'2 und 4^h 34'3, oder um 9^{s}881 und 5^{s}801 zu lang, oder die Periode selbst 7^T 4^h 13' 50"12 und 54"20, d. h. im Mittel sehr nahe ebenso, wie sie früher aus der Vergleichung mit den *Wurm*schen Tafeln folgte.

Es schien mir bei dieser Uebereinstimmung nicht unwahrscheinlich, dafs in die *Wurm*sche Berechnung sich ein Fehler eingeschlichen hätte, und ich habe daher die *Wurm*schen Beobachtungen selbst von neuem untersucht. Leider sind dieselben nirgends mit dem zu einer neuen Berechnung der einzelnen Epochen des gröfsten Lichtes nöthigen Detail mitgetheilt

Digitized by Google

worden, sondern nur (Astr. Jahrb. 1816 p. 132 und für 1817 p. 118) die von *Wurm* berechneten Epochen selbst. Die Berechnungsart (Astr. Jahrb. 1814 p. 145) ist aber keine sehr genaue. Wenn *Wurm* den Stern an einem Abende heller als den Abend vorher und nachher wahrnahm, setzte er auf 9^h M. Z. Paris dieses Abends, wenn er ihn aber an zwei aufeinander folgenden Abenden gleich hell sah, auf 21^h M. Z. Paris des frühern Tages das gröfste Licht. Nun geht der Stern aber am 1sten December um 9^h schon unter, und konnte also zu dieser Pariser Zeit oder ungefähr $9^h\,27'$ M. Z. an *Wurms* Beobachtungsorten unmöglich beobachtet werden, eben so wenig ist anzunehmen, dafs *Wurm*, ein so sorgfältiger Astronom, den Stern im November so nahe am Horizonte sollte beobachtet haben, wie es bei der Beobachtungszeit 9^h hätte geschehen müssen. Daher habe ich mir erlaubt, die Epoche in der ersten Hälfte des Novembers auf 8^h, in der zweiten auf 7^h und im December auf 6^h M. Z. Paris zu setzen. Aufserdem habe ich noch, wenn die Epoche in die Morgenstunden fiel, sie nicht 12^h, sondern 8^h später als die Beobachtungszeit des frühern Abends gesetzt. Auch habe ich im Jahrbuch für 1816 einige Fehler in den Angaben berichtigt, die sich aus den beigesetzten Tafelfehlern als falsch erwiesen. Es ist nämlich bei den Epochen des gröfsten Lichts 1788 Aug. 19, 1790 Aug. 28 und Oct. 17, so wie 1804 Sept. 29 das +Zeichen ausgelassen, welches bedeutet, dafs das gröfste Licht auf die Morgenstunden fiel. Ich reducirte nun alle Beobachtungen desselben Jahres mit der *Wurm*schen Periode auf das gröfste Licht Anfangs October, und bildete dann unter der Annahme von 51 Perioden $= 366^T + y^h$ und der Epoche 1797 Oct. 8. $8^h + x^h$ die Bedingungsgleichungen; alles dieses, so wie die Angabe des Werthes jeder Gleichung enthält die folgende Zusammenstellung:

1785	Sept. 29.	$10^h\,36'8$;	$0 =$	$-2^h\,36'8 + x - 12y$	$\omega = 4$
1786	— 30.	15 21,7	$=$	$-7\,21,7 + x - 11y$	5
1787	Oct. 1.	4 59,6	$=$	$+3\,0,4 + x - 10y$	5
1788	— 1.	15 23,2	$=$	$-7\,23,2 + x - 9y$	5
1789	— 2.	19 2,6	$=$	$-11\,2,6 + x - 8y$	10
1790	— 3.	14 44,9	$=$	$-6\,44,9 + x - 7y$	11
1791	— 4.	12 44,1	$=$	$-4\,44,1 + x - 6y$	7
1793	— 5.	14 58,0	$=$	$-6\,58,0 + x - 4y$	4
1794	— 6.	4 17,0	$=$	$+3\,43,0 + x - 3y$	4
1795	— 7.	7 35,3	$=$	$+0\,24,7 + x - 2y$	3
1796	— 7.	7 14,0	$=$	$+0\,46,0 + x - y$	7
1797	— 8.	7 49,0	$=$	$+0\,11,0 + x$	2
1798	— 8.	21 42,0	$=$	$+10\,18,0 + x + y$	2
1799	— 10.	4 13,5	$=$	$+3\,46,5 + x + 2y$	2
1802	— 13.	5 41,0	$=$	$+2\,19,0 + x + 5y$	1
1803	— 14.	8 36,0	$=$	$-0\,36,0 + x + 6y$	5
1804	Oct. 14.	$4^h\,33'2$	$0 =$	$+3^h\,26'8 + x + 7y$	$\omega = 6$
1805	— 14.	14 36,0	$=$	$+17\,24,0 + x + 8y$	1
1806	— 16.	4 17,5	$=$	$+3\,42,7 + x + 9y$	3
1807	— 16.	22 35,0	$=$	$+9\,25,0 + x + 10y$	3
1808	— 17.	15 5,0	$=$	$-7\,5,0 + x + 11y$	1
1809	— 18.	8 0,5	$=$	$-0\,0,5 + x + 12y$	2
1811	— 20.	3 32,8	$=$	$+4\,27,2 + x + 14y$	6
1812	— 20.	6 8,2	$=$	$+1\,51,8 + x + 15y$	6

Die Berechnung dieser Gleichungen giebt die folgenden Summen der Producte und Quadrate $(an) = 3867{,}12$; $(an) = -157{,}27$; $(an) = 105$; $(bn) = +3533{,}0$; $(ba) = -81$; $(bb) = 7677$; woraus man nach vollendeter Elimination die Summe der nach derselben übrig bleibenden Fehlerquadrate $= 2102{,}95$ erhält, also den wahrscheinlichen Fehler einer Beobachtung $= 6^h60$ und endlich

$$x = +1^h1521 \pm 0^h6462 = +1^h9'126 \pm 38'77$$
$$y = -0{,}44805 \pm 0{,}07557 = -26{,}883 \pm 4{,}5343$$

d. h. die Epoche 1797 Oct. 8. $9^h\,9'1$ M. Z. Paris $\pm 38'77$
die Periode $7^T\,4^h\,13'\,35''43 \pm 5''335$.

Die Periode ist also allerdings etwas gröfser herausgekommen, als *Wurm* sie gefunden hat, aber immer noch viel geringer, als die aus *Pigotts* und meinen Beobachtungen folgende; vergleicht man die eben gefundene Epoche mit diesen beiden Reihen, so erhält man aus der um 649 Perioden entfernten *Pigott*schen Epoche die Periode $7^T\,4^h\,14'\,3''8$, aus meiner um 2188 Perioden entfernten Epoche $7^T\,4^h\,13'\,51''36$; und endlich giebt die um 1030 Perioden spätere *Westphal*sche Epoche die Periode $7^T\,4^h\,14'\,8''87$. Es scheint also ziemlich sicher, dafs die *Wurm*schen Beobachtungen allein die Periode bedeutend zu klein geben. Ob dieses von Beobachtungsfehlern herrührt, oder ob die Periode variabel ist, dürfte schwer zu entscheiden seyn; mir scheint das letztere wahrscheinlicher, obgleich vermuthlich die Veränderlichkeit in engere Grenzen eingeschlossen seyn wird. Als mittlere Periode wird man wohl annehmen können

$$1 \text{ Periode} = 7^T\,4^h\,13'\,50''$$
$$51 \text{ Perioden} = 365\;23\;45\;30{,}0.$$

Es ist nun noch übrig, den Verlauf des Lichtwechsels während einer Periode zu untersuchen; ich habe zu dieser Untersuchung aufser dem gröfsten und kleinsten Lichte die Phasen gewählt, da der Stern im Abnehmen sowohl, als im Zunehmen $= \iota$, $= \frac{\iota+\beta}{2}$, $= \beta$ und $= \frac{\beta+\delta}{2}$ ist; da sehr nahe $\beta = \frac{\iota+\delta}{2}$ zu seyn scheint; so sind die Unterschiede der Helligkeiten in zwei aufeinander folgenden dieser Phasen sehr nahe einander gleich; auch wird der Unterschied der Helligkeit beim kleinsten Lichte und bei der Phase $\eta = \iota$ sehr nahe

dieselbe Gröſse haben, während das gröſste Licht ungefähr um die Hälfte derselben von der Phase $\eta = \frac{\beta+\delta}{2}$ abstehen wird. Ich habe nun alle Beobachtungen von *Pigott* und *Goodricke*, die eine der genannten Phasen entweder unmittelbar gaben, oder sich leicht darauf bringen liefsen, auf eine und dieselbe Zeit, nämlich die erste volle Periode im Januar 1785 reducirt, und eben so die meinigen auf die erste Periode im October 1840, endlich auf dieselbe Zeit auch die *Pigott*schen Bestimmungen durch Hinzufügung von 2837 Perioden zu $7^{\mathrm{T}}\,4^{\mathrm{h}}\,14'$ und der Meridiandifferenz zwischen York und Bonn reducirt, und so die folgende Zusammenstellung erhalten. Ich hätte gewünscht, auch die *Westphal*schen Beobachtungen auf dieselbe Weise behandeln zu können; indefs hat *Westphal* nur β und ι verglichen, und die einzelnen Bestimmungen für dieselben Phasen weichen so sehr von einander ab, dafs ich hierauf verzichten mufste:

Pigott und *G.*	kl. Licht	1785	Jan.	4.	$16^{\mathrm{h}}\,59'$	t (4.5)	= 1840	Oct.	3.	$3^{\mathrm{h}}\,30'$	ich Oct. 2. $19^{\mathrm{h}}\,42'8$ (4.5)
	$\eta = \iota$	—		5.	2	6,0 (3.5)		—	3.	12 37	— 3. 4 15,0 (4.5)
	$\eta = \frac{\iota+\beta}{2}$	—		5.	14	9,0 (2)		—	4.	0 40	— 3 ——— ———
	$\eta = \beta$	—		6.	2	18,0 (2)		—	4.	12 49	— 4. 10 5,0 (2.5)
	$\eta = \frac{\beta+\delta}{2}$	—		6.	12	30,0 (3)		—	4.	23 1	— 4. 20 27,0 (2)
	gr. Licht	—		6.	20	48,4 (2.5)		—	5.	7 19,4	— 5. 2 45,0 (6.5)
	$\eta = \frac{\beta+\delta}{2}$	—		7.	———	———		—	5.	———	— 5. 11 57,0 (2)
	$\eta = \beta$	—		9.	2	54,0 (3)		—	7.	13 25	— 6. 11 57,0 (6.5)
	$\eta = \frac{\beta+\iota}{2}$	—		10.	0	6,0 (3)		—	8.	10 37	— 8. 1 21,0 (4)
	$\eta = \iota$	—		10.	9	12,0 (2.5)		—	8.	19 43	— 9. 4 57,0 (3)

Die in Klammern eingeschlossenen Zahlen bedeuten die Anzahl der Beobachtungen, die zur Ermittelung jeder Phase gedient haben, wobei den weniger zuverlässigen Beobachtungen wieder nur der halbe Werth gegeben ist. Diese Zusammenstellung giebt nun ein neues Mittel, um die Periode im Mittel aus allen Phasen genauer zu bestimmen. Hierzu mufs aber erst der relative Werth der einzelnen Bestimmungen bekannt seyn. Gewifs ist die Zuverlässigkeit, mit der eine Phase durch eine Beobachtung mit dem Werthe = 1 bestimmt wird, für eine jede verschieden, die Anzahl der Beobachtungen ist aber zu gering, um diese Zuverlässigkeit für jede Phase besonders zu ermitteln. Die Phasen bei zunehmendem Lichte mufsten aber nothwendig von denen bei abnehmendem Lichte getrennt werden, weil vorauszusehen war, und sich auch wirklich gezeigt hat, dafs die letztern bei weitem weniger genau sich beobachten lassen. Rechnet man nun die Beobachtungen des gröfsten Lichtes zu denen der Phasen bei steigender Helligkeit, die des kleinsten Lichtes zu den Phasen bei abnehmender Helligkeit, so erhält man die wahrscheinlichen Fehler einer Beobachtung mit dem Werthe = 1:

beim Zunehmen aus *Pigotts* Beobb. $= 3^{\mathrm{h}}49$, aus meinen $= 2^{\mathrm{h}}77$
beim Abnehmen ——— ——— $= 6{,}68$, ——— ——— $= 6{,}52$.

Es zeigt sich also, dafs *Pigotts* und meine Beobachtungen gleich sicher sind, und nun kann daher die wahrscheinlichen Fehler für beide Reihen gleich, und resp. zu $3^{\mathrm{h}}094$ und $6^{\mathrm{h}}585$ ansetzen. Ich nenne nun A den Unterschied zwischen *Pigott* und mir in der mit der Periode $7^{\mathrm{T}}\,4^{\mathrm{h}}\,14'$ auf dieselbe Zeit reducirten Angabe für die Epoche einer gewissen Phase, d. h. den 2837fachen Uberschufs der aus dieser Phase folgenden Periode, über die zum Grunde gelegte, W den Werth dieses Unterschiedes berechnet nach der Formel $\frac{w \cdot w'}{w+w'} \cdot \left(\frac{a}{\varepsilon}\right)^2$, wo w die Anzahl Beobachtungen bedeutet, die der *Pigotts*chen Bestimmung zum Grunde liegen, w' dasselbe für meine Bestimmung, ε den W. F. also resp. $3^{\mathrm{h}}094$ und $6^{\mathrm{h}}585$, a aber zu 3^{h} angenommen ist, so dafs W die Anzahl Beobachtungen mit dem W. F. $= 3^{\mathrm{h}}$ bedeutet, durch die A mit derselben Sicherheit bestimmt wird, als durch die wirklich vorhandenen; endlich setze ich noch $B = W \cdot A$; dann finde ich aus den verschiedenen Phasen

kleinstes Licht	$A = -7^{\mathrm{h}}\,47'2$	$B = -218'23$	$W = 0{,}4670$
$\eta = \iota$ im Steigen	$= -8\ 22{,}0$	$= -709{,}88$	$= 1{,}4140$
$\eta = \frac{\iota+\beta}{2}$ —	———	———	———
$\eta = \beta$ —	$= -2\ 44{,}0$	$= -176{,}68$	$= 1{,}0774$
$\eta = \frac{\beta+\delta}{2}$ —	$= -2\ 34{,}0$	$= -179{,}18$	$= 1{,}1635$
gröfstes Licht	$= -4\ 34{,}4$	$= -480{,}39$	$= 1{,}7507$
$\eta = \frac{\beta+\delta}{2}$ im Fallen	———	———	———
$\eta = \beta$ —	$= -25\ 28{,}0$	$= -650{,}96$	$= 0{,}4260$
$\eta = \frac{\beta+\iota}{2}$ —	$= -9\ 16{,}0$	$= -197{,}82$	$= 0{,}3558$
$\eta = \iota$ —	$= +9\ 14{,}0$	$= +156{,}79$	$= 0{,}2850$

Digitized by Google

Durch Addition dieser Gröfsen finde ich ferner

$$\Sigma B = -2456^s30; \quad \Sigma W = 6{,}9374$$

also endlich im Mittel aus allen Bestimmungen

$$A = -5^h\,54'08 \pm 1^h1390$$

oder die Länge einer Periode

$$= 7^T4^h\,13'\,52^s51 \pm 1^s445$$

also wieder fast genau so, als früher im Mittel aus den Epochen des gröfsten und kleinsten Lichtes allein. Das eben gefundene A mufs nun zu allen auf den October 1840 reducirten *Pigott*schen Bestimmungen mit seinem Zeichen hinzugefügt werden, um sie mit den meinigen vergleichen zu können. Diese Vergleichung, so wie das mit Rücksicht auf die Anzahl der Beobachtungen genommene Mittel für jede Phase und dessen Werth $= w + w'$ setze ich hier an

Phase.	*Pigott.*	*Argelander.*	Mittel.	$w+w'$
kleinstes Licht	Oct. 2. $21^h\,36'0$	Oct. 2. $19^h\,42'8$	Oct. 2. $20^h\,39'4$	9,0
$\eta = \iota$	— 3. 6 43,0	— 3. 4 15,0	— 3. 5 42,6	6,0
$\eta = \frac{\iota+\beta}{2}$	— 3. 18 46,0	— 3. ———	— 3. 18 46,0	2,0
$\eta = \beta$	— 4. 6 55,0	— 4. 10 5,0	— 4. 8 40,6	4,5
$\eta = \frac{\beta+\delta}{2}$	— 4. 17 7,0	— 4. 20 27,0	— 4. 18 27,0	5,0
gröfstes Licht	— 5. 1 25,3	— 5. 2 45,0	— 5. 2 22,9	9,0
$\eta = \frac{\beta+\delta}{2}$	— 5. ———	— 5. 11 57,0	— 5. 11 57,0	2,0
$\eta = \beta$	— 7. 7 31,0	— 6. 11 57,0	— 6. 18 7,8	9,5
$\eta = \frac{\beta+\iota}{2}$	— 8. 4 43,0	— 8. 1 21,0	— 8. 2 47,6	7,0
$\eta = \iota$	— 8. 13 49,0	— 9. 4 57,0	— 8. 22 4,3	5,5

Die Uebereinstimmung ist, mit Ausnahme der abnehmenden Phase $\eta = \beta$, überall so gut, als man es nur erwarten kann; denn auch die ziemlich bedeutende Differenz bei der abnehmenden Phase $\eta = \iota$ kann bei ihrem geringen Werthe nicht auffallen. Aber jene Differenz bei $\eta = \beta$ übertrifft die wahrscheinliche mehr als viermal; sie ist nämlich $= 1^h\,34'$ und sollte nach den oben angegebenen wahren Werthen der Wahrscheinlichkeit gemäfs nur seyn $3^h : \sqrt{0{,}4260} = 4^h\,35'8$. Die einzelnen Bestimmungen stimmen sehr gut überein, und nur eine von meinen Beobachtungen mit halbem Werthe giebt ein etwas gröfseres Resultat, als die beiden frühesten *Pigott*schen, die beide nur halben Werth haben. Es scheint mir daher nicht unwahrscheinlich, dafs dieser grofse Unterschied in einer wirklichen Lichtänderung seinen Grund hat; ob aber β seit *Pigotts* Zeiten heller geworden ist, oder η jetzt rascher vom gröfsten Lichte bis zur Gleichheit mit β abnimmt, können wohl erst spätere Beobachtungen entscheiden. Mittlerweile mufs man wohl die Lichtveränderung so annehmen, wie sie im Mittel aus beiden Reihen folgt, und wie die folgende Uebersicht sie zeigt. In derselben ist das gröfste Licht, als die am genauesten bestimmte Phase auf 0^h gesetzt, die wahrscheinlichen Fehler sind nach der Formel $\gamma(\varepsilon^2+\varepsilon^2)$ berechnet, wo ε den W.F. in der Bestimmung des gröfsten Lichtes, ε den der Phase bezeichnet; die Gröfsen sind aus ungefährer Schätzung angenommen.

$0^h\,0'$	———	$\eta = < \delta$	3.4^m gröfstes Licht
9 34	$\pm 4^h46'$	$\eta = \frac{\delta+\beta}{2}$	3.4
39 45	$\pm 2\,22$	$\eta = \beta$	4
72 25	$\pm 2\,48$	$\eta = \frac{\iota+\beta}{2}$	4
91 41	$\pm 3\,0$	$\eta = \iota$	4.5
118 30	$\pm 2\,25$	$\eta : < \iota$	4.5 oder 5.4 kleinstes Licht.
127 32	$\pm 1\,38$	$\eta = \iota$	4.5
140 37	$\pm 2\,25$	$\eta = \frac{\iota+\beta}{2}$	4
154 32	$\pm 1\,47$	$\eta = \beta$	4
164 18	$\pm 1\,44$	$\eta = \frac{\beta+\delta}{2}$	3.4
172 14	———	$\eta = < \delta$	3.4 gröfstes Licht.

(Der Beschlufs folgt.)

Inhalt.

Schreiben des Herrn Professors *Argelander*, Directors der Sternwarte in Bonn, an den Herausgeber. p. 113.
Beobachtungen einiger veränderlichen Sterne im Jahre 1840. p. 113.

Altona 1841. Februar 25.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 417.

Beobachtungen einiger veränderlichen Sterne im Jahre 1840.

Von Herrn Professor *Argelander*.

(Beschluss.)

Der Stern nimmt hiernach in 118¼ Stunden vom grössten zum kleinsten Lichte ab, und in 53¾ Stunden von diesem zu jenem wieder zu; er ist im grössten Lichte, d. h. heller als $\frac{\beta+\delta}{2}$, 17½ Stunden, im kleinsten, d. h. kleiner als ι, nahe 36 Stunden; die Zeit der Zunahme verhält sich zur Zeit der Abnahme nahe wie 5 : 11, die des grössten zu der des kleinsten Lichtes nahe wie 1 : 2, wobei aber, wie schon früher erwähnt, zu bemerken ist, dass der Unterschied der Helligkeit im wahren kleinsten Lichte von ι grösser ist, als der Unterschied des grössten Lichtes von der Helligkeit $= \frac{\beta+\delta}{2}$. Künftighin werde ich auf ρ mehr Rücksicht nehmen, und dadurch die Unsicherheit des kleinsten Lichts hoffentlich in engere Gränzen einschliessen können.

Schliesslich muss ich noch erwähnen, dass ich auf *Westphals* eigene Berechnung des grössten und kleinsten Lichtes aus seinen Beobachtungen, die er in einem eigenen Schriftchen: „Naturwissenschaftliche Abhandlungen, 1s Heft" in den neuesten Schriften der naturforschenden Gesellschaft zu Danzig Heft II. Danzig 1820. 4to, mitgetheilt hat, aus dem Grunde keine Rücksicht habe nehmen können, weil aus der Vergleichung mit den Beobachtungen selbst hervorgeht, dass die Berechnung nicht ohne Präoccupation gemacht sey.

3. β Persei, Algol.

Das kleinste Licht des Algol habe ich im verflossenen Jahre achtmal vollständig beobachtet; einige andere male fing ich die Beobachtungen erst an, als das kleinste Licht schon vorbei war, sie können höchstens eine Gränze geben, und ich führe sie daher nicht an. Bei jedem beobachteten kleinsten Lichte wurden eine Menge Vergleichungen, oft 30 bis 40, immer über 20, mit den umliegenden Sternen, und besonders häufig in der nächsten Umgebung des kleinsten Lichts die Vergleichungen mit ρ Persei und α Trianguli angestellt; es würde zu weitläuftig seyn, alle diese einzeln anzugeben, auch glaube ich, dass bei diesen Beobachtungen nur der Beobachter selbst im Stande ist, den wahren Moment des kleinsten Lichtes anzugeben, indem es nicht gut möglich ist, die kleinen Nuancirungen des Lichtwechsels alle schriftlich anzugeben, und die Erinnerung hier die beste Hülfe gewähren muss. Ich habe daher auch jedesmal, nachdem das kleinste Licht unbestreitbar vorüber war, die Vergleichungen aber noch fortdauerten, die Zeit angegeben, die ich für die Mitte des kleinsten Lichtes hielt, und hieran später nichts geändert. Hier nun die Beobachtungen und ihre Vergleichung mit *Wurms* neuesten Elementen (Astronom. Jahrb. 1822. p. 120), nämlich Epoche 1800 Jan. 1. 17h 54′ M. Z. Paris, Periode 2T 20h 48′ 58″50 mit Rücksicht auf die Lichtgleichung (Astr. Jahrb. 1804. p. 152.)

1840 Febr. 22. 11h 26′4 M. Z. Bonn = 11h 7′3 M. Z. Paris. Dauer des kleinsten Lichtes 21′; kleinstes Licht $= > \rho$.
Wurms Elemente 11h 23′ 10″5 + 8′ 51″5; Corr. — 24″7.

Febr. 25. 8h 21′3 M. Z. Bonn = 8h 2′2 M. Z. Paris. Dauer des kleinsten Lichtes 19′; kleinstes Licht $= > : \rho$.
Wurms Elemente 8h 12′ 9″ + 9′ 14″; Corr. — 19′2.

März 19. 6h 57′8 M. Z. Bonn = 6h 38′7 M. Z. Paris. Dauer des kleinsten Lichtes etwa 20′; kleinstes Licht $= > \rho$.
Wurms Elemente 6h 43′ 57″ + 11′ 59″; Corr. — 17′2.

Sept. 1. 14h 17′8 M. Z. Bonn = 13h 58′7 M. Z. Paris. Dauer des kleinsten Lichtes 10′; kleinstes Licht $> :$ bis $: > \rho$.
Wurms Elemente 14h 4′ 30″ + 5′ 33″; Corr. — 11′3.

Sept. 27. 9h 37′4 M. Z. Bonn = 9h 18′3 M. Z. Paris. Dauer des kleinsten Lichtes 7′; kleinstes Licht $: < \rho$.
Wurms Elemente 9h 25′ 16″5 + 2′ 37′5, Corr. — 9′6. Diese Beobachtung ist etwas unsicher, weil der Stern ziemlich lange nach dem kleinsten Lichte noch = bis $= > \rho$ blieb.

1840 Oct. 17. $11^h\,1'7$ M. Z. Bonn $= 10^h\,42'6$ M. Z. Paris. Dauer des kleinsten Lichtes 10′; kleinstes Licht $\triangleright$: bis : $\triangleright\,\rho$, : $\lessdot\,\alpha$ Trianguli.
Wurms Elemente $11^h\,8'\,6^s + 0'\,59^s$;
Corr. — 26′5. Der Stern war schon im kleinsten Lichte, als die Beobachtungen um $10^h\,57'$ anfingen.

Dec. 19. $13^h\,24'7$ M. Z. Bonn $= 13^h\,5'6$ M. Z. Paris. Dauer des kleinsten Lichtes 14′; kleinstes Licht $= \triangleright$ bis $\triangleright$: ρ.
Wurms Elemente $13^h\,5'\,33^s + 1'\,2t^s$;
Corr. — 1′3.

Dec. 22. $10^h\,18'9$ M. Z. Bonn $= 9^h\,59'8$ M. Z. Paris. Dauer d. kleinst. Lichtes 19′; kleinstes Licht $\triangleright$: ρ.
Wurms Elemente $9^h\,54'\,3t^s5 + 1'\,34^s5$;
Corr. + 3′7.

Man sieht, dafs die *Wurms*che Periode im Ganzen sehr genau bestimmt ist, da die Correction im Mittel nur: — 13′ 16″ ist, die auf die ungefähr 5160 seit 1800 Jan. 1 verflossenen Perioden vertheilt, eine einzelne nur um — 0″154 ändern würde. Auch die Abweichungen von diesem Mittel sind, obgleich Oct. 17 und Dec. 22 ziemlich bedeutend, doch wohl nicht gröfser, als man sie bei so schwierigen Beobachtungen erwarten darf. Indefs erwecken die Umstände bei den Beobachtungen Oct. 17 und Dec. 19 die Vermuthung, dafs die Periode wirklich variabel sey. Bei der ersten ist schon oben bemerkt, dafs der Stern bei ihrem Anfange schon im kleinsten Lichte war; die Mitte desselben könnte daher möglicher Weise früher gefallen sein, aber nicht leicht später; 15′ nach der angenommenen Mitte des kleinsten Lichtes erschien der Stern schon $\triangleright + \rho$. $\triangleright$: α Trianguli, sehr nahe in der Mitte zwischen ρ Persei und β Trianguli, und 25′ später näher an β als an α Trianguli; die Helligkeitszunahme war also schon so bedeutend, dafs an eine Täuschung nicht zu denken ist. Eben so wenig läfst sich aber Dec. 19 das kleinste Licht so weit vorschieben, dafs es mit den anderen Beobachtungen in Uebereinstimmung käme, und ich habe gerade diese Beobachtung als besonders gut gelungen bezeichnet. Daher möchte ich wohl glauben, dafs auch Algols Lichtperiode nicht ganz constant sey. Sehr interessant wäre es, wenn mehrere Beobachter, und namentlich an verschiedenen Orten, dieselbe Epoche des kleinsten Lichtes beobachteten, damit man aus den Unterschieden ihrer Angaben auf die möglich zu begehenden Fehler bei solchen Schätzungen schliefsen könnte.

4. β Lyrae.

γ Lyrae hell 3.4^m; ε....4^m; δ und ζ....4.5^m; ν....5.6^m.

Sept. 27. 8^h. β sehr schwach, $+ \lessdot \varepsilon$, : $\lessdot \delta$ und ζ, $\triangleright + \nu$.
— 29. $8^h\,30'$. $\beta \triangleright + \varepsilon$, $= \triangleright \gamma$.
— 30. 12^h. $\beta \triangleright + \varepsilon$, $= \gamma$.
Oct. 7. 11^h. $\beta = \gamma$, vielleicht nur $= \lessdot \gamma$.
— 8. 9^h. $\beta \triangleright + \varepsilon$, $= \triangleright \gamma$.
— 9. 12^h. $\beta + \lessdot \gamma$, : $\lessdot \varepsilon$, $= \triangleright \delta$, $\triangleright$: ζ.
— 10. 10^h. $\beta \lessdot + \gamma$, : $\lessdot \varepsilon$, $= \delta$ und ζ, von denen heute bald der eine, bald der andere heller erschien.
— 11. 11^h. $\beta + \lessdot \gamma$, : $\triangleright \delta$ und ζ, $\triangleright$: ε. Mondschein und dunstige Luft.
— 12. $6^h\,30'$. $\beta \triangleright + \varepsilon$, : $\lessdot \gamma$; $9^h\,30'$. $\beta = \gamma$ vielleicht sogar $= \triangleright \gamma$.
— 13. 9^h. β : $\lessdot \gamma$, $\triangleright + \varepsilon$, $+ \triangleright \zeta$ und δ.
— 17. 7^h. $\beta \lessdot \gamma$; genauere Beobachtungen verhinderten Dünste. $8^h\,30'$. $\beta + \lessdot \gamma$, $\triangleright + \varepsilon$, $= \triangleright \frac{\gamma+\varepsilon}{2}$, $\triangleright$: $\frac{\gamma+\delta}{2}$ und $\frac{\gamma+\zeta}{2}$.
— 21. $6^h\,30'$. β : $\lessdot$ bis $\lessdot$: γ, $+ \triangleright$ die andern; nicht sehr klar.
— 24. 8^h. $\beta \lessdot \gamma$, $\triangleright +$ die andern, $\triangleright \frac{\gamma+\varepsilon}{2}$.
Nov. 9. 6^h. β : $\lessdot \gamma$, $\triangleright + \varepsilon$, $+ \triangleright \delta$ und ζ.
— 15. 6^h. $\beta = \gamma$, $+ \triangleright$ die andern.
— 25. 6^h. $\beta \lessdot \gamma$, : $\triangleright \varepsilon$, $= \triangleright \frac{\gamma+\varepsilon}{2}$.
— 26. 6^h. $\beta = \lessdot \gamma$, $\triangleright + \varepsilon$.
— 27. 7^h. $\beta = \triangleright \gamma$.
— 28. 7^h. $\beta \lessdot =$ bis : $\lessdot \gamma$.
Dec. 13. $6^h\,30'$. $\beta \lessdot + \gamma$, : $\lessdot \varepsilon$, $= \triangleright \zeta$, $\triangleright$: δ.
— 14. $6^h\,30'$. $\beta = \triangleright \varepsilon$, $\triangleright$: ζ, : $\triangleright \delta$.
— 15. 6^h. β : $\lessdot \gamma$, : $\triangleright \varepsilon$, : $\triangleright \zeta$, $\triangleright + \delta$.
— 16. $6^h\,15'$. $\beta \triangleright \gamma$, $+ \triangleright$ die andern.
— 17. 6^h. $\beta = \gamma$, $\triangleright +$ die andern.

Um aus diesen Beobachtungen die Epochen des gröfsten und kleinsten Lichtes herzuleiten, habe ich nach *Westphals* Untersuchungen in seinen naturwissenschaftlichen Abhandlungen angenommen, dafs die Lichtzunahme im Verhältnifs von 11 : 12 rascher vor sich geht, als die Lichtabnahme, und habe auch bei der Reduction auf die Mitte des Octobers die *Westphal*sche Periode, nämlich $6^T\,10^h\,35'$, zum Grunde gelegt; ich erhielt so folgende Epochen des gröfsten Lichtes:

1840 Sept. 29.	20^h	reducirt Oct. 19.	$3^h\,45'$
Oct. 7.	22^h	— —	20. 19 10
— 12.	19^h	— —	19. 5 35
Nov. 27.	3^h	— —	19. 11 30
Dec. 16.	7^h	— —	19. 7 45
im Mittel Epoche des gröfsten Lichtes			Oct. 19.	$14^h\,21'$

für das kleinste Licht erhielt ich

1840 Sept. 27.	8^h	reducirt Oct. 16.	$15^h\,45'$
Oct. 10.	2^h	— —	12 35
Dec. 13.	15^h	— —	15 45
im Mittel Epoche des kleinsten Lichtes			Oct. 16.	$14^h\,42'$

Digitized by Google

Der Unterschied zwischen der Epoche des kleinsten und gröfsten Lichtes ist fast genau derselbe, den *Westphal* gefunden hat; ich glaube aber, dafs man für das gröfste Licht die Beobachtung Oct. 7 ausschliefsen müsse; dann würde das Mittel werden Oct. 19. $7^h 9'$, und die Lichtzunahme würde bedeutend rascher erfolgen, als die Lichtabnahme. Doch müssen hierüber weitere Beobachtungen entscheiden, die denn auch erlauben werden, über den Verlauf des Lichtwechsels etwas genaueres anzugeben, und die Periode durch Anknüpfung meiner Beobachtungen an *Goodrickes* und *Westphals* in engere Gränzen einzuschliefsen. Bis jetzt ist sie noch nicht mit der Sicherheit bekannt, dafs man über die Anzahl der seit *Westphals* Zeit verflossenen Perioden etwas genaues bestimmen könnte. Wollte man 1323 dafür annehmen, so würde die Periode aus *Westphals* und meinen Beobachtungen $= 6^T 10^h 34' 56''$ folgen; die Beobachtungen des nächsten Jahres werden hierüber hoffentlich entscheiden.

5. δ Cephei.

ζ Cephei....4.3^m; ι....4^m; ε....3.4; 7 Lacertæ 4^m.

Sept. 27. $8^h 30'$. $\delta < : \zeta$. $> : \iota$, $> + \varepsilon$, $=$ 7 Lacertæ.
— 29. $8^h 30'$. $\delta + < \zeta$, $<$: 7 Lacertæ, $= \varepsilon$.
— 30. $11^h 30'$. $\delta < + \zeta$, $+ < \iota$ und 7 Lacertæ, $' > : \varepsilon$.
Oct. 7. 11^h. $\delta = < \zeta$, $> : \iota$ und 7 Lacertæ.
— 8. 9^h. $\delta < \zeta$ und ι, $>$: 7 Lacertæ.
— 9. 12^h. $\delta + < \zeta$, $<$: bis $+ < \iota$, $: <$ 7 Lacertæ, $> : \varepsilon$, näher an ε als an 7 Lacertæ.
— 10. 10^h. $\delta = \varepsilon$, $< + \zeta$, ι und 7 Lacertæ.
— 11. 11^h. $\delta = < \varepsilon$.
— 12. $6^h 30'$. $\delta = \zeta$ und ι, die mit gleich hell erschienen, $> +$ 7 Lacertæ; $9^h 30'$. $\delta < \zeta$, $= \iota$.
— 13. $9^h 30'$. $\delta < : \zeta$, $: < \iota$, $= >$ 7 Lacertæ.
— 17. $8^h 30'$, $\delta < : \zeta$, $> + \varepsilon$, $> : \frac{\zeta + \varepsilon}{2}$, $: < \iota$, $= <$ 7 Lacertæ.
— 24. 8^h. $\delta = < \zeta$, $< \iota$, $> :$ 7 Lacertæ.
Nov. 4. 14^h. $\delta + < \zeta$, ι und 7 Lacertæ, $= \varepsilon$.
— 9. 6^h. $\delta : < \zeta$, $> + \varepsilon$, $= < \iota$, $= >$ 7 Lacertæ.
— 25. 8^h. $\delta . < \zeta$ und ι, $= <$ 7 Lacertæ.
— 26. 11^h. $\delta < : \zeta$ bis $+ < \zeta$, $< : \iota$, $<$: bis $: <$ 7 Lacertæ, $> : \varepsilon$, $< \frac{\zeta + \varepsilon}{2}$, $= > \frac{\iota + \varepsilon}{2}$.
Nov. 27. 7^h. $\delta + < \zeta$, $< : \iota$, $> : \varepsilon$.
— 28. 7^h. $\delta = > \varepsilon$, $+ < \zeta$ und ι.
Dec. 13. $5^h 30'$. $< + \zeta$, $+ < \iota$, $> : \varepsilon$.
— 14. $6^h 30'$ $\delta = < \varepsilon$.
— 15. 6^h. $\delta : > \varepsilon$ bis $> + \varepsilon$, $< : \zeta$, $< : \iota$, $: <$ 7 Lacertæ, $— > : \frac{\zeta + \varepsilon}{2}$.
— 16. 6^h. $\delta = \zeta$, $> : \iota$, $:>$ 7 Lacertæ.
— 17. $\delta < : \zeta$ bis $+ < \zeta$, $:>$ bis $> + \varepsilon$, $' < \iota$, $< =$ 7 Lacertæ, etwa $= \frac{\varepsilon + \zeta}{2}$.

Um aus diesen Beobachtungen das gröfste und kleinste Licht zu berechnen, habe ich angenommen, dafs die Dauer der Lichtzunahme sich zu der der Lichtabnahme verhalte wie 5 : 13. Dies ist das Verhältnifs, welches *Westphal* aus seinen Beobachtungen berechnet hat; nach *Goodricke* würde es etwas geringer, nach meinen Beobachtungen sogar noch stärker seyn; um alle Bestimmungen auf dieselbe Epoche zu bringen, habe ich die Periode zu $5^T 8^h 47' 34''$ angenommen; die Beobachtungen geben aber nur folgende wenige Bestimmungen:

gröfstes Licht 1840 Oct. 12. $6^h 5$ reducirt Nov. 2. $17^h 40'$ $\omega = \frac{1}{2}$
Dec. 15. 21^h —— —— 2. 22 40

im Mittel gröfstes Licht.....1840 Nov. 2. 21^h 0' $\omega = 1{,}5$

kleinstes Licht 1840 Sept. 30. 2^h reducirt Nov. 1. $6^h 45$
Oct. 11. 5 —— —— 1. 16 10
Dec. 14. 12 —— —— 1. 13 40

im Mittel kleinstes Licht.....1840 Nov. 1. $12^h 12'$ $\omega = 3$

Um diese Epochen mit den von *Westphal* aus seinen eigenen und *Goodrickes* Beobachtungen hergeleiteten in Uebereinstimmung zu bringen, mufs man zwischen den Epochen von *Goodricke* und *Westphal* 2222, zwischen *Westphals* und meinen Epochen 1591 Perioden annehmen; dann wird die Periode resp. $5^T 8^h 47' 45''6$ und $5^T 8^h 47' 20''4$. Wollte man die Anzahl um eine vermehren oder vermindern, so würde die Periode zu bedeutend von den aus *Goodrickes* oder *Westphals* Beobachtungen allein abgeleiteten Werthen abweichen; das Mittel wird also einstweilen als nahezu richtig angenommen werden müssen.

Fr. Argelander.

Sternbedeckungen und Jupiterstrabanten-Verfinsterungen beobachtet in Bonn von Herrn Professor *Argelander*.

Die Zeit wurde entweder aus absoluten Sternhöhen, oder aus Durchgängen von Sternen meines Catalogs durch den Vertical des Polaris abgeleitet, und die mittlere Zeit vermittelst der Angaben des *Enckes*chen Jahrbuches aus der Sternzeit berechnet. Die Beobachtungen geschahen Anfangs an einem astronomischen Theodoliten, seit dem Herbste 1839 an einem

Digitized by Google

Universalinstrumente, beide von *Ertel*. Die Buchstaben der Beobachter bedeuten: *v. R.* Herr Professor *v. Riese*, *L.* Herr Doctor *Lundahl*, *K.* Herr *Kyaeus*; Beobachtungen ohne Buchstaben sind von mir. Die Polhöhe des Beobachtungsortes ist nach zahlreichen Untersuchungen des Herrn Dr. *Lundahl*, die derselbe in seiner Inauguraldissertation: de altitudine poli Bonnensi, Helsingforsiae 1840. 4to, bekannt gemacht hat, 50° 44′ 9″1; die Länge nehme ich zu 25′ 8″6 in Zeit westlich von Berlin an.

			M. Z.	
1838.				
Nov. 25.	Immers. 7.8m.	60° vom nördl. Horn.	4h 50′ 53″3	
	Immers. 6.7m.	nahe dem nördl. Horn	8 4 42,8	
			L und K. + 0,3	
Dec. 21.	Immers. 9m.	30° vom südl. Horn	7 0 51,4	
			L + 3″6 *K* + 5″6.	
	Immers. 9m.	75° vom nördl. Horn	7 10 56,4	
	Immers. 9m.	mitten in den Mond	7 32 29,3	*K.*
Dec. 22.	Immers. h3 Aquarii		6 21 19,3	
			K − 0″4	
	Immers. h4 Aquarii		7 13 12,8	
1839.			*K* + 0″6	
April 17.	Immers.		9 58 55,5	
Aug. 25.	Immers. φ Aquarii		8 51 44,9	zu früh.
			K + 2″3 gut.	
Oct. 19.	Immers. φ Aquarii		5 36 40,7	sehr gut.
Dec. 11.	Immers. δ Capr.		3 25 13,5	*K.* gut.

			M. Z.	
1840.				
Januar 13.	Immers.	μ Arietis	7h 55′ 4″5	plötzlich.
— 14.	Immers.	Plejaden	9 14 57,2	*v. R.*
			9 27 17,6	*K.*
		Asterope I.	9 34 22,5	
			9 35 54,2	*v. R.*
		Asterope II.	9 40 28,5	
März 16.	Immers.	56 Leonis	7 31 24,9	
			L + 0″6	

Die Beobachtung geschah durch dünnes Gewölk, das den Stern nur schwach durchscheinen liefs, wir halten sie doch für sicher.

April 11.	Immers.	ν Leonis	10h 31′ 37″5	plötzlich.
			K − 0,2	ebenso.
Dec. 13.	Immers.	A Leonis	10 4 29,7	zweifelhaft.
			K 0,0	
	Emers.	A Leonis	10 18 45,5	plötzlich.
			K + 0,5	ebenso.

			M. Z.	
1839.				
März 11.	Immers	des 1sten Jup.-Trab.	11h 52′ 3″6	4f. Fr.
Mai 28.	Emers.	des 1sten Trabanten	10 55 47,3	30z. Fr.
			43,8	*L.* Doll.
			52,2	*K* 4f. Fr.
Juli 6.	Emers.	des 1sten Trabanten	9 25 37,9	
			32,4	*v. R.*
	Immers.	des 3ten Trabanten	9 50 5,3	
			6,3	*K.*

Fr. Argelander.

Beweise der beiden ersten Hauptheoreme der Dioptrik.

Von Herrn *Thomas Clausen*.

(Hiebei eine Kupfertafel.)

1. Es seien eine Reihe Linsen, deren Krümmungsmittelpuncte in der Axe AB Fig. 1 liegen. Ein Strahl $\mu' P'$, der von der Seite B einfällt, gelange, nachdem er durch alle Linsen gegangen, durch P nach μ. Die Neigung des einfallenden Strahls mit der Axe sei ω' auf der Seite $P'\mu'$ positiv, auf der entgegengesetzten Seite negativ. Die Neigung des ausfahrenden Strahls ω, positiv auf der Seite $P\mu$, negativ auf der entgegengesetzten. Die Brennpuncte, oder der Ort der Bilder unendlich weit entfernter Gegenstände in der Axe seien in F und F'. Das Bild eines unendlich weit entfernten Puncts in der Ebene $\mu' P' P \mu$ fällt in der auf die Axe senkrechten Gräde $F\mu$, insofern man die Abweichung wegen der Gestalt und die zweiten und höhern Potenzen der Gröfsen $F\mu, \omega, F'\mu', \omega'$ vernachlässigt, und die Entfernung des Bildes von der Axe $F\mu$ ist dem Winkel der parallelen Strahlen mit der Axe proportional. Sei daher, wenn dieser Winkel ω' ist, das Bild des unendlich weit entfernten Punctes in μ, und

$$F\mu = f\omega'$$

f constant und positiv, wenn das Bild aufrecht ist, im umgekehrten Falle negativ. Eben so sei das Bild eines auf der andern Seite unendlich weit entfernten Puncts in derselben Ebene in μ', der Winkel der parallelen Strahlen mit der Axe ω, und

$$F'\mu' = f'\omega$$

f' eben so constant und positiv für aufrechte Bilder.

Man sieht leicht, dafs das Bild eines Objectes in P' in P sein mufs, da die beiden BP und $\mu' P'$, und also alle übrigen von P' ausgehende Strahlen sich in P wieder vereinigen. Seien die Entfernungen des Bildes und Objects von ihren resp. Brennpuncten a, a' positiv nach der Seite des resp. andern Brennpuncts, negativ nach der andern Seite, so ist

$$\left.\begin{aligned} F\mu &= a\omega = f\omega' \\ F'\mu' &= a'\omega' = f'\omega \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Digitized by Google

Multiplicirt man diese beiden Gleichungen in einander, so findet man:

$$(2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots aa' = ff'$$

Der erste Satz: **Das Product der Entfernungen des Bildes und des Objects von ihren resp. Brennpuncten ist eine constante Gröfse.**

2. Verbindet man zwei solche Systeme auf eine Axe Fig. 2, von denen die Brennpuncte des ersten in F und F' mit den resp. die Gröfse der Focalbilder bestimmenden Constanten f, f' haben, und das zweite die Brennpuncte in F'' und F''' mit den Constanten f'', f''': so findet man die Brennpuncte des verbundenen Systems F, F' und ihre resp. Constanten φ und φ' folgendermaafsen:

Nach der Formel (2) ist, da das Bild unendlich entfernter Gegenstände durch das erste System in F' ist, von dem wieder ein Bild im Brennpuncte F' des vereinten Systems entsteht,

$$(3) \ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} F'''F' \,.\, F'F'' = f''f''' & \text{eben so} \\ F\ F \,.\, F'F'' = ff'. \end{cases}$$

Ein mit der Axe paralleler Strahl $\mu'\mu''$ zwischen beiden Systemen, nach dem Austritt aus dem einen, und vor dem Eintritt in das andere, durchschneidet die Axe in den Brennpuncten F und F'''. Nennt man m und und m' die resp. Winkel desselben mit der Axe, und bemerkt dafs μ' das Bild eines unendlich weit entfernten Punctes ist, dessen parallele Strahlen also alle mit der Axe den Winkel m bilden; und μ'' das Bild eines unendlich weit entfernten Puncts ist, dessen Strahlen in der Richtung $M'F''$ einfallen; so hat man nach den Bezeichnungen von Art. 1

$$F'\mu' = f'm; \qquad F''\mu'' = f''m'$$

oder da $F'\mu' = F''\mu''$ is; $f'm = f''m'$.

folglich $\mathrm{F}M = \mathrm{F}F.m = \dfrac{f.f'.m}{F'.F''}$

$$(4) \ldots\ldots\ldots\ldots = \frac{f.f''m'}{F'F''}$$

und $\mathrm{F}''M' = F'''\mathrm{F}'.m' = \dfrac{f''.f'''m'}{F'F''}$

$$(5) \ldots\ldots\ldots\ldots = \frac{ff'''.m}{F'F''}$$

also

$$(6) \ldots\ldots\ldots\ldots \varphi = \frac{f.f''}{F'F''}; \quad \varphi' = \frac{f'.f'''}{F'F''}$$

$F'F''$ ist positiv zu nehmen, wenn F'' in der verlängerten Linie FF' fällt, negativ, wenn er zwischen beiden Puncten liegt.

3. Betrachten wir jetzt den Werth dieser Gröfsen für eine einzelne Kugelfläche, deren Halbmesser r und Brechungsverhältnifs n ist; so finden wir die Entfernung des Brennpuncts F von dem Puncte E um $\frac{r}{n-1}$ entfernt; die Entfernung des andern Brennpuncts von demselben Puncte $\frac{nr}{n-1}$; folglich

$$F\mu = \frac{r.m}{n-1}; \quad F'\mu' = \frac{n.r.m'}{n-1};$$

Es ist aber $nm' = -m$ folglich

$$F\mu = -\frac{rnm'}{n-1}; \quad F'\mu' = -\frac{rm}{n-1}$$

also nach den Bezeichnungen Art. 1

$$f = -\frac{rn}{n-1}; \quad f' = -\frac{r}{n-1} \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

Für die zweite Fläche des Glases ist:

$$f'' = -\frac{r'}{n-1}; \quad f''' = -\frac{nr'}{n-1} \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

wenn r' der zweite Krümmungshalbmesser ist. Demnach ist für die Linse nach (6)

$$\varphi = \frac{rr'n}{F'F''.(n-1)^2}; \quad \varphi' = \frac{nrr'}{(n-1)^2.F'F''} \quad \text{oder}$$

$$\varphi = \varphi' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

Diese Gröfsen bleiben sich demnach nach (6) für zwei und also für jede beliebige Anzahl von Linsen gleich, oder: **die Gröfse und Stellung des Bildes astronomischer Gegenstände durch ein beliebiges System von Linsen ist in beiden Brennpuncten gleich.**

4. Durch diesen wichtigen von *Möbius* gefundenen zweiten Hauptsatz verwandelt sich die Gleichung (2) in

$$aa' = ff \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

Die Gröfsen a, a' sind demnach beide zugleich positiv oder negativ, oder Bild und Object liegen beide innerhalb, oder beide zugleich aufserhalb der Brennpuncte.

Die Formel (10) läfst sich auch so umformen:

$$\{(a-f)+f\}\{(a'-f)+f) = ff$$

$$(a-f)(a'-f)+f\{(a-f)+(a'-f)\} = 0$$

$$-\frac{1}{f} = \frac{1}{a-f} + \frac{1}{a'+f} \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

oder indem man f in $-f$ verwandelt, wodurch der Ausdruck (10) sich nicht ändert,

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a+f} + \frac{1}{a'+f} \ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

5. Diese zweite Haupteigenschaft der Linsensysteme, dafs $f = f'$ ist Art. 1 macht es möglich, die Gröfsen der Bilder astronomischer Gegenstände mit aller Schärfe zu bestimmen (in sofern man die zweiten und höhern Potenzen des Winkels vernachlässigt). Hat man nämlich ein Bild und Object

Digitized by Google

A und B, wenn ein gegebener Punct des auf eine getheilte Scale verschiebbare Linsensystem sich in d und d' befindet, und ist D der Ort desselben Puncts, wenn das Bild unendlich weit entfernter Gegenstände sich in dem Orte des Bildes A befindet, so sind $d-D$ und $d'-D$ die beiden Entfernungen des Bildes von seinem Brennpuncte; $x-d$ und $x-d'$ die resp. Entfernungen des Objects B von seinem Brennpuncte also (10):

$$ff = (d-D)(x-d)$$
$$ff = (d'-D)(x-d')$$

woraus man leicht

$$ff = (d-D)(d'-D)$$

findet.

6. Sind $P\pi = da$ und $P'\pi' = da'$ die gleichzeitig statt finden, so entsteht von dem Puncte v' in v ein Bild. Die Gröfse des Objects verhält sich demnach zur Gröfse des Bildes wie $\pi'v'$ zu πv, oder wie $da'.w' : da.w$. Da $aa' = ff'$ ist, so wird $a\,da' = -a'da$, und da (1) $aw = fw'$; $a'w' = f.w$; das Verhältnifs des Objects zum Bilde $aa'da'w' : aa'da.w = a'w' : -aw = a' : -f = f : -a$.

Th. Clausen.

Schreiben des Herrn Professors *Encke*, Directors der Berliner Sternwarte, an den Herausgeber.

Berlin 1840. Januar 20.

Den Cometen haben wir noch vor zwei Stunden wie ich glaube gut beobachtet, doch wird es wahrscheinlich das letztemal gewesen seyn. Er ist sehr schwach. Vielleicht wird es bei diesem längere Zeit sichtbaren Cometen eine nicht parabolische Bahn geben. Wenigstens liefsen sich 3 Beobachtungen vom 27ten Octbr., 20ten Novbr. und 26ten Decbr. in eine Parabel nicht vereinigen, ohne bei der mittleren, wenn die äufsersten dargestellt werden, einen Fehler von $+2'28''8$ in Länge und $+5''6'$ in Breite zu geben. Wenn nun auch wegen der starken Breite der Fehler in Länge auf $+60''7$ des gröfsten Kreises herabkommt und sich bei Vertheilung auf alle drei Beobachtungen beträchtlich verringern wird, so glaube ich doch, dafs die übrigbleibenden Fehler verhältnifsmäfsig zu grofs bleiben, weil die AR. sich genauer beobachten läfst, als dafs man ihren Fehler mit $\cos\delta$ multipliciren dürfte. Die neuen Elemente waren

Durchgang Nov. 14,02363 Berl. m. Zt.

π	22° 29′ 13″2	M. Aeq. 1841
Ω	248 41 50,0	
i	58 16 6,8	
$\log q$	0,172374.	Rechtläufig.

Sie sind sehr wenig von den früheren verschieden.

Encke.

Positionen des 4ten Cometen von 1840 hergeleitet aus den Bonner Beobachtungen.

Von Herrn Professor *Argelander*.

Die Beobachtungen wurden an dem Ringmicrometer eines 4füfsigen Fraunhofer angestellt, und mit gehöriger Rücksicht auf die eigene Bewegung des Cometen, und wo es nöthig war, auf die Refractionsdifferenz reducirt. Die Sternpositionen wurden mit den in der Einleitung zu meinem Cataloge von 560 Sternen gegebenen Daten, auf den *Bessel*schen Fundamentalcatalog für die geraden Aufsteigungen, für die Declinationen auf die Lage des Aequators, wie sie mein Catalog annimmt, reducirt. Die mit K bezeichneten sind von Herrn *Kyseneus*. N und S bedeutet, dafs der Comet beim Durchgange durch das Feld des Micrometers nördlich oder südlich vom Mittelpuncte war; wenn es anging, wurden immer eine gleiche Anzahl nördlicher und südlicher Durchgänge beobachtet, und dann das Mittel genommen.

1840.	M. Z.			Beob.	
	h ′ ″	° ′ ″	° ′ ″		
Nov. 8.	9 14 20,9	———	+60 26 31,2	2 b.	NS.
	9 19 18,9	297 11 49,8	———	3 b.	NS.
Nov. 9.	7 49 38,0	———	+60 19 17,7	4 c.d.	NS.
	7 54 38,1	298 47 16,8	———	6 c.d.	NS.
— 12.	8 16 56,8	304 4 11,1	+59 49 0,3	10 e.	NS.
— 14.	10 7 14,6	307 52 7,1	———	6 g.	NS.
	10 12 25,0	———	+59 20 41,3	6 g.	NS.
— 17.	11 2 25,4	313 36 37,2	+58 26 53,2	10 i.k.	NS.
— 20.	10 42 59,2	319 23 1,8	+57 18 17,6	6 m.n.	NS.
— 25.	10 38 25,2	329 2 57,8	+54 45 48,1	5 o	N.
	11 20 13,2	329 6 6,9	———	4 p.pr.seq.	
	11 55 44,2	———	+54 44 10,7	3	S.
— 26.	8 37 14,0	330 47 9,6	+54 12 31,7	5 o.	S.
	10 34 7,8	330 56 13,6	+54 9 42,3	5 q.	N.
— 27.	8 53 21,3	332 41 3,5	+53 34 26,4	10 r	NS.
— 28.	11 59 3,9	334 47 10,6	+52 49 13,9	8 s.	S.
Dec. 13.	8 54 58,5	———	+40 15 47,3	8 t.u.	NS.
	8 58 0,3	358 39 37,0	———		
Dec. 14.	8 42 11,2	359 58 0,1	———	6 v.	NS.
	8 42 59,9	———	+39 19 59,3		
	10 31 42,3	0 3 56,2	+39 15 54,9	8 w.	NS.

Digitized by Google

1840.	M. Z.			Beob.		
	h ′ ″	° ′ ″	° ′ ″			
— 16.	9 23 6,6	2 33 28,3	+37 26 23,3	4	δ Andr. S. *K.*	
	9 49 42,2	2 34 29,1	+37 24 59,8	2	p —— N. *K.*	
— 17.	9 8 9,8	3 46 3,2	+36 30 49,0	13	$\varkappa$. NS.	
— 19.	9 1 32,5	6 7 26,5	+34 40 27,9	9	γ. S.	
	12 21 38,5	6 16 57,7	+34 32 43,9	8	$\varkappa$. NS.	
— 22.	8 15 10,4	9 24 52,5	———	8	α. NS.	
	8 15 17,7	———	+32 0 6,8			
— 23.	5 38 18,3	10 21 11,8	———	8	β NS.	
	5 38 54,0	———	+31 13 7,8	5	β NS.	
	8 27 3,7	10 28 21,9	+31 7 6,7	10	γ NS.	
	10 4 20,0	10 32 57,2	+31 3 11,8	6	δ NS. *K.*	
— 24.	9 2 31,6	11 31 28,3	+30 13 57,3	8	ε S.	
	11 26 1,3	11 37 28,3	+30 8 41,5	8	ζ N.	
— 25.	6 54 50,3	———	+29 27 22,7	7	η NS.	
	6 55 16,8	12 26 26,0	———	8		
	8 45 40,3	———	+29 23 28,5	9	δ NS.	
	8 46 53,2	12 30 52,7	———	8		
— 26.	6 20 39,7	13 23 59,7	———	11	ι NS.	
	6 23 34,6	———	+28 38 16,8	9		
— 27.	6 25 43,9	14 21 42,0	+27 48 45,3	8	$\varkappa$ N.	
	10 37 36,3	14 31 22,7	+27 40 17,1	11	λ' NS.	
— 28.	6 30 59,1	15 18 3,0	———	9		
	6 32 25,1	———	+27 0 24,7	8	μ NS.	
1841.	10 15 36,4	15 26 34,0	+26 53 11,0	7	μ' S. *K.*	
Jan. 9.	6 24 22,0	25 5 31,9	+18 42 28,3	12	ν NS.	
— 11.	6 39 47,8	26 31 11,3	+17 33 41,3	8	ξ NS.	

Angenommene scheinbare Positionen der Vergleichungssterne.

b.	296° 58′ 35″ 7	+6° 0′ 30″ 4″3	am Ringmicrometer bestimmt.
c.	298 1 24,0	+60 24 25,6	= 15 Cephei B.′
d.	298 2 19,0	+60 11 51,5	= 16 ——
e.	303 38 37,8	+59 48 59,3	am Ringmicr. bestimmt.
g.	306 54 55,9	+59 20 46,8	ebenso.

i.	313° 02′ 13″ 8	+38° 49′ 22″ 5	beob. von *Bradley* u. *Besse*		
k.	313 18 18,2	+68 42 27,8	Mem. 1789. Aug. 26.		
m.	319 46 57,5	+57 15 49,4	= P. XXI. 141.		
n.	320 5 53,8	+57 23 59,4	Mem. 1789 Aug. 25.		
o.	330 8 59,9	+54 28 43,4	Mem. 1789 Aug. 23.		
′.	330 9 0,6	+54 28 43,4			
p pr.	326 39 18,3	+55 3 4,0	beob. von *Bradley* und *Struve*		
seq.	326 39 26,9	+55 3 23,4	ist dupl. Str. Nr. 2840.		
q.	329 24 56,0	+54 7 7,9	Mem. 1789 Aug. 23.		
r.	332 24 18,3	+53 34 28,6	am Ringmicr. bestimmt.		
s.	334 55 48,4	+53 8 32,3	Mem. 1789. p. 209 u. 210.		
t.	357 45 22,7	+40 17 26,3	Zone 381.		
u.	357 48 41,5	+40 14 55,0	Z. 381 und 440.		
v.	0 0 28,1	+39 21 15,9	Z. 440.		
w,	359 51 59,2	+39 16 7,2	H. C. u. 476. Z. 381. 440. 441.		
—	2 12 7,2	+37 48 10,5	= δ Androm. Fund. *Pond.*		
—	3 11 34,3	+37 5 30,2	= ρ —— Fund. *Piazzi.*		
x.	3 47 42,6	+36 33 21,1	H. C. p. 126. Z. 386.		
y.	6 6 12,7	+34 59 6,2	H. C. p. 126. 389. Z. 386. 439.		
z.	7 12 58,2	+34 31 39,6	P. O. 128. Z. 439.		
α.	10 5 21,3	+32 3 40,0	H. C. p. 349.		
β.	10 34 10,4	+31 11 23,4	H. C. p. 124. Z. 390. *Bessels* AR. 10^{m} 32^{s} klein.		
γ.	10 49 0,8	+31 8 25,1	H. C. p. 124. 349. Z. 390. 438.		
δ.	10 51 29,1	+31 2 7,7	Z. 390.		
ε.	11 1 44,2	+30 32 1,2	H. C. p. 124. Z. 390.		
ζ.	11 41 46,8	+29 46 9,9	H. C. p. 124. 307. Z. 390.		
η.	12 20 33,8	+29 27 49,2	H. C. p. 307.		
θ.	11 57 57,4	+29 24 26,2	Z. 390.		
ι.	13 45 38,4	+28 38 59,0	H. C. p. 573.		
$\varkappa$.	14 29 9,6	+27 31 17,4	Z. 447.		
λ.	14 37 41,1	+27 41 13,1	Z. 447.		
μ.	15 30 56,8	+27 1 23,7	H. C. p. 27. Z. 388. 447.		
μ'.	15 22 13,6	+27 11 56,0	Z. 388.		
ν.	24 47 7,9	+18 40 7,4	am Ringmicr. bestimmt.		
ξ.	27 33 17,6	+17 35 6,3	H. C. p. 34. Z. 332.		

Fr. Argelander.

Schreiben des Herrn Hofraths *Mädler*, Directors der Sternwarte in Dorpat, an den Herausgeber.

Dorpat 1841. Januar 4.

Sie erhalten hierbei das Resultat einer Untersuchung über die Sternbedeckungen durch Planeten, welche bis Ende 1842 statt finden. Es sind alle Sterne des *Baily*schen Catalogs, denen ein Planet nahe kommen kann, verglichen worden, jedoch habe ich mich auf die älteren Planeten beschränkt, und bei Mercur nur die hellern Sterne bis zur 6ten Größe, bei den übrigen bis zur 7ten genommen. Es findet sich nur Eine wirkliche Bedeckung und zwar in Europa unsichtbar, nämlich:

1842 Aug. 8. $4^{h}3^{m}23^{s}8$ Venus bedeckt den Stern 3^{e} Gr. β Virginis.

Decl. Venus $+2°19'15''7$

Decl. Stern $+2\ 19\ 6,1$

Kleinster Abstand des Sterns: 10″6 südl. vom Centro der Venus.

Aus diesen geocentrischen Angaben folgt, daß nur auf der Nordhalbkugel der Erde eine Bedeckung, auf der südlichen ein naher Vorübergang statt finden wird. Nordamerika und Ostasien enthalten die Orte, wo die Bedeckung beobachtet werden kann.

Alle übrigen Sterne bis zur 7ten Größe bleiben über 1′ von Venus entfernt, nur β Scorpii kommt ihr geocentrisch auf 45″ nahe und kann in keiner Gegend der Erde eine Bedeckung erleiden.

Bei den übrigen Planeten ist das Resultat gleichfalls ein negatives, nur Saturn geht 1842 am 22sten Januar 2^{h} Berl. Zeit dem Stern 28 Sagitt. auf 27″6 nördlich vorüber, da er aber alsdann nahe bei der Sonne steht, so wird nirgend auf der Erde eine Beobachtung statt finden können.

Vorläufig kann ich Ihnen die Nachricht geben, daß Herr v. *Schidlofsky* so eben eine bedeutende Arbeit beendet hat:

Digitized by Google

die Ableitung der Nutations-Constante aus sämmtlichen Dorpater Beobachtungen. Das Endresultat ist 9″219 für die Lunar-Nutation. Sie werden binnen Kurzem die nähern Details dieser sehr sorgfältigen Arbeit erhalten, die ihn 40 Monate hindurch beschäftigte.

Mädler.

Schreiben des Herrn Hofraths *Gauss*, Directors der Göttinger Sternwarte, an den Herausgeber.

Göttingen 1841. Febr. 9.

Ich übersende Ihnen hier die hiesigen Beobachtungen der Mondfinsterniss. In einem öffentlichen Blatte fand ich unlängst die Nachricht, dass der Amerikanische Marine-Capitain *Wilkes* dem magnetischen Südpole ziemlich nahe gekommen sei, und dass er in 67° 4′ südl. Breite und 147° 30′ Länge (ohne Zweifel östlich von Greenwich) die magnetische Abweichung 12° 35′ östlich, und die Neigung 87° 30′ gefunden habe. Nach einer flüchtig angestellten Rechnung würde ich nun hiernach einstweilen den wirklichen Pol

in 70° 21′ südlicher Breite
146 17 Länge

setzen. Dieser Platz liegt demjenigen, welchen meine Theorie (S. 44) angegeben hat, viel näher, als ich selbst erwartet hatte. Der wirkliche Pol liegt, wie ich dort vermuthet hatte, nördlicher, als der nach der Theorie berechnete; aber der Unterschied in der Breite erreicht nur den dritten Theil von dem, auf welchen ich nach Ansicht der Beobachtungen von Hobarttown gefasst war. Eben so liegt der wirkliche Pol westlicher, als der nach der Theorie berechnete, und hier ist der Unterschied fast genau so gross wie der a. a. O. von mir präsumirte. Uebrigens ist unnöthig zu bemerken, dass in diesen hohen Breiten der Unterschied von sechs Längengraden nur eben so viel bedeutet, wie zwei Breitengrade.

Bei der Mondfinsterniss am 5ten Febr. 1841 hat Herr Dr. *Goldschmidt* folgende Ein- und Austritte beobachtet:

	Eintritte.	Austritte.
Aristarch	13ʰ 11′ 29″ M. Z.	15ʰ 42′ 54″ M. Z.
Copernicus	18 6	
Euler	19 57	
Tycho	20 53	46 20
	22 15	47 55
Heraclides	23 19	48 50
Laplace	27 23	52 7
Pico	32 11	
Manilius	33 6	16 7 48
	33 51	
Plato	33 23	15 47 2
	34 45	48 28
Menelaus	36 46	16 10 56
Plinius	40 17	14 42
Posidonius	43 3 IR.	16 32 Mitte.
Goclenius	45 59	
	46 47	
Hercules	47 34	
Proclus	49 45	24 4
Endymion	50 21	
	51 19	
Picard	54 37	

Die Beobachtungen wurden mit einem 10füssigen Dolloudschen Fernrohre angestellt, dessen Objectiv 42 Pariser Linien Oeffnung hat; die angewandte Vergrösserung war 90fach.

Der Mond war während der totalen Verfinsterung gelblichroth, namentlich war diese Farbe im Westen sehr hell, die grössern Maren und Flecke blieben sichtbar. Beim Ende der totalen Finsterniss zog sich ein lichter bläulicher Schimmer über Grimaldi am Südrande des Mondes hin.

Gauss.

Beobachtung der Mondfinsterniss am 5ten Februar auf der Hamburger Sternwarte, von Herrn *Rümcker*.

Die Momente sind zur Secunde angegeben, welche ich zwar bei den übrigen nicht verbürge, aber bei denen mit einem Sterne bezeichneten der Wahrheit sehr nahe glaube.

1	Grimaldus	13ʰ 1′ 32 M. H. Z.
2	Galilæus	13 4 13
4	Kepler	13 9 42
*3	Aristarch	13 10 55
6	Gassendus	13 11 12
9	Lansbergius	13 13 37
10	Reinoldus	13 17 11
14	Bullialdus	13 17 41
11	Copernicus	13 18 51
7 u. 8	Herpalus, Heraclides	13 21 10
21	Tycho	13 22 10
*19	Ins. sin. med.	13 23 55
16 u. 18	Timocharis, u. Archimedes	13 26 19
12	Helicon	13 27 9
*17	Plato	13ʰ 32′ 45″ M. H. Z.
*24	Manilius	13 33 44
28	Dionisius	13 36 23
*25	Menelaus	13 37 20
22 u. 23	Eudoxus und Aristoteles	13 38 8
*29	Plinius	13 40 32
*32	Promontorium acutum	13 42 54
*27	Posidonius	13 44 3
40	Taruntius	13 46 6
*35	Proclus	13 50 36
38	Petovius	13 51 35
39	Langrenus	13 52 22
	Anfang der totalen Finsterniss	13 58 34

Die Witterung war im Ganzen ungünstig. Bei den heiteren Intervallen war der Schatten aber schärfer begrenzt, als ich es jemals bemerkt habe. Das Ende war Wolken halber durchaus unsichtbar.

Rümcker.

Altona 1841. März 4. (Hiebei eine Kupfertafel.)

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 418.

Beweis des von *Jacobi* gefundenen Lehrsatzes, dafs ein flüssiges sich um die eine Axe drehendes Sphäroid von drei verschiedenen Hauptaxen in Gleichgewicht seyn könne.

Von Herrn *Thomas Clausen*.

1. Es seyen die drei rechtwinklichten halben Hauptaxen α, β, γ; die kleinste α; die gröfste γ; so hat man für einen Punct an der Oberfläche, dessen Coordinaten auf die drei Hauptaxen bezogen, resp. f, g, h sind (*Legendre* Traité des fonctions elliptiques Tome I. Application à la Mécanique Sect. III. 594) wenn man $\alpha = \gamma \cos\varphi$; $\beta = \gamma\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}$ setzt und die Integrale von $\varphi = 0$ bis $\varphi = \varphi < \frac{\pi}{2}$ (π = halbe Peripherie des Kreises) nimmt, für die drei Attractionskräfte A, B, C parallel mit den resp. obigen Hauptaxen

$$(1)\ldots\ldots\begin{cases} A = \frac{3M.f}{\gamma^3\sin\varphi^3}\int\frac{\tang\varphi^2\,d\varphi}{\sqrt{((1-e^2\sin\varphi^2)}} \\ B = \frac{3M.g}{\gamma^3\sin\varphi^3}\int\frac{\sin\varphi^2 d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}} \\ C = \frac{3M.h}{\gamma^3\sin\varphi^3}\int\frac{\sin\varphi^2 d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} \end{cases}$$

wo M die Masse des Sphäroids bezeichnet.

Die flüssige Masse ist in Gleichgewicht, wenn die Summe der auf einen Punct an der Oberfläche wirkenden Kräfte auf die Oberfläche senkrecht gerichtet ist. Es sei (*Gauss*, Disquisitiones generales circa superficies curvas) eine Kugelfläche mit dem Halbmesser = 1 beschrieben, die durch drei mit den drei Hauptaxen parallele Halbmesser in der Richtung der positiven Coordinaten in den Puncten (1), (2), (3) resp. geschnitten wird. Ein mit der Richtung der Summe der auf den Punct wirkenden Kräfte paralleler Halbmesser schneide die Kugelfläche in L; so ist, wenn die Summe der Kräfte V ist, die Summe der nach den drei Axen zerlegten Kräfte

$$X = V\cos(1)L;\quad Y = V\cos(2)L;\quad Z = V\cos(3)L.$$

$(1)L$ bedeutet den sphärischen gröfsten Kreis zwischen (1) und L, und eben so $(2)L$ und $(3)L$ resp.

Zieht man ein beliebiges Element auf der Oberfläche des Sphäroids ds, dessen Richtung von obigem Puncte aus mit einem Halbmesser parallel ist, der die Kugelfläche in λ durchschneidet; so werden die Projectionen desselben auf die drei Hauptaxen

$$df = ds\cos(1)\lambda;\quad dg = ds\cos(2)\lambda;\quad dh = ds\cos(3)\lambda$$

und nach den erwähnten Disquis. p. 4.

$$\cos\lambda L = \cos(1)\lambda.\cos(1)L + \cos(2)\lambda.\cos(2)L + \cos(3)\lambda.\cos(3)L.$$

Ist die Richtung von V auf die Oberfläche senkrecht, so ist der Bogen λL dem vierten Theile der Peripherie gleich und sein Cosinus verschwindend. Mithin, wenn man mit Vds multiplicirt und die Werthe von df, dg, dh, X, Y, Z substituirt:

$$0 = X\,df + Y\,dg + Z\,dh\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

Die Gleichung für das Ellipsoid ist:

$$1 = \frac{ff}{\alpha\alpha} + \frac{gg}{\beta\beta} + \frac{hh}{\gamma\gamma};$$

folglich

$$0 = \frac{f}{\alpha\alpha}df + \frac{g}{\beta\beta}dg + \frac{h}{\gamma\gamma}dh\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

Die Gleichungen von (2) und (3) müssen identisch seyn, folglich ist

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{\mu f}{\alpha\alpha} \\ Y &= \frac{\mu g}{\beta\beta} \\ Z &= \frac{\mu h}{\gamma\gamma} \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

wo μ eine willkührliche Gröfse bezeichnet.

2. Ein materieller Punct an dem Ende einer Linie l befestigt die sich um den andern festen Endpunct in einer Ebene bewegt, strebt sich von dem Mittelpuncte zu entfernen. Ist der Winkel, den die Linie in der Zeit t beschreibt, nt, so ist der Unterschied der Secante und des Halbmessers für den in Zeittheilchen dt beschriebenen Bogen $\frac{1}{2}l\,nn\,dt^2$. Die Wirkung einer Anziehungskraft g im Zeittheilchen dt ist $\frac{1}{2}g\,dt^2$. Die Centrifugalkraft wird demnach durch eine Anziehungskraft $g = l\,nn$ in Gleichgewicht gehalten, deren Richtung nach dem Centrum der Drehung ist. Sind die Projectionen von l auf zwei in der Ebene der Drehung liegende rechtwinklichte Axen x, y; so sind, wie man leicht sieht, die nach der Richtung dieser Axen zerlegten Centrifugalkräfte resp $x\,nn$, $y\,nn$.

3. Es drehe sich das sphäroidische Fluidum um die kürzeste Halbaxe α; so sind die Centrifugalkräfte nach den drei

Digitized by Google

Axen zerlegt, 0, gnn, hnn, die negativ sind, wenn man die Anziehungskräfte positiv setzt. Die Summe der Anziehungen und Centrifugalkräfte parallel mit den drei Hauptaxen sind also (4)

$$(5)\ldots\ldots\begin{cases} X = \frac{\mu f}{\alpha\alpha} = \frac{3Mf}{\gamma^3 \sin\varphi^2}\int \frac{tg\,\varphi^2\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} \\ Y = \frac{\mu g}{\beta\beta} = \frac{3Mg}{\gamma^3\sin\varphi^2}\int \frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}} - gnn \\ Z = \frac{\mu h}{\gamma\gamma} = \frac{3Mh}{\gamma^3\sin\varphi^2}\int \frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{(\sqrt{1-e^2\sin\varphi^2})} - hnn \end{cases}$$

Soll daher die Figur während der Umdrehung permanent bleiben, so mufs den drei folgenden Gleichungen Genüge geleistet werden:

$$(6)\ldots\ldots\begin{cases} \frac{\mu}{\alpha\alpha} = \frac{3M}{\gamma^3\sin\varphi^2}\int \frac{tg\,\varphi^2\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} \\ \frac{\mu}{\beta\beta} = \frac{3M}{\gamma^3\sin\varphi^2}\int \frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}} - nn \\ \frac{\mu}{\gamma\gamma} = \frac{3M}{\gamma^3\sin\varphi^2}\int \frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} - nn \end{cases}$$

Eliminirt man μ und nn und substituirt für α und β ihre Werthe, so findet man folgende Bedingungsgleichung:

$$(7)\ldots\ldots\ldots\ldots 0 = (1-e^2\sin\varphi^2)\int \frac{\sin\varphi^4\,d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}} - \sin\varphi^2\cos\varphi^2\int \frac{tg\,\varphi^2\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} = W$$

$$(8)\ldots\ldots\ldots\ldots \frac{dW}{2\sin\varphi\cos\varphi\,d\varphi} = -e^2\int \frac{\sin\varphi^4\,d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}} - (\cos\varphi^2-\sin\varphi^2)\int \frac{tg\,\varphi^2\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}}$$

$$(9)\ldots\ldots\ldots\ldots e^2W + (1-e^2\sin\varphi^2)\frac{dW}{2\sin\varphi\cos\varphi\,d\varphi} = \left\{(1-e^2)\sin\varphi^4 - \cos\varphi^4\right\}\int \frac{tg\,\varphi^2\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}}$$

Da die drei Axen von ungleicher Gröfse angenommen werden, so werden die Fälle $\varphi = 0$, $e = 0$, $e = 1$ nicht berücksichtigt. Die Gröfse $(1-e^2)\sin\varphi - \cos\varphi^4$ ist negativ für alle Werthe von $\varphi = 0$ bis $\varphi = \varphi_1$, wenn $etg\,\varphi_1 = \sqrt{(1-ee)}$ gesetzt wird, von welchem Werthe an bis $\varphi = \frac{\pi}{2}$ sie positiv ist. Nach der Gleichung (q) sind demnach W und dW nur in dem Falle beide verschwindend, wenn die eine dieser Gröfsen für φ_1 verschwindet. In den übrigen Fällen ist die eine dieser Gröfsen negativ, wenn die andere verschwindet, für $\varphi < \varphi_1$; positiv, wenn die andere verschwindet für $\varphi > \varphi_1$. Da dW für alle Werthe von $\varphi = 0$ bis $\varphi = \frac{\pi}{4}$, und also auch W negativ ist, und für $\varphi = \frac{\pi}{2}$ positiv, so ist vermöge der Stetigkeit der Function wenigstens ein Werth von φ, für den $W = 0$ ist. Es sei der kleinste φ', demnach dW positiv oder $= 0$, da der Werth von W von negativ in positiv übergeht, und also $\varphi' \geqq \varphi_1$. Es können zwischen diesen und $\varphi = \frac{\pi}{2}$ keine negative Werthe von W statt finden, widrigenfalls, da W positiv ist für $\varphi = \frac{\pi}{2}$, eine zweite Wurzel φ'' zwischen $\varphi = \varphi'$ und $\varphi = \frac{\pi}{2}$ statt findet, zwischen welcher und φ', $dW = 0$ und W negativ wäre, wider die Formel (9).

„Es giebt also für jedes e ein und nur ein φ, welches der Bedingungsgleichung (7) $W = 0$ Genüge thut, dessen Werth zwischen $\text{arc. tang}\frac{1}{\sqrt{(1-ee)}}$ und $\frac{\pi}{2}$ fällt."

φ ist daher in allen Fällen gröfser als $\frac{\pi}{4}$ oder α gleich oder kleiner als $\gamma\sqrt{\frac{1}{2}}$. Die obige Bedingung, dafs $(1-e^2)\sin\varphi^4 - \cos\varphi^4$ positiv sein mufs, giebt $\frac{1}{\alpha^2} \gtreqless \frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\gamma^2}$ nach welcher, da die Summe der beiden $\frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\gamma^2} \lesseqgtr \frac{1}{\alpha^2}$ ist, die kleinste $\frac{1}{\gamma^2}$ nicht gröfser als $\frac{1}{2}\frac{1}{\alpha^2}$ seyn kann, oder α nicht gröfser als $\gamma\sqrt{\frac{1}{2}}$, wie eben gefunden wurde.

Es ist jetzt nur übrig zu zeigen, dafs dieser Werth von φ in die Gleichungen (6) substituirt, einen positiven Werth von nn giebt. Aus den beiden letzten dieser Gleichungen folgt:

$$nn = \frac{3M}{\gamma^3 e^2\sin\varphi^2}\left\{\int \frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} - (1-e^2\sin\varphi^2)\int \frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}}\right\}$$

Es sei

$$U = \int \frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} - (1-e^2\sin\varphi^2)\int \frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}};$$

so ist

$$\frac{dU}{2\sin\varphi\cos\varphi\,d\varphi} = e^2\int \frac{\sin\varphi^4\,d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Da U und φ gleichzeitig 0 sind und dU für alle Werthe von $\varphi = 0$ bis $\varphi = \frac{\pi}{2}$ positiv ist, so ist ebenfalls U und mithin auch nn für diese Werthe positiv.

„Es giebt also, wenn die drei halben Axen α, β, γ des Sphäroids verschieden sind, für jedes gegebene Verhältnifs $\frac{\gamma^2-\beta^2}{\gamma^2-\alpha^2} = ee$ zwischen 0 und 1 ein und nur ein Ver-

Digitized by Google

hältniſs $\frac{\alpha}{\gamma} < \sqrt{\frac{1}{2}}$, mit welchem sich das flüssige Sphäroid mit permanenter Figur um die kürzeste Axe drehen kann."

4. Ich will jetzt noch untersuchen, ob das Gleichgewicht möglich ist, wenn sich das Sphäroid um die mittlere Axe dreht. Für diesen Fall werden die Gleichungen (6)

$$\left.\begin{aligned}\frac{\mu}{\alpha\alpha} &= \frac{3M}{\gamma^3 \sin\varphi^3}\int\frac{tg\,\varphi^2\,.\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} - nn\\ \frac{\mu}{\beta\beta} &= \frac{3M}{\gamma^3 \sin\varphi^3}\int\frac{\sin\varphi^2\,.\,d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}}\\ \frac{\mu}{\gamma\gamma} &= \frac{3M}{\gamma^3 \sin\varphi^3}\int\frac{\sin\varphi^2\,.\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} - nn\end{aligned}\right\}\ldots\ldots(10)$$

Eliminirt man wieder μ und nn aus diesen Gleichungen, so ergiebt sich nach Substitution von α und β folgende Bedingungsgleichung:

$$0 = (1-e^2\sin\varphi^2)\sin\varphi^2\int\frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}} - \cos\varphi^2\int\frac{\sin\varphi^4\,d\varphi}{\cos\varphi^2\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} = W,$$

$$(1-2e^2\sin\varphi^2)\int\frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}} + \int\frac{\sin\varphi^4\,d\varphi}{\cos\varphi^2\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} = \frac{dW_1}{2\sin\varphi\cos\varphi\,d\varphi}$$

$$((1-e^2\sin\varphi^2)^2 + e^2(1-e^2)\sin\varphi^4)\int\frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}} = W_1 + \frac{\cos\varphi\,dW_1}{2\sin\varphi\,d\varphi}$$

Wenn eine der Gröfsen W_1 und dW_1 verschwindet, ist die andere immer positiv, da $(1-e^2\sin\varphi^2)^2 + e^2(1-e^2)\sin\varphi^4$ positiv ist. Es ist dW_1 positiv von $\varphi = 0$ bis $\sin\varphi = \frac{1}{e\sqrt{2}}$. Ist demnach der kleinste Werth von φ, für welchen $W_1 = 0$, so wird dW_1, da W_1 von positiv in negativ übergeht, für diesen Werth von φ negativ, im Widerspruch mit der letzten Gleichung. Das Sphäroid kann sich demnach nicht um die mittlere Axe drehen, wenn die flüssige Masse in Gleichgewicht gehalten werden soll.

5. Nimmt man an, das Sphäroid drehe sich um die längste Axe, so werden die Bedingungsgleichungen für den Fall des Gleichgewichts

$$\left.\begin{aligned}\frac{\mu}{\alpha\alpha} &= \frac{3M}{\gamma^3 \sin\varphi^3}\int\frac{tg\,\varphi^2\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} - nn\\ \frac{\mu}{\beta\beta} &= \frac{3M}{\gamma^3 \sin\varphi^3}\int\frac{\sin\varphi^2 d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}} - nn\\ \frac{\mu}{\gamma\gamma} &= \frac{3M}{\gamma^3 \sin\varphi^3}\int\frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}}\end{aligned}\right\}\ldots\ldots(11)$$

Eliminirt man wiederum μ und nn, so findet man nach Substitution von α und β die Bedingungsgleichung

$$0 = (1-e^2\sin\varphi^2)\cos\varphi^2\int\frac{\sin\varphi^4\,d\varphi}{\cos\varphi^2(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}} - \sin\varphi^2\int\frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} = W_{11}$$

$$-(1-e^2\sin\varphi^2+e^2\cos\varphi^2)\int\frac{\sin\varphi^4\,d\varphi}{\cos\varphi^2(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}} - \int\frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} = \frac{dW_{11}}{2\sin\varphi\cos\varphi\,d\varphi}$$

Da dW_{11} von $\varphi = 0$ bis $\varphi = \frac{\pi}{2}$ beständig negativ ist, und $W_0 = 0$ für $\varphi = 0$; so kann W_{11} nicht $= 0$ werden innerhalb dieser Grenzen $\varphi = 0$ ausgeschlossen.

Es kann demnach das Gleichgewicht nur Statt finden, wenn die flüssige Masse sich um die kürzeste Axe dreht.

Th. Clausen.

Beobachtungen von Sonnenflecken im Jahre 1840.

Von Herrn Hofrath *Schwabe*.

In diesem Jahre konnte ich die Sonne an 263 Tagen beobachten und 152 Fleckengruppen zählen. Am 15ten, 16ten und 17ten April fand ich sie vollkommen fleckenlos und in der Zone, worin die Flecken entstehen, zeigten sich starke Narben und einige gebaute Lichtwolken, worin ich mit 64 und 96maliger Vergröfserung des 6füfs. *Fraunhofer*schen Fernrohrs nur sehr feine Poren entdeckte. Die wenigsten Flecke hatte die Sonne am 7ten und 8ten Decbr., indem nur einige feine, jedoch schon mit dem 3½füfs. Fraunhofer 42 und 84mal. Vergröfserung bemerkbaren Punkte sichtbar waren. Vorzüglich grofse Ansammlungen von Fleckengruppen erzeugten sich nicht; die meisten Gruppen waren am 1sten und 2ten September vorhanden und dennoch waren zu gleicher Zeit nur sieben sichtbar, worunter sich eine einzige von ausgezeichneter Gröfse befand. Die gröfsten und reichsten Gruppen dieses Jahres waren vom 19ten bis 27sten April, vom 1sten bis 2ten Mai, vom 12ten bis 19ten Juli, vom 19ten bis 24sten August, vom 1sten bis 5ten September, 17ten bis 28sten October, vom 1sten bis 6ten November und vom 12ten bis 18ten November sichtbar. Am merkwürdigsten war die öftere Wiederkehr dreier Gruppen, von denen die erste 2 Rotationen, die zweite 4 Rotationen und die dritte 8 Rotationen der Sonne aushielt. In den zwei ersten Gruppen war

Digitized by Google

kein beständiger Flecken bemerkbar, die Gruppen traten nur zu den gehörigen Zeiten und an denselben Orten wieder ein. Die dritte Gruppe zeigte aber, ungeachtet ihrer Veränderlichkeit, einen beständigen Flecken, der zwar an Gestalt und Gröfse, nicht aber im Orte wechselte und 9mal am östlichen Sonnenrande eintrat. Ich füge ein Verzeichnifs bei, welches die Eintritte und Austritte so wie die Zeit enthält, als der Flecken bei jeder Revolution sich ungefähr in der Mitte seiner Bahn befand.

Eintritt.	Mitte.	Austritt.
Mai 5.	Mai 11.	Mai 17.
Juni 1 — 2.	Juni 8.	Juni 14.
Juni 29.	Juli 5.	theilweise aufgelöst.
Juli 26.	Aug. 1.	Aug. 8.
Aug. 22.	Aug. 28.	Sept. 3.
Sept. 18?	Sept. 24.	Oct. 1.
Oct. 15?	Oct. 21.	Oct. 28.
Nov. 10.	Nov. 16.	Nov. 22. 23.
Dec. 7.	aufgelöst.	aufgelöst.

In den zwei ersten Vorübergängen war dieser Flecken klein, ohne Nebel und Hof und wurde von ähnlichen etwas kleinern und einigen Punkten begleitet. Beim dritten Vorübergang, wo er den 29sten Juni eintrat, war er nicht wesentlich verändert, löste sich aber bald theilweise auf, so dafs ich seinen Austritt nicht genau anzugeben im Stande war; jedoch trat er am 26sten Juli als ein behofter Kernflecken regelmäfsig ein, und sowohl er als die zu ihm gehörige Gruppe bildeten sich zu einer ansehnlichen Gröfse aus. Bei seinem fünften Eintritte am 22sten August war er nur noch allein vorhanden und änderte sich auch während seines Vorübergangee nicht wesentlich. Am 18ten September konnte ich seinen Eintritt wegen des bedeckten Himmels nicht beobachten, fand ihn aber am 20sten Septbr. fast unverändert, so weit vom östlichen Sonnenrande entfernt, dafs er am 18ten eingetreten seyn mufste; dasselbe Ereignifs fand auch bei seinem 6ten Vorübergang statt, wo ich ihn erst am 17ten October sehen konnte, er war von mehreren andern Flecken und Punkten umgeben. Von nun an löste sich die Gruppe immer mehr auf, bis ich den behoften Kernflecken zuletzt am 22sten November nahe am Westrande der Sonne allein ohne alle Nebenflecke beobachtete. Am 24sten war er ausgetreten. Sein neunter Eintritt erfolgte am 7ten December, jedoch war nur sehr helles gehaltes Lichtgewölk an seiner Stelle sichtbar, worin ich erst am 9ten mit dem 5½ff. 42 und 84mal. Vergröfserung einige feine Punkte erkennen konnte. Wenn man nun noch weiter zurückrechnet und die Revolutions-Periode für diesen Flecken zu ungefähr 27t annimmt, erhält man für die Mitte seiner Bahn: April 13, März 17. Februar 1840 bleibt er aus. 1839 den 1sten Dec., den 4ten Nov., den 9ten Oct., den 12ten Sept. tritt er regelmäfsig in die Mitte ein. Den 16ten Aug. und den 20sten Juli bleibt er aus, steht aber den 23sten Juni wieder in der Mitte, bleibt den 27sten Mai und 30sten April aus, ist am 3ten April in der Mitte sichtbar, den 7ten März und 8ten Febr. unsichtbar und den 12ten Jan. wieder gegenwärtig. Die bekannten Lichtflecken bei der Sonne habe ich in diesem Jahre nicht gesehen.

Schwabe.

Beobachtungen von Sonnenflecken auf der Altonaer Sternwarte.

Von Herrn Observator *Petersen*.

Die hier folgenden Beobachtungen von Sonnenflecken sind mit einem Fraunhofer von 27 Linien Oeffnung, 30 Zoll Brennweite und 60mal. Vergröfserung gemacht, der parallactisch aufgestellt und mit einem Troughtonschen Filarmicrometer versehen ist. Die Abstände der Flecken vom nördlichen und südlichen Sonnenrande sind durch Messungen mit diesem Micrometer ermittelt und in Bogen verwandelt in den Beobachtungen durch (S) Südrand + gemessener Abstand, (N) Nordrand — gemessener Abstand notirt; später ist jedoch der Kürze wegen nur das Mittel aus beiden, oder der Abstand vom Mittelpuncte der Sonne selbst angegeben, wobei ein nördlicher Abstand der Flecken durch +, ein südlicher durch — bezeichnet ist. Der Rectascensions-Unterschied zwischen dem Flecken und dem ersten und zweiten Sonnenrande ist aus Fäden-Durchgängen an Fäden, welche im Micrometer senkrecht auf der täglichen Bewegung gestellt waren, geschlossen und durch (I) erster Rand + Unterschied in Zeit, (II) zweiter Rand — Unterschied in Zeit angegeben. Auch hier ist später nur das Mittel aus beiden, oder der Zeitunterschied zwischen dem Mittelpuncte der Sonne und dem Flecken notirt, wo + einen östlichen, — einen westlichen Abstand des Fleckens vom Mittelpuncte der Sonne bezeichnet. Alle Beobachtungen sind von dem Einflusse der Strahlenbrechung befreit, die Parallaxe ist vernachlässigt. In den Rectascensionsbeobachtungen sind fast ohne Ausnahme bei jedem Fäden-Durchgang beide Sonnenränder beobachtet, hingegen habe ich an einzelnen Tagen für die Declinations-Bestimmung nicht den Abstand aller Flecken von beiden Sonnenrändern messen können, in welchen wenigen Fällen (sie sind durch : bezeichnet) stets zur Ermittelung des Declinations-Unterschiedes der aus den übrigen Beobachtungen ich ergebende Sonnendurchmessers angewandt ist, welcher fast immer etwas gröfser gefunden wurde, als im Berliner Astron. Jahrbuche.

Digitized by Google

Beobachtungen von Sonnenflecken auf der Altonaer Sternwarte.

1840.	Fleck	Mittl. Zeit.	AR.	Beobb.	Fleck.	M. Zeit.	Declination.	Beobb.	Bemerkungen.
Dec. 13	a	1ʰ44′ 53″	I +1′ 38″40	5	b	0ʰ54′ 7	N −13′ 35″0	2	a hat einen ganz schwarzen Kern 35″ lang und 31″ breit und ist von einer Wolke umgeben. b hat einen etwas länglichen schwarzen Kern von einer Wolke umgeben etwa 10″ lang und 5″ breit.
	a	1 44 53	II −0 43,80	8	a	1 1,0	N −22 17,8	3	
	b	1 45 3	I +1 50,73	5	a	1 9,8	S +10 38,1	3	
	b	1 45 3	II −0 31,45	8	b	1 16,2	S +19 16,2	3	
	a	23 55 3	⊙+0 28,62	2	a	1 26,6	N −22 11,2	3	
Dec. 14	a	0 52 9	I +1 26,01	4	b	1 2,5	N −12 48,3	1	Der Flecken c besteht aus mehreren blassen wolkenartigen Puncten, von welchen der vorangehende größere beobachtet ist.
	a	0 52 9	II −0 56,21	4	a	1 5,8	N −21 33,5	2	
	b	0 52 12	I +1 36,06	4	a	1 33,8	S +11 16,4	3	
	b	0 52 12	II −0 46,16	4	b	1 40,0	S +19 59,4	2	
	c	0 53 44	I +1 58,00	3	c	1 43,5	S +10 46,8	1	
	c	0 53 44	II −0 24,30	3					
Dec. 15	a	0 7 5	I +1 11,03	5	a	23 19,2	S +11 44,6	3	
	a	0 7 5	II −1 11,33	5	b	23 25,2	S +20 27,3	3	
	b	0 8 18	I +1 22,00	5	c	23 27,8	S +10 34,0	1	
	b	0 8 18	II −1 0,32	5	a	23 34,8	N −20 56,9	3	
	c	0 8 42	I +1 46,12	5	b	23 40,7	N −12 13,5	3	
	c	0 8 42	II −0 36,20	5					
Dec. 16	a	23 43 14	I +0 56,22	4	a	23 30,3	N −20 17,6	3	Alle Flecken hatten heute ein verändertes Ansehen. a schien sich gedrehet, b sich in 3 Puncte, ein gleichseitiges Dreieck bildend, verwandelt zu haben, beide Flecken wie früher von einer Wolke umhüllt. Den Flecken c bilden 3 Puncte beinahe von gleicher Größe und in fast gerader verticaler Linie. d war nur als ein schwaches kleines Pünctchen nahe am 2ten Sonnenrande zu sehen.
	a	23 43 14	II −1 26,30	4	b	23 35,3	N −11 35,3	3	
	b	23 43 24	I +1 6,82	4	b	0 11,8	S +21 13,7	3	
	b	23 43 24	II −1 15,70	4	a	0 15,3	S +12 30,6	3	
	c	23 43 50	I +1 32,90	4	d	0 19,6	S +17 33,0	1	
	c	23 43 50	II −0 49,62	4	c	wie a			
	d	23 43 3	I +2 17,80	3					
	d	23 43 3	II −0 4,70	3					
	a	23 55 48	⊙−0 14,89	6					
	a	0 3 7	I +0 55,85	2					
	a	0 3 7	II −1 26,35	2					
	b	0 3 18	I +1 6,40	2					
	b	0 3 18	II −1 15,80	2					
Dec. 18	a	23 36 52	I +0 28,67	8	a	0 10,9	S +13 15,0	3	Der Flecken e, welcher zwischen Dec. 16 und heute ungefähr mitten auf der Sonne entstanden war, besteht aus mehreren kleinen blaß schwarzen Puncten, von welchen der vorangehende größere beobachtet ist. Der Flecken c hatte sich in leichtes Gewölk aufgelöst.
	a	23 36 52	II −1 54,05	8	b	0 15,1	S +22 7,1	3	
	b	23 35 6	I +0 37,37	6	d	0 18,6	S +18 48,6	2	
	b	23 35 6	II −1 45,33	6	a	0 21,7	S +13 20,7	3	
	e	23 36 31	I +1 18,04	5	a	0 26,8	N −19 27,8	3	
	e	23 36 31	II −1 4,62	5	a	0 30,6	N −19 27,7	3	
	d	23 38 12	I +2 0,30	4	d	0 33,6	N −14 4,2	2	
	d	23 38 12	II −0 22,52	4	c	0 35,1	N −12 53,6	1	
	a	23 56 19	⊙−0 43,00	5	b	0 37,6	N −10 40,8	3	
Dec. 19	a	23 38 15	I +0 17,68	4	a	23 47,6	N −19 18,4	3	Der Flecken e zeigte heute zwei deutliche Pünctchen, zwischen welchen leichtes Gewölk war. Beide Puncte sind beobachtet. Der Fleck c war kaum mehr zu sehen.
	a	23 38 15	II −2 4,93	4	d	0 3,1	N −13 34,9	3	
	b	23 37 52	I +0 25,10	3	e	0 5,9	N −12 55,8	2	
	b	23 37 52	II −1 57,33	3	e′	0 8,1	N −11 56,9	2	
	e	23 38 57	I +0 59,43	4	b	0 10,6	N −10 23,8	3	
	e	23 38 57	II −1 23,18	4	b	0 14,9	S +22 17,1	3	
	e″	23 39 5	I +1 7,90	4	e″	0 17,1	S +20 47,6	2	
	e″	23 39 5	II −1 14,70	4	e′	0 19,1	S +19 50,1	2	
	d	23 39 45	I +1 46,98	4	d	0 22,6	S +19 12,9	3	
	d	23 39 45	II −0 35,63	4	a	0 26,1	S +13 26,2	3	
	a	23 56 38	⊙−0 53,75	5					

Digitized by Google

1840	Fleck.	Mittl. Zeit.	AR.	Beobb.	Fleck.	M. Zeit.	Declination.	Beobb.
Dec. 21	a	0h 20′ 32″	I +0′ 3″54	14	a	23h 40′ 9	S +13′ 20″6	3
	a	0 20 32	II −2 19,00	15	d	23 44,6	S +20 14,8	2
	b	0 20 37	I +0 8,68	14	e′	23 47,6	S +20 21,8	2
	b	0 20 37	II −2 18,87	15	e″	23 50,1	S +21 48,3	2
	e′	0 14 50	I +0 27,50	7	b	23 54,3	S +22 25,8	3
	e′	0 14 50	II −1 55,08	9	a	23 58,3	S +13 21,7	3
	e″	0 12 49	I +0 39,17	6	a	1 8,6	S +13 26,6	3
	e″	0 12 49	II −1 43,27	7	a	0 50,1	N −19 18,3	6
	d	0 23 40	I +1 18,90	9	d	0 55,1	N −12 27,7	2
	d	0 23 40	II −1 8,56	10	e′	0 57,1	N −12 14,5	2
					e′	0 59,1	N −10 55,9	2
					b	1 2,1	N −10 11,0	3

Bemerkungen.

Die Flecken a und b, welche heute dem ersten Sonnenrande sehr nahe standen, waren nur wie Striche zu sehen. In dem Flecken e waren die beiden beobachteten Puncte ziemlich deutlich und in Gewölk gehüllt. d wie früher nur klein und schwach, hatte aber heute etwas Gewölk hinter sich.

1840	Fleck.	Mittl. Zeit.	Fleck.—⊙ in AR.	Beobb.	Fleck.	Mittl. Zeit.	Fleck.—⊙ in Decl.	Beobb.
Dec. 23	a′	23h 55′ 49″	−1′ 3″56	5	a′	0h 28′ 13″	+4′ 14″8	4
	a″	23 55 58	−0 54,38	5	a″	0 28 36	+5 48,5	4
	d	23 57 53	−0 29,44	4	d	0 27 51	+4 47,1	4
	f′	0 2 36	+1 4,65	8	f′	0 27 35	+1 23,9	4
	f″	0 2 35	+1 8,93	5	f″	0 27 36	+0 59,1	4
Dec. 26	f′	0 7 23	+0 31,29	4	f′	0 8 9	+2 41,2::	4
	f″	0 7 31	+0 39,09	4	f″	0 8 9	+2 17,7	4
	g	0 7 56	+1 4,96	4	g	0 7 24	+0 28,3	4
	h	0 7 58	+1 6,51	4	h	0 6 54	−3 33,0	4
1841								
Jan. 2	f″	1 8 53	−1 2,14	3	f′	1 23 9	+2 54,6	2
	i	1 10 34	+0 39,46	3	i	1 21 24	+2 59,6	4
Jan. 10	i	0 10 25	−1 6,59	4	i	0 9 4	+1 53,7	6
	b	0 11 54	+0 23,71	4	b	0 12 49	+5 25,0	6
	$e_,$	0 12 22	+0 52,21	4	$e_,$	0 13 0	+4 9,0	6
	$e_{,,}$	0 12 30	+0 59,54	4	$e_{,,}$		wie $e_,$	

Bemerkungen.

Die Fleckengruppe e fast unverändert wie Dec. 21. d kaum mehr sichtbar. f′ und f″ zwei ganz kleine doch ziemlich deutliche Puncte am östlichen Sonnenrande.

Die Flecken f′, f″, g und h kleine schwache Pünctchen, nur in f″ schien mitunter ein kleiner schwarzer Kern durch.

f″ wie früher. i hatte einen deutlichen schwarzen Kern in Wolken gehüllt. Die Flecken g und h waren nicht mehr zu sehen.

i erschien nur als ein schwarzer Punct am westlichen Sonnenrande. b hatte einen schwarzen dreieckigen Kern, etwa wie den gröfseren südl. von den dreien, aus welchen der Flecken nach Dec. 16 bestand, er war in eine Wolke gehüllt und ihm folgten drei kleine Pünctchen mit etwas Nebel. $e_,$ und $e_{,,}$ sind die beiden äufseren Puncte einer Gruppe, welche nur aus schwachen Pünctchen und leichtem Gewölk bestand.

Jan. 20 und 28 fand ich die Sonne fleckenlos.

Stellt man die Beobachtungen eines jeden Fleckens zusammen, und berechnet daraus die heliocentrischen Längen und Breiten, so ergiebt dies folgende Uebersicht:

Flecken a.

Mittl. Zeit. 1840.	Flecken — Sonne in Länge.	Flecken — Sonne in Breite.	Heliocentrische Länge.	Heliocentrische Breite.
Dec. 13,07292	+ 6′ 39″5	−5′ 23″0	56° 6′ 56″	−19° 14′ 23″
14,03611	+ 3 42,0	−4 57,4	68 55 21	−17 39 7
15,00556	+ 0 11,1	−4 35,0	82 58 20	−16 16 44
15,99514	− 3 17,5	−4 1,8	96 38 55	−14 16 9
18,01806	− 9 48,5	−3 20,0	124 32 2	−11 46 24
19,00868	−12 17,7	−3 9,4	137 50 31	−11 8 45
21,01426	−15 31,3	−2 59,7	165 22 18	−10 34 57

Flecken b.

Dec. 13,07292	+ 8 54,9	+3 25,3	47 45 38	+12 5 26
14,03611	+ 5 31,6	+3 53,3	62 17 35	+13 45 38
15,00556	+ 2 17,3	+4 14,7	75 18 51	+15 2 39
15,99514	− 1 14,6	+4 46,4	89 12 28	+16 58 25

Mittl. Zeit. 1840.	Flecken — Sonne in Länge.	Flecken — Sonne in Breite.	Heliocentrische Länge.	Heliocentrische Breite.
Dec. 18,01806	− 8′ 2″7	+5′ 31″0	118° 15′ 6″	+19° 43′ 36″
19,00868	−10 44,9	+5 45,1	132 24 24	+20 37 13
21,01426	−14 22,7	+6 5,1	161 39 12	+21 54 46
41,00826	+ 6 14,5	+4 32,5	86 44 22	+16 7 30

Fleckengruppe c.

Dec. 14,03611	+11 2,9	−5 1,5	37 19 42	−17 55 58
15,00556	+ 8 17,3	−5 23,7	51 8 21	−19 16 45
15,99514	+ 5 5,7	−3 41,5	66 0 6	−13 3 6

Flecken d.

Dec. 15,99514	+15 12,7	+1 44,1	14 53 18	+ 6 6 23
18,01806	+11 4,5	+2 38,3	43 19 56	+ 9 17 37
19,00868	+ 8 3,8	+2 57,1	57 37 38	+10 24 10
21,01426	+ 0 36,8	+3 53,6	87 33 37	+13 46 0
23,01944	− 6 45,2	+4 52,5	117 27 19	+17 20 48

Digitized by Google

Fleckengruppe e.

Mittl. Zeit. 1840.	Flecken — Sonne in Länge.	Flecken — Sonne in Breite.	Heliocentrische Länge.	Heliocentrische Breite.
Dec. 18,01806	+ 1° 20′ 1	+3° 32′ 9	81° 55′ 15″	+12° 31′ 57″
19,00868	— 2 51,9	+3 24,1	98 2 39	+12 0 22
19,00868	— 0 56,8	+4 24,6	91 8 39	+15 38 21
21,01426	−10 4,0	+4 9,2	129 14 31	+14 17 58
21,01426	— 7 23,1	+5 25,1	118 22 46	+19 21 29
23,01944	−14 33,5	+4 26,0	159 50 2	+15 46 13
23,01944	- 12 26,9	+5 58,2	146 49 12	+21 26 56
41,00859	+12 35,5	+2 18,3	59 0 18	+ 8 6 43
41,00859	+14 16,4	+2 3,0	48 19 26	+ 7 13 3

Flecken f'.

Dec. 23,01944	+14 49,5	+1 11,0	26 10 42	+ 4 9 22
26,00535	+ 7 16,6	+2 25,0::	68 7 40	+ 8 29 42

Flecken f".

Dec. 23,01944	+15 48,8	+0 45,1	15 38 57	+ 2 38 37
26,00535	+ 9 3,1	+1 57,5	60 58 14	+ 6 52 49
33,05695	—14 0,5	+4 10,7	164 38 40	+14 50 1

Flecken g.

Dec. 26,00535	+14 54,9	−0 5,4	28 47 30	− 0 19 2

Flecken h.

Mittl. Zeit. 1840.	Flecken — Sonne. in Länge.	in Breite.	Heliocentrische Länge.	Breite.
Dec. 26,00535	+15 6′ 9	−4′ 7′4	21° 32′ 18″	−14° 38′ 34″

Flecken i.

Dec. 33,05695	+ 9 18,0	+2 9,6	67 2 7	+ 7 35 2
41,00723	−14 59,8	+4 8,6	182 6 32	+14 43 26

Da nun die Sonne mehr als eine Revolution zwischen der ersten und letzten Beobachtung des Fleckens b gemacht hat, so habe ich aus den Beobachtungen dieses Fleckens drei Normalörter gebildet mit Bezug auf die beobachtete Länge Jan. 10, und aus denselben folgende vorläufigen Elemente für die Rotation der Sonne gefunden:

Länge des aufsteigenden Knotens des Sonnen-Aequators ..... $\Omega = 78°29'\ 0''$

Neigung des Sonnen-Aequators gegen die Ebene der Erdbahn ..... $i = 6\ 50\ 40$

Dauer der Umdrehung der Sonne um ihre Axe ..... $T = 25^{T}\ 4^{h}\ 30'$

Heliocentrische Declination (Sonnen-Breite) von b ..... $d = +14°\ 53'4$

Die mit diesen Gegebenen berechneten geocentr. Oerter des Fleckens b, verglichen mit den beobachteten stellen sich wie folgt:

	Beobachtete Länge.	Beobachtete Breite.	Berechnete Länge.	Berechnete Breite.	Fehler der Beobb in Länge.	Fehler der Beobb in Breite.
1840 Dec. 13	+ 8′ 54′9	+ 3′ 28′3	+ 8′ 54′8	+ 3′ 23′6	0′1	— 1′7
— 14	+ 5 21,6	+ 3 53,3	+ 5 46,8	+ 3 49,7	+15,4	— 3,6
— 15	+ 2 17,3	+ 4 14,7	+ 2 21,6	+ 4 17,0	+ 4,3	+ 2,3
— 16	— 1 14,5	+ 4 46,4	— 1 13,8	+ 4 44,4	+ 0,7	— 2,0
— 18	— 8 2,7	+ 5 31,0	— 8 5,3	+ 5 32,0	— 2,6	+ 1,0
— 19	—10 44,9	+ 5 45,1	—10 50,8	+ 5 48,4	— 5,9	+ 3,3
— 21	—14 22,7	+ 6 5,1	—14 29,0	+ 6 2,3	— 6,3	— 2,8
1841 Jan. 10	+ 6 14,5	+ 4 39,5	+ 6 14,5	+ 4 39,7	0,0	+ 7,2

Die Fehler in Länge scheinen eine längere Dauer der Umdrehung der Sonne um ihre Axe zu bedingen als die obige aus den Beobachtungen Decbr. 16 und Januar 10 abgeleitete; da aber die übrigen Flecken größtentheils eine kürzere Umdrehungszeit als 25½ Tage ergeben, so glaube ich noch nichts darin ändern zu dürfen. Der große Fehler in Länge Decbr. 14 läßt sich nur durch eine Aenderung der Figur des Fleckens erklären, denn sämmtliche acht beobachteten Fädeneintritte an diesem Tage, stimmen unter sich bis auf ein paar Zehntel einer Zeitsecunde und können keine ganze Secunde unrichtig sein. Eine ähnliche Bewandniß wird wahrscheinlich bei der beobachteten Breite Januar 10 Statt gefunden haben; bis Decbr. 15 sah ich den schwarzen Kern dieses Fleckens vertical länglich, von Decbr. 16 an erschien er durch schmale Lichtfäden in drei Puncte getrennt, von welchen der mittlere südliche Punct der größere war, und Jan. 10 hatte der Flecken wieder nur einen schwarzen Kern, ungefähr von der Größe des mittleren am 16ten Dec. Ist also der am 10ten Jan beobachtete schwarze Punct wirklich der südliche der drei, woraus der Flecken nach December 16 bestand, so mußte die nördliche Breite zu klein beobachtet werden, wie es auch der Fall gewesen ist. Noch bemerke ich, daß Decbr. 16 die Breite der den Flecken b umhüllenden Wolke 48°2 gefunden wurde, wonach ich aus der entworfenen Zeichnung, die Breite der schwarzen Flecken auf 20° schätze und die Breite des größeren auf 12°, mithin wäre hiernach, wenn die obige Vermuthung richtig ist, die beobachtete Breite Januar 10 um circa 4° zu klein, und es bliebe also nur noch ein Fehler von 3° in der Beobachtung nach, ein Fehler, der bei diesen Beobachtungen nicht verbürgt werden kann.

Es wird überhaupt immer schwer halten Beobachtungen an verschiedenen Tagen in Uebereinstimmung zu bringen, weil es nicht leicht ist, durch die veränderliche Figur der Flecken zu verschiedenen Zeiten denselben Punct zu erkennen; und in demselben Verhältniß werden die Elemente für die Rotation

Digitized by Google

der Sonne ungenau bleiben, so lange man nicht diese Schwierigkeit, wenigstens zum Theil, zu beseitigen weifs. Es scheint mir daher die erste Aufgabe zu sein, durch eine fortgesetzte Beobachtung aller Sonnenflecken eine nähere Kenntnifs ihrer Natur zu erlangen zu suchen, und zu sehen, ob sie vielleicht nicht von Oertlichkeiten auf der Oberfläche der Sonne selbst abhängen, in welchem Falle sie wieder auf derselben Stelle der Sonne erscheinen müssen, wenn diefs auch erst nach längerer Zeit und unter verschiedener Figur der Fall sein wird. Es kömmt also darauf an, die Sonnenlänge, von einem beliebigen Puncte auf der Sonne gezählt, und die Sonnenbreite eines jeden Fleckens zu ermitteln. Mit der schon beiläufig gefundenen Länge des aufsteigenden Knotens des Sonnen-Aequators und dessen Neigung gegen die Erdbahn läfst sich aus jeder Beobachtung eines Fleckens, dessen heliocentrische AR. und Declination berechnen, kennt man also für den Augenblick der Beobachtung die heliocentrische AR. desjenigen Sonnen-Meridians, den man als den ersten angenommen hat, so ist die Differenz der heliocentrischen AR. zwischen beiden die Sonnenlänge des Fleckens, und die berechnete heliocentrische Declination selbst dessen Sonnenbreite. Die letztere erhält man immer mit einer Genauigkeit, die nur von der Güte der Beobachtung selbst gröfstentheils abhängt, hingegen ist die Sonnenlänge immer von der Umdrehungszeit der Sonne um ihre Axe abhängig und wird um desto unrichtiger gefunden werden, je gröfser die Zwischenzeit zwischen der Beobachtung des ersten Sonnen-Meridians und des zu bestimmenden Fleckens ist, und dieser Umstand wird machen, dafs man, so lange die Dauer einer Sonnen-Revolution nicht schärfer bestimmt ist als bis jetzt, nach Jahren gar kein Urtheil mehr über die Sonnenlänge eines beobachteten Fleckens haben kann. Da aber oft zu gleicher Zeit mehrere Sonnenflecken sichtbar sind, so giebt es noch ein Mittel, um auf die Identität derselben wenigstens schliefsen zu dürfen, nemlich wenn sowohl die Sonnenbreiten dieser Flecken als auch ihre Differenzen in Sonnenlänge mit denen früher beobachteter Flecken innerhalb der Grenzen, welche die Genauigkeit der Beobachtungen bedingen, zusammen passen. Um nun zu versuchen, wie weit dieses gelingen wird, sind die vorstehenden Beobachtungen von Sonnenflecken gemacht, die ich so lange und oft als es mir möglich ist fortsetzen werde.

(Der Beschlufs folgt.)

Vermischte Nachrichten.

Die von Herrn *Clausen* in Nr. 406 dieser Blätter gegebene Zusammenstellung der periodischen Gleichungen in den Mondstafeln findet sich schon mit kleinen Abweichungen in dem 3ten Theile von Herrn *Lubbocks* Theorie of the Moon. Herr *Clausen* hat seine Rechnungen doppelt gemacht.

Von dem Herrn wirklichen Staatsrathe v. *Struve* habe ich erfahren, dafs v Urs. maj. ihm die Aberrationsconstante $= 20''49$ gegeben hat mit dem wahrscheinlichen Fehler von $0''04$. Der Stern ist 10mal im Maximum und 9mal im Minimum der Aberration beobachtet.

Herr Professor *Gerling* schreibt mir folgendes:

„Die Vergleichung zwischen Ihrer Basis und der bei München gemessenen, die sich schon im ersten Heft (S. 93) so überaus vortheilhaft stellte, erweist nun bei der definitiven Reduction eine vollkommene Uebereinstimmung, denn die betreffende Dreiecks-Seite ist

nach Ihrer Basis 10072,686 rhein. Ruthen
der Münchner 10072,684 „ „

Rücksichtlich der Längenunterschiede ergeben sich aber merkwürdige Differenzen zwischen den geodätischen und astronomischen Bestimmungen. Namentlich wird es wenigstens wahrscheinlich, dafs Altona und Göttingen, astronomisch verglichen, um $0''6$ in Zeit differiren, und zwar Göttingen östlich von Altona." *S.*

Inhalt.

(zu Nr. 417.) Beobachtungen einiger veränderlichen Sterne im Jahre 1840. Von Herrn Professor *Argelander* (Beschlufs.) p. 129. — Sternbedeckungen u. Jupiterstrabanten-Verfinsterungen beobachtet in Bonn von Herrn Professor *Argelander*. p. 133. — Beweis der beiden ersten Haupttheoreme der Dioptrik. Von Herrn *Thomas Clausen*. p. 135. — Schreiben des Herrn Professors *Encke*, Directors der Berliner Sternwarte, an den Herausgeber. p. 139. — Positionen des 4ten Cometen von 1840 hergeleitet aus den Bonner Beobachtungen. Von Herrn Professor *Argelander*. p. 139. — Schreiben des Herrn Hofraths *Mädler*, Directors der Sternwarte in Dorpat, an den Herausgeber. p. 141. — Schreiben des Herrn Hofraths *Gaufs*, Directors der Göttinger Sternwarte, an den Herausgeber. p. 143. — Beobachtung der Mondfinsternifs am 8ten Februar auf der Hamburger Sternwarte von Herrn *Rümcker*. p. 143.

(zu Nr. 418.) Beweis des von *Jacobi* gefundenen Lehrsatzes, dafs ein flüssiges sich um die eine Axe drehendes Sphäroid von drei verschiedenen Hauptaxen in Gleichgewicht sein könne. Von Herrn *Thomas Clausen*. p. 145 — Beobachtungen von Sonnenflecken im Jahre 1840 von Herrn Hofrath *Schwabe*. p. 149. — Beobachtungen von Sonnenflecken auf der Altonaer Sternwarte. Von Herrn Observator *Petersen*. p. 151. — Vermischte Nachrichten. p. 159.

Altona 1841. März 18.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 419.

Beobachtungen von Sonnenflecken auf der Altonaer Sternwarte.

Von Herrn Observator *Petersen*.

(Beschluss.)

Mit den aus den Beobachtungen des Fleckens b berechneten Elementen für die Rotation der Sonne finde ich für die übrigen Flecken folgende Sonnenlängen und Breiten:

Flecken a.

	Heliocentr. AR.	Sonnen Länge.	Breite.
1840 Dec. 13	340°30′ 0″	— 4°43′0	— 17° 4,3
— 14	353 18 47	— 3 45,8	— 16 58,8
— 15	7 26 41	— 4 2,3	— 17 17,3
— 16	21 23 55	— 3 50,9	— 16 57,6
— 18	49 55 46	— 3 27,9	— 17 3,4
— 19	63 35 50	— 2 59,4	— 17 17,9
— 21	91 56 44	— 2 39,4	— 17 25,4
	Mittel	— 3 38,4	— 17 8,4

Flecken b.

		0 0,0	+ 14 53,4

Flecken c (Gruppe).

1840 Dec. 14	322 17 16	27 15,7°	— 13 49,0°
— 15	336 37 17	27 47,1°	— 16 33,7°
— 16	251 0 27	27 32,6°	— 12 4,2°

Flecken d.

1840 Dec. 16	301 58 35	75 34,5	+ 11 56,0:
— 18	331 0 20	75 27,5	+ 12 40,5
— 19	345 27 55	75 9,5	+ 12 12,0
— 21	15 35 35	73 41,8	+ 12 0,8
— 23	45 16 23	72 40,6	+ 12 32,1
	Mittel	74 30,8	+ 12 21,3

Flecken e′ (Gruppe).

1840 Dec. 18	9 52 26	36 34,7°	+ 11 26,5°
— 19	25 42 58	34 54,5	+ 9 5,7
— 21	56 31 56	32 45,4	+ 8 56,8
— 23	86 26 42	31 30,3	+ 8 56,4
1841 Jan. 10	346 34 3	28 30,3	+ 9 45,9
	Mittel	31 55,1	+ 9 6,2

Flecken e″ (Gruppe).

1840 Dec. 19	19 20 54	41 16,5	+ 13 27,9
— 21	46 21 13	42 56,2	+ 14 27,8
— 23	73 58 11	43 58,8	+ 14 52,8
1841 Jan. 10	335 47 16	39 17,0°	+ 10 4,8:°
	Mittel	42 43,8	+ 14 16,2

Flecken f′.

	Heliocentr. AR.	Sonnen Länge.	Breite.
1840 Dec. 23	318°14′ 26″	164°42′4	+ 9°10′0
— 26	355 41 58	164 55,6	+ 9 4,3:
	Mittel	164 49,0	+ 9 10,0

Flecken f″.

1840 Dec. 23	302 31 16	175 25,7	+ 8 25,7
— 26	348 22 51	172 14,7	+ 8 15,8
1841 Jan. 2	91 8 0	170 17,0	+ 7 59,4
	Mittel	172 39,1	+ 8 14,6

Flecken g.

1840 Dec. 26	315 29 16	205 8,4	+ 4 29,5

Flecken h.

1840 Dec. 26	307 30 18	213 27,3	— 9 13,1

Flecken i.

1841 Jan. 2	354 30 9	266 54,8	+ 8 17,8
10	108 11 9	266 52,3	+ 8 13,7
	Mittel	266 53,5	+ 8 15,8

Bei den mit einem * bezeichneten Resultate ist die Identität des Fleckens zweifelhaft.

Für die Dauer einer Umdrehung der Sonne um ihre Axe würde aus den Beobachtungen

des Fleckens a	26 14h16′
—— b	25. 4 30
—— d	24 11 52
—— e	24 16 27
—— f″	24 7 34

erfolgen.

Betrachtet man nun die berechneten Sonnen-Längen und Breiten, so scheint deutlich daraus hervorzugehen, dass die Flecken fast alle ihren Ort auf der Oberfläche der Sonne ändern, und zwar nach verschiedenen Richtungen, doch meistens parallel mit dem Sonnenäquator. Selbst die Beobachtungen der Flecken e′, e″ in der Gruppe e, Dec. 19, 21 und 23, wo kein Zweifel vorhanden ist, dass dieselben Flecken beobachtet sind, deuten auf eine eigene Bewegung zweier nahen Flecken in ganz verschiedener Richtung. Auch scheint es, als wenn die in Gruppen liegenden Flecken sich mehr ändern, als die welche sich

Digitized by Google

einzeln zeigen. Dies alles muſs sich jedoch erst durch lange fortgesetzte Beobachtungen ausweisen, und es würde wohl voreilig sein, Schlüsse aus so wenigen Beobachtungen zu ziehen.

Um das Verfahren zu zeigen, welches ich bei der Berechnung der heliocentrischen Längen und Breiten der Flecken angewandt habe, so wie bei der Bestimmung der Elemente für die Rotation der Sonne, theile ich hier noch die dabei angewandte Formel mit.

Bezeichnungen.

$\odot$, A, D ....Länge, AR. und Declination der Sonne.
f, b, a, d ....Länge, Breite, AR. und Declination eines Sonnenfleckens.
λ, β, α, δ ....Heliocentrische Länge, Breite, AR. und Declination desselben.
ε, i .....Neigung des Aequators der Erde und Sonne gegen die Ebene der Erdbahn.
Ω .....Länge des aufsteigenden Knotens des Sonnen-Aequators.
h .....Halbmesser der Sonne in Secunden nach dem Berl. Astr. Jahrbuche.
t .....Mittlere Zeit der Beobachtung.
T .....Die Dauer einer Sonnen-Revolution in mittlerer Zeit.

A und a nehme ich in Sternzeit gegeben an, alle übrigen Winkel in Bogen.

Setzt man

$$\begin{aligned} \rho \sin x &= d - D \\ \rho \cos x &= 15(a - A)\cos\tfrac{1}{2}(d + D) \\ tg\,y &= tg\,\varepsilon \cos\tfrac{1}{2}(\odot + f) \\ s &= x - y \end{aligned}$$

so erhält man die heliocentrische Länge und Breite durch die Formel:

$$\left.\begin{aligned} h \sin(v+\rho) &= \rho \\ tg\,v &= tg\,u \cos s \\ tg\,\beta &= \sin v\, tg\,s \\ \lambda &= \odot - (v + 180°) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (I)$$

Man nimmt x und y immer im ersten Quadranten mit dem Zeichen ihrer Tangenten.

Ist vom Beobachter der Unterschied in Länge und Breite zwischen dem Mittelpuncte der Sonne und dem Flecken gegeben, so erhält man noch einfacher ρ und s durch folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} \rho \cos s &= f - \odot \\ \rho \sin s &= b \end{aligned}$$

und hierauf aus (I) λ und β. Die Zeichen von v und β sind immer gleich den Zeichen von $f - \odot$ und b.

Ist nun die heliocentrische Länge und Breite eines Sonnenfleckens für drei verschiedene Zeiten berechnet, so findet man Ω und i nach der eleganten Auflösung einer völlig ähnlichen Aufgabe von *Gauſs* wie folgt:

Die drei bekannten heliocentrischen Längen und Breiten geben die drei Gleichungen

$$\begin{aligned} (1)\ \sin\beta &= \cos i \sin\beta + \sin i \cos\beta \sin(\lambda - \Omega) \\ (2)\ \sin\beta' &= \cos i \sin\beta' + \sin i \cos\beta' \sin(\lambda' - \Omega) \\ (3)\ \sin\beta'' &= \cos i \sin\beta'' + \sin i \cos\beta'' \sin(\lambda'' - \Omega) \end{aligned}$$

subtrahirt man die erste dieser Gleichungen von der zweiten, so wird

$$\begin{aligned} \cot g\, i &= \frac{\cos\beta \sin(\lambda - \Omega) - \cos\beta' \sin(\lambda' - \Omega)}{\sin\beta' - \sin\beta} \\ &= \frac{2\cos\tfrac{1}{2}(\beta'+\beta)\cos\tfrac{1}{2}(\beta'-\beta)\sin\tfrac{1}{2}(\lambda-\lambda')\cos[\tfrac{1}{2}(\lambda+\lambda') - \Omega] + 2\sin\tfrac{1}{2}(\beta'+\beta)\sin\tfrac{1}{2}(\beta'-\beta)\cos\tfrac{1}{2}(\lambda-\lambda')\sin[\tfrac{1}{2}(\lambda+\lambda') - \Omega]}{2\sin\tfrac{1}{2}(\beta'-\beta)\cos\tfrac{1}{2}(\beta'+\beta)} \\ &= \cot g\tfrac{1}{2}(\beta'-\beta)\sin\tfrac{1}{2}(\lambda-\lambda')\cos[\tfrac{1}{2}(\lambda+\lambda') - \Omega] + tg\tfrac{1}{2}(\beta'+\beta)\cos\tfrac{1}{2}(\lambda-\lambda')\sin[\tfrac{1}{2}(\lambda+\lambda') - \Omega] \end{aligned}$$

und setzt man nun

$$\begin{aligned} \cot g\tfrac{1}{2}(\beta'-\beta)\sin\tfrac{1}{2}(\lambda-\lambda') &= F \sin G \\ tg\tfrac{1}{2}(\beta'+\beta)\cos\tfrac{1}{2}(\lambda-\lambda') &= F \cos G \\ H &= G + \tfrac{1}{2}(\lambda+\lambda'), \end{aligned}$$

so wird

$$(4) \quad \ldots\ldots\ldots \cot g\, i = F \sin(H - \Omega).$$

Auf völlig gleiche Weise erhält man aus den Gleichungen (3) – (1)

$$\begin{aligned} \cot g\tfrac{1}{2}(\beta''-\beta)\sin\tfrac{1}{2}(\lambda-\lambda'') &= F' \sin G' \\ tg\tfrac{1}{2}(\beta''+\beta)\cos\tfrac{1}{2}(\lambda-\lambda'') &= F' \cos G' \\ H' &= G' + \tfrac{1}{2}(\lambda+\lambda'') \end{aligned}$$

$$(5) \quad \ldots\ldots\ldots \cot g\, i = F' \sin(H' - \Omega).$$

Eliminirt man i aus (4) und (5), so wird nach einer leichten Verwandlung

$$\begin{aligned} &(F'+F)\sin\tfrac{1}{2}(H-H')\cos[\tfrac{1}{2}(H+H') - \Omega] \\ =&(F'-F)\cos\tfrac{1}{2}(H-H')\sin[\tfrac{1}{2}(H+H') - \Omega] \end{aligned}$$

und setzt man $tg\,\zeta = \frac{F}{F'}$, wodurch $tg(45° - \zeta) = \frac{(F'-F)}{(F'+F)}$ wird, so findet sich Ω aus der Gleichung

$$\cot g[\tfrac{1}{2}(H+H') - \Omega] = tg(45° - \zeta)\cot g\tfrac{1}{2}(H-H') \quad \ldots (6)$$

und hierauf i aus (4) oder (5).

Mit der so gefundenen Länge des aufsteigenden Knotens des Sonnen-Aequators (Ω), und dessen Neigung (i) gegen die

Digitized by Google

Ebene der Ekliptik, sucht man α und δ durch die bekannten Formel

$$tg\,p = \frac{tg\,\beta}{sin(\lambda-\Omega)}, \qquad q = p-i$$

$$sin\,\delta = \frac{sin\beta\,sin\,q}{sin\,p}, \qquad tg\,\alpha = \frac{tg\,(\lambda-\Omega)\,cos\,q}{cos\,p}$$

(wo $p < 90°$ positiv oder negativ wie es dessen Tangente bedingt genommen wird) und erhält alsdann (T) die Dauer der Umdrehung der Sonne um ihre Axe durch die einfache Proportion:

$$(\alpha'-\alpha) : 360° = (t'-t) : T.$$

Altona 1841. Febr. 6.

A. C. Petersen.

Eine Aufgabe aus der practischen Geodäsie und deren Auflösung.

Von Herrn Professor *Hansen* in Seeberg.

Die Aufgabe: „Die Lage eines vierten Punkts durch Hülfe dreier bekannten Punkte, ohne sich an diese hinzubegeben, zu bestimmen," ist schon oft behandelt worden, anders verhält es sich aber mit der Aufgabe:

„Die Lage zweier unbekannten Punkte durch Hülfe „der Lage zweier bekannten Punkte zu bestimmen, „ohne jene von diesen aus zu beobachten."

Es ist mir nicht bekannt, daſs diese Aufgabe früher aufgestellt und gelöst worden wäre. Sie ist indeſs wenigstens bei einer Landesvermessung zu militairischem oder staatsöconomischem Zwecke von ausgebreitetem Nutzen, denn man kann durch die Anwendung derselben aus den durch die vorangegangene Triangulation bestimmten Dreieckspunkten sich leicht und sicher eine groſse Anzahl partieller Basen für die Detailmessung, oder Fixpunkte für die Messtischblätter verschaffen, und sie auch in manchen anderen Fällen anwenden. Sie hat mir z. B. auch bei der Triangulation des hiesigen Landes gedient, um in einer gebirgigen Gegend, in welcher ursprünglich eine nicht hinreichende Anzahl von trigonometrischen Punkten hatte bestimmt werden können, zwei neue Stationen einzuschalten, von welchen aus die Anzahl der trigonometrischen Punkte wesentlich vergröſsert werden konnte. Die Auflösung dieser Aufgabe ist leicht und besteht in folgendem.

1.

Ich bezeichne vier in einer Ebene liegende Puncte, die also ein Viereck bilden, der Reihe nach von der Linken zur Rechten mit den Zahlen 1, 3, 2, 4. Die Punkte 3 und 4 nehme ich als die bekannten und 1 und 2 als die unbekannten an. Nennt man nun die rechtwinklichen Coordinaten dieser Punkte x_1, x_2, x_3, x_4 und y_1, y_2, y_3, y_4 und setzt

$$y_3 - y_4 = R\,sin\,E$$
$$x_3 - x_4 = R\,cos\,E$$

dann ist R die Entfernung 3, 4 und E der Winkel, den die Linie 3, 4 am Punkte 4 mit der Axe der x macht. Die Winkel, welche die Linien 1, 4 und 2, 4 mit der Axe der x machen, nenne ich resp. z_1 und z_2 und diese Linien selbst ρ_1 und ρ_2.

Ich nehme nun an, daſs man sowohl auf dem Punkte 4 wie auf dem Punkte 2 einen Theodoliten oder irgend ein anderes zur Messung von Azimuthalunterschieden geeignetes Instrument aufgestellt, und von jenem die Punkte 2, 3 und 4, so wie von diesem die Punkte 1, 3 und 4 eingeschnitten habe.

Ich setze ferner voraus, daſs man bei festgestelltem Kreise die Alhidade des Instruments nach und nach auf die drei zu beobachtenden Punkte hingeführt, jedesmal eingestellt und abgelesen habe, die Auflösung, die sich auf diese Beobachtungsart bezieht, kann leicht auch für den Fall eingerichtet werden, in welchem man die Winkel unabhängig von einander und etwa durch Multiplicationen gemessen hat.

Die auf die beschriebene Art erhaltenen Richtungen (oder Richtungswinkel mit willkührlichem Anfangspunkte,) bezeichne ich durch in Klammern eingeschlossene Brüche, deren Nenner den Standpunkt des Instruments, und deren Zähler den eingestellten Punkt bezeichnet. Vom Standpunkte 1 aus hat man also die Richtungen $(\frac{1}{3})$, $(\frac{1}{2})$ und $(\frac{1}{4})$, und vom Standpunkte 2 aus die Richtungen $(\frac{2}{3})$, $(\frac{2}{1})$ und $(\frac{2}{4})$ beobachtet. Somit giebt uns das Dreieck 1, 3, 4

$$\frac{sin((\frac{1}{4})-(\frac{1}{3}))}{R} = \frac{sin((\frac{1}{3})-(\frac{1}{4})+E-z_1)}{\rho_1}$$

das Dreieck 3, 2, 4

$$\frac{sin((\frac{3}{4})-(\frac{3}{2})+z_2-E)}{\rho_2} = \frac{sin((\frac{3}{4})-(\frac{3}{2}))}{R}$$

und das Dreieck 1, 2, 4

$$\frac{sin((\frac{1}{4})-(\frac{1}{2}))}{\rho_1} = \frac{sin((\frac{2}{1})-(\frac{2}{4}))}{\rho_2}$$

Der Bogen $z_2 - z_1$ ist der der Seite 1, 2 im Dreieck 1, 2, 4 gegenüberliegende Winkel, und die beiden andern Winkel dieses Dreiecks sind $(\frac{1}{2})-(\frac{1}{4})$ und $(\frac{1}{4})-(\frac{1}{2})$. Wir haben also

$$z_2 - z_1 = 180° - \{(\tfrac{1}{2})-(\tfrac{1}{4})+(\tfrac{1}{4})-(\tfrac{1}{2})\}$$

Ehe wir weiter gehen, werde ich eine Vereinfachung in diese Ausdrücke einführen. Da der Anfangspunct der Richtungswinkel willkührlich ist, so kann man durch Addition einer constanten Gröſse zu den vom Standpunkte 1 aus gemessenen

Digitized by Google

Richtungen immer bewirken, dafs $(\frac{1}{1}) = 0$, und eben so für die vom Standpunkte 2 gemessenen, dafs $(\frac{1}{2}) = 180°$ wird. Sey daher

$$(\frac{1}{1}) = 0 \text{ und } (\frac{1}{2}) = 180°.$$

Hiemit geht die vorstehende Gleichung für $s_2 - s_1$ in folgende über

$$s_2 - s_1 = (\frac{1}{2}) - (\frac{1}{1}).$$

Setzen wir aufserdem

$$s_2 + s_1 = 2Z,$$

so erhalten wir

$$s_1 = Z - \tfrac{1}{2}\{(\tfrac{1}{2}) - (\tfrac{1}{1})\}$$
$$s_2 = Z + \tfrac{1}{2}\{(\tfrac{1}{2}) - (\tfrac{1}{1})\}$$

Substituiren wir diese Werthe in die obigen Gleichungen, und setzen zur Abkürzung

$$A = \{(\tfrac{1}{2}) - (\tfrac{1}{2})\} - \{(\tfrac{1}{1}) - (\tfrac{1}{1})\}$$
$$B = (\tfrac{1}{2}) - (\tfrac{1}{1})$$

so ergiebt sich

$$\frac{\sin\{(\tfrac{1}{1}) - (\tfrac{1}{1})\}}{R} = -\frac{\sin\{Z - E + \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}B\}}{\rho_1}$$
$$\frac{\sin\{Z - E + \frac{1}{2}A - \frac{1}{2}B\}}{\rho_2} = \frac{\sin\{(\tfrac{1}{2}) - (\tfrac{1}{2})\}}{R}$$
$$\frac{\sin(\frac{1}{2})}{\rho_1} = \frac{\sin(\frac{1}{1})}{\rho_2}$$

Multiplicirt man diese Gleichungen mit einander, so verschwinden die Entfernungen, und man erhält

$$\sin(\tfrac{1}{2})\sin\{(\tfrac{1}{1}) - (\tfrac{1}{1})\}\sin\{Z - E + \tfrac{1}{2}A - \tfrac{1}{2}B\}$$
$$= -\sin(\tfrac{1}{1})\sin\{(\tfrac{1}{2}) - (\tfrac{1}{2})\}\sin\{Z - E + \tfrac{1}{2}A + \tfrac{1}{2}B\}$$

woraus

$$tg\{Z - E + \tfrac{1}{2}A\} = \frac{\sin(\frac{1}{2})\sin\{(\frac{1}{1}) - (\frac{1}{1})\} - \sin(\frac{1}{1})\sin\{(\frac{1}{2}) - (\frac{1}{2})\}}{\sin(\frac{1}{2})\sin\{(\frac{1}{1}) - (\frac{1}{1})\} + \sin(\frac{1}{1})\sin\{(\frac{1}{2}) - (\frac{1}{2})\}} tg\tfrac{1}{2}B$$

sich ergiebt. Hat man hieraus $Z - E + \frac{1}{2}A$ gefunden, so geben die obigen Gleichungen ρ_1, ρ_2, s_1 und s_2, und hiemit kann man die Coordinaten der Punkte 1 und 2 berechnen.

2.

Die Rechnung wird demnach durch folgende Formeln geführt. Zuerst rechnet man R und E durch folgende Gleichungen

$$y_2 - y_1 = R\sin E$$
$$x_2 - x_1 = R\cos E$$

und nachdem durch Addition oder Subtraction constanter Grössen zu oder von den Beobachtungen auf jedem der beiden Standpunkte

$$(\tfrac{1}{1}) = 0 \text{ und } (\tfrac{1}{2}) = 180°$$

gemacht worden ist, B durch folgende Gleichung

$$B = (\tfrac{1}{2}) - (\tfrac{1}{1})$$

Sodann werden ζ und H durch folgende Gleichungen berechnet

$$tg\,\zeta = \frac{\sin(\frac{1}{1})\sin\{(\frac{1}{2}) - (\frac{1}{1})\}}{\sin(\frac{1}{2})\sin\{(\frac{1}{1}) - (\frac{1}{2})\}}$$
$$tg\,H = tg(\zeta - 45°)\,tg\tfrac{1}{2}B$$

wo H für $Z - E + \frac{1}{2}A$ geschrieben ist. Hierauf bekommt man ρ_1 und ρ_2 vermittelst folgender Ausdrücke

$$\rho_1 = -R\frac{\sin(H + \frac{1}{2}B)}{\sin\{(\frac{1}{1}) - (\frac{1}{1})\}}$$
$$\rho_2 = R\frac{\sin(H - \frac{1}{2}B)}{\sin\{(\frac{1}{2}) - (\frac{1}{2})\}}$$

Diese Gleichungen bestimmen zugleich den Halbkreis in welchem H genommen werden mufs. Es mufs nemlich für den Halbkreis, in welchem H zu nehmen ist, die Annahme gemacht werden, bei welcher sich aus diesen beiden Gleichungen beides für ρ_1 und ρ_2 positive Werthe ergeben. Hiemit ist H völlig bestimmt, da die Gleichung für $tg\,H$ das algebraische Zeichen der Tangente von H bestimmt. Nun können s_1 und s_2 wie folgt berechnet werden:

$$s_1 = E + H + \tfrac{1}{2}B + \{(\tfrac{1}{1}) - (\tfrac{1}{1})\}$$
$$s_2 = E + H - \tfrac{1}{2}B - \{(\tfrac{1}{2}) - (\tfrac{1}{2})\}$$

und dann hat man

$$x_1 = x_4 + \rho_1\cos s_1; \quad x_2 = x_4 + \rho_2\cos s_2$$
$$y_1 = y_4 + \rho_1\sin s_1; \quad y_2 = y_4 + \rho_2\sin s_2$$

womit die Lage der Punkte 1 und 2 bestimmt ist. Aus den Coordinaten x_1, y_1, x_2 und y_2 findet man die Entfernung der Punkte 1 und 2, wenn man diese brauchen mufs, auf bekannte Art. Man kann sie aber auch durch die Entfernungen ρ_1 oder ρ_2 berechnen, ohne diese Coordinaten zu Hülfe zu nehmen. Das Dreieck 1, 2, 4 giebt sogleich

$$\Delta = \rho_1\frac{\sin\{(\frac{1}{2}) - (\frac{1}{1})\}}{\sin(\frac{1}{2})}$$
$$\Delta = \rho_2\frac{\sin\{(\frac{1}{2}) - (\frac{1}{1})\}}{\sin(\frac{1}{1})}$$

wo Δ die Entfernung der Punkte 1 und 2 ist. Die Berechnung von Δ durch diese beiden Ausdrücke giebt jedenfalls eine Controle der Rechnung.

3.

Es scheint aus den obigen Formeln hervorzugehen, dafs die Aufgabe unbestimmt werde, wenn entweder der Punkt 1 oder der Punkt 2 auf der graden Linie 3, 4 liegt, denn in dem ersten Falle wird $\sin((\frac{1}{1}) - (\frac{1}{1})) = 0$ und im zweiten $\sin((\frac{1}{2}) - (\frac{1}{2})) = 0$, und somit, wie leicht zu zeigen ist, im ersten Falle ρ_1 und im zweiten ρ_2 durch die obigen Formeln $= \frac{0}{0}$. Doch dieses ist nur scheinbar, denn angenommen der Punkt 1 läge auf der Linie 3, 4, so kann man zwar durch die oben dafür bestimmte Formel ρ_1 nicht berechnen, ρ_2 kann man indessen noch immer durch die dafür angegebene Formel sicher

Digitized by Google

berechnen, wenn nicht etwa auch der Punkt 2 auf derselben Linie läge, welchen Fall ich hier ausschließe. Hat man nun hiernit ρ_2 berechnet, so geben die beiden obigen Ausdrücke für Δ durch Division

$$\rho_1 = \rho_2 \frac{\sin(\frac{\mathfrak{k}}{})}{\sin(\frac{\mathfrak{k}}{})}$$

welche Formel in dem in Rede stehenden Falle nicht $\S$ wird. Liegt demnach der Punkt 1 nahe auf der Linie 3, 4, so muß man den vorstehenden Ausdruck zur Berechnung von ρ_1 statt jenes anwenden, und läge statt dessen der Punkt 2 nahe auf dieser Linie, so würde man statt des im Art. 2 gegebenen Ausdrucks für ρ_2 den folgenden anwenden müssen

$$\rho_2 = \rho_1 \frac{\sin(\frac{\mathfrak{k}}{})}{\sin(\frac{\mathfrak{k}}{})}$$

Liegen aber beide Punkte 1 und 2 auf der Linie 3, 4, dann werden beide Ausdrücke des Art. 2 für ρ_1 und $\rho_2 = \S$ und in diesem Falle ist die Aufgabe in der That, wie auch leicht a priori zu erkennen ist, unbestimmt. Man muß also bei der Anwendung die Fälle vermeiden, wo die Punkte 1 und 2 beide nahe auf der Linie, welche die Punkte 3 und 4 verbindet, liegen. Man kann hinzufügen, daß außerdem auch die Fälle vermieden werden müssen, in welchen die Entfernung der unbekannten Punkte entweder sehr viel kleiner oder sehr viel größer ist wie die der bekannten Punkte, doch sind diese beiden Ausnahmefälle nicht ausschließlich dieser Aufgabe eigenthümlich, sondern gehören mehr oder weniger überhaupt den geodätischen Aufgaben an.

4.

Die im Vorhergehenden enthaltene Auflösung werde ich durch ein aus der hiesigen Vermessung genommenes Beispiel erläutern. Beobachtet wurde auf dem Standpunkte 1 die Richtung

nach 3 = 279° 12′ 12″
nach 2 = 5 31 54
nach 4 = 74 3 48

und auf dem Standpunkte 2 die Richtung

nach 4 = 77° 55′ 18″
nach 1 = 117 1 30
nach 3 = 155 56 30

Da es sich hiebei bloß um die Revision einer früher mit den gewöhnlichen Hülfsmitteln der Feldmesser ausgeführten Detailmessung handelte, und die Entfernungen, wie man weiter unten sehen wird, nicht groß sind, so wurden diese Richtungen mit einem 4zölligen Theodoliten, dessen Nonien unmittelbar halbe Minuten geben, ausgeführt. Die Coordinaten der bekannten Punkte 3 und 4, welche durch die Triangulation bestimmt sind, sind

$x_3 = -313,34$ $y_3 = -1198,31$
$x_4 = +310,57$ $y_4 = -1341,53$

Also

$y_3 - y_4 = +143,22$ $\quad log = 2,15600$
$\quad log\cos E = 9,98885n$ $\quad log R = 2,80627$
$x_3 - x_4 = -623,91$ $\quad log = 2,79512n$
$\quad log\,tg\,E = 9,36088n$ $\quad E = 167°\,4'\,17''$.

Subtrahiren wir nun von den auf der Station 1 beobachteten Richtungen $5°\,31'\,54''$, und addiren wir zu den auf der Station 2 beobachteten $62°\,56'\,30''$, so erhalten wir

$(\frac{1}{}) = 273°\,40'\,18''$; $\quad (\frac{2}{}) = 140°\,58'\,48''$;
$(\frac{1}{}) = 0$; $\quad (\frac{2}{}) = 180$
$(\frac{4}{}) = 68\ 31\ 54$; $\quad (\frac{3}{}) = 218\ 55\ 0$

und hiernit

$(\frac{3}{}) - (\frac{4}{}) = 78°\ 1'\ 12''$
$(\frac{2}{}) - (\frac{1}{}) = 154\ 51\ 36$
$\frac{1}{2}B = 27\ 22\ 39$

Die fernere Rechnung steht nun so:

$log\sin(\frac{3}{}) = 9,79984$
$log\sin\{(\frac{3}{}) - (\frac{4}{})\} = 9,62822$
$C\,log\sin(\frac{2}{}) = 0,03123$
$C\,log\sin\{(\frac{2}{}) - (\frac{1}{})\} = 0,00956$
$log\,tg\,\zeta = 9,46885$ $\quad \zeta = 16°\,24'\,5''$
$\zeta - 45° = -28\ 35\ 55$
$log\,tg(\zeta - 45°) = 9,73654n$
$log\,tg\,\frac{1}{2}B = 9,71421$
$log\,tg\,H = 9,45076n$ $\quad H = 164°\,14'\,4''$
$\frac{1}{2}B = 27\ 22\ 39$
$H + \frac{1}{2}B = 191°\,36'\,43''$
$H - \frac{1}{2}B = 136\ 51\ 25$
$log(-R) = 2,80627n$ $\quad log R = 2,80627$
$log\sin(H + \frac{1}{2}B) = 9,30380n$ $\quad log\sin(H - \frac{1}{2}B) = 9,83494$
$log\sin\{(\frac{3}{}) - (\frac{4}{})\} = 9,62822$ $\quad log\sin\{(\frac{2}{}) - (\frac{1}{})\} = 9,99044$
$log\,\rho_1 = 2,48185$ $\quad log\,\rho_2 = 2,65077$
$E = 167°\,4'\,17''$ $\quad 167°\,4'\,17''$
$H + \frac{1}{2}B = 191\ 36\ 43$ $\quad H - \frac{1}{2}B = 136\ 51\ 25$
$(\frac{4}{}) - (\frac{1}{}) = 154\ 51\ 36$ $\quad (\frac{3}{}) - (\frac{4}{}) = 78\ 1\ 12$
$s_1 = 153°\,32'\,36''$ $\quad s_2 = 225°\,54'\,30''$
$log\cos s_1 = 9,95196n$ $\quad log\cos s_2 = 9,84249n$
$log\,\rho_1 = 2,48185$ $\quad log\,\rho_2 = 2,65077$
$log\sin s_1 = 9,64887$ $\quad log\sin s_2 = 9,85626n$
$2,48381n$ $\quad 2,49326n$
$2,13072$ $\quad 2,50703n$
$\rho_1\cos s_1 = -271,53$; $\quad \rho_2\cos s_2 = -311,36$
$\rho_1\sin s_1 = +135,12$; $\quad \rho_2\sin s_2 = -321,39$

Hiernit

$x_1 = +39,04$ $\quad y_1 = -1206,41$
$x_2 = -0,79$ $\quad y_2 = -1662,92$

womit die Aufgabe gelöst ist. Um die Entfernung der Punkte 1 und 2 zu berechnen, haben wir einestheils vermittelst der eben gefundenen Coordinaten

$y_2 - y_1 = -456,51$ $\quad log = 2,65945n$
$\quad log\sin E = 9,99836n$ $\quad log\,\Delta = 2,66109$
$x_2 - x_1 = -39,83$ $\quad log = 1,60021n$
$\quad log\,tg\,E = 1,05924$

Digitized by Google

Anderntheils erhalten wir durch die obigen Formeln und numerischen Werthe

$$\log \rho_1 = 2{,}48185 \qquad \log \rho_2 = 2{,}65077$$
$$\log \sin\{(\tfrac{1}{1})-(\tfrac{1}{1})\} = 9{,}97910\ldots\ldots\ldots\ldots 9{,}97910$$
$$\log \sin(\tfrac{1}{1}) = 9{,}79984 \qquad \log \sin(\tfrac{1}{2}) = 9{,}96877$$
$$\log \Delta = 2{,}66111\ldots\ldots\ldots\ldots 2{,}66110$$

welche unter einander sowohl wie mit dem obigen Werthe derselben Gröfse so gut, wie erwartet werden darf, übereinstimmen.

5.

Um die Auflösung unserer Aufgabe zu vervollständigen ist noch der Fall zu betrachten, wo man mehr wie hinreichende Data durch die Beobachtungen ermittelt hat.

Ich nehme daher nun an, dafs man auf den beiden Stationen 1 und 2 die Richtungen von mehr wie zwei der Lage nach bekannten Gegenständen beobachtet habe. Hiebei ist nicht unumgänglich nöthig, dafs alle auf der einen Station beobachteten bekannten Gegenstände auch auf der andern beobachtet werden, ja es ist strenge genommen erlaubt, auf der einen Station durchgehends ganz andere bekannte Gegenstände zu beobachten, wie auf der andern. Man würde aber in diesem letzten Falle die vorläufige Bestimmung der unbekannten Punkte 1 und 2 nicht durch die hier im Vorhergehenden gegebene Auflösung ausführen können, sondern müfste die bekannte Auflösung der Aufgabe: aus drei bekannten Punkten die Lage eines vierten zu finden, auf die vorläufige Ermittelung der Coordinaten der Pupkte 1 und 2 abgesondert von einander anwenden. Ich nehme daher hier an, dafs unter den von den Stationen 1 und 2 aus beobachteten bekannten Punkten wenigstens zwei die nemlichen seyen. Vermittelst dieser, oder wenn mehr wie zwei der auf beiden Stationen beobachteten bekannten Punkte die nemlichen sind, vermittelst beliebiger zwei dieser rechne man zuerst durch die vorstehende Auflösung die numerischen Werthe der Coordinaten x_1, y_1, x_2, y_2. Seyen nun auf der Station 1 überhaupt die Punkte m, n, etc. beobachtet, und ω_1^m, ω_1^n, etc. die Winkel, die die Linien $m,1$; $n,1$; etc. mit der Axe der x machen, dann hat man die Gleichungen

$$tg\,\omega_1^m = \frac{y_m - y_1}{x_m - x_1}$$
$$tg\,\omega_1^n = \frac{y_n - y_1}{x_n - x_1}$$
etc.

Sind auf der Station 2 die Punkte μ, ν, etc. beobachtet, so hat man ebenso, es mögen diese mit jenen identisch seyn oder nicht, die Gleichungen

$$tg\,\omega_2^\mu = \frac{y_\mu - y_2}{x_\mu - x_2}$$
$$tg\,\omega_2^\nu = \frac{y_\nu - y_2}{x_\nu - x_2}$$
etc.

Nennen wir nun wie vorher die beobachteten Richtungen $\left(\frac{m}{1}\right)$, $\left(\frac{n}{1}\right)$, etc. $\left(\frac{\mu}{2}\right)$, $\left(\frac{\nu}{2}\right)$, etc., so müssen, wenn die Beobachtungen und die relative Lage der bekannten Gegenstände absolut genau sind, sich allemal zwei Gröfsen k_1 und k_2 dergestallt bestimmen lassen, dafs für alle auf der Station 1 beobachteten Punkte

$$-k_1 + \left(\frac{m}{1}\right) - \omega_1^m = 0; \quad -k_1 + \left(\frac{n}{1}\right) - \omega_1^n = 0; \text{ etc.}$$

und für alle auf der Station 2 beobachteten Punkte

$$-k_2 + \left(\frac{\mu}{2}\right) - \omega_2^\mu = 0; \quad -k_2 + \left(\frac{\nu}{2}\right) - \omega_2^\nu = 0, \text{ etc.}$$

Da dieses aber nie der Fall seyn wird, so mufs man vermittelst der Werthe, die diese Gleichungen wegen der Beobachtungsfehler bekommen, die den berechneten Werthen der Coordinaten der beiden Punkte 1 und 2 hinzuzufügenden Verbesserungen den Grundsätzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung gemäfs bestimmen. Zu dem Ende müssen wir zuerst durch die Gleichungen für $tg\,\omega_1^m$, etc. die Relationen zwischen den Incrementen der beobachteten Richtungen und der Coordinaten ermitteln. Ich setze statt dieser Gleichungen

$$(m,1)\sin\omega_1^m = y_m - y_1$$
$$(m,1)\cos\omega_1^m = x_m - x_1$$

wo $(m,1)$ die Entfernung der Punkte m und 1 bedeutet, und so ferner für alle beobachteten Punkte. Da nun jedenfalls hier die Lage der bekannten Punkte als vollkommen richtig angenommen werden mufs, so giebt die Differentiation der vorstehenden beiden Gleichungen, in der Voraussetzung, dafs m Einer der bekannten Punkte sey, und nachdem $\delta(m,1)$ eliminirt worden ist,

$$\delta\omega_1^m = \pi\frac{y_m - y_1}{(m,1)^2}\delta x_1 - \pi\frac{x_m - x_1}{(m,1)^2}\delta y_1$$

wo $\pi = 206265''$ ist. Jeder von der Station 1 aus beobachtete bekannte Punkt giebt eine ähnliche Gleichung, die Beobachtung des Punktes 2 giebt aber

$$\delta\omega_1^2 = \pi\frac{y_2 - y_1}{(2,1)^2}\delta x_1 - \pi\frac{x_2 - x_1}{(2,1)^2}\delta y_1 - \pi\frac{y_2 - y_1}{(2,1)^2}\delta x_2 + \pi\frac{x_2 - x_1}{(2,1)^2}\delta y_2$$

Gleicherweise erhalten wir, wenn μ irgend einer der auf der Station 2 beobachteten bekannten Punkte ist

$$\delta\omega_2^\mu = \pi\frac{y_\mu - y_2}{(\mu,2)^2}\delta x_2 - \pi\frac{x_\mu - x_2}{(\mu,2)^2}\delta y_2$$

und die Beobachtung des Punktes 1 giebt

$$\delta\omega_2^1 = \pi\frac{y_2 - y_1}{(2,1)^2}\delta x_1 - \pi\frac{x_2 - x_1}{(2,1)^2}\delta y_1 - \pi\frac{y_2 - y_1}{(2,1)^2}\delta x_2 + \pi\frac{x_2 - x_1}{(2,1)^2}\delta y_2.$$

Die Werthe von $\delta\omega_1^m$, etc. $\delta\omega_2^\mu$, etc. sind die oben angeführten Gröfsen $-k_1 + \left(\frac{m}{1}\right) - \omega_1^m$, etc. $-k_2 + \left(\frac{\mu}{1}\right) - \omega_2^\mu$, etc., in welchen man auch $k + \delta k_1^{\text{II}}$ statt k_1 und $k_2 + \delta k_2$ statt k_2 schreiben kann. Wenn also auf der Station 1 im Ganzen l be-

Digitized by Google

kannte Gegenstände beobachtet worden sind, so ergeben sich l Gleichungen von der Form

$$0 = k_1 + \omega_1^m - \left(\frac{m}{1}\right) + \delta k_1 + \pi\frac{x_m - x_1}{(m,1)^3}\delta x_1 - \pi\frac{x_m - x_1}{(m,1)^3}\delta y_1$$

$$0 = k_1 + \omega_1^n - \left(\frac{n}{1}\right) + \delta k_1 + \pi\frac{x_n - x_1}{(n,1)^3}\delta x_1 - \pi\frac{x_n - x_1}{(n,1)^3}\delta y_1$$

etc. etc.

und die Gleichung

$$0 = k_1 + \omega_2^1 - (\tfrac{1}{2}) + \delta k_1 + \pi\frac{x_2 - x_1}{(2,1)^3}\delta x_1 - \pi\frac{x_2 - x_1}{(2,1)^3}\delta y_1$$
$$- \pi\frac{y_2 - y_1}{(2,1)^3}\delta x_2 + \pi\frac{x_2 - x_1}{(2,1)^3}\delta y_2$$

sind ferner auf der Station 2 λ bekannte Gegenstände beobachtet, so erhalten wir λ Gleichungen von der Form

$$0 = k_2 + \omega_2^\mu - \left(\frac{\mu}{2}\right) + \delta k_2 + \pi\frac{x_\mu - x_2}{(\mu,2)^3}\delta x_2 - \pi\frac{x_\mu - x_2}{(\mu,2)^3}\delta y_2$$

$$0 = k_2 + \omega_2^\nu - \left(\frac{\nu}{2}\right) + \delta k_2 + \pi\frac{x_\nu - x_2}{(\nu,2)^3}\delta x_2 - \pi\frac{x_\nu - x_2}{(\nu,2)^3}\delta y_2$$

etc. etc.

und die Gleichung

$$0 = k_2 + \omega_2^1 - (\tfrac{1}{2}) + \delta k_2 + \pi\frac{x_2 - x_1}{(2,1)^3}\delta x_1 - \pi\frac{x_2 - x_1}{(2,1)^3}\delta y_1$$
$$- \pi\frac{y_2 - y_1}{(2,1)^3}\delta x_2 + \pi\frac{x_2 - x_1}{(2,1)^3}\delta y_2.$$

Die Grössen k_1 und k_2 sind hier willkührlich und werden am zweckmäßigsten im Voraus so bestimmt, daß sowohl die Grössen $k_1 + \omega_1^m - \left(\frac{m}{1}\right)$, etc. und die Grössen $k_2 + \omega_2^\mu - \left(\frac{\mu}{2}\right)$, etc. alle klein werden, welches leicht zu bewerkstelligen ist. Hierauf hat man also $l + \lambda + 2$ Gleichungen, aus welchen die sechs unbekannten Grössen δx_1, δx_2, δy_1, δy_2, δk_1 und δk_2 nach den Vorschriften der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt werden müssen.

Man kann übereinstimmend mit den Grundsätzen dieser Methode die unbekannten Grössen δk_1 und δk_2 im Voraus aus den obigen Gleichungen eliminiren, wodurch die nachherige Arbeit sehr abgekürzt wird. Man muß zu dem Ende die $l + 1$ Gleichungen, welche δk_1 enthalten, addiren, durch ihre Anzahl $l + 1$ dividiren, und dieses arithmetische Mittel von jeder derselben abziehen. Nachdem man hierauf auf die $\lambda + 1$ Gleichungen, welche δk_2 enthalten, das nemliche Verfahren angewandt hat, ergeben sich $l + \lambda + 2$ Gleichungen zwischen den vier unbekannten Grössen δx_1, δy_1, δx_2 und δy_2, die nach den bekannten Vorschriften der Methode der kleinsten Quadrate aufgelöst werden müssen.

Statt dieses Verfahrens könnte man auch ohne vorläufige Werthe der Coordinaten x_1, y_1, x_2 und y_2 zu berechnen, die wahrscheinlichsten Verbesserungen der beobachteten Richtungen suchen, aber dieses Verfahren wird weitläuftiger wie das oben beschriebene, weil die Bedingungsgleichungen eine zusammengesetzte Form haben.

Die in diesem Artikel behandelte Aufgabe ist ein specieller Fall der allgemeinen Aufgabe, deren Auflösung ich in Nr. 351 der Astr. Nachr. gegeben habe, und die Auflösung, die ich ausführlich behandelt habe, gehört der dort gegebenen zweiten Auflösung an, während die eben kurz angedeutete Auflösung der dort gegebenen ersten Auflösung entspricht.

6.

Ich kann jetzt von dem Falle, wo man mehr wie hinreichende Data sich durch die Beobachtungen verschafft hat, kein Beispiel geben, weil die Berechnung der hiesigen Triangulation noch nicht hinreichend vorgerückt ist. Die Berechnung der im vorigen Artikel abgeleiteten Gleichungen für δx_1, etc. kann ich aber jedenfalls für das obige Beispiel zeigen, wenn gleich man davon zur Ermittelung genauerer Werthe der Coordinaten der unbekannten Punkte keinen Gebrauch wird machen können. Ich werde hiebei, um zu zeigen wie große Veränderungen wenigstens in diesem Beispiel eine kleine Veränderung der Coordinaten der unbekannten Punkte in den beobachteten Richtungen hervorbringt, die oben gefundenen Coordinaten um ein wenigs verändern, bemerke aber dazu, daß es bei der würklichen Anwendung der Formeln auf den Fall, wo mehr wie hinreichende Data vorhanden sind, nicht vortheilhaft ist, eine Veränderung mit den vorläufig aus den Beobachtungen zweier bekannten Punkte abgeleiteten Coordinaten vorzunehmen.

Seyen nun

$$x_1 = +38{,}5; \quad x_2 = -1{,}0$$
$$y_1 = -1205{,}0; \quad y_2 = -1663{,}0$$

Hiemit und mit den oben gegebenen Werthen der Coordinaten der Punkte 3 und 4

$$x_3 = -313{,}34; \quad x_4 = -810{,}57$$
$$y_3 = -1198{,}31; \quad y_4 = -1341{,}63$$

bekommen wir

$$y_3 - y_1 = -467{,}0; \quad x_3 - x_1 = -39{,}5$$
$$y_4 - y_1 = +7{,}69; \quad x_4 - x_1 = -351{,}84$$
$$y_3 - y_2 = -135{,}53; \quad x_3 - x_2 = +272{,}07$$
$$y_4 - y_2 = +464{,}69; \quad x_4 - x_2 = -312{,}34$$
$$y_4 - y_3 = +321{,}47; \quad x_4 - x_3 = +311{,}57$$

und somit erfordern die Gleichungen

$$y_m - y_1 = (m,1)\sin\omega_1^m$$
$$x_m - x_1 = (m,1)\cos\omega_1^m$$

und

$$y_\mu - y_2 = (\mu,2)\sin\omega_2^\mu$$
$$x_\mu - x_2 = (\mu,2)\cos\omega_2^\mu$$

die folgende Rechnung, bei welcher die überschriebenen Zahlen die Indices der Gegenstände oder beobachteten Punkte sind.

Digitized by Google

	2	3	4		3	4
$\log(y_m - y_1)$	2,65992n	0,88593	2,13204n,	$\log(y_\mu - y_2)$	2,66716	2,50714
$\log \left\{ \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} \right\} \omega_i^m$	9,99838n	9,99990n	9,95186,	$\log \left\{ \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} \right\} \omega_i^\mu$	9.91904	9,85617
$\log(x_i^m - x_1)$	1,59600n	2,54635n	2,43468,	$\log(x_\mu - x_2)$	2,49463n	2,49356
$\log tg\, \omega_i^m$	1,06332	8,33958n	9,69736n,	$\log tg\, \omega_i^\mu$	0,17253n	0,01358
ω_i^m	265° 3′ 36″	178° 44′ 52″	333° 31′ 12″,	ω_i^μ	123° 54′ 27″	45° 53′ 43″
$\left(\frac{m}{1}\right)$	0	273 40 18	68 31 54,	$\left(\frac{\mu}{2}\right)$	218 55 0	140 53 48
$\omega_i^m - \left(\frac{m}{1}\right)$	265 3 36	265 4 34	264 59 18,	$\omega_i^\mu - \left(\frac{\mu}{2}\right)$	264 59 27	264 59 55

Ich führe hiebei an, daſs bei der würklichen Anwendung die Bögen ω_i^m und ω_i^μ scharf berechnet werden müssen. Setzen wir nun $k_1 = k_2 = -265°2'$, so bekommen wir

$$k_1 + \omega_i^m - \left(\frac{m}{1}\right) \ldots + 1'36'' \ldots + 2'34'' \ldots - 2'42''$$

$$k_2 + \omega_i^\mu - \left(\frac{\mu}{2}\right) \ldots - 2\ 33'' \ldots - 2\ 5$$

Da nothwendig $\omega_2^i = 180° + \omega_i^i$ sich ergeben muſs, so erhalten wir

$$k_2 + \omega_2^i - \left(\frac{i}{2}\right) = k_1 + \omega_i^i - \left(\frac{i}{1}\right) = +1'36''$$

Ferner folgt aus der vorstehenden Rechnung

$\log(m,1) \ldots 2,66154 \ldots 2,54645 \ldots 2,48282$

$\log(\mu,2) \ldots 2,74812 \ldots 2,65097$

Die Rechnung für die Coefficienten

$$\pi \frac{y_m - y_1}{(m,1)^2}, \quad \pi \frac{x_m - x_1}{(m,1)^2}, \text{ etc.}$$

steht nun so

$\log \pi$	5,3144	5,3144	5,3144	5,3144	5,3144
$\log(y_m - y_1)$	2,6599n	0,8859	2,1320n,	$\log(y_\mu - y_2)$ 2,6672	2,5071
$2\log(m,1)$	5,3231	5,0929	4,9656,	$2\log(\mu,2)$ 5,4962	5,3019
	2,6512n	1,1074	2,4808n	2,4854	2,5196
$\log \pi$	5,3144	5,3144	5,3144	5,3144	5,3144
$\log(x_m - x_1)$	1,5966n	2,5464n	2,4347,	$\log(x_\mu - x_2)$ 2,4946n	2,4936
$2\log(m,1)$	5,3231	5,0929	4,9656,	$2\log(\mu,2)$ 5,4962	5,3019
	1,5879n	2,7679n	2,7835	2,3128n	2,5061

und wir haben somit die folgenden sechs Gleichungen,

$$0 = +96'' + \delta k_1 - 447''9\delta x_1 + 38''7\delta y_1 + 447''9\delta x_2 - 38''7\delta y_2$$
$$0 = +154 + \delta k_1 + 12{,}8\delta x_1 + 586{,}0\delta y_1$$
$$0 = -162 + \delta k_1 - 302{,}6\delta x_1 - 607{,}4\delta y_1$$
$$0 = +96 + \delta k_2 - 447{,}9\delta x_1 + 38{,}7\delta y_1 + 447{,}9\delta x_2 - 38{,}7\delta y_2$$
$$0 = -153 + \delta k_2 + 305{,}8\delta x_2 + 205{,}5\delta y_2$$
$$0 = -125 + \delta k_2 + 330{,}8\delta x_2 - 320{,}7\delta y_2$$

In diesem Falle kann es nichts nutzen, diese Gleichungen durch die Methode der kleinsten Quadrate zu behandeln, da ihre Anzahl der Anzahl der unbekannten Gröſsen gleich kommt. Sie werden jedenfalls die in den zu Grunde gelegten Coordinaten angenommenen Unterschiede mit der vorigen Rechnung wieder geben müssen, und geben in der That, wenn man sie aufgelöst hat,

$$\delta x_1 = +0{,}550, \quad \delta x_2 = +0{,}199$$
$$\delta y_1 = -0{,}410, \quad \delta y_2 = +0{,}063$$

während die bei Anfang der Rechnung angenommen Werthe dieser Gröſsen folgende sind

$$\delta x_1 = +0{,}54, \quad \delta x_2 = +0{,}21$$
$$\delta y_1 = -0{,}41, \quad \delta y_2 = +0{,}08$$

Auſserdem geben die obigen Gleichungen $\delta k_1 = \delta k_2 = +79''3$. Die erste und vierte derselben zeigen schon sogleich, daſs $\delta k_1 = \delta k_2$ seyn muſs, dieses hört aber auf der Fall zu seyn, wenn mehr Gleichungen wie unbekannte Gröſsen vorhanden sind.

Die kleinen in den Coordinaten angenommenen Unterschiede bringen, wie man sieht, in den Richtungen bedeutende Unterschiede zu Wege, und hieraus folgt, daſs die Coordinaten der unbekannten Punkte durch diese Aufgabe mit groſser Genauigkeit bestimmt werden können, sobald die Lage der bekannten Punkte mit Sicherheit bestimmt worden ist.

7.

Die allgemeine Aufgabe: „Die Lage und die absoluten „Dimensionen eines Polygons durch Messungen von Richtungen „von dessen Winkelpunkten aus zu bestimmen," schlieſst sich der im Vorhergehenden behandelten Aufgabe unmittelbar an. Sind drei oder mehr unbekannte Punkte vorhanden und von jedem derselben aus nicht nur die übrigen, sondern auch zwei oder mehr bekannte Punkte beobachtet, so ist die Aufgabe jedenfalls mehr wie bestimmt. Die Beobachtungen zweier der bekannten Punkte von zwei der unbekannten Punkte aus geben, wie oben gezeigt worden ist, vorläufige Werthe der Coordinaten dieser Punkte, hiemit und durch die Beobachtungen der übrigen unbekannten Punkte bekommt man die vorläufigen Werthe der Coordinaten dieser. Bezeichnen wir nun überhaupt irgend einen der bekannten Punkte mit m und irgend einen der unbekannten mit ν, so geht jede, von irgend einem der Punkte ν aus beobachtete Richtung irgend eines der Punkte m die Gleichung

$$0 = k_\nu + \omega_\nu^m - \left(\frac{m}{\nu}\right) + \delta k_\nu + \pi \frac{y_m - y_\nu}{(m,\nu)^2} \delta x_\nu - \pi \frac{x_m - x_\nu}{(m,\nu)^2} \delta y_\nu$$

und irgend eine vom Punkte ν aus beobachtete Richtung eines andern unbekannten Punktes ν' die Gleichung

$$0 = k_\nu + m_\nu^{\nu'} - \left(\frac{\nu'}{\nu}\right) + \delta k_\nu + \pi \frac{y_{\nu'} - y_\nu}{(\nu',\nu)^2} \delta x_\nu - \pi \frac{x_{\nu'} - x_\nu}{(\nu',\nu)^2} \delta y_\nu$$
$$- \pi \frac{y_{\nu'} - y_\nu}{(\nu',\nu)^2} \delta x_{\nu'} + \pi \frac{x_{\nu'} - x_\nu}{(\nu',\nu)^2} \delta y_{\nu'}$$

Diese Gleichungen, alle, deren Anzahl stets der Anzahl aller beobachteten Richtungen gleich kommt müssen wie oben beschrieben behandelt und durch die Methode der kleinsten Quadrate aufgelöst werden.

Hansen.

Altona 1841. März 25.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 420.

Tafeln zur Reduction derjenigen Sterne, welche in den Zonen Aug. 19 bis Aug. 26. 1789 der Pariser Memoiren für 1789 vorkommen, auf den Anfang des Jahres 1790.

Von Herrn *R. Kyaeus.*

$$\alpha = t + k + k' \frac{s - Z}{100'}$$

$$\delta = s + p + p' \frac{s - Z}{100'}$$

die nördlichen Zenithdistanzen positiv genommen.

pag. 208. Aug. 19. 1789. $Z = 3°$.

t	k	k'	p	p'
17h 0′	− 8″63	−0″066	48° 52′ 16″6	+1″51
10	8,73	0,073	17,1	1,51
20	8,83	0,077	17,4	1,51
30	8,93	0,081	17,7	1,52
40	9,03	0,085	18,0	1,53
50	9,13	0,089	18,4	1,54
18 0	− 9,22	0,093	52 18,8	+1,55
10	9,31	0,097	19,2	1,56
20	9,40	0,101	19,7	1,57
30	9,49	0,104	20,2	1,59
40	9,57	0,107	20,7	1,60
50	9,65	0,110	21,3	1,61
19 0	− 9,73	−0,113	52 21,9	+1,62
10	9,80	0,116	22,5	1,63
20	9,87	0,119	23,2	1,64
30	9,94	0,122	23,9	1,65
40	10,00	0,125	24,6	1,66
50	10,06	0,128	25,3	1,68
20 0	−10,11	−0,130	52 26,0	+1,69
10	10,16	0,132	26,8	1,70
20	10,21	0,134	27,6	1,71
30	10,25	0,136	28,4	1,73
40	10,29	0,138	29,2	1,74
50	10,33	0,139	30,0	1,76
21 0	−10,36	−0,140	52 30,9	+1,76
10	10,38	0,141	31,7	1,79
20	10,40	0,142	32,5	1,80
30	10,41	0,143	33,4	1,82
40	10,42	0,143	34,3	1,84
50	10,42	0,143	35,1	1,85
22 0	−10,42	−0,143	52 36,0	+1,86
10	10,42	0,143	36,9	1,88
20	10,41	0,143	37,6	1,90
30	10,39	0,143	38,7	1,91
40	10,37	0,143	39,6	1,92
50	10,35	0,142	40,4	1,94

t	k	k'	p	p'
23h 0′	−10″32	−0″141	48° 52′ 41″2	+1″96
10	10,29	0,140	42,1	1,96
20	10,25	0,138	42,9	1,99
30	10,21	0,136	43,7	2,00
40	10,17	0,134	44,5	2,01
50	10,12	0,132	45,3	2,03
0 0	−10,07	−0,130	52 46,1	+2,04
10	10,01	0,128	46,8	2,05
20	9,95	0,126	47,5	2,06
30	9,88	0,123	48,2	2,07
40	9,81	0,120	48,9	2,08
50	9,74	0,117	49,6	2,09
1 0	− 9,66	−0,114	52 50,2	+2,10
10	9,58	0,111	50,8	2,11
20	9,50	0,106	51,4	2,12
30	9,42	0,105	51,9	2,13
40	9,34	0,101	52,4	2,14
50	9,25	0,097	52,9	2,15
2 0	− 9,16	−0,093	52 53,4	+2,16
10	9,06	0,089	53,8	2,16
20	6,96	0,085	54,2	2,16
30	8,86	0,081	54,5	2,17
40	8,76	0,077	54,8	2,18
50	8,66	0,073	55,1	2,18

pag. 209. Aug. 23. 1789. $Z = 5°$

18 10	− 9,92	+0,026	48 52 18,1	+1,59
20	10,02	0,022	18,5	1,60
30	10,12	0,018	19,0	1,61
40	10,21	0,014	19,5	1,62
50	10,30	0,010	20,1	1,63
19 0	− 10,38	+0,005	52 20,7	+1,64
10	10,46	+0,002	21,3	1,65
20	10,55	−0,001	21,9	1,66
30	10,62	0,004	22,5	1,67
40	10,69	0,007	23,2	1,68
50	10,76	0,010	23,9	1,69
20 0	− 10,83	−0,013	52 24,6	+1,70
10	10,89	0,016	25,3	1,71
20	10,95	0,018	26,1	1,72
30	11,00	0,020	26,9	1,73
40	11,05	0,022	27,7	1,75
50	11,09	0,024	28,5	1,76

Digitized by Google

t	h	h'	p	p'
21h 0′	−11″12	−0″026	48° 52′ 29″3	+1″77
10	11,16	0,027	30,2	1,79
20	11,18	0,028	31,1	1,81
30	11,21	0,029	31,9	1,82
40	11,23	0,030	32,8	1,83
50	11,24	0,031	33,7	1,85
22 0	11,25	−0,031	52 34,6	+1,87
10	11,26	0,031	35,5	1,88
20	11,26	0,031	36,3	1,89
30	11,25	0 031	37,2	1,91
40	11,24	0,030	38,1	1,93
50	11,22	0,029	39,0	1,96
23 0	−11,20	−0,028	52 39,9	+1,96
10	11,17	0,027	40 8	1,97
20	11,14	0,026	41,6	1,98
30	11,11	0,025	42,5	2,00
40	11,07	0,023	43,3	2,01

pag. 210. Aug. 24. 1789. $Z = 7°$.

17 20	−9,89	+0,171	48 52 7,4	+1,58
30	10,00	0,166	7,7	1,58
40	10,11	0,161	8,0	1,58
50	10,22	0,156	8,3	1,59
18 0	−10,33	+0,151	52 8,7	+1,60
10	10,44	0,146	9,1	1,60
20	10,54	0,141	9,6	1,61
30	10,65	0,136	10,1	1,62
40	10,76	0,132	10,6	1,63
50	10,84	0,127	11,1	1,64
19 0	−10,93	+0,123	52 11,7	+1,65
10	11,02	0,119	12,3	1,66
20	11,10	0,115	12,9	1,67
30	11,19	0,111	13,6	1,68
40	11,27	0,107	14,3	1,69
50	11,34	0,103	15,0	1,70
20 0	−11,41	0,100	15,7	1,71
10	11,47	0,097	16,4	1,72
20	11,53	0,094	17,2	1,73
30	11,58	0,092	18,0	1,74
40	11,63	0,090	18,8	1,76
50	11,68	0,088	19,6	1,77
21 0	−11,72	+0,086	52 20,4	+1,78
10	11,76	0,084	21,3	1,80
20	11,79	0,083	22,2	1,82
30	11,82	0,082	23,1	1,83
40	11,84	0,081	24,0	1,84
50	11,86	0,080	24,9	1,85
22 0	−11,87	+0,079	52 25,8	+1,87
10	11,87	0,079	26,7	1,89
20	11,87	0,079	27,6	1,90
30	11,86	0,079	28,5	1,91
40	11,85	0,080	29,4	1,92
50	11,84	0,081	30,3	1,93

pag. 211. Aug. 25. 1789. $Z = 9°$.

18 10	−10,52	−0,117	48 52 26,9	+1,63
20	10,53	0,122	27,3	1,64

t	h	h'	p	p'
18h 30′	−10″78	−0″127	48° 52′ 27″8	+1″66
40	10,83	0,132	28,3	1,66
50	10,93	0,137	28,9	1,67
19 0	−11,03	−0,142	52 29,5	+1,68
10	11,13	0,147	30,1	1,69
20	11,22	0,152	30,7	1,70
30	11,30	0,156	31,4	1,71
40	11,38	0,160	32,1	1,72
50	11,45	0,164	32,8	1,73
20 0	−11,52	−0,168	52 33,5	+1,74
10	11,59	0,172	34,2	1,75
20	11,65	0,175	35,0	1,76
30	11,71	0,178	35,8	1,77
40	11,77	0,181	36,6	1,78
50	11,82	0,183	37,4	1,79
21 0	−11,86	−0,185	52 38,3	+1,80
10	11,89	0,187	39,2	1,81
20	11,92	0,189	40,1	1,83
30	11,95	0,190	41,0	1,84
40	11,97	0,191	41,9	1,85
50	11,98	0,192	42,8	1,86
22 0	−11,99	−0,193	52 43,7	+1,88
10	11,99	0,193	44,6	1,89
20	11,99	0,193	45,5	1,90
30	11,99	0,193	46,4	1,91
40	11,98	0,193	47,3	1,93
50	11,96	0,192	48,2	1,94
23 0	+11,94	0,191	52 49,1	1,95
10	11,91	0,190	50,0	1,96
20	11,88	0,189	50,9	1,98
30	11,84	0,187	51,8	2,00
40	11,80	0,185	52,7	2,01
50	11,75	0,183	53,5	2,02
0 0	−11,70	−0,180	52 54,3	+2,03
10	11,64	0,177	55,1	2,04
20	11,58	0,174	55,9	2,05
30	11,51	0,171	56,7	2,06

pag. 212. Aug. 26. 1789. $Z = 11°$.

18 20	−11,08	−0,601	48 52 25,1	+1,69
30	11,20	0,607	25,5	1,69
40	11,31	0,613	26,0	1,70
50	11,41	0,619	26,6	1,71
19 0	−11,52	−0,624	52 27,2	+1,72
10	11,62	0,629	27,8	1,72
20	11,72	0,635	28,4	1,73
30	11,81	0,640	29,0	1,74
40	11,90	0,645	29,7	1,76
50	11,99	0,649	30,4	1,76
20 0	−12,07	−0,653	52 31,2	+1,77
10	12,16	0,657	32,0	1,78
20	12,22	0,661	32,8	1,79
30	12,28	0,664	33,6	1,80
40	12,34	0,667	34,4	1,81
50	12,40	0,670	35,2	1,82

Digitized by Google

t	k	k'	p	p'
21h 0'	−12″45	−0″678	48°52′36″1	+1″84
10	12,49	0,675	37,0	1,85
20	12,53	0,677	37,8	1,86
30	12,56	0,679	38,7	1,87
40	12,59	0,681	39,6	1,89
50	12,61	0,682	40,6	1,90
22 0	−12,63	−0,683	52 41,5	+1,91
10	12,64	0,684	42,4	1,92
20	12,64	0,684	43,3	1,93
30	12,64	0,684	44,3	1,94
40	12,63	0,683	45,2	1,95
50	12,62	0,682	46,1	1,96
23 0	−12,60	−0,682	52 47,0	+1,98
10	12,58	0,681	47,9	1,99
20	12,55	0,679	48,8	2,00
30	12,51	0,677	49,7	2,01
40	12,47	0,676	50,6	2,03
50	12,42	0,672	51,5	2,04
0 0	−12,37	−0,669	52 52,4	+2,05
10	12,31	0,666	53,2	2,06
20	12,25	0,663	54,0	2,07
30	12,18	0,659	54,8	2,08
40	12,11	0,654	55,6	2,09
50	12,03	0,649	56,4	2,10

t	k	k'	p	p'
1h 0'	−11″95	−0″645	48°52′57″1	+2″11
10	11,86	0,641	57,8	2,12
20	11,77	0,636	58,5	2,13

Fädenabstände.

Bei der nördlichen Lage des Quadranten sind die Abstände der Fäden im Aequator:

25″059 und 26″220.

Die Collimation ist angenommen zu +1′3″ und die Refraction berücksichtigt.

Z.D.	1—2.	2—3.
0	38″10	38″35
1	38,88	39,13
2	39,71	39,97
3	40,59	40,85
4	41,52	41,79
5	42,51	42,78
6	43,56	43,84
7	44,67	44,96
8	45,86	46,16
9	47,13	47,43
10	48,48	48,80
11	49,94	50,26
12	51,49	51,83
13	53,17	53,51

R. Kyaeous.

Schreiben des Herrn *Bertram*, Ingenieur-Geographen des Königl. Preuſs. Generalstabes, an den Herausgeber.

Berlin 1841. März 10.

Um die mir auf dem Punkte Schönberg in der letzten Hälfte des August v. J. noch übrig bleibende freie Zeit möglichst zu benutzen, versuchte ich, so gut es bei den gegebenen Mitteln möglich war, die Polhöhe zu bestimmen. Herr Major *Baeyer* hält diese Beobachtungen für ganz gelungen und trägt mir auf sie Ihnen zuzusenden.

Die Instrumente, die ich zu meiner Disposition hatte, waren:

1. Derselbe 12zollige, drei Sekunden angebende Kreis, welcher früher von *Gambey* für Herrn *Alexander v. Humboldt* Excellenz angefertigt wurde und 1835 mit zur Bestimmung der Meereshöhe von Berlin diente.

2. Ein mir gehörender Taschen-Chronometer von Hrn. *Tiede*.

Um meinen Zweck zu erreichen, beobachtete ich Zenithdistanzen von Sternen südlich und nördlich des Zeniths im Meridian, welche weder nach ihrer Culminationsseit noch nach ihrer Entfernung vom Zenith weit auseinander lagen, um mich von der Kenntniſs der wahren Refraction möglichst, und von einem constanten Fehler des Instruments völlig unabhängig zu machen, nach der bekannten Formel:

$$2\psi = s+r+x-p+p'-(s'+r'+x) \text{ und } \psi = \frac{s-s'}{2}+\frac{r-r'}{2}+\frac{p+p'}{2}$$

worin ψ die Aequatorshöhe s, die Zenithdistanz des nördlichen Sternes, r dessen wahre Refraction und p dessen Poldistanz; s', r' und p' dieselben Gröſsen für den correspondirenden südlichen Stern und x den Fehler des Instruments bezeichnen.

Die Zeit erhielt ich mit etwa 0.75 Secunde Genauigkeit durch aufser dem Meridian beobachtete Sternhöhen. Ein etwaniger Fehler indeſs, der schon an und für sich von wenigem Belange hierbei ist, wird übrigens auch durch Beobachtungen vor und nach der Culmination in gleichen Abständen völlig ausgeglichen. Die angewendeten Sterne sind Polaris, α Tauri, α Bootis, β Urae minoris und α Coronae, und ich erhalte aus sämmtlichen Beobachtungen folgendes Resultat:

Datum.	Angewendete Sterne.	Aequatorshöhe.	Abweichung vom Mittel.
Aug. 17.	α Tauri und Polaris	36° 1′ 9″86	+ 0″20
19.	α Bootis und β Urae min.	9,58	− 0,08
	α Coronae — β Urae min.	9,58	− 0,08
20.	α Bootis und Polaris	10,06	+ 1,80
	α Coronae — β Urae min.	10,63	+ 0,97
	α Bootis und β Urae min.	9,79	+ 0,13
22.	α Bootis und Polaris	8,05	− 1,60
	α Bootis und β Urae min.	10,30	+ 0,64
	α Coronae und β Urae min.	10,73	+ 1,07
27.	α Bootis und Polaris	10,42	+ 0,76
	α Bootis — β Urae min.	9,10	− 0,56
	α Coronae und β Urae min.	9,44	− 0,22
29.	α Bootis und Polaris	8,31	− 1,35
	α Bootis und β Urae min.	8,68	− 0,98
	α Coronae und β Urae min.	9,64	− 0,02

Digitized by Google

Datum.	Angewendete Sterne.	Aequators-höhe.	Abweichung vom Mittel.
31.	α Bootis — Polaris	36°1′ 9″98	+0″32
	α Bootis und β Ursæ min.	9,98	+0,32
	α Coronæ und β Ursæ min.	8,90	−0,76
	Mittel	36°1′ 9″66	
	wahrscheinlicher Fehler jeder Beobachtung	= ±0″56	
	wahrscheinlicher Fehler des Resultates	= ±0,13	

Aufserdem habe ich noch das Azimuth von *Dietrichshagen* durch mehrere Polarstern-Beobachtungen bestimmt, was jedoch ein viel geringeres Gewicht hat als die Polhöhe, theils weil ich, der Construction des Instrumentes zufolge, die Abweichung der Vertical-Axe nur vor und nach jeder Beobachtung messen konnte, während der Beobachtung selbst aber keine Sicherheit dafür hatte; theils auch weil der Azimuthal-Kreis nur zwei Nonien hat, und ich dabei noch von einem möglichen Fehler der Kreistheilung sehr abhängig bin; es wäre mir jedoch höchst erwünscht, es bald mit dem aus ihren Operationen hervorgehendem Resultat vergleichen zu können. Das von mir gefundene Azimuth von *Dietrichshagen* auf Schönberg ist = 71°49′26″83.

C. L. Bertram,
Ingenieur-Geograph des Generalstabes.

Schreiben des Herrn *M. Koller*, Directors der Sternwarte in Kremsmünster, an den Herausgeber.

Kremsmünster 1841. Febr. 14.

Ich übersende Ihnen hiemit den Rest der Beobachtungen, welche auf hiesiger Sternwarte an *Bremickers* Cometen gemacht wurden.

1840.	Mittl. Zeit zu Kremsm.	Des Kometen scheinbare AR.	nördl. Abw.	Vergleichs-sterne.
Dec. 16	6h 24′ 22″22	0h 9′ 30″94	37°33′60″9	δ Androm.
		29,43	57,6	α Androm.
17	6 18 37,91	0 14 23,02	36 38 49,7	α Androm.
		22,64	55,1	ρ Androm.
18	7 16 51,08	0 19 22,11	35 40 42,6	τ Androm.
		20,81	42,5	α Androm.
22	6 27 13,17	0 37 13,89	32 5 18,5	π Androm.
		13,85	20,9	δ Androm.
23	6 28 14,05	0 41 26,99	31 12 46,2	π Androm.
		28,14	44,4	δ Androm.
24	6 3 26,75	0 45 31,81	30 21 29,4	δ Androm.
		31,53	27,3	σ 1 Pisc.
25	6 26 31,57	0 49 36,17	29 29 39,4	δ Androm.
		35,70	38,5	σ 1 Pisc.
26	6 29 43,02	0 53 21,76	28 38 50,9	δ Androm.
		21,19	55,8	σ 1 Pisc.
27	8 20 8,87	0 57 39,94	27 46 4,7	σ 1 Pisc.
		39,78	8,4	G Pisc.
28	9 4 28,35	1 1 30,70	26 56 25,7	G Pisc.
		31,25	28,3	υ Pisc.
29	9 59 42,35	1 5 15,93	26 −7 8,1	G Pisc.
1841.		17,38	11,0	υ Pisc.
Jan. 9	6 39 35,22	1 40 21,08	18 42 22,3	β Arietis.
		20,52	29,4	α Arietis.
22	6 57 34,91	2 14 23,77	12 24 37,5	α Ceti.
23	6 36 45,85	2 16 30,54	———	α Ceti.

Am 22ten und 23ten Jänner war nur noch eine Spur des Cometen durch das Fernrohr des Aequatoreals zu sehen, daher die erhaltenen Positionen für als eine rohe Annäherung zu betrachten sind. Die Ihnen in meinem letzten Schreiben mitgetheilten parabolischen Elemente des Cometen haben sich als gut bewährt, sie setzten mich in den Stand ihn so lange zu verfolgen. Ich habe neue Elemente aus den Beobachtungen von Nov. 29, Dec. 16 und 28 gerechnet; da sie jedoch wenig von den vorigen verschieden sind, so glaube ich sie hier übergehen zu dürfen. Ein bedeutender Fehler hat sich bei der Angabe der Position des Cometen vom 4ten Decbr, welche ich Ihnen in meinem Schreiben vom 11ten Dec. mittheilte, eingeschlichen, es soll nämlich heifsen:

1840.	M. Z. Kremsm.	AR. adp Com.	Decl. adp. Com.	Vgl. sterne.
Dec. 4	16h 5′ 11″96	23h 2′ 16″03	+48°7′22″1	α Cassiop.
		16,37	———	δ Androm.

Im Sommer des verflossenen Jahres habe ich mehrjährige auf hiesiger Sternwarte gemachte Temperaturbeobachtungen zusammengestellt und daraus Resultate erhalten, die ich hier kurz mittheile. Der tägliche Gang der Wärme aus 7jährigen, täglich 8 bis 9mal gemachten Beobachtungen abgeleitet, wird durch folgende Ausdrücke in den einzelnen Monaten des Jahres dargestellt:

Januar. $T_n = -3°2342 + 1{,}1665\ sin[n.15° + 43°\ 4'] + 0{,}4145\ sin[n.30° + 51°21'] + 0{,}1377\ sin[n.45° + 53°56'] \quad sT_n = 0°0377$

Febr. $T_n = -1{,}0129 + 1{,}7375\ sin[n.15 + 39\ 48] + 0{,}5714\ sin[n.30 + 47\ 1] + 0{,}2554\ sin[n.45 + 46\ 48] \quad sT_n = 0{,}0156$

März. $T_n = 2{,}6879 + 2{,}2858\ sin[n.15 + 40\ 55] + 0{,}5883\ sin[n.30 + 60\ 5] + 0{,}0809\ sin[n.45 + 181\ 11] \quad sT_n = 0{,}0058$

April. $T_n = 6{,}1771 + 2{,}4034\ sin[n.15 + 43\ 14] + 0{,}5009\ sin[n.30 + 58\ 52] + 0{,}1767\ sin[n.45 + 187\ 6] \quad sT_n = 0{,}0136$

Mai. $T_n = 12{,}8288 + 3{,}3759\ sin[n.15 + 50\ 35] + 0{,}1837\ sin[n.30 + 125\ 15] + 0{,}1504\ sin[n.45 + 259\ 23] \quad sT_n = 0{,}0161$

Juni. $T_n = 16{,}7212 + 3{,}5477\ sin[n.15 + 55\ 33] + 0{,}3280\ sin[n.30 + 192\ 7] + 0{,}1510\ sin[n.45 + 271\ 0] \quad sT_n = 0{,}0337$

Juli. $T_n = 18{,}0125 + 2{,}8589\ sin[n.15 + 51\ 26] + 0{,}1360\ sin[n.30 + 96\ 40] + 0{,}1949\ sin[n.45 + 250\ 10] \quad sT_n = 0{,}0547$

Aug. $T_n = 15{,}6954 + 3{,}0356\ sin[n.15 + 49\ 26] + 0{,}2061\ sin[n.30 + 99\ 19] + 0{,}2021\ sin[n.45 + 246\ 34] \quad sT_n = 0{,}0507$

Sept. $T_n = 13{,}5508 + 3{,}1055\ sin[n.15 + 39\ 29] + 0{,}4750\ sin[n.30 + 64\ 31] + 0{,}1578\ sin[n.45 + 231\ 13] \quad sT_n = 0{,}0513$

Oct. $T_n = 8{,}2900 + 2{,}6066\ sin[n.15 + 39\ 8] + 0{,}6254\ sin[n.30 + 48\ 3] + 0{,}1264\ sin[n.45 + 355\ 0] \quad sT_n = 0{,}0164$

Nov. $T_n = 2{,}3887 + 1{,}2629\ sin[n.15 + 38\ 19] + 0{,}4467\ sin[n.30 + 46\ 18] + 0{,}1856\ sin[n.45 + 34\ 11] \quad sT_n = 0{,}0506$

Dec. $T_n = 0{,}2646 + 0{,}8120\ sin[n.15 + 46\ 38] + 0{,}4165\ sin[n.30 + 40\ 9] + 0{,}1854\ sin[n.45 + 34\ 35] \quad sT_n = 0{,}0161$

Digitized by Google

In diesen Ausdrücken bezeichnet T_n die der Stunde n des Tages entsprechende Temperatur in Grade Celsius, und εT_n den wahrscheinlichen Fehler von T_n. Folgende Tabelle der stündlichen Temperaturen ist nach den angeführten Ausdrücken berechnet.

Stunde	Januar.	Febr.	März.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	Septbr.	Octbr.	Novbr.	Decbr.	Stunde.
0	— 2°00	0°70	4°64	8°24	15°44	19°43	20°20	19°02	15°81	10°39	3°60	1°23	0
1	— 1,70	1,22	5,05	8,59	15,86	19,74	20,57	19,45	16,40	11,10	4,02	1,55	1
2	— 1,66	1,37	5,22	8,75	16,11	19,95	20,83	19,67	16,75	11,45	4,14	1,62	2
3	— 1,93	1,10	5,18	8,73	16,17	20,00	20,92	19,76	16,86	11,60	3,99	1,43	3
4	— 2,15	0,64	4,93	8,54	15,97	19,83	20,78	19,61	16,70	11,60	3,65	1,08	4
5	— 2,49	0,14	4,54	8,18	15,52	19,42	20,36	19,19	16,27	10,40	3,24	0,70	5
6	— 2,79	0,30	4,04	7,66	14,85	18,79	19,73	18,55	15,62	9,72	2,90	0,40	6
7	— 3,01	— 0,56	3,50	7,03	14,06	18,01	18,96	17,77	14,86	9,11	2,67	0,23	7
8	— 3,17	0,77	2,98	6,39	13,25	17,16	18,20	16,99	14,13	8,61	2,53	0,15	8
9	— 3,32	— 0,99	2,53	5,83	12,48	16,29	17,53	16,31	13,49	8,22	2,41	0,11	9
10	— 3,48	— 1,24	2,17	5,42	11,78	15,44	16,98	15,74	12,98	7,87	2,25	0,04	10
11	— 3,65	— 1,58	1,90	5,16	11,13	14,62	16,52	15,25	12,55	7,50	2,05	—0,05	11
12	— 3,82	— 1,89	1,65	4,97	10,52	13,88	16,10	14,78	12,13	7,12	1,82	—0,16	12
13	— 3,95	— 2,13	1,38	4,76	9,96	13,26	15,68	14,26	11,65	6,71	1,63	—0,24	13
14	— 4,05	— 2,30	1,07	4,46	9,51	12,87	15,30	13,86	11,13	6,32	1,49	—0,26	14
15	— 4,12	— 2,35	0,73	4,14	9,26	12,80	15,07	13,56	10,65	6,02	1,41	—0,26	15
16	— 4,20	— 2,41	0,44	3,83	9,35	13,10	15,09	13,52	10,33	5,83	1,35	—0,27	16
17	— 4,28	— 2,50	0,31	3,69	9,78	13,82	15,41	13,81	10,30	5,81	1,29	—0,32	17
18	— 4,33	— 2,56	0,42	3,83	10,51	14,79	16,03	14,44	10,63	5,93	1,23	—0,41	18
19	— 4,28	— 2,58	— 0,82	4,32	11,44	15,87	16,84	15,30	11,29	6,25	1,24	—0,48	19
20	— 4,07	— 2,35	1,49	5,09	12,44	16,91	17,72	16,25	12,19	6,78	1,39	—0,44	20
21	— 3,67	— 1,85	2,32	6,00	13,39	17,80	18,53	17,15	13,20	7,52	1,75	—0,21	21
22	— 3,11	— 1,05	3,20	6,91	14,21	18,49	19,20	17,92	14,20	8,45	2,31	+0,20	22
23	— 2,51	— 0,11	4,01	7,68	14,89	19,02	19,75	18,53	15,09	9,44	2,98	+0,73	23
Mittel	— 3°23	— 1°01	2°69	6°18	12°83	16°72	18°01	16°69	13°55	8°29	2°39	0°26	Mittel

Die Zeiten des Maximums und Minimums und der mittleren Temperaturen geben folgende Ausdrücke:

Maximum:

$H_n = 2^h3675 + 0{,}6410\,sin[30°(n+\frac{1}{2}) + 257°46'] + 0{,}1355\,sin[60°(n+\frac{1}{2}) + 295°\ 7'] + 0{,}0403\,sin[90°(n+\frac{1}{2}) + \ 74°45'] \quad \varepsilon H_n = 0{,}0407$

Minimum:

$H_n = 16^h9917 + 1{,}8771\,sin[30°(n+\frac{1}{2}) + \ 89\ 38'] + 0{,}0247\,sin[60°(n+\frac{1}{2}) + \ 35\ 19'] + 0{,}3854\,sin[90°(n+\frac{1}{2}) + 161\ 27'] \quad \varepsilon H_n = 0$

Mittlere Temperatur am Morgen:

$H_n = 21^h2425 + 1{,}0264\,sin[30°(n+\frac{1}{2}) + \ 98\ 33'] + 0{,}2426\,sin[60°(n+\frac{1}{2}) + 268\ 26'] + 0{,}0669\,sin[90°(n+\frac{1}{2}) + 206\ \ 7'] \quad \varepsilon H_n = 0{,}0960$

Mittlere Temperatur am Abend:

$H_n = 8^h4825 + 0{,}0980\,sin[30°(n+\frac{1}{2}) + 234\ 54'] + 0{,}4361\,sin[60°(n+\frac{1}{2}) + 284\ \ 5'] + 0{,}4733\,sin[90°(n+\frac{1}{2}) + 314\ 24'] \quad \varepsilon H_n = 0{,}0061$

Hier ist H_n die dem Monate n entsprechende Zeit des fraglichen Stadiums. Für die einzelnen Werthe hat man daher folgende Zeiten:

Monat.	Maximum.	Minimum.	Mittlere Temperatur am Morgen.	Mittlere Temperatur am Abend.	Monat.	Maximum.	Minimum.	Mittlere Temperatur am Morgen.	Mittlere Temperatur am Abend.
Januar	1h68	18h56	21h91	8h07	Juli	2h99	15h27	20h14	8h27
Februar	1,57	17,90	21,82	8,98	August	2,98	15,92	20,55	8,20
März	2,17	17,56	21,62	8,85	Septbr.	2,83	16,22	21,27	8,94
April	2,50	16,74	21,06	8,32	Octbr.	2,39	17,00	21,84	9,26
Mai	2,69	15,85	20,36	8,42	Novbr.	1,93	18,36	23,14	8,33
Juni	2,78	14,74	19,99	8,63	Decbr.	1,68	19,05	22,98	7,51

Der jährliche Gang der Wärme, wie ihn 20jährige Beobachtungen geben, wird durch folgende Formel dargestellt:

$T_n = 7°8642 + 10{,}5232\,sin[30°(n+\frac{1}{2}) + 253°24'] + 0{,}4621\,sin[60°(n+\frac{1}{2}) + 250°37'] + 0{,}4070\,sin[90°(n+\frac{1}{2}) + 145°37'] \quad \varepsilon T_n = 0°2466$

T_n ist hier die dem Monate n entsprechende mittlere Temperatur. Nach diesem Typus sind die mittleren Temperaturen der einzelnen Monate:

Januar	— 3°18	April	8°42	Juli	18°00	Oct.	8°21
Febr.	— 1,95	Mai	12,95	Aug.	17,37	Nov.	2,79
März	2,72	Juni	16,13	Sept.	13,60	Dec.	— 1,00

Mittlere Jahrestemperatur 7°838 Mittlere Temperatur:
Kältester Tag ..... Januar 5,61 März 26,85
Wärmster Tag ..... Juli 9,18 Oct. 1,89

Die monatlichen Schwankungen der Temperatur endlich, wie sie ebenfalls aus 20jährigen Beobachtungen folgen, giebt folgender Ausdruck:

$\Delta_n = 18°613 + 1{,}6094\,sin[30°(n+\frac{1}{2}) + 32°15'] + 0{,}4617\,sin[60°(n+\frac{1}{2}) + 34°22'] + 0{,}2735\,sin[90°(n+\frac{1}{2}) + 35°53'] \quad \varepsilon\Delta_n = 0°0308$

Digitized by Google

Hier bezeichnet Δ_n die dem Monate n entsprechende Schwankung. Für die einzelnen Monate hat man daher die Schwankungen:

Januar	20°14	März	20°20	Mai	18°85	Juli	17°23	Septbr.	17°66	Novbr.	17°59
Februar	20,61	April	19,59	Juni	17,86	Aug.	17,39	Octbr.	17,49	Decbr.	18,73.

Beiliegend erhalten Sie auch die 1839 am hiesigen Meridiankreise gemachten Mond- und Planetenbeobachtungen, welche größtentheils von Herrn *Resthuber* berechnet wurden.

M. Koller.

Beobachtungen am Meridiankreise der Sternwarte zu Kremsmünster im Jahre 1839.

I. Beobachtungen des Mondes sammt ihrer Vergleichung mit *Burckhardt's* Tafeln mittelst der von Herrn Conferenzrath *Schumacher* berechneten Mondephemeride. (Astr. Nachr. Nr. 372.)

		AR. des Mondes im Meridian.	Vergleich. mit der Eph. $d\alpha = (\text{Ephem.} - \alpha)$	Decl. des Mondescentrums im Meridian.	Vergleich. mit der Eph. $d\delta = (\text{Ephem.} - \delta)$
1839	Januar 27.	$\alpha = 7^h 14' 47''53$	$d\alpha = +0''75$	$\delta = +27°12'35''90$	$d\delta = -17'40$
	— 28.	8 12 47,64	+ 0,61	+24 18 21,00	+ 3,70
	März 31.	13 52 25,60	— 0,11	—14 54 2,80	— 9,20
	April 23.	10 43 15,78	+ 0,42	+ 9 39 6,00	— 5,30
	Juli 21.	15 59 50,87	+ 0,56	—25 40 7,00	— 0,60
	— 22.	16 56 45,97	— 0,06	—27 47 45,60	+ 0,10
	Sept. 17.	19 0 11,63	— 0,24	—27 27 22,00	+ 7,10
	Oct. 15.	19 33 44,83	+ 0,03	—25 59 13,59	+ 14,71
	— 16.	20 29 38,16	+ 0,52	—22 32 32,99	+ 11,34
	— 17.	21 24 3,36	+ 0,21	—17 47 49,97	+ 9,69
	— 18.	22 17 11,87	+ 0,21	—11 57 24,58	+ 14,78
	— 19.	23 9 48,57	+ 0,12	— 5 15 52,75	+ 12,73
	— 20.	0 3 0,94	+ 0,04	+ 1 53 47,09	+ 5,72
	— 21.	0 58 8,16	+ 0,43	+ 9 9 15,62	+ 4,11
	Nov. 18.	1 24 14,60	+ 0,94	+12 25 51,58	+ 7,66
	Dec. 15.	0 58 23,33	+ 0,64		
	— 18.			+25 42 10,64	+ 6,69

II. Beobachtungen der Mondsterne.

			AR.	Fädenzahl.
Januar 27.		α Geminorum	$\alpha = 6^h 34' 3''19$	5
		τ Geminorum	7 0 55,18	5
		Mond I Rand	7 13 34,70	5
		κ Geminorum	7 34 45,03	5
		σ Cancri	7 53 38,97	5
—	28.	κ Geminorum	7 34 45,05	5
		σ Cancri	7 53 38,90	5
		Mond I Rand	8 11 37,41	5
		δ Cancri	8 35 33,54	5
März	31.	α Virginis	13 16 45,04	5
		δ Virginis	13 37 24,16	5
		Mond II Rand	13 53 28,42	4
		λ Virginis	14 10 26,33	5
April	23.	γ Leonis	10 11 7,76	5
		ρ Leonis	10 24 21,62	5
		Mond I Rand	10 42 23,43	5
		χ Leonis	10 56 44,39	5
		τ Leonis	11 19 41,34	5
Juli	22.	α Scorpionis	16 19 35,79	5
		τ Scorpionis	16 25 55,53	5
		Mond I Rand	16 54 35,18	5
		δ Ophiuchi	17 12 11,01	5
		p Sagittarii	17 37 29,42	5
Sept.	17.	λ Sagittarii	$\alpha = 18^h 18' 5''28$	5
		σ Sagittarii	18 45 20,57	5
		Mond I Rand	18 59 0,05	5
		h^2 Sagittarii	19 26 58,01	5
		59 Sagittarii	19 47 7,81	5
Oct.	15.	τ Sagittarii	18 56 56,08	5
		h^3 Sagittarii	19 26 57,29	5
		Mond I Rand	19 32 34,47	5
		c Sagittarii	19 52 48,34	5
		σ Capricorni	20 10 9,08	5
—	16.	c Sagittarii	19 52 48,42	5
		σ Capricorni	20 10 9,03	3
		Mond I Rand	20 28 28,72	5
		η Capricorni	20 55 17,72	5
		a Capricorni	21 6 53,29	5
—	17.	η Capricorni	20 55 17,83	5
		a Capricorni	21 6 53,49	5
		Mond I Rand	21 22 54,92	5
		δ Capricorni	21 38 12,46	5
		i Aquarii	21 57 47,79	5
—	18.	δ Capricorni	21 38 12,48	5
		i Aquarii	21 57 47,63	5
		Mond I Rand	22 16 4,15	5
		λ Aquarii	22 44 16,64	5

Digitized by Google

		AR.	Fädenzahl.
Oct. 19.	λ Aquarii $a =$	$22^h 44' 16''40$	5
	Mond 1 Rand	23 8 41,03	5
	λ Piscium	23 33 53,73	5
	g Piscium	23 53 38,28	5
— 20.	λ Piscium	23 33 53,76	5
	g Piscium	23 53 38,33	5
	Mond 1 Rand	0 1 52,54	5
— 21.	d Piscium	0 40 24,11	5
	d Piscium	0 40 23,96	5
	Mond 1 Rand	0 56 58,09	5

		AR.	Fädenzahl.
Oct. 21.	g Piscium	$1^h 22' 56''72$	5
	β Arietis	1 45 49,43	6
Nov. 18.	ε Piscium	0 54 39,47	5
	Mond 1 Rand	1 23 4,01	5
	β Arietis	1 45 49,64	5
	f Arietis	2 9 15,32	5
Dec. 15.	Mond 1 Rand	0 57 15,15	1
	g Piscium	1 22 57,26	5
	ε Piscium	1 36 55,65	5

III. Beobachtungen der Planeten sammt ihrer Vergleichung mit der Berliner Ephemeride.

Beobachtungen des Mars.

	M. Z. in Kronem.	AR.	$da = (Eph. - a)$	Decl.	$dd = (Eph. - d)$
März 24.	$11^h 8' 11''34$	$a = 11^h 14' 57''99$	$da = -0''20$	$d = +8° 43' 2''53$	$dd = -0''07$
April 16.	9 17 34,51	10 54 48,75	+ 0,17	9 47 19,50	+ 0,03
— 23.	8 48 49,14			9 35 22,50	— 5,66
— 30.	8 22 18,04	10 54 29,95	— 0,15	9 10 20,44	— 5,26
May 10.	7 47 54,45	10 59 26,27	— 0,42	8 14 59,47	— 1,94
— 14.	7 35 9,65	11 2 25,63	— 0,08	7 47 15,42	— 6,79

Beobachtungen des Jupiters.

März 24.	12 51 9,63	12 58 13,21	— 1,04	— 4 29 39,85	+ 1,60
— 31.	12 20 23,40	12 54 57,78	— 0,52	4 9 0,93	+ 1,44
April 16.	11 10 0,87	12 47 28,84	— 0,59	3 22 27,79	+ 3,75
— 28.	10 39 29,20	12 44 26,77	— 0,71	3 3 59,50	+ 2,01
— 30.	10 9 12,37	12 41 41,85	— 0,70	2 47 35,74	+ 0,38
May 8.	9 35 4,02	12 39 0,34	— 0,40	2 32 3,10	+ 0,65
— 10.	9 26 37,19	12 38 25,23	— 0,39	2 28 46,02	+ 0,14
— 14.	9 9 50,33	12 37 21,86	— 0,35	2 22 55,62	— 0,42
Juni 7.	7 32 39,67	12 34 32,62	— 0,40	2 11 17,87	— 2,64

Beobachtungen der Pallas.

März 24.	13 10 9,38	13 17 16,07	+ 2,54	+11 57 7,83	— 8,92
— 31.	12 37 43,10	13 12 20,38	+ 2,91	14 20 21,05	— 3,74
April 16.	11 23 8,55	13 0 38,40	+ 3,11	18 49 29,86	— 6,72
— 23.	10 51 10,21	12 56 10,70		20 14 30,81	

Beobachtungen der Ceres.

März 24.	13 27 6,60	13 34 16,07	— 2,46	+ 6 58 36,82	+23,42
— 31.	12 54 5,18	13 28 46,12	— 3,20	7 30 33,24	+25,11
April 16.	11 37 29,75	13 15 1,96	— 1,86	8 19 19,68	+22,32
— 23.	11 4 14,93	13 9 17,57		8 25 52,05	

Beobachtungen des Saturn.

Juni 7.	11 16 45,35	16 19 15,11	— 0,56	—19 27 20,91	—20,85
— 8.	11 12 21,29	16 18 56,92	— 0,49	19 26 43,93	—19,72
— 9.	11 8 17,42	16 18 38,90	— 0,50	19 26 16,21	— 9,66
— 11.	10 59 50,10	16 18 3,32	— 0,63	19 24 58,79	—12,55
— 14.	10 47 9,91	16 17 10,72	— 0,64	19 23 7,19	—15,76
— 15.	10 42 56,64	16 16 53,32	— 0,48	19 22 32,92	—14,79
— 20.	10 21 54,22			19 19 46,80	—13,84
Juli 5.	9 19 18,58	16 11 52,69	— 0,52	19 13 10,27	— 6,31
— 7.	9 11 2,39	16 11 28,26	— 0,39	19 12 20,82	—13,60
— 8.	9 6 55,06	16 11 16,81	— 0,63	19 12 0,61	—14,94
— 11.	8 54 34,17	16 10 43,56	— 0,48	19 11 10,35	—14,22
— 12.	8 50 28,05	16 10 33,33	— 0,68	19 10 53,84	—17,16
— 17.	8 30 1,74	16 9 46,45	— 0,55	19 9 54,59	—13,98
— 20.	8 17 50,42	16 9 22,81	— 0,59	19 9 30,21	—14,10
— 21.	8 13 47,27	16 9 15,55	— 0,63	19 9 24,32	—13,90
— 22.	8 9 44,51	16 9 8,69	— 0,59	19 9 22,19	—11,10
— 23.	8 5 41,88	16 9 1,95	— 0,31	19 9 18,87	—10,93
— 26.	7 53 37,28	16 8 45,04	— 0,49	19 9 9,90	—14,20

Digitized by Google

Beobachtungen des Uranus.

	M. Z. in Kremsm.	AR.	$d\alpha = (\text{Eph.} - \alpha)$	Decl.	$d\delta = (\text{Eph.} - \delta)$
Sept. 9.	$11^h\,58'\,32''98$	$\alpha = 23^h\,3'\,53''39$	$d\alpha = +4''97$	$\delta = -6°\,55'\,17''31$	$d\delta = +23''69$
— 9.	11 50 23,41	23 3 35,43	+ 5,13	6 55 3,82	+19,35
— 10.	11 46 18,59	23 3 26,57	+ 5,10	6 56 2,57	+22,82
— 12.	11 38 9,50	23 3 8,67	+ 5,05	6 57 53,36	+23,46
— 17.	11 17 45,72	23 2 24,42	+ 5,50	7 2 24,98	+23,24
— 23.	10 53 19,43	23 1 33,43	+ 4,92	7 7 42,11	+23,95
— 25.	10 45 10,79	23 1 16,58	+ 5,01	7 9 22,80	+22,21
— 26.	10 41 6,52	23 1 8,19	+ 5,12	7 10 11,61	+20,49
Oct. 10.	9 44 16,75	22 59 20,84	+ 5,08	7 20 59,55	+20,60
— 11.	9 40 14,12	22 59 14,10	+ 4,90	7 21 39,42	+19,13
— 13.	9 32 8,64	22 59 0,40	+ 5,13	7 22 57,02	+16,68
— 14.	9 28 6,24	22 58 53,90	+ 5,07	7 23 43,80	+24,62
— 15.	9 24 1,22	22 58 47,77	+ 4,78	7 24 24,41	+27,21
— 16.	9 20 1,88	22 58 41,81	+ 4,84	7 24 57,07	+22,71
— 17.	9 15 59,86	22 58 35,20	+ 4,89	7 25 35,07	+24,42
— 18.	9 11 57,52	22 58 28,83	+ 4,23	7 26 6,89	+20,80
— 19.	9 7 55,09	22 58 23,20	+ 4,97	7 26 45,47	+24,88
— 20.	9 3 54,42	22 58 17,42	+ 5,01	7 27 15,56	+21,43
— 21.	8 59 52,85	22 58 11,74	+ 5,05	7 27 47,48	+20,53
Nov. 8.	7 47 52,89	22 56 57,44	+ 5,04	7 34 41,07	+15,59
— 9.	7 43 53,98	22 56 54,94	+ 5,02	7 35 2,04	+23,48
— 11.	7 35 57,94	22 56 50,71	+ 4,76	7 35 22,13	+20,86

Beobachtungen der Juno.

Sept. 26.	13 14 19,11	1 34 45,95	+ 5,38	0 6 20,28	+26,85
Oct. 10.	12 11 52,03	1 27 20,36	+ 5,99	3 18 46,51	+20,41
— 11.	12 7 18,56	1 26 42,70	+ 5,96	3 32 7,70	+15,02
— 13.	11 58 10,27	1 25 26,02	+ 5,19	3 58 34,53	+15,51
— 14.	11 53 36,11	1 24 47,65	+ 5,93	4 11 38,18	+19,30
— 15.	11 49 1,59	1 24 8,94	+ 5,87	4 24 28,01	+19,63
— 16.	11 44 26,83	1 23 29,98	+ 5,01	4 37 4,51	+17,95
— 17.	11 39 52,35	1 22 51,30	+ 5,85	4 49 29,52	+16,78
— 18.	11 35 17,78	1 22 12,54	+ 5,89	5 1 40,83	+14,80
— 19.	11 30 43,30	1 21 33,85	+ 5,01	5 13 37,19	+11,58
— 20.	11 26 9,29	1 20 55,66	+ 5,88	5 25 19,04	+ 8,14
— 21.	11 21 35,67	1 20 17,74	+ 5,81	5 36 49,16	+ 8,13

Reslhuber.

Verbesserungen in Nr. 415.

S. 97. Z. 7 v. u. ..... statt Linse ..... lese man Linsen.

—100. — 3 — ..... — $\frac{1}{-e_{i-1}} + a_{i-2}$ ..... — — $\frac{1}{-e_{i-2} + a_{i-2}}$

—100. —13 u. 14 2mal ..... — n_{i-1} ..... — — $n_1 - 1$

—100. — 5 v. u. ..... — $n_{i-1} - 1$ ..... — — n_{i-1}

—101. 3tes Glied des Kettenbruchs — $\frac{n-1}{r_1}$ ..... — — $\frac{n_{i-1}}{r_1}$

4tes Glied des Kettenbruchs — $-e_{i+1}$ ..... — — $-e_{i-1}$

Z. 4 des Textes ..... — die Glieder ..... — — drei Glieder.

—105. — 1 ..... — C ..... — — c

— 5 ..... — x ..... — — $-x$

— 7 ..... — x ..... — — $-x$

—10 ..... — $\frac{-(2.4i+3)+1}{(1,4i+3)} - \frac{-(4i3,2)+1}{(4i+3,1)}$ — $\frac{-(2,4i+3)+1}{(1,4i+3)} = \frac{-(4i+3,2)+1}{(4i+3,1)}$

Ausdruck von $f-c$ ..... — $\frac{(4i+2,2)}{(4i+3,1)}$ ..... — — $\frac{(4i+3,2)}{(4i+3,1)}$

(Hiebei eine Beilage.)

Digitized by Google

B E I L A G E

ZU

№ 420. DER ASTRONOMISCHEN NACHRICHTEN.

Schreiben des Herrn *Rümcker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber.

Ich übersende Ihnen hiemit meine Beobachtungen des letzten von Herrn Dr. *Bremicker* entdeckten Cometen.

1840.	M. Hamb. Z.	Scheinb. AR. des Cometen.	Scheinb. Decl. des Cometen.	Zahl d. Beob.
Oct. 31.	8ʰ22′ 0″08	19° 0′39″467	60° 55′ 28″69	12
Nov. 1.	6 52 25,82	19 5 43,214	60 54 31,48	5
2.	10 28 10,86	19 12 4,756	60 52 7,84	2
3.	5 50 5,24	19 16 42,257	60 51 11,78	2
	7 15 19,82	19 17 2,979	60 50 33,74	11
4.	13 20 2,14	19 24 25,450	60 46 31,34	7
5.	6 57 8,31	19 28 55,872	60 43 16,11	7
9.	8 21 27,13	19 56 59,328	60 21 30,63	2
11.	6 55 59,20	20 8 40,337	60 0 48,52	9
12.	6 27 11,41	20 15 41,102	59 50 3,76	13
13.	8 5 4,80	20 23 26,385	59 36 6,27	1
14.	9 29 42,97	20 31 14,402	59 21 19,39	10
15.	6 41 14,84	20 37 50,215	59 7 7,50	16
18.	6 34 54,83	21 0 40,717	58 9 58,25	12
19.	6 48 36,13	21 8 29,169	57 47 16,72	12
	7 46 50,1	21 8 51,260	57 46 27,32	x
20.	6 26 23,65	21 16 6,285	57 23 14,93	11
24.	6 44 49,53	21 47 13,382	55 26 0,50	16
26.	6 25 2,50	21 54 47,306	54 52 16,59	4
	13 41 46,60	21 57 7,628	54 42 19,72	3
26.	7 9 17,20	22 2 38,673	54 15 27,30	9
29.	7 38 59,12	22 25 6,281	52 16 46,65	11
Dec. 2.	9 11 4,79	22 46 56,529	49 58 3,17	13
3.	7 7 2,52	22 53 17,672	49 13 42,05	9
	8 49 21,41	22 53 43,254	49 10 52,41	6
6.	6 55 47,26	23 12 59,540	46 43 49,08	2
13.	7 42 40,03	23 54 19,495	40 19 3,31	12
14.	7 0 57,17	23 59 29,359	39 24 18,24	17
15.	6 17 45,53	0 2 32,297	38 29 7,03	3
16.	8 50 43,24	10 6,085	37 37 55,17	16
18.	7 34 23,16	0 19 31,004	35 39 31,85	13
19.	8 47 55,90	0 24 25,694	34 41 26,54	7
21.	8 2 41,39	0 33 15,525	32 54 42,36	12
23.	7 58 57,91	0 41 47,677	31 8 36,52	13
25.	7 42 23,08	0 49 52,085	29 26 8,12	13
	10 34 11,99	0 50 21,596	29 20 56,72	1
26.	8 8 10,01	0 53 51,430	28 34 51,10	11
27.	9 31 19,89	0 57 56,521	27 43 41,96	6

Scheinbare Positionen der verglichenen Sterne.

1840.	Größe.	Scheinb. AR.	Scheinb. Decl.
Oct. 31.	8	18ʰ 58′ 10″899	60° 45′ 15″58
	7	18 58 17,646	61 11 46,88
	8	18 59 8,812	60 39 6,22
	9	19 1 13,464	60 49 56,01
	7	19 5 6,329	61 3 6,45

1840.	Größe.	Scheinb. AR.	Scheinb. Decl.
Nov. 1.	7	19° 5′ 6,326	61° 3′ 6,74
		19 6 11,577	60 48 54,45
2.		19 9 32,286	60 49 20,510
		19 10 59	60 51 47)
		(19 14 35	60 46 9)
	7	19 16 0,405	60 40 10,165
3.		19 16 0,305	60 40 10,06
		19 21 29,752	60 47 26,88
		19 21 56,899	60 53 35,17
4.		19 21 56,858	60 53 35,07
5.	8	19 29 25,188	60 31 47,42
9.	6-7	19 57 16,708	60 25 25,86
11.	7	20 8 38,654	59 56 10,36
	6	20 10 30,480	60 9 33,59
12.	dup.	20 14 34,508	59 48 58,39
		20 15 53,637	60 7 21,78
		20 17 35,019	59 56 21,19
13.		20 22 1,973	59 29 47,81
		20 22 29,060	59 39 37,62
14.	6	20 28 31,775	59 21 35,14
15.	dup.	(20 32 43	59 6 46)
		(20 35 58	59 2 27)
		20 36 23,382	59 8 10,14
		(20 38 38	59 11 54)
18.		21 0 29,538	57 53 30,437
19.	dup.	21 7 25,289	57 48 50,74
		21 8 51,280	57 46 27,32
		21 9 43,909	57 38 42,44
20.		21 14 56,768	57 39 31,47
		21 20 24,483	57 23 59,90
24.		21 46 37,255	55 26 5,96
		21 46 37,967	55 3 21,91
		21 47 45,126	56 28 9,97
25.		21 54 38,016	54 51 46,88
		21 54 42,753	54 49 36,49
		(21 55 37	54 37 10)
26.		21 57 39,669	54 7 0,36
		22 0 35,529	54 23 32,71
		22 2 16,011	54 10 25,70
29.	dup.	22 21 32,514	52 9 48,14
		22 21 54,911	52 28 3,23
		22 23 0,529	52 13 5,27
		22 25 41,762	52 13 10,01
		22 26 1,553	52 24 37,29
Dec. 1.		22 36 39,636	50 39 9,49
		22 37 37,168	50 37 5,50
		22 43 17,253	50 50 17,99
		22 44 7,561	50 46 34,74

Digitized by Google

1840.	Gröfse.	Scheinb. AR.	Scheinb. Decl.
Dec. 2.	6	22h 43′ 21″427	49° 50′ 26″485
		22 45 47,286	49 51 59,98
		22 47 55,465	50 7 23,41
	7	22 48 3,95	50 9
— 8.		22 51 36,829	49 0 28,60
		22 53 39,721	49 6 32,38
		22 55 0,337	49 21 12,94
	5.6	22 57 3,495	49 11 37,42
— 6.		23 14 11,387	46 29 7,76
		23 15 27,533	46 44 59,41
— 13.		23 51 3,255	40 19 12,97
— 14.		23 57 54,519	39 32 14,47
		23 59 25,819	39 11 58,44
		23 59 27,374	39 16 6,29
	9	0 0 1,994	39 21 46—
— 15.		0 2 47,769	38 22 48,36
— 16.		0 7 41,561	37 52 45,64
	6	0 8 48,432	37 48 10,51
	7	0 11 42,649	37 21 37,65
		0 13 13,822	37 18
— 18.		0 17 14,844	35 36 25,45
		0 20 31,487	36 1 25,84
		(0 24 52	35 48 45)
— 19.	8	0 23 39,498	34 45 9,06
		0 23 57,754	34 35 26,17
	6	0 27 1,679	34 47 9,81
	6	0 28 51,765	34 31 40,78
— 21.	5.6	0 28 24,783	32 50 52,27
	7.8	0 33 18,096	32 59 45,00
		(0 33 5	32 54 32)
	7	0 35 50,423	32 45 4,23

1840.	Gröfse.	Scheinb. AR.	Scheinb. Decl.
— 23.		0 41 44,185	31 11 49,30
		0 42 16,459	31 11 18,282
		0 43 16,0	31 8 21,67
— 25.		0 47 51,505	29 24 24,49
		0 49 22,644	29 27 41,69
		0 52 53,437	29 26 51,53
		0 53 34,907	29 18 35,30
	7	0 58 21,937	29 23 6,65
— 26.		0 55 2,506	28 38 55,58
	6	0 55 47,528	28 48 48,55
— 27.		0 57 34,699	27 39 18,78
		0 58 30,345	27 41 12,57

Am 19ten November um 7h 46′ 50″ wurde ein Stern vom Cometen bedeckt, woraus die mit einem x bezeichnete Position des Cometen an diesem Tage abgeleitet ist.

Die Ableitung der Positionen des Cometen aus den verglichenen Sternörtern ist gröfstentheils von dem Herrn *Funk* besorgt.

Die Beobachtungen am 13ten November, 6ten und 15ten December sind unter ungünstigen Umständen angestellt.

Die scheinbaren Oerter der verglichenen Sterne sind für die Vergleichungstage mit dem Cometen angegeben.

Die nur zu vollen Secunden angegebenen ohngefähren Sternpositionen sind nur zur Identification der anderen beigefügt.

C. Rümker.

Urban Jürgensens Werk über die höhere Uhrmacherkunst.

Die früher in Nr. 396 und 405 dieses Journals angekündigte deutsche Ausgabe des Werkes meines seligen Vaters: „Regeln für die genaue Abmessung der Zeit durch Uhren, oder Anweisung zur Verfertigung astronomischer, nautischer und anderer genauen Uhren," ist unter der Presse, und erscheint nach 8 — 9 Wochen mit einem Atlas von 23 Tafeln.

Das Werk ist mit mehreren Zusätzen versehen, unter denen die Beschreibung der Kunst, die harten Steine zu durchbohren, und sie zum Gebrauche in Chronometern und astronomischen Uhren zuzuschleifen, welche Beschreibung, von Zeichnungen begleitet, hoffentlich um so willkommener sein wird, da früher über diesen Theil der Uhrmacherkunst, so viel bekannt, nicht geschrieben worden ist.

Die Subscriptionsplane zu diesem Werke bittet man spätestens vor medio Mai an Unterzeichneten einzusenden, da alsdann der Subscriptionspreis, 3 Species (4 Thlr. 12 gr. Pr. Ct.) aufhört, und der Ladenpreis 4 Spec. (6 Thlr. Pr. Ct.) eintritt.

Kopenhagen, den 8ten März 1841.

Louis Urban Jürgensen.

Verbesserung in Nr. 418.

pag. 152. Z. 3 v. u. statt: ich ergebende Sonnendurchmessers lese man: sich ergebende Sonnendurchmesser.

Inhalt.

(zu Nr. 419.) Beobachtungen von Sonnenflecken auf der Altonaer Sternwarte. Von Herrn Observator *Petersen*. (Beschluſs) p. 161. Eine Aufgabe aus der practischen Geodasie und deren Auflösung. Von Herrn Professor *Hansen*. p. 165.

(zu Nr. 420.) Tafeln zur Reduction derjenigen Sterne, welche in den Zonen Aug. 19 bis Aug. 26. 1789 der Pariser Memoiren von 1789 vorkommen, auf den Anfang des Jahres 1790. Von Herrn *R. Kysaeus*. p. 177. — Schreiben des Herrn *Bertram*, Ingenieur-Geographen beim Königl. Preuſsischen Generalstabe, an den Herausgeber. p. 181. — Schreiben des Herrn *M. Koller*, Directors der Sternwarte in Kremsmünster, an den Herausgeber. p. 183. — Beobachtungen am Meridiankreise der Sternwarte in Kremsmünster im Jahre 1839. Von Herrn *Reslhuber*. p. 185. — Verbesserungen in Nr. 416.

(Beilage zu Nr. 420.) Schreiben des Herrn *Rümker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber. p. 193. — *Urban Jürgensens* Werk über die höhere Uhrmacherkunst. p. 195. — Verbesserung in Nr. 418.

Altona 1841. April 1.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 421.

Ueber Fernröhre mit Glasspiegeln und deren Vorzüge.

Von Herrn Dr. *Barfuss*.

§. 1.

Es ist fast zu bedauern, dafs die Glasspiegel, ihrer doppelten Bilder wegen, bisher immer die Vorurtheile gegen sich hatten, da doch dieselben dasjenige Mittel sind, durch welches wir, weil sie die Strahlen zugleich brechen und spiegeln, über den Gang des Lichtes am meisten Herr werden. Sie sind meines Wissens nicht einmal einer vollständigen mathematischen Untersuchung unterworfen worden, was doch höchst nöthig ist, wenn es sich um ihre Anwendbarkeit bei optischen Instrumenten handelt. Dennoch besitzen die so sehr verachteten Glasspiegel Eigenschaften, wodurch sie sich weit über Glaslinsen und Metallspiegel erheben; Eigenschaften, welche uns in den Stand setzen, durch sie Telescope zu erhalten, die bei höchstens fünf Fufs Länge dasselbe leisten, was die gröfsten bisher ausgeführten Refractoren vermochten. Deßhalb scheinen mir die Glasspiegel ein Mittel zu seyn, an die Stelle dioptrischer Achromaten, welche, wenn sie kräftig seyn sollen, immer noch eine sehr unbequeme Länge erhalten müssen, ein weit leichter zu handhabendes, vielleicht auch weit kräftigeres Werkzeug zu setzen. Freilich wird die Ausführung der Glasspiegeltelescope durch eben die Grenzen beschränkt seyn, welche auch für dioptrische Objective gesetzt sind, weil sehr grofse Glasstücke einmal nicht leicht rein zu erhalten sind, und dann auch die Dicke der Linsen so beträchtlich werden müfste, dafs das Licht beim Durchgange durch dieselben eine allzu merkliche Schwächung erleiden würde. In Bezug auf diese Hindernisse wird man nicht leicht über die riesenhaften Spiegeltelescope von 2 bis 4 Fufs Oeffnung kommen können, so dafs Metallspiegel, wenn es sich um die Ausführung sehr grofser und kräftiger Werkzeuge handelt, unbedingt den Vorzug behalten. Wenn wir aber im Stande sind, durch Glasspiegel die Länge der Refractoren um das Dreifache, ja vielleicht um das Vierfache abzukürzen, ohne einen bedeutenden Nachtheil herbeizuführen, so verdienen diese Instrumente gewifs eine tiefere Nachforschung und einen ehrenvollen Platz unter den übrigen dioptrischen Werkzeugen.

Ueber die Lichtstärke der Fernröhre mit Glasspiegeln läfst sich jetzt noch kein entscheidendes Urtheil fällen, da wir noch nicht wissen, wie weit ein Glasspiegel gebracht werden kann; denn während für die Vervollkommnung der Glaslinsen und Metallspiegel die gröfsten Kräfte aufgeboten wurden, was ist da für die Glasspiegel geschehen? Sind wir nicht noch immer auf demselben Standpuncte, wo unsere Vorfahren vor mehr als hundert Jahren standen? Nach *Rumford* giebt der beste Glasspiegel nur etwa 0,65 des auffallenden Lichtes wieder, während nach demselben Schriftsteller eine Glaslinse 0,8 des Lichtes durch sich hindurchgehen läfst. Zwei Glaslinsen würden also nur 0,64 der ganzen durchströmenden Lichtmasse wiedergegeben im Stande seyn, woraus folgt, dafs in Hinsicht auf Lichtstärke ein Glasspiegel einem achromatischen Objective wenigstens gleich zu setzen wäre. Da wir aber sehen werden, dafs ein Glasspiegeltelescop am besten mit zwei Glasspiegeln hergerichtet wird, so wird es nur 0,65 von der Lichtstärke eines Refractors, der mit ihm gleiche Oeffnung hat, besitzen, und somit mufs die Oeffnung des Objectivspiegels um $\frac{1}{4}$ gröfser werden, als die der achromatischen Doppellinse, wenn er mit dieser in Hinsicht der Helligkeit gleichen Schritt halten soll. Es ist aber keineswegs ausgemacht, dafs dieses das Höchste sey, was mit Glasspiegeln zu erreichen steht.

Man kann nun aber die Oeffnung des Glasspiegels, wenn die Aeordnung recht gemacht wird, wohl 3 bis 4mal gröfser nehmen, als die der achromatischen Doppellinse, ohne Undeutlichkeit der Bilder befürchten zu müssen, selbst dann nicht, wenn man die stärksten Oculare anbringt. Da, wie wir sehen werden, für die Glasspiegeltelescope die *Cassegrain*sche Einrichtung die vortheilhafteste ist, so erhalten wir ausserdem noch den sehr wichtigen Vortheil, dafs das vom grofsen Spiegel erzeugte Bild durch den kleinen Spiegel 6 bis 7mal vergröfsert wird, weßhalb wir zu sehr starken Vergröfserungen eben noch keine sehr scharfen Oculare nöthig haben, also auch die noch etwa übrige Undeutlichkeit des Bildes nicht so sehr merken werden.

Wenn der grofse Spiegel 20 Zoll Brennweite hat, so kann man seine Oeffnung recht gut 5 bis 6 Zoll grofs nehmen. Die Hauptröhre des Instrumentes müfste dann etwa 17 Zoll lang werden. Die *Fraunhofer*schen Achromaten haben bei 4 Zoll Oeffnung 60 Zoll Länge, und sind daher über 3½mal länger als unser Spiegeltelescop. Da nun beim Rückgange des Lichtes vom kleinen Spiegel das Bild 6mal vergröfsert werden kann, so haben wir gleichsam ein Telescop von 120 Zoll Fo-

Digitized by Google

calweite, welches mit einem Ocular von $\frac{1}{4}$ Zoll Brennweite eine 600fache Vergrößerung giebt, und dieses immer noch mit ziemlicher Deutlichkeit, vorausgesetzt, daß die Linsen nach möglichst accurater Rechnung möglichst accurat geschliffen werden.

Man kann auch einen Glasspiegel so einrichten, daß er gar keine doppelten Bilder hat, sondern nicht nahe bei der Axe, und am Rande des Gesichtsfeldes kaum merklich; allein die Ausführung eines solchen Spiegels scheint zu großen Schwierigkeiten zu unterliegen.

Früher schlug ich einen aus zwei Linsen bestehenden Objectivspiegel vor, weil ich wegen der Unvollkommenheit meiner Formeln damals noch nicht erkennen konnte, daß man denselben Zweck durch einfachere Mittel erreichen könnte. Diese Vorrichtung verträgt ebenfalls eine sehr große Oeffnung, jedoch muß hierbei das Licht 6mal gebrochen, und weil der kleine Spiegel nicht entbehrt werden kann; zweimal gespiegelt werden, während bei zwei Glasspiegeln das Licht zweimal weniger gebrochen wird.

Die Mikroscope scheinen durch Glasspiegel bedeutend gefördert werden zu können. Ich habe die Theorie solcher Mikroscope in einer besondern Schrift: „Theorie der Spiegelmikroscope mit sphärischen Glasspiegeln, Weimar bei *Voigt*," entwickelt. Ich bemerke bei dieser Gelegenheit, daß ich bei Abfassung dieser Schrift durch Verwechselung eines + und − (§. 16) auf eine etwas unrichtige Formel gerathen bin, die aber nur eine sehr unwesentliche Nebensache betrift, nämlich die Größe des Bildes, sofern sie von der Dicke der Spiegellinse abhängt.

I. $$\frac{1}{a} = \frac{2n}{R} + \frac{2(n-1)}{r} - \frac{1}{a} + 2\Delta\left(\frac{2n}{R^2} + \frac{2(n-1)}{Rr} + \frac{(n-1)^2}{nr^2} - \frac{2}{aR} - \frac{2(n-1)}{nar} + \frac{1}{na^2}\right).$$

Nehmen wir hier a unendlich und setzen die Brennweite $= p$, so wird

II. $$\frac{1}{p} = \frac{2n}{R} + \frac{2(n-1)}{r} + 2\Delta\left(\frac{2n}{R} + \frac{2(n-1)}{Rr} + \frac{(n-1)^2}{hr^2}\right)$$

also auch

III. $$\frac{1}{a} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a} - \frac{2\Delta}{a}\left(\frac{2}{R} + \frac{2(n-1)}{nr} - \frac{1}{na}\right).$$

Vernachlässigen wir aber die Dicke Δ der Linse, so wird

IV. $$\frac{1}{p} = \frac{2n}{R} + \frac{2(n-1)}{r}.$$

V. $$\frac{1}{a} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}.$$

Man setze die Brennweite der Linse selbst (wenn sie nicht belegt ist) $= q$, und die Brennweite eines Hohlspiegels, dessen Krümmung der der belegten Fläche gleich ist, $= \pi$, so wird

Wir wollen nun zur Berechnung des Spiegeltelescopes und zur Entwickelung der hierzu nöthigen Grundformeln übergehen.

§. 2.

Wir denken uns eine auf beiden Seiten convexe Linse, die durch Belegung der einen Fläche zu einem Spiegel umgeschaffen wird. Der Halbmesser der belegten Fläche sey $= R$, der der offenen $= r$, die Entfernung des Objectives $= a$, die Dicke der Linse in ihrer Mitte $= \Delta$ und ihr Brechungsverhältniß $= n$. Zuerst werden nun die Strahlen von der Vorderfläche des Glases gebrochen und nach einem Puncte hinter dem Spiegel gerichtet, dessen Abstand b durch die Gleichung berechnet wird:

$$\frac{1}{b} = \frac{n-1}{nr} - \frac{1}{na}.$$

Sie fallen also convergirend auf die hohle Hauptspiegelfläche und der Convergenzpunct liegt in der Entfernung $b - \Delta$ hinter dieser Fläche, daher ihre zweite Vereinigungsweite, welche wir b nennen wollen, durch die Gleichung berechnet wird:

$$\frac{1}{b} = \frac{2}{R} + \frac{1}{b-\Delta},$$

und der Vereinigungspunct liegt in der Entfernung $b - \Delta$ vor der vorderen Fläche der Linse. Beim Rückgange durch die Vorderfläche werden endlich die Strahlen ebenso gebrochen, wie beim Austritt aus einer Linse. Nennen wir also die letzte Vereinigungsweite a, so ist

$$\frac{1}{a} = \frac{n-1}{r} + \frac{n}{b-\Delta}.$$

Diesen Ausdruck für a entwickeln wir nun so, daß wir bloß die Glieder noch beibehalten, welche die erste Potenz von Δ zum Factor haben. Hierdurch erhalten wir:

VI. $$\frac{1}{p} = \frac{1}{\pi} + \frac{2}{q},$$

aus welcher Gleichung sich recht deutlich abnehmen läßt, wie hier Brechung und Spiegelung zusammenwirken.

§. 3.

Wenn wir in den Formeln des vorigen § wegen der Farbenzerstreuung n in $n + dn$ übergehen lassen, so mag sich a in $a + da$, p in $p + dp$ verwandeln. Wir haben dann, wenn wir jene Aenderungen als Differentialien betrachten:

VII. $$\frac{-dp}{p^2} = \frac{2dn}{R^2} + \frac{2dn}{r} + 2\Delta\,dn\left(\frac{2}{R^2} + \frac{2}{Rr} + \frac{(n+1)(n-1)}{nrr}\right)$$

VIII. $$\frac{da}{a^2} = \frac{dp}{p^2} + \frac{2\Delta\,dn}{n^2 a}\left(\frac{2}{r} + \frac{1}{a}\right).$$

Bei Telescopen hat indeß die Dicke der Glaslinse auf die Farbenzerstreuung keinen merklichen Einfluß, und wir können daher schon mit großer Näherung:

Digitized by Google

IX. $\dots\dots\dots\dots\dots\dots \frac{-dp}{p^2} = \frac{2\,dn}{R} + \frac{2dn}{r}$

X. $\dots\dots\dots\dots\dots\dots da = \frac{a^2}{p^2}\,dp$ setzen.

So gestaltet würden diese Formeln jedoch, obschon sie so einfach sind, nur sehr verwickelte Rechnungen für Glasspiegeltelescope geben. Zu diesem Behuf müssen wir sie noch so umformen, dafs wir setzen

$$\frac{2}{R} + \frac{2}{r} = \frac{\Sigma}{p}$$

also

XI. $\dots\dots\dots\dots$ $\Sigma = \left(\frac{2}{R} + \frac{2}{r}\right)p$ oder $\Sigma = \frac{2p}{(n-1)q}$

wodurch wir dann erhalten:

XII. $\dots\dots\dots\dots\dots dp = -\Sigma p\,dn$

XIII. $\dots\dots\dots\dots$ $r = \frac{2p}{n\Sigma - 1}$, $R = \frac{-2p}{(n-1)\Sigma - 1}$

Die bei Glasspiegeln statt findende Farbenzerstreuung ist nun doppelter Natur, je nachdem Σ positiv oder negativ ist. Im ersten Falle sind die Vereinigungsweiten um so kürzer, je gröfser n ist, und es werden also, wie bei Glaslinsen, die violetten Strahlen stärker gebrochen als die mittleren, und diese wieder stärker als die rothen. Im andern Falle, wo Σ negativ ist, findet gerade das Umgekehrte statt, die violetten Strahlen haben längere Vereinigungsweiten als die rothen, so dafs man also mit Glasspiegeln jede beliebige Farbenzerstreuung hervorbringen kann. Wir werden die Farbenzerstreuung, wo Σ positiv ist, die positive, wo hingegen Σ negativ ist, die negative nennen.

Soll die Farbenzerstreuung verschwinden, so mufs $\Sigma = 0$ werden, weshalb, da p nicht 0 seyn kann, q unendlich grofs seyn mufs. Die Linse mufs dann auf der einen Seite convex, auf der andern hohl seyn, die Halbmesser beider Krümmungen aber gleich. Diefs ist der Glasspiegel, wie ihn *Newton* zu Telescopen vorschlug, der aber wegen der doppelten Bilder verworfen wurde.

§. 4.

Wir wollen ferner die Abweichung wegen der Kugelgestalt eines Glasspiegels auf die einfachste Weise auszudrücken suchen.

Bei der Brechung an der Vorderfläche, wobei die Vereinigungsweite $= k$ (§. 2) wird, findet eine Abweichung statt, die wir mit $+dk$ bezeichnen wollen. Hierher entsteht sodann eine Abweichung von b, welche durch Differentiiren der Gleichung $\frac{1}{b} = \frac{2}{R} + \frac{1}{k-\Delta}$ gefunden wird, R und Δ als constant angesehen. Wir werden aber, um nicht allzu verwickelte Formeln zu erhalten, bei dieser Untersuchung $\Delta = 0$ setzen müssen, und dann ergiebt sich die bei b wegen dk stattfindende Abweichung $= \frac{b^2}{k^2}dk$. Hierzu kommt noch die Abweichung, die von der sphärischen Gestalt der Hauptspiegelfläche herrührt, und welche db seyn mag, also dafs die Gesammtabweichung von $b = \delta b = \frac{b^2}{k^2}dk + db$ ist. Beim Austritt aus der Linse findet wieder wegen δb eine Abweichung von a statt, die man durch Differentiiren der Gleichung $\frac{1}{a} = \frac{n-1}{r} + \frac{n}{b}$ findet, r und n constant genommen und das Differential von $b = \delta b$ gesetzt. Diese Abweichung ist demnach $= \frac{na^2\delta b}{b^2} = \frac{na^2}{k^2}dk + \frac{na^2}{b^2}db$. Fügen wir hierzu noch die Abweichung wegen der sphärischen Gestalt der Vorderfläche, die da seyn mag, so haben wir die ganze Abweichung von a. Nennen wir sie ω, so ist

$$\omega = \frac{ra^2}{k^2}dk + \frac{na^2}{b^2}db + da.$$

Nach den dioptrischen Formeln ist nun, wenn x die halbe Oeffnung des Glasspiegels bedeutet:

$$dk = \frac{-kkx^2}{2(n-1)^2}\left(\frac{n}{a} + \frac{1}{k}\right)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{k}\right)^2$$

also

$$\frac{na^2}{k^2}dk = \frac{-na^2x^2}{2(n-1)^2}\left(\frac{n}{a} + \frac{1}{k}\right)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{k}\right)^2.$$

Ferner, wenn $\frac{2}{R} = \frac{1}{\pi}$ gesetzt wird

$$db = \frac{-(k+b)^2}{8k^2\pi}x^2$$

$$\frac{na^2}{b^2}db = \frac{-na^2(k+b)^2}{8b^2k^2\pi}x^2 = \frac{-na^2}{4R}\left(\frac{1}{k} + \frac{1}{b}\right)^2x^2;$$

endlich

$$da = \frac{-na^2x^2}{2(n-1)^2}\left(\frac{n}{a} - \frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^2$$

Daher

$$\omega = \frac{-na^2x^2}{2(n-1)^2}\left(\left(\frac{n}{a} + \frac{1}{k}\right)\left(\frac{1}{a} + \frac{k}{1}\right)^2 + \frac{(n-1)^2}{2R}\left(\frac{1}{k} + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(\frac{n}{a} - \frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^2\right).$$

Digitized by Google

Sodann ist

$$\left(\frac{n}{a}+\frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^2=\frac{(n-1)^2}{n^2}\left(\frac{1}{r}+\frac{n+1}{a}\right)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{a}\right)^2$$

$$\left(\frac{(n-1)^2}{2R}\left(\frac{1}{b}\pm\frac{1}{b}\right)^2=\frac{2(n-1)^2}{R}\left(\frac{n-1}{nr}+\frac{1}{R}-\frac{1}{na}\right)^2$$

$$\left(\frac{n}{a}-\frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{b}\right)^2=(n-1)^2\left(\frac{2(n+1)}{R}+\frac{2n^2-1}{nr}-\frac{n+1}{na}\right)\cdot\left(\frac{2}{R}+\frac{2n-1}{nr}-\frac{1}{na}\right).$$

Hier setzen wir aber statt r und R die Werthe aus XII und XIII, wodurch wir erhalten:

$$w=-\tfrac{1}{2}na^2x^2\left[\frac{n-1}{n^2}\left(\frac{n\Sigma-1}{2p}+\frac{n+1}{a}\right)\left(\frac{n\Sigma-1}{2p}+\frac{1}{a}\right)^2-\frac{(n-1)\Sigma-1}{n^2p}\left(\frac{1}{2p}-\frac{1}{a}\right)^2\right.$$
$$\left.+\frac{n-1}{n^2}\left(\frac{n\Sigma+2n+1}{2p}-\frac{n+1}{a}\right)\cdot\left(\frac{n\Sigma+1}{2p}-\frac{1}{a}\right)^2\right].$$

Ferner setzen wir $\frac{1}{a}=\frac{\mu}{2p}$, also

XIV. . . . . $\mu=\frac{2p}{a}$, wodurch wir erhalten:

$$w=\frac{-a^2x^2}{16n^2p^2}\left[(n-1)(n\Sigma-1+\mu(n+1))(n\Sigma-1+\mu)^2-2n((n-1)\Sigma-1)(1-\mu)^2+(n-1)(n\Sigma+2n+1-\mu(n+1))(n\Sigma+1-\mu)^2\right],$$

Ferner setze man

XV. . . . . $1-\mu=1-\frac{2p}{a}=\mathfrak{Z}$,

so dafs man hat $a=\frac{2p}{1+\mathfrak{Z}}$

und

$$w=\frac{-x^2}{4n^2(1+\mathfrak{Z})^2p}\left[(n-1)(n\Sigma+t)(n\Sigma-\mathfrak{Z})^2-2n((n-1)\Sigma-1)\mathfrak{Z}^2+(n-1)(n\Sigma+u)(n\Sigma+\mathfrak{Z})^2\right],$$

wenn noch der Kürze halber

$$-1+\mu(n+1)=t$$
$$2n+r-\mu(n+1)=u$$

genommen wird. Dieses läfst sich aber durch Auflösung der Producte der binomen Factoren noch weiter reduciren. Stellen wir alsdann die Werthe von t und u wieder her, so erhalten wir:

XVI. . . . . $w=\frac{-x^2}{2n(1+\mathfrak{Z})^2p}((n-1)n^2\Sigma^2+(n-1)n^2\Sigma^2+2(n^2-1)\Sigma\mathfrak{Z}^2+n\mathfrak{Z}^2)$,

welches der einfachste Ausdruck für die Kugelabweichung eines Glasspiegels ist, der sich zu unseren Zwecken defshalb ganz besonders eignet, weil er zugleich den Ausdruck der Farbenzerstreuung mit enthält.

Ist das Object sehr weit entfernt oder $a=\infty$, so wird $\mu=\frac{2p}{a}=0$, daher $\mathfrak{Z}=1-\mu=1$, und folglich

XVII. $w=\frac{-x^2}{8np}((n-1)n^2\Sigma^2+(n-1)n^2\Sigma^2+2(n^2-1)\Sigma+n)$

Sind, wie beim *Newton*schen Glasspiegel die beiden Halbmesser einander gleich und entgegengesetzt, so wird $\Sigma=0$, also die Abweichung

$$w=\frac{-x^2}{8p}$$

wie bei einem einfachen Hohlspiegel.

Die Abweichung kann auch 0 werden, wenn $(n-1)n^2\Sigma^2+(n-1)n^2\Sigma^2+2(n^2-1)\Sigma+n=0$ wird. Setzen wir $n=\frac{3}{2}$, so mufs $\frac{3}{2}\Sigma^2+\frac{3}{2}\Sigma^2+\frac{3}{2}\Sigma+\frac{3}{2}=0$ seyn, von welcher Gleichung die einzige mögliche Wurzel $\Sigma=-\frac{3}{2}$ ist, also dafs die Abweichung nur verschwinden kann, wenn der Spiegel negative Farbenzerstreuung hat. Mit diesem Werthe von Σ finden wir nach XIII) $r=-p$ und $R=\frac{3}{2}p$; also dafs die Vorderfläche des Spiegels hohl seyn mufs. Von diesem merkwürdigen Spiegel können wir leider keinen Gebrauch zu Telescopen machen, aber für Mikroscope, welche man durch monochromatische Flammen erleuchten will, dürfte er wohl die beste Objectivvorrichtung seyn, denn bei seiner grofsen Deutlichkeit verträgt er auch eine sehr grofse Oeffnung, und die Nebenbilder sind ganz unschädlich.

Uebrigens ist leicht zu sehen, dafs jede positive und negative Kugelabweichung mit Glasspiegeln hervorgebracht werden kann.

§. 6.

Die bisher aufgeführten Formeln geben nur genäherte Werthe für die Lage der Vereinigungspuncte bei Glasspiegeln; auf alle Fälle aber reichen sie zur näherungsweisen Berechnung eines Glasspiegelinstrumentes vollkommen hin. Soll aber ein Instrument so berechnet werden, dafs es die gröfste mögliche Deutlichkeit erhält, so müssen wir nothwendig diejenigen Formeln kennen, wodurch der Gang der Lichtstrahlen genau dargestellt wird. Es sey also unter Beibehaltung aller übrigen Bezeichnungen der Winkel, welchen der aus einem Puncte der Axe auf den Spiegel fallende Strahl mit der Axe macht, $=\varphi$, so hat man für die Vereinigungsweite nach der Brechung an

der Vorderfläche folgende Rechnung, die ein jeder aus der Construction des Einfalls- und Brechungswinkels und aus den gewöhnlichen trigonometrischen Formeln sich leicht erklären kann:

$$\begin{aligned} \sin\psi &= \frac{r-a}{r}\sin\varphi \\ \sin w &= \frac{\sin\psi}{n} \\ \varphi' &= \varphi + w - \psi \\ k &= r - \frac{r\sin w}{\sin\varphi'} \\ k' &= k + \Delta. \end{aligned}$$

Fallen die Strahlen parallel auf den Spiegel, so ist $\sin\psi = \frac{x}{r}$, wenn x die halbe Oeffnung bedeutet, und dann bleiben die übrigen Formeln unverändert.

Ferner bei der Spiegelung:

$$\begin{aligned} \sin\lambda &= \frac{R-k'}{R}\sin\varphi' \\ \varphi'' &= \varphi' - 2\lambda \\ b &= R + \frac{R\sin\lambda}{\sin\varphi''} \\ b' &= b - \Delta. \end{aligned}$$

Endlich beim Austritt aus der Linse:

$$\begin{aligned} \sin\psi'' &= \frac{r-b'}{r}\sin\varphi'' \\ \sin w'' &= n\sin\psi'' \\ \varphi''' &= \varphi'' + w'' - \psi'' \\ a &= r - \frac{r\sin w''}{\sin\varphi'''} \end{aligned}$$

§. 6.

Endlich sind noch die Oerter zu berechnen, wohin die durch die Spiegelung bloßer Glasflächen erzeugten Nebenbilder

XIX. ..... $\frac{1}{\gamma} = \frac{4n}{R} + \frac{4n-2}{r} - \frac{1}{a} + 4n\Delta\left(\frac{6}{R^2} + \frac{2(5n-2)}{nrR} + \frac{5n^2-4n+1}{n^2r^2} - \frac{4}{naR} - \frac{2(2n-1)}{n^2ar} + \frac{1}{n^2a^2}\right)$,

oder wenn wir $\Delta = 0$ setzen:

XX. ..... $\frac{1}{\gamma} = \frac{4n}{R} + \frac{4n-2}{r} - \frac{1}{a}$.

Diese unter den Nummern I bis XX aufgeführten Formeln, nebst denen in §. 5 sind es, auf welchen die ganze Theorie der Glasspiegeltelescope beruht.

§. 7.

1) Bei einem Glasspiegelfernrohr ist nun neben der optischen Deutlichkeit, welche auf der Vernichtung der Kugelabweichung und Farbenzerstreuung beruht, auch die Vermeidung der doppelten Bilder eine nothwendige Forderung, und in dieser Hinsicht sind nur zwei Wege möglich. Das erste und beste wäre offenbar, daß man jene Nebenbilder selbst mit zur Verstärkung des Hauptbildes benutzte, daß man also den Glasspiegel so einrichtete, daß beide Nebenbilder mit dem fallen. Wir haben aber zwei solche Bilder zu betrachten; das erste, welches von der Vorderfläche erzeugt wird, wenn die Strahlen in die Linse eindringen wollen, und welches wir immer das Erste nennen werden. Dieses liegt, nach der in §. 2 gemachten Voraussetzung hinter dem Spiegel, und wenn wir seinen Abstand $= \beta$ setzen, so ist

XVIII) $\beta = \frac{ar}{2a+r}$.

Das zweite Nebenbild entsteht durch Rückspiegelung an der Vorderfläche, wenn die Strahlen aus der Linse austreten wollen, in welchem Augenblicke sie nach dem Puncte der Axe convergiren, der in der Entfernung $b - \Delta$ (§. 2) vor dem Spiegel liegt. Sie werden von der hohlen Innenseite der Vorderfläche reflectirt, und wenn die Vereinigungsweite $= c$ gesetzt wird, so ist

$$\frac{1}{c} = \frac{2}{r} + \frac{1}{b-\Delta},$$

und die Strahlen fallen dann wieder auf die Hauptspiegelfläche, nach dem von dieser Fläche um $c - \Delta$ entfernten Puncte convergirend. Nach der Reflexion von der belegten Fläche sey die Vereinigungsweite $= g$, so ist

$$\frac{1}{g} = \frac{2}{R} + \frac{1}{c-\Delta},$$

und der Abstand des Vereinigungspunctes von der Vorderfläche des Spiegels ist $g - \Delta$. Indem nun endlich die Strahlen aus der Linse austreten, werden sie wieder gebrochen, und in der Weite γ vereinigt, für welche wir die Relation haben:

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{n-1}{r} + \frac{n}{g-\Delta}.$$

Entwickeln wir den Ausdruck für γ wieder in eine nach den Potenzen von Δ fortgehende Reihe, so ist

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{4n}{R} + \frac{4n-2}{r} - \frac{1}{a} + 4n\Delta\left(\frac{6}{R^2} + \frac{2(5n-2)}{nrR} + \frac{5n^2-4n+1}{n^2r^2} - \frac{4}{naR} - \frac{2(2n-1)}{n^2ar} + \frac{1}{n^2a^2}\right),$$

Hauptbilde genau congruiren. Wir wollen untersuchen, ob dieses möglich ist.

2) Für einen solchen Spiegel müßte aber nothwendig $a = -\beta$ (II und XVIII) werden, weil in den Grundformeln a und β auf verschiedene Seiten des Spiegels fallen, beide Längen aber nothwendig auf einerlei Seite liegen müssen. Da nun a unendlich, so wird $-\beta = a = -\frac{1}{2}r = p$, also $r = -2p$, d. h. die Vorderfläche des Spiegels muß hohl seyn. Wir haben also in II $-r$ statt r und $\frac{1}{2}r$ statt p zu setzen, so daß wir haben:

$$\frac{2}{r} = \frac{2n}{R} - \frac{2(n-1)}{r} + 2\Delta\left(\frac{2n}{R} - \frac{2(n-1)}{rR} + \frac{(n-1)^2}{nr^2}\right).$$

Würden wir hier $\Delta = 0$ setzen, so hätten wir $r = R$, es kann also r von R nicht viel unterschieden seyn, so daß man in dem mit Δ multiplicirten Gliede $r = R$ setzen darf. Man erhält dadurch:

Digitized by Google

$$\frac{2}{r} = \frac{2n}{R} - \frac{2(n-1)}{r} + \frac{2\Delta}{R^3}\cdot\frac{n^2+1}{n^3}$$

woraus dann

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{R} + \frac{n^2+1}{n^3}\cdot\frac{\Delta}{R^3}$$

$$r = R - \frac{n^2+1}{n^3}\cdot\Delta$$

und $$p = \tfrac{1}{2}R - \frac{n^2+1}{2n^3}\Delta$$

folgt, und bei dieser Einrichtung congruirt das erste Nebenbild mit dem Hauptbilde bis auf einen geringen Unterschied.

3) Doch ist noch die Frage, ob auch das zweite Nebenbild mit dem Hauptbilde congruiren werde, allein dieses fällt, sofern wir nur die ersten Potenzen von Δ berücksichtigen, vollkommen damit zusammen. Setzen wir nämlich in XIX zunächst $-r$ statt R und $\alpha = \infty$, so erhalten wir

$$\frac{1'}{\gamma} = \frac{4n}{R} - \frac{4n-2}{r} + 4n\Delta\left(\frac{6}{R^4} - \frac{2(5n-2)}{nrR} + \frac{5n^2-4n+1}{n^2r^2}\right).$$

In dem mit Δ multiplicirten Gliede setzen wir $r = R$, außerdem aber $\frac{1}{r} = \frac{1}{R} + \frac{n^2+1}{n^3}\cdot\frac{\Delta}{R^3}$. Hiedurch wird:

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{2}{R} + \frac{2(n^2+1)}{n^3}\cdot\frac{\Delta}{R^3}$$

also $$\gamma = \tfrac{1}{2}R - \frac{n^2+1}{2n^3}\Delta = p = \beta.$$

4) Da nun alle drei Bilder bis auf Glieder von der Ordnung Δ miteinander congruiren, so scheint es der Mühe werth zu seyn zu untersuchen, wie vollkommen die Congruenz aller drei Bilder seyn werde, wenn das erste Nebenbild mit dem Hauptbilde genau vereinigt wird. Um hierfür eine Rechnung in Ziffern führen zu können, wollen wir $n = \frac{3}{2}$ setzen, so daß $r = R - \frac{1}{10}\Delta$ wird. Die Größe Δ wollen wir $= \frac{1}{10}R$ nehmen, welches hinreichende Stärke für die Glaslinse giebt. Nehmen wir nun noch überdieß $R = 2$, damit die Brennweite des Spiegels nahe $= 1$ werde, so haben wir $r = 1{,}9679012$ und $\Delta = 0{,}0222222$. Hiernit erhält man dann nach §. 2, indem man r negativ nimmt:

	b	$= -5{,}9037036$
	b	$= 1{,}203007$
	p	$= 0{,}9839967$
$\beta = \frac{1}{2}r$		$= 0{,}9839506$
Unterschied		$= 0{,}0000461.$

Man kann nun den Werth von r noch hinreichend verbessern durch den Zusatz:

$$dr = \frac{-(r-2p)r}{2p\left(n + \frac{2(n-1)\Delta}{nR}\right)}$$

oder schon hinreichend genau durch

$$dr = -\frac{(r-2p)}{n},$$

so daß für unser Beispiel das verbesserte $r = 1{,}9679627$ wäre. Mit diesem Werthe von r wird aber p sehr genau $= \frac{1}{2}r$.

Um die Coincidenz des zweiten Nebenbildes zu prüfen, wollen wir γ nach §. 2 und 6 genau berechnen, wobei zu bemerken ist, daß in den dortigen Formeln r negativ genommen werden muß. Man findet aber

b	$= -5{,}903888$
b	$= 1{,}203000$
o	$= -5{,}903880.$

Es wird also genau $o = b$, d. h. es fallen die Strahlen des zweiten Nebenbildes eben so zum zweitenmal auf die Hauptspiegelfläche, wie die ganze Lichtmasse, wenn sie von der Vorderfläche des Spiegels gebrochen worden ist. Unter diesen Umständen muß aber nothwendig $\gamma = p$ werden. Es congruiren also alle drei Bilder ganz vollkommen.

5) Die bisher betrachtete Congruenz der Nebenbilder bezieht sich nur auf die aus der Axe kommenden Centralstrahlen. Da beide Halbmesser nicht viel unterschieden sind, so hat das erste Nebenbild mit dem Hauptbilde gleiche Kugelabweichung (§. 4); aber es läßt sich leicht zeigen, daß auch das zweite Nebenbild dieselbe Kugelabweichung hat, und daher congruiren auch die Vereinigungspuncte der aus der Axe kommenden Randstrahlen bei allen drei Bildern vollkommen. Für Strahlen, welche aus der Axe kommen, leistet also ein Glasspiegel nach der beschriebenen Einrichtung genau dasselbe, was eine einfache Spiegelfläche bewirkt.

6) Beim Hauptbilde findet eine kleine Farbenzerstreuung statt, welche durch

$$dp = +\frac{dn}{n}\Delta$$

ausgedrückt wird. Sie ist demnach sehr unbedeutend, und eher nützlich als schädlich, da sie der Ocularzerstreuung entgegengesetzt ist und also einen Theil derselben vertilgt.

7) Wenn aber auch die in der Axe liegenden Bilder congruiren, so ist doch noch die Frage, ob dasselbe auch am Rande des Gesichtsfeldes statt finde. Dieses ist jedoch nicht der Fall, sondern ich finde, wenn φ das halbe Gesichtsfeld in Theilen des Halbmessers bedeutet, das Hauptbild um $\frac{1}{n}\Delta\varphi$ größer und eben so viel kleiner als das zweite Nebenbild. Um den Einfluß dieser Größe besser schätzen zu können, sey für ein einfaches Ocular die Vergrößerung des Rohres $= m$, so ist $\varphi = \frac{1}{4(m+1)}$ (wenn die Oeffnung des Oculars seiner halben Brennweite gleich ist), und daher jener Abstand

Digitized by Google

$= \frac{\Delta}{4n(m+1)}$. Dieser wird aber durch das Ocular vergrössert und erscheint als ein Object vom Durchmesser $\frac{\Delta\nu}{4n(m+1)}$ in der Weite des deutlichen Sehens (8 Zoll), wenn ν die Ocularvergrößerung (8 Zoll dividirt durch die nach Zollen gemessene Brennweite des Oculars) bedeutet. Wäre z. B. bei 6 Fuß Focallänge des großen Spiegels die Brennweite des Oculares $= \frac{1}{2}$ Zoll, so wäre $m+1 = 361$, $\nu = 40$, daher jener Abstand nahe $= \frac{\Delta}{54}$.

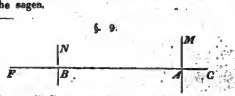
Da diese Größe nach der Mitte hin immer mehr und mehr verschwindet, so würde sie keineswegs das Telescop beeinträchtigen, allein die Schwierigkeit, beide Halbmesser so fu treffen, daß alle drei Bilder zusammenfallen, scheint doch der Ausführung des Gedankens im Wege zu stehen. Diese Schwierigkeit wird noch vergrößert, wenn die beiden Flächen, um die Abweichung der Randstrahlen zu beseitigen, andere als sphärisch gestaltet werden sollen. Zu läugnen ist indessen nicht, daß dieses Telescop sehr vollkommen seyn müßte, wenn man statt des kleinen Spiegels sich eines catoptrischen Prismas bediente. Deßhalb schien es mir nicht ohne Interesse, die Sache hier zu untersuchen.

§. 8.

Wir bemerkten schon im Anfange, daß wenn ein Spiegeltelescop zwei Spiegel bekommen muß, die Einrichtung nach *Gregory* oder *Cassegrain* vor der *Newton*schen den Vorzug habe. Dieses gilt unter der Voraussetzung, daß man beide Spiegel so einrichten könne, daß das von ihnen hervorgebrachte Bild frei von aller Abweichung ist. Bei Metallspiegeln ist dieses schon beim großen und vielleicht noch mehr beim kleinen Spiegel schwierig, daher dann allerdings die *Newton*sche Einrichtung vorzuziehen ist. Allein bei Glasspiegeln läßt sich die Abweichung selbst durch sphärische Flächen bis zu einem solchen Grade beseitigen, daß man die stärksten Vergrößerungen anbringen kann, und daher sind offenbar die ersterwähnten Einrichtungen vorzuziehen. Von diesen hat aber das *Cassegrain*sche Telescop, außer dem Vorzug der geringeren Länge, vor dem *Gregory*schen auch noch das voraus, daß es nur ein wirkliches Bild besitzt, oder vielmehr, daß die vom großen Spiegel herkommenden Strahlen, bevor sie vom kleinen Spiegel aufgenommen werden, sich noch nicht durchkreuzt haben, denn die Beobachtungen haben gelehrt, daß jenseits des Brennpunctes die Lichtstrahlen von ihrer Intensität verlieren. Daher auch wahrscheinlich die größere Helligkeit, welche man beim *Cassegrain*schen Telescop im Vergleich mit dem *Gregorian*schen bemerkt haben will. Bei Glasspiegeln entscheidet jedoch der Umstand am meisten für das *Cassegrain*sche Telescop, weil nur dieses bei bloß sphärischen Flächen große Oeffnungen verträgt; auch ist bei seinem Objectivspiegel die Farbenzerstreuung nur halb so groß, als bei dem des *Gregory*schen Telescopes.

Wir wollen nun zeigen, wie ein *Cassegrain*sches Spiegeltelescop zu construiren sey, und dann etwas über das *Gregorian*sche sagen.

§. 9.



1) Es sey die Brennweite des großen Spiegels bei $M = P$, die des kleinen $N = p$ (wo aber p eigentlich eine Zerstreuungsweite bedeutet und daher negativ zu setzen ist, wenn es an die Stelle einer wahren Breunweite tritt. Ferner sey der Abstand des kleinen Spiegels vom Focus des großen $FB = b$, also sein Abstand vom großen Spiegel selbst $= P - b$. Das wirkliche Bild falle in C, und es sey $BC = l$, so ist $l = \frac{pb}{p-b}$. Wir nehmen dann die Einrichtung so, daß $l = 6b$ wird, woraus $a = \frac{1}{7}p$ folgt.

2) Nennen wir den Abstand des wirklichen Bildes vom großen Spiegel $AC = t$, so ist $l = 6b = P - b + t$, also $7b = \frac{6}{7}p = P + t$. Wie groß t seyn soll, ist willkührlich, wir wollen daher für kleinere Röhre $t = \frac{1}{7}P$ setzen; dann wird $p = \frac{1}{7^1/_2}P$ und $b = \frac{1}{7^1/_2}P$. Durch das Entgegenstehen des kleinen Spiegels geht dann etwa $\frac{1}{15}$ von der Fläche des großen verloren. Für größere Röhre müßte man t etwas kleiner nehmen.

3) Wegen der Farbenzerstreuung muß nun $\frac{dl}{da} = 0$ werden. Weil aber $\frac{1}{l} = \frac{1}{b} - \frac{1}{p}$, so ist $\frac{dl}{l^2} = \frac{db}{b^2} - \frac{dp}{p^2} = 0$, und $dp = \frac{p^2}{b^2}db = \frac{49}{36}db$; oder weil db nichts anders ist, als dP, so hat man $dp = \frac{49}{36}dP$.

Setzt man nun nach §. 3 $dP = -\Sigma P da$ und $dp = -\sigma p da$, wo σ für den kleinen Spiegel eben das bedeutet, was Σ für den großen ist, so wird $\sigma p = \frac{49}{36}\Sigma P$, woraus $\sigma = 7\Sigma$ folgt. Es muß also der kleine Spiegel 7mal so viel Zerstreuungsvermögen besitzen, als der große.

4) Nun sind die Halbmesser beider Spiegel zu bestimmen. Die Abweichung des großen Spiegels ist:

$$\alpha = \frac{-z^3}{8nP}\left((n-1)n^2\Sigma^2 + (n-1)n^2\Sigma^2 + 2(n^2-1)\Sigma + n\right).$$

Weil beide Spiegel entgegengesetzte Brechung haben, so müs-

Digitized by Google

sen sie die Farben auf gleiche Weise zerstreuen, d. h. wenn Σ positiv ist, so muſs es auch σ seyn. Nennen wir daher die halbe Oeffnung des kleinen Spiegels ξ (wo $\xi = \frac{1}{18}z$ seyn wird), so ist seine Abweichung

$$\omega' = \frac{-\xi^3}{2n(1+\vartheta)^2 p}((n-1)n^2\sigma^2+(n-1)n^2\sigma^3+2(n^2-1)\sigma\vartheta^2+n\vartheta^3).$$

Da ferner der kleine Spiegel die Abweichung des groſsen vernichten soll, so muſs er so eingerichtet werden, daſs er von dem Puncte C in F ein Bild entwirft, das eben die Abweichung hat, als das Bild F des groſsen Spiegels, d. h. es muſs $\omega = \omega'$ seyn.

Setzt man nun $n = 1{,}52$, wie es beim gemeinen Spiegelglase der Fall ist, so wird

$$\omega = \frac{-z^3}{8nF}(1{,}201408\,\Sigma^2+1{,}201408\,\Sigma^3+2{,}6208\,\Sigma+1{,}52).$$

Es ist ferner $\xi = \frac{\delta x}{F} = \frac{1}{18}x$; dann nach §. 4, XV, wenn man dort $-p$ statt p' setzt: $1+\vartheta = 2+\frac{2p}{f} = \frac{13}{9}$ und $\vartheta = \frac{4}{9}$; endlich $p = \frac{14}{15}P$ und $\sigma = 7\Sigma$, daher

$$\omega' = \frac{-z^3}{8nF}(40{,}881244\,\Sigma^2+5{,}840179\,\Sigma^3+3{,}5672\,\Sigma+0{,}295556).$$

Durch die Gleichstellung von ω und ω' erhalten wir daher folgende Gleichung:

$$39{,}679836\,\Sigma^2+4{,}638711\,\Sigma^3+0{,}9464\,\Sigma-1{,}224445 = 0$$

oder $\Sigma^3+0{,}116905\,\Sigma^2+0{,}0238609\,\Sigma-0{,}03085811 = 0.$

Hiervon ist $\Sigma = +0{,}257115$ eine Wurzel; die beiden andern Wurzeln sind imaginair, daher bloſs die einzige Einrichtung möglich ist, welche aus gedachter Wurzel folgt. Mit Hülfe derselben erhält man nach §. 3 XIII

Für den groſsen Spiegel:

Halbmesser der belegten Fläche $= 2{,}39867\,P$ convex
——— ——— offenen ——— $= 3{,}26307\,P$ hohl.

Für den kleinen Spiegel:

Halbmesser der belegten Fläche $= 31{,}20057\,p = 6{,}41840\,P$
——— ——— offenen ——— $= 1{,}15227\,p = 0{,}237038\,P$

5) Wollten wir also mit einem Spiegel von 10 Zoll Focallänge ein Fernrohr construiren, so wäre die Einrichtung folgende:

1) Brennweite des groſsen Spiegels 10,000
2) Halbmesser seiner belegten Fläche ..... 23,987 convex
3) ——— ——— offenen ——— ..... 32,631 hohl
4) Abstand beider Spiegel 8,286
5) Zerstreuungsweite des kleinen Spiegels ... 2,057
6) Halbmesser seiner belegten Fläche ..... 54,184 hohl
7) ——— ——— offenen ——— ..... 2,370 hohl
8) Abstand des wirklichen Bildes hinter dem groſsen Spiegel 2,000
9) Die Oeffnung des kleinen Spiegels wird $\frac{1}{18}$ von der des groſsen oder etwas gröſser; das Loch im groſsen Spiegel kann genau $\frac{1}{18}$ von der ganzen Oeffnung erhalten.

6) Es läſst sich nun leicht übersehen, wie die doppelten Bilder unschädlich werden. Das erste Nebenbild des groſsen Spiegels fällt in dem Beispiele Nr. 5 um 16,4 Zoll nach vorn, und daher gebee die meisten seiner Strahlen (etwa $\frac{2}{3}$) vor dem kleinen Spiegel vorbei; was darauf fällt, wird von letzterem Spiegel wieder in einem Bilde gesammelt, von welchem aus die Strahlen so sehr divergiren, daſs, wegen der Lichtlosigkeit, die in jedem Strahlenkegel wegen des Entgegenstehens des kleinen Spiegels statt findet, nichts in das Loch des groſsen Spiegels kommen kann.

Das zweite Nebenbild des groſsen Spiegels fällt in 7,2 Zoll Entfernung, also noch zwischen beide Spiegel. Sein Licht trifft zwar alles auf den kleinen Spiegel, wird aber von demselben so sehr zerstreut, das nichts davon in das Loch des groſsen Spiegels gelangen kann. Was von beiden Nebenbildern durch den kleinen Spiegel wieder auf den groſsen zurückgeführt wird, wird von letzterem nahe mit der Axe parallel aus dem Rohre gewiesen und gelangt nicht wieder auf den kleinen Spiegel.

Das erste Nebenbild des kleinen Spiegels fällt in 0,7 Zoll Entfernung von diesem Spiegel nach den Oculären hin. Von hier aus divergiren seine Strahlen sehr stark, und es gilt von ihm alles, was von den beiden vorigen Nebenbildern gesagt ist.

Das zweite Nebenbild des kleinen Spiegels ist ein bloſses Scheinbild und fällt 0,8 Zoll hinter den kleinen Spiegel. Es ist das am mindesten gefährliche von allen.

Alle diejenigen Bilder aber, welche dadurch entstehen, daſs von bloſsen Glasflächen reflectirte Strahlen wieder von bloſsen Glasflächen reflectirt werden, finden auch bei dioptrischen Fernröhren statt, und können daher nicht in Anschlag kommen.

Folglich sind in diesem Telescop die Nebenbilder unschädlich.

8) Nun ist noch die Frage, eine wie groſse Oeffnung unser Telescop vertragen könne. Man kann das aber freilich nicht durch die bloſse Theorie ausmachen, denn wir wissen nicht, eine wie groſse Abweichung noch ertragen werden kann. Wenn wir indessen nach den genauen Formeln des §. 5 die Abweichung der Randstrahlen berechnen, so finden wir sie $= -0{,}007$ der Länge l, wenn der Winkel, den ein mit der

Digitized by Google

Axe parallel auffallender Strahl mit seinem Lothe macht, (ψ in §. 5) $= 4°$ gesetzt wird. Diese Abweichung ist freilich nicht unbeträchtlich, allein sie findet auch blofs statt bei der ungeheuren Oeffnung des grofsen Spiegels, die 0,458 seiner Brennweite beträgt. Wenn wir indessen jene Oeffnung auf $\frac{1}{4}$ herabsetzen, so reducirt sich die Abweichung schon auf 0,0006214, und auf 0,0001203, wenn die Oeffnung bis auf $\frac{1}{8}$ verkleinert wird. Hierzu kommt auch noch, dafs die Abweichungskreise nach der Oeffnung des kleinen Spiegels abzumessen sind, die gegen 6mal kleiner ist als die des grofsen.

Wir wollen das schon in §. 1 aufgestellte Beispiel eines Telescopes von 20 Zoll Focalweite und 5 Zoll Oeffnung wieder aufnehmen. Da hier die Oeffnung $\frac{1}{4}$ von der Focalweite des grofsen Spiegels beträgt, so ist die Abweichung $= 0{,}0006214\,l$. Da ferner der Oeffnungsdurchmesser des kleinen Spiegels etwa $10\frac{1}{2}$ Linien betragen wird, so hat man den Durchmesser des Abweichungskreises $= 0{,}0006214 \times 10\frac{1}{2} = 0{,}006521$ Linie. Dieses ist der gröfste Abweichungskreis; der kleinste beträgt, wie bei den vom Würfel der Oeffnung abhängigen Abweichungskreisen, auch bei denen, die von der 5ten Potenz der Oeffnung abhängen, ebenfalls $\frac{1}{4}$ des gröfsten. Unser Abweichungskreis hat also eigentlich 0,001605 Linien im Durchmesser. Nehmen wir ein Ocular von $\frac{1}{4}$ Zoll Brennweite, welches dem Auge 40mal vergröfsert, so erscheint jener Abweichungskreis als ein Object von $0{,}001605 \times 40 = 0{,}0642$ Linien in der Weite des deutlichen Sehens, welches noch weniger als $\frac{1}{15}$ Linie ist. Nach der Tabelle über die mit sphärischen Hohlspiegeln zu erreichenden telescopischen Vergröfserungen, die man in *Smiths* Optik findet, ist der gesehene Durchmesser des Abweichungskreises etwa $\frac{1}{15}$ Linie, daher unser Telescop immer noch deutlicher, wenn wir von der Lichtstärke absehen. Durch eine genauere Rechnung, bei welcher auch die Dicke der Spiegellinsen mit zu berücksichtigen seyn wird, kann man aber eine noch vollkommenere Vereinigung der Central- und Randstrahlen, und somit auch gröfsere Deutlichkeit erhalten.

Diese Undeutlichkeit findet aber nur statt bei der so starken Vergröfserung, welche 600fach ist. Nehmen wir aber ein Ocular von 1 Zoll Brennweite, wobei die Vergröfserung 120fach ist, so wird die Deutlichkeit 5mal gröfser, d. h. der gesehene Durchmesser des Abweichungskreises beträgt, nun weniger als $\frac{1}{75}$ Linie, und das Telescop wird sehr vollkommen seyn.

Uebrigens läfst sich wohl so viel übersehen, dafs es am besten seyn wird, wenn der Künstler mehrere Linsen zum kleinen Spiegel bearbeitet und dann diejenige auslieset, welche am meisten sich bewährt. Vielleicht trifft es sich dann, dafs die eine oder die andere so von der sphärischen Form abweicht, dafs dadurch die Abweichung noch besser corrigirt wird.

§. 10.

Wir dürfen uns aber auch einige Zweifel nicht verschweigen, welche noch gegen das im vorigen § beschriebene Telescop gemacht werden könnten; es fragt sich nämlich, ob die Farbenzerstreuung der Spiegel so weit corrigirt sey, dafs der etwa noch übrige Rest derselben für unsere Sinne unmerklich wird. —

Was nun zuerst die farbigen Randstrahlen betrifft, so ist wohl zu übersehen, dafs ihre sphärische Abweichung nicht bedeutend seyn kann, aber wichtiger ist die Frage, ob die Zerstreuung überhaupt gehörig gehoben sey.

Da wir beide Spiegel aus demselben Glas verfertigen, so kann von einer Abweichung, wie sie als secundaires Spectrum bei achromatischen Linsen existirt, hier nicht die Rede seyn. Aber es ist noch eine andere Abweichung vorhanden, welche durch die Entfernung der beiden Spiegel, als der ihre Farbenzerstreuung gegenseitig aufhebenden Mittel, verursacht wird. Wir haben nämlich in §. 9 Nr. 3 $\frac{dl}{l^2} = \frac{db}{b^2} - \frac{dp}{p^2} = 0$ gesetzt, da doch unter dieser Voraussetzung streng genommen kein Achromatismus eintreten kann.

Es ist nämlich ganz allgemein $\frac{1}{l} = \frac{1}{p} - \frac{1}{b}$, wo wir b und p positiv nehmen, also $d\left(\frac{1}{l}\right) = d\left(\frac{1}{p}\right) - d\left(\frac{1}{b}\right)$. Hier ist nun $d\left(\frac{1}{p}\right) = +\frac{\sigma dn}{p}$, und diese Gleichung ist streng richtig, wenn wir die Wirkung der Glasdicke aus der Acht lassen, weil $\frac{1}{p}$ eine ganze Function des ersten Grades von n ist. Ferner ist eigentlich $d\left(\frac{1}{b}\right) = \frac{1}{b+db} - \frac{1}{b}$ $= \frac{-db}{b(b+db)} = \frac{-db}{b^2} + \frac{db^2}{b^3} - \ldots$, also

$$d\left(\frac{1}{l}\right) = \frac{+\sigma dn}{p} + \frac{db}{b^2} - \frac{db^2}{b^3}.$$

Nun ist ferner $db = -dP$, und $\frac{1}{P} = \frac{2n}{R} + \frac{2(n-1)}{r}$, also $\frac{1}{P+dP} - \frac{1}{P} = \frac{-dP}{P(P+dP)} = \frac{\Sigma dn}{P}$, oder $\frac{\frac{dP}{P}}{1+\frac{dP}{P}}$ $= -\Sigma dn\,P$, woraus $dP = -\Sigma dn\,P\,(1-\Sigma dn)$ folgt. Daher denn:

$$d\left(\frac{1}{l}\right) = \frac{\sigma dn}{p} + \frac{\Sigma dn P}{b^2} - \frac{\Sigma^2 dn^2 P}{b^2} - \frac{\Sigma^2 dn^2 P^2}{b^3} = \frac{-dl}{l(l+dl)}.$$

Digitized by Google

Weil wir aber $\frac{\Sigma dn}{p} + \frac{\Sigma dn P}{b^2} = 0$ gemacht haben, und es auch nicht anders machen dürfen, so haben wir noch eine Abweichung

$$dl = \frac{l(l+dl)}{b^2}\Sigma^2 dn^2 P\left(1+\frac{P}{b}\right).$$

Statt $l+dl$ dürfen wir aber nun l^2 setzen, und weil in unserem Falle b negativ genommen werden muſs, so ist

$$'dl = -\frac{l^2}{b^2}P\left(\frac{P}{b}-1\right)\Sigma^2 dn^2,$$

welches die noch übrige Abweichung ist, sofern sie vom Quadrat von dn abhängt. Setzen wir aber statt der Buchstaben die früher gefundenen Werthe, so wird sehr nahe

$$dl = -11{,}5\, dn^2 P$$
$$\text{oder } dl = -11{,}17\, dn^2 l$$

Setzen wir aber dann für die äuſsersten und schwächsten Strahlen des Spectrums $dn = \frac{1}{100}$, so wird

$$dl = \frac{-l}{895}.$$

So groſs ist demnach die noch übrige Abweichung. Da aber dieselbe immer negativ bleibt, es mag dn positiv oder negativ seyn, so fallen die Farben, welche gleichweit von der mittleren abstehen, genau zusammen. Den Abweichungskreis construiren wir daher in der Mitte von dl; um ihn am kleinsten zu erhalten, weſshalb eigentlich die Abweichung nur

$$dl = \frac{-l}{1790}$$

zu schätzen ist. Diese reducirt sich noch bedeutend weiter, wenn wir überlegen, daſs die Abweichungskreise nach dem kleinen Spiegel abzumessen sind.

Man wird nun, um diese Art der Farbenzerstreuung möglichst unschädlich zu machen, in der Wahl des mittleren Brechungsverhältnisses n vorsichtig seyn müssen; es wird das arithmetische Mittel aus den Brechungsverhältnissen der orangenen und dunkelblauen Strahlen am besten zum mittleren Brechungsverhältniſs sich eignen, weil dann diese beiden lebhaften Farben nach einerlei Seite gleichviel abweichen und also genau zusammentreffen werden. Die Abweichung der zwischen ihnen liegenden Farben ist dann jedenfalls nur gering, und die der äuſsersten Strahlen, der geringen Intensität halber, unschädlich. Auf diese Art können wir dahin gelangen, daſs selbst bei den gröſsten Fernröhren, deren Ausführung mit Glasspiegeln noch möglich ist, die von dn^2 abhängige Farbenzerstreuung nichts schadet.

Es ist dabei ein groſses Glück, daſs der Werth von Σ und also auch die Farbenzerstreuung des Objectivspiegels, so gering ist, nämlich gegen 7,5 mal geringer, als bei einer Linse von gleicher Brennweite und aus gleicher Materie. Wäre die Zerstreuung des Spiegels der einer Linse gleich, so würde das Fernrohr ganz untauglich werden, weil dann die obige Farbenzerstreuung 56 mal gröſser werden würde.

Aus diesem Grunde scheint mir auch die von *Littrow* vorgeschlagene Trennung der beiden Linsen eines Doppelobjectivs sehr beschränkt werden zu müssen, wenn wir nicht ein Glas erfinden können, welches sehr viel weniger zerstreut, als unser jetziges Kronglas. Hätte man auch ein solches Flintglas, das so sehr zerstreute, daſs man die Correctionslinse von der Hauptlinse bis auf $\frac{1}{3}$ ihrer Brennweite abrücken dürfte, so würde zwar die Ausführung eines solchen Instruments sehr erleichtert werden, es würde aber auch dasselbe wegen der Gröſse von dn^2 abhängigen Farbenzerstreuung ganz unbrauchbar seyn.

§. 11.

Weit unter diesem nach *Cassegrain*scher Einrichtung construirten Telescop steht das *Gregory*sche mit Glasspiegeln. Die Nebenbilder werden zwar vollkommen unschädlich und der groſse Spiegel würde für sich eine ungeheuere Oeffnung vertragen; allein der kleine Spiegel erhält bei sphärischen Flächen eine so ungeschickte Form, daſs die Oeffnung des Instrumentes im Vergleich mit dem vorigen nur sehr gering seyn darf, wozu noch kommt, daſs die von dn^2 abhängige Farbenzerstreuung schon ziemlich bedeutend wird. Wir unterlassen daher hier die nähere Untersuchung dieses Instrumentes.

Es lieſsen sich wohl noch auch andere Arten Telescope mit Glasspiegeln construiren, allein sie scheinen den beiden in §. 6 und 9 beschriebenen nachzustehen.

Weimar, den 1sten September 1840.

Dr. *Fr. W. Barfuſs.*

Inhalt.

Ueber Fernröhre mit Glasspiegeln und deren Vorzüge. Von Herrn Dr. *Barfuſs*. p. 197.

Altona 1841. April 8.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 422.

Neue Untersuchung der Reductionselemente der Declinationen und Bestimmung der Declinationen der Fundamentalsterne.

Von Herrn Geh. Rath und Ritter *Bessel*.

Es sind jetzt zwanzig Jahre verstrichen, seitdem ich meine, auf Beobachtungen mit dem Reichenbachschen Meridiankreise der Königsberger Sternwarte gegründeten Untersuchungen über die Reductionselemente der Declinationen bekannt machte und ihre Resultate zur Bestimmung der Declinationen der Fundamentalsterne und einer Anzahl von Circumpolarsternen anwandte. Diese Untersuchungen beruheten auf einer grossen Anzahl von Beobachtungen und einer Vertheilung derselben, welche erwarten liessen, dass die Sicherheit ihrer Resultate, durch Anwendung *desselben* Apparats nicht leicht vermehrt werden könne. Indessen ist seit ihrer Aufsuchung so lange Zeit verflossen, dass sowohl Fehler der Bestimmung der Declinationen für 1820, sich schon merklich vergrössert haben, als auch Fehler der Bestimmung für 1755, durch deren Vergleichung mit der ersteren, die Reduction auf die gegenwärtige Zeit (1840) erlangt worden muss, schon merklich hervortreten. Wenn nämlich die Fehler der Bestimmungen für 1820 und für 1755 durch ε und ε' bezeichnet werden, so geht daraus, für 1840, der Fehler $\frac{11}{9}\varepsilon - \frac{2}{9}\varepsilon'$ hervor. Man musste daher die Sicherheit der Kenntniss der Declinationen für 1840 wesentlich vermehren können, wenn man denselben Apparat, der ihre Bestimmung für 1840 ergeben hat, zu einer neuen Bestimmung anwendete. Aber man konnte auch von zwei Verbesserungen der Beobachtungsart, welche ich unten näher angeben werde, einen günstigen Erfolg erwarten.

Ich veranlasste daher Herrn Observator Dr. *Busch*, welcher die Meridianbeobachtungen auf der Königsberger Sternwarte seit dem Jahre 1831 ausführt, eine der früheren ähnliche Untersuchung vorzunehmen. Wie er diesem Wunsche entsprochen hat, wird das Folgende zeigen. Denn alle dazu angewandten Beobachtungen hat er allein ausgeführt, so wie er auch ihre Reduction auf 1840 selbst vorgenommen hat. Diese Arbeiten des Herrn Dr. *Busch* sind es, wodurch ich den Astronomen gegenwärtig eine nicht uninteressante Mittheilung zu machen glaube.

§. 1. *Veränderungen der früheren Beobachtungsart.*

Bekanntlich hat *Bohnenberger* ein sehr elegantes Verfahren angegeben, wodurch die Beobachtungen an Instrumenten, welche zur Bestimmung der Declinationen dienen, unmittelbar auf die Richtung der Lothlinie ihres Standpuncts bezogen werden können. Es besteht in der Beobachtung des von einer, im Gleichgewichte befindlichen Quecksilberfläche reflectirten Bildes des Fadennetzes des senkrecht auf sie gerichteten Fernrohrs, und giebt unmittelbar die Stellung, in welcher seine Absehenslinie auf den Nadir gerichtet ist. Dieses Verfahren ist jederzeit und so leicht ausführbar, dass ich es für einen werthvollen Zusatz zur Beobachtungskunst halte. Ein Mittel, das Fadennetz von oben so stark zu beleuchten, dass man sein reflectirtes Bild sehen kann, verdanke ich der Mittheilung meines sinnreichen Freundes, Prof. von *Steinheil*; es besteht in einem kleinen Planglase, welches, im 45ten Grade gegen die Axe des Fernrohrs geneigt, auf der Fassung des Oculars aufgestellt wird; durch welche hindurch man in das Fernrohr sieht, und welches zugleich, wenn es dem durch ein Fenster einfallenden Tageslichte zugewandt wird, Licht genug in das Fernrohr reflectirt, um die beabsichtigte Wirkung hervorzubringen. Als Herr *Baumann* in Berlin hier häufige Anwendungen dieser Einrichtung sah, war er der Meinung, dass man das Licht verstärken könne, wenn man einen, die Augenöffnung nur zum Theil verdeckenden Metallspiegel, statt des Planglases, anwende; er hatte auch die Güte, mir einen solchen Spiegel zu verfertigen, welcher wirklich ein weit lebhafteres Licht giebt, als das, seinen grössten Theil durchgehen lassende unbelegte Planglas.

Die Anwendung dieses Mittels, die lothrechte Lage der Absehenslinie des Meridiankreises unmittelbar zu erkennen, führt zur Kenntniss der Entfernungen beobachteter Sterne von dem *Scheitelpuncte*. Da diese früher nur durch die Verbindung von Beobachtungen in beiden entgegengesetzten Lagen der Axe des Instruments erlangt werden konnten, so konnte einer neuen Beobachtungsreihe der Vorzug vor der älteren gegeben werden, dass jede einzelne Beobachtung eines Sterns, von anderen Sternbeobachtungen ganz unabhängig, auf die Richtung der Schwere bezogen werden konnte. Die ältere Beobachtungsreihe bestimmte dagegen zunächst die Entfernungen der Sterne von dem *Pole*, welcher durch Beobachtungen von Circumpolarsternen erkannt wurde. Vor diesen hat

Digitized by Google

die Beobachtung des Nadirs die Vorzüge, dafs sie von der Heiterkeit des Himmels nicht abhängig ist, also *jederzeit* vorgenommen werden kann, und dafs das reflectirte Bild der Fäden dem Zittern der Luft nie unterworfen ist, welches die Sicherheit der Beobachtungen von Sternen häufig vermindert. Ich halte also die regelmäfsige und häufige Anwendung des *Bohnenbergers*chen Verfahrens für eine wesentliche Verbesserung der Beobachtungsart.

Durch die Bekanntmachung meiner früheren Untersuchung des auch gegenwärtig verfolgten Gegenstandes, ist die Beobachtung der von einer horizontalen Fläche reflectirten Bilder der Sterne, in die Praxis der Sternwarten eingeführt worden. Damals benutzte ich zu diesem Zwecke die Oberfläche des in einem drei Fufs Durchmesser habenden Gefäfses enthaltenen Wassers; allein auf der Greenwicher Sternwarte hat *Pond* eine weit kleinere Quecksilberfläche angewandt und dadurch vollkommen gelungene Beobachtungen erhalten. Ich bin diesem Beispiele gefolgt, indem ich die horizontale Fläche gleichfalls durch Quecksilber, in einer amalgamirten, sehr wenig tiefen Schale von Kupfer enthalten, hervorgebracht habe. Dadurch gewinnt die Bequemlichkeit der Anwendung des Verfahrens beträchtlich; auch verliert es seine frühere Beschränkung auf die Wärme der Luft, in welchem das Wasser nicht gefriert; endlich sind Schwankungen, welche durch Luftzug oder andere zufällige Bewegungen entstehen, in dem wenig tiefen Quecksilbergefäfse von weit kürzerer Dauer, als in dem tieferen Wassergefäfse. Ich wünschte, dafs die durch diese Einrichtung erlangte Erleichterung der Beobachtungen der reflectirten Bilder der Sterne häufige und namentlich bis zu gröfseren Entfernungen vom Scheitelpunkte fortgesetzte Anwendungen zur Folge haben mögte; allein wenn man sehr tiefe Sterne auf diese Art beobachten wollte, so war es nöthig, die untere Hälfte der Durchschnittsklappen zu öffnen, wodurch dem Luftzuge freierer Zutritt eröffnet wurde, welchen Herr Dr. *Busch* selten schwach genug fand, um solche Sterne häufig beobachten zu können. Im Jahre 1840 ist ein beträchtlicher Bau auf der Sternwarte vorgenommen worden, wodurch sie zu dem Empfange eines neuen Meridiankreises, welchen ich der Kunst der Herren *A. & G. Repsold* verdanken werde, vorbereitet worden ist. Diese Gelegenheit habe ich benutzt, um auch dem Verschlusse der Meridiendurchschnitte eine Einrichtung zu geben, welche den Luftzug ungleich besser ausschliefsen wird, als die frühere. Die häufigere und allgemeinere Beobachtung der reflectirten Bilder der Sterne war die zweite beabsichtigte Veränderung der früheren Beobachtungsart.

§. 2. *Beobachtungen der Circumpolarsterne.*

Von 69 Sternen, welche bei der früheren Untersuchung in beiden Culminationen beobachtet worden sind, sind für die gegenwärtige 30 ausgewählt worden, wovon jedoch drei (*γ Bootis*, *η Herculis*, *α Aurigae*) in der unteren Culmination unbeobachtet geblieben sind. Ihre Zahl wurde auf etwa die Hälfte vermindert, um die zur allgemeineren Beobachtung ihrer reflectirten Bilder nothwendige Zeit zu gewinnen. Alle Beobachtungen sind, durch Vergleichung mit der um 180° veränderten Bestimmung des Nadirs und durch Hinzufügung des Theilungsfehlers des Kreises, so wie die auf meine frühere Prüfung seiner Theilungen gegründete, S. VIII der Abtheilung VII der Königsberger Beobachtungen vorkommende Tafel ihn angiebt, auf scheinbare Zenithdistanzen, und diese durch die Strahlenbrechungstafel, welche sich in den *Tabulis Regiomontanis* findet, auf wahre Zenithdistanzen reducirt worden. Die früher bestimmte Biegung des Fernrohrs ist dabei nicht berücksichtigt worden, weil ihre neue Bestimmung einer der Gegenstände der Untersuchung ist. Das, der Strahlenbrechung wegen, angewandte äufsere Thermometer, ist durch die Methode untersucht worden, welche ich früher (Abth. VII. S. IX) bekannt gemacht habe; nachdem ich die inneren Ungleichheiten seiner Röhre dadurch erkannt hatte, haben die Herren *Pistor* und *Schiek* ihm eine neue, ihnen angemessene Scala gegeben, so dafs es die wahre Temperatur so lange unmittelbar angiebt, als die Bestimmung seiner beiden festen Punkte nicht eine Aenderung erfährt. Das Barometer ist noch das früher benutzte, und seinen Höhen ist (Abth. VIII. S. IX) eine Pariser Linie hinzugesetzt worden. Ferner sind die Entfernungen der reflectirten Bilder der Sterne, durch Hinzufügung von 0″063 tang. Zen. Dist., von dem 3 Fufs unter der Axe des Instruments stehenden Quecksilbergefäfse auf die Lothlinie des Instruments reducirt worden. Endlich ist Alles, durch die in den *Tabb. Region.* enthaltenen Hülfsmittel, auf 1840 gebracht, welche Epoche gewählt wurde, indem die Beobachtungen in die Zeit von 1836 bis zum Ende von 1840 fallen. In der folgenden Zusammenstellung trenne ich die in beiden entgegengesetzten Lagen des Instruments gemachten Beobachtungen, sowohl der Sterne selbst als ihrer reflectirten Bilder, von einander.

Digitized by Google

		Obere Culminationen. Entfernung vom Scheitelpuncte. Ost.			West.			Der reflectirten Bilder Entfernung vom Fufspunkte. Ost.			West.		
30	α Lyræ ..... S.	16° 4′ 32″ 53		9	31″ 81		30	31″ 94		6	32″ 95		5
29	γ Bootis	15 42 9,71		13	8,51		16	10,13		9	10,10		21
28	η Herculis	15 29 2,38		8	0,77		10	1,93		4	3,35		14
27	ε Persei	15 10 21,84		2	23,06		8	——		——	——		——
26	γ Cygni	14 57 55,86		2	58,07		28	58,71		10	59,46		13
25	β Persei	14 22 49,80		1	47,47		8	——		——	——		——
24	γ Andromedæ	13 9 20,17		5	20,24		18	20,51		18	——		——
23	α Cygni	10 0 9,61		27	9,23		38	9,15		6	10,70		12
22	α Aurigæ	8 53 12,78		12	15,01		9	16,26		15	——		——
21	δ Persei	7 36 39,47		3	42,98		9	——		——	——		——
20	α ——	5 26 42,45		7	44,20		13	——		——	——		——
19	δ Cygni	4 51 ——		—	39,43		29	——		——	——		——
18	γ Ursæ majoris ...	4 35 59,10		10	59,36		12	——		——	——		——
17	ι Cygni	3 19 ——		—	21,95		12	——		——	——		——
16	γ Draconis	3 12 ——		—	15,10		27	——		——	——		——
15	τ Cygni	2 43 ——		—	2,97		13	——		——	——		——
14	ψ	2 41 ——		—	52,40		22	——		——	——		——
13	XVIII. 170	2 39 ——		—	59,76		17	——		——	——		——
12	β Draconis	2 17 ——		—	31,18		9	——		——	——		——
11	κ Cygni	1 38 ——		—	20,09		24	——		——	——		——
10	γ Ursæ majoris ...	0 7 45,68		16	46,97		18	——		——	——		——
9	α Cassiopeæ .... N.	0 56 40,91		5	39,03		16	——		——	——		——
8	α Cephei	7 11 ——		—	42,07		20	43,68		4	44,91		10
7	α Ursæ majoris ...	7 53 57,22		20	57,12		13	56,18		13	58,53		9
6	β Cephei	15 8 ——		—	42,22		22	44,36		4	43,33		11
5	γ Ursæ minoris ...	17 41 21,19		9	21,26		27	22,11		5	22,08		11
4	β ——	20 5 42,66		8	43,48		20	43,81		8	43,78		11
3	γ Cephei	22 1 31,95		10	32,89		12	32,20		3	35,15		4
2	δ Ursæ min.	31 52 38,11		20	39,26		58	——		——	39,97		7
1	α —— ——	33 44 30,85		60	30,91		71	30,76		27	30,37		17
		Untere Culminationen.											
1	α Ursæ minoris ... N.	86 49 48,31		83	47,11		74	47,02		20	48,21		12
2	δ —— ——	88 41 38,84		22	39,41		25	——		——	——		——
3	γ Cephei	48 32 46,11		19	48,16		7	48,63		6	47,40		8
4	β Ursæ min.	50 28 34,00		9	34,57		11	36,55		7	40,14		3
5	γ —— ——	52 52 57,47		6	55,80		8	56,59		2	58,63		3
6	β Cephei	55 25 35,50		16	34,79		8	37,35		6	34,98		1
7	α Ursæ maj.	62 40 20,02		9	21,47		11	20,70		1	20,64		4
8	α Cephei	63 22 35,54		13	34,43		7	37,35		6	——		——
9	α Cassiopeæ	69 37 37,33		19	37,57		3	39,70		7	41,84		1
10	γ Ursæ maj.	70 42 3,75		5	5,36		14	——		——	7,88		3
11	κ Cygni	72 12 36,20		10	33,55		2	——		——	——		——
12	β Draconis	72 51 47,27		9	43,97		3	——		——	——		——
13	XVIII. 170	73 14 13,34		1	12,00		2	——		——	——		——
14	ψ Cygni	73 16 8,67		13	7,96		2	——		——	——		——
15	7 ——	73 17 18,72		8	14,59		2	——		——	——		——
16	γ Draconis	73 46 32,13		8	27,98		3	——		——	——		——
17	ι Cygni	73 53 38,78		12	——		——	——		——	——		——
18	γ Ursæ maj.	75 10 20,69		1	16,11		10	——		——	——		——
19	δ Cygni	75 26 54,74		12	52,73		2	——		——	——		——
20	ε Persei	76 0 2,40		10	4,20		11	——		——	——		——
21	δ ——	78 0 62,30		5	58,76		10	——		——	——		——
23	α Cygni	80 34 26,74		12	26,29		2	——		——	——		——
24	γ Andromedæ	83 43 41,14		9	40,36		7	——		——	——		——
25	β Persei	84 57 7,35		7	5,14		11	——		——	——		——
26	γ Cygni	86 32 17,81		10	——		——	——		——	——		——
27	ε Persei	85 44 42,62		6	42,56		10	——		——	——		——
30	α Lyræ	86 38 50,30		8	44,97		3	——		——	——		——

Digitized by Google

§. 3. *Beobachtungen der Fundamentalsterne.*

Die Beobachtungen der drei nördlichsten der Fundamentalsterne *α Aurigae*, *α Cygni*, *α Lyrae* sind schon in der vorigen Zusammenstellung angeführt; von den übrigen Sternen finden sich die folgenden.

		Entfernung vom Scheitelpunkte. Ost.		Entfernung vom Scheitelpunkte. West.		Der reflectirten Bilder Entfernung vom Fufspunkte. Ost.		Der reflectirten Bilder Entfernung vom Fufspunkte. West.	
31	α Geminorum *)	22° 28′ 55″ 45	34	53″ 78	44	53″ 95	5	54″ 25	3
32	β Tauri	26 14 56,06	53	55,29	44	56 97	17	—	—
33	β Geminorum	26 18 27,40	59	26,44	47	27'22	5	27,75	5
34	α Andromedæ	26 30 26,37	25	24,47	40	—	—	—	—
35	α Coronæ	27 27 25,51	43	24.07	73	24,67	7	25,04	21
36	α Arietis	32 0 41,40	46	40,71	27	41,78	7	—	—
37	α Bootis	34 41 44 88	51	43,60	61	44,40	5	44,96	10
38	α Tauri	38 31 57,66	52	56,49	29	—	—	—	—
39	β Leonis	39 14 52,04	14	51,61	21	—	—	—	—
40	α Herculis	40 8 11,05	18	10,08	34	11,94	6	10,45	7
41	α Pegasi	40 22 6,97	31	4,86	35	—	—	—	—
42	γ ——	40 25 13,86	36	12,12	38	—	—	—	—
43	α Leonis	41 58 3,39	44	2,64	23	4,90	16	3,40	4
44	α Ophiuchi	42 1 56,88	24	55,56	42	56,88	6	56,85	14
45	γ Aquilæ	44 29 9,80	31	8.07	106	10,46	11	—	—
46	α ——	46 15 49,34	43	47,44	118	47,75	11	—	—
47	α Orionis	47 20 35,29	40	34,04	37	35,99	16	—	—
48	α Serpentis	47 46 50,48	38	48,82	65	50,32	5	59,82	17
49	β Aquilæ	48 42 8,82	26	6,99	111	9,20	10	—	—
50	α Canis minoris	49 5 4,16	48	2,48	57	2,82	5	3,80	5
51	α Ceti	51 15 23,35	18	22,77	14	—	—	—	—
52	β Virginis	52 2 53,58	18	51,50	13	—	—	—	—
53	α Aquarii	55 48 31,34	28	30,50	47	—	—	—	—
54	α Hydræ	62 40 57,62	37	56,14	19	59,90	3	—	—
55	β Orionis	63 6 22 23	55	20,93	50	—	—	—	—
56	α Virginis	65 2 17,68	18	16,44	34	—	—	—	—
57	1 α Capricorni	67 42 43,68	23	42,56	42	—	—	—	—
58	2 α ——	67 44 ——	—	59,21	8	—	—	—	—
59	1 α Libræ	70 2 32,58	10	29,93	12	—	—	—	—
60	2 α ——	70 5 13,97	6	11,54	11	—	—	—	—
61	α Canis majoris	71 12 57,41	23	57,20	25	61,85	3	—	—
62	α Scorpii	80 47 6,14	14	5,87	9	—	—	—	—

*) Der hellste von den beiden Sternen des Doppelsterns.

§. 4. *Verbindung der Beobachtungen mit den Reductions-Elementen und Declinationen.*

Die Angaben der beiden vorigen §§. entsprechen den Ueberschriften der sie enthaltenden Columnen nur unter der Bedingung, dafs die Ablesungen des Kreises, aufser der schon angebrachten Verbesserung der Theilungsfehler, keiner weiteren Berichtigung bedürfen und dafs die angewandte Strahlenbrechungstafel richtig sei. Ich werde aber eine durch die Schwere erzeugte Biegung des Fernrohrs des Instruments annehmen und ihre Gröfse, so wie auch die Gröfse eines Factors, womit die angewandten Strahlenbrechungen zu multipliciren sind, als unbekannte Gröfsen betrachten, und deren Bestimmung durch jene Angaben suchen. Die Gröfse des Einflusses des Thermometerstandes auf die Strahlenbrechung, ist einer der Gegenstände der früheren Untersuchung gewesen, auf den ich diesesmal nicht zurückkommen werde.

Wenn man von der Biegung des Fernrohrs des Meridiankreises nur annehmen will, dafs sie in jeder Lage desselben durch unveränderliche Gegengewichte vernichtet werden könne, nicht aber, dafs sie in lothrechter Lage des Fernrohrs verschwinde, so ist die durch sie nothwendig gemachte Verbesserung der beobachteten Zenithdistanzen von der Form

$$\alpha \sin s + \beta \cos s$$

wo s die wahre Zenithdistanz bedeutet. Damit diese Formel für alle Punkte des Meridians gelte, mufs s von 0 bis 360° gezählt werden. Zählt man s von dem Scheitelpunkte durch Süden, den Fufspunkt und Norden, bis wieder zum Scheitelpunkte, so ist eine nördliche Zenithdistanz $s' = 360° - s$ und ihre Verbesserung wegen der Biegung, die mit entgegengesetzten Zeichen genommene von $360° - s$, oder

$$-\alpha \sin s' - \beta \cos s'$$

Allein die eine Lage der horizontalen Drehungsaxe des Instruments hat zu der einen, Hälfte des Meridians dieselbe Beziehung, welche die andere zu der anderen hat; oder wenn die Formel $a \sin s + \beta \cos s$ für die eine dieser Lagen geltend angenommen wird, so gilt $a \sin s - \beta \cos s$ für die andere. Ich werde daher die anzubringende Verbesserung

$$\varphi_2 = a \sin s \pm \beta \cos s$$

und das obere Zeichen für die östliche Lage des Kreises, das untere für die westliche annehmen. Die Zenithdistanzen werden dann vom Scheitelpunkte durch Süden, von 0 bis 360° gezählt, oder, was damit gleichbedeutend ist, die nördlichen werden als negativ angesehen.

Die als Entfernungen vom Scheitelpunkte angegebenen Zahlen sind die um 180° verminderten Bewegungen der Abschenslinie des Fernrohrs von dem Fufspunkte bis zu den Sternen, in der Richtung genommen, welche die Formel vor-

$$a \sin s + \beta (1 + \cos s), \quad a \sin s - \beta (1 + \cos s),$$

und wenn er im *nördlichen* Quadranten in der Zenithdistanz s

$$a \sin s - \beta (1 + \cos s), \quad a \sin s + \beta (1 + \cos s),$$

hinzuzusetzen.

Der Factor, womit die angewandten Strahlenbrechungen ρ zu multipliciren sind, werde ich durch $1 + k$ bezeichnen, also jeder Angabe der beiden Verzeichnisse $\rho\, k$ hinzusetzen, wo ρ das arithmetische Mittel aus allen Werthen der Strahlenbrechung, welche Behufs der Erlangung der Angabe, aus den Tafeln berechnet worden sind, bedeutet.

Die Ausdrücke der Entfernung eines Sterns vom Scheitelpunkte und seines reflectirten Bildes vom Fufspunkte, durch seine Declination δ und die Polhöhe Φ, sind:

Stern südlich vom Scheitelpunkte . . . . . $= \delta + \Phi$
— nördlich — — — obere Culm. . . . $\delta - \Phi$
— — — — untere — — $- \delta + 180° - \Phi$

Setzt man sie den Ausdrücken der für die Biegung des Fernrohrs und den Fehler der Strahlenbrechung verbesserten Angaben der Verzeichnisse §. 2 und 3 gleich, so erlangt man dadurch die Gleichungen, welche die unbekannten Grösen δ, Φ, a, β, k mit diesen Angaben in Verbindung bringen. Die erste dieser Grösen ist für jeden anderen Stern eine andere; es ist aber bequemer, $\delta - \Phi \pm \rho\, k$, wo ρ die Strahlenbrechung eines Sterns in seiner oberen Culmination bedeutet und das obere Zeichen genommen wird, wenn diese südlich, das untere wenn sie nördlich vom Scheitelpunkte stattfindet, zu *einer*, jedem der beobachteten Sterne eigenthümlichen unbekannten Grösse zu vereinigen, indem man für ρ das arithmetische Mittel aus allen, für die obere Culmination in Rechnung gebrachten Werthen der Strahlenbrechung annimmt. Wenn ausgesetzt: Sie fordern also die Verbesserung $\varphi_2 - \varphi$, $180° = a \sin s \pm \beta (1 + \cos s)$, welche, wenn auch nördliche Zenithdistanzen als positiv angesehen werden sollen, für diese mit entgegengesetzten Zeichen, nämlich $= a \sin s' \mp \beta (1 + \cos s')$ genommen werden muss. Die als Entfernungen vom Fufspunkte angegebenen Zahlen sind dagegen die Bewegungen der Abschenslinie des Fernrohrs, wenn, sie südlich sind, von dem Sterne bis zu dem Fufspunkte, wenn nördlich von diesem bis zu jenem. Der erste Fall fordert also die Verbesserung $\varphi \cdot 180° - \varphi (180° - s) = -a \sin s \mp \beta (1 - \cos s)$; der zweite die Verbesserung $\varphi_2 - \varphi \cdot 180° = -a \sin s \pm \beta (1 + \cos s)$, welche durch den Ausdruck von s durch die nördliche Zenithdistanz s', nämlich $s = 180° + s'$, sich in $-a \sin s' \pm \beta (1 - \cos s')$ verwandelt. Man hat daher den Angaben in den vier Columnen der beiden vorigen §§, wenn der Stern in dem *südlichen* Quadranten des Meridians, in der Zenithdistanz s culminirt, resp.

$$- a \sin s - \beta (1 - \cos s), \quad - a \sin s + \beta (1 - \cos s)$$

culminirt, resp.

$$- a \sin s + \beta (1 - \cos s), \quad - a \sin s - \beta (1 - \cos s)$$

derselbe Stern auch in der unteren Culmination beobachtet ist, für welche, die ähnlich vereinigte unbekannte Grösse $\delta - 180° \mp \varphi + \rho' k$ ist, so kann man statt derselben die vorige $- 180° + 2\varphi \mp (\rho' \mp \rho)\, k$ schreiben, wodurch den aus den Beobachtungen dieser Culmination hervorgehenden Gleichungen, ausser a und β, drei unbekannte Grösen gegeben werden, nämlich die vorige, φ und k. Für ρ' kann das arithmetische Mittel aller für die untere Culmination berechneten Werthe der Strahlenbrechung genommen werden; denn diese Werthe, so wie die von ρ, verändern sich nur durch die Schwankungen der Barometer- und Thermometerstände und zwar nicht so stark, dafs ihre Veränderungen einen erheblichen Beitrag zur Bestimmung von k liefern könnten.

Damit man mit kleineren Zahlen zu thun habe, kann man $\delta + \Delta\delta$ statt δ und $54° 42' 50'' + \Delta\Phi$ statt Φ schreiben und unter δ eine Näherung an den Werth von δ verstehen. Bezeichnet man dann den unbekannten Werth, welchen $\Delta\delta - \Delta\Phi \pm \rho\, k$ für jeden der 62 Sterne der Verzeichnisse §. 2 und 3 besitzt, durch die Zahl (m), welche diesem Sterne dort beigelegt ist; ferner das was von jeder zu der *oberen* Culmination gehörigen Angabe in den vier Columnen der Verzeichnisse übrig bleibt, wenn man $\mp (54° 42' 50'' - d)$ hinzusetzt, durch n_1, n_2, n_3, n_4, so erhält man die Gleichungen:

$$\begin{aligned}
&1^{te}\text{ Col.} \ldots n_1 = \mp (m) - a \sin s \mp \beta (1 + \cos s)\\
&2^{te}\text{ —} \ldots n_2 = \mp (m) - a \sin s \pm \beta (1 + \cos s)\\
&3^{te}\text{ —} \ldots n_3 = \mp (m) + a \sin s \mp \beta (1 - \cos s)\\
&4^{te}\text{ —} \ldots n_4 = \mp (m) + a \sin s + \beta (1 - \cos s)
\end{aligned}$$

Digitized by Google

we die oberen Zeichen gelten, wenn die obere Culmination südlich von dem Scheitelpunkte, die untere, wenn sie nördlich von demselben stattfindet. Wenn das, was von jeder zu der unteren Culmination gehörigen Angabe in den vier Columnen des Verzeichnisses §. 2 übrig bleibt, nachdem $d - 125°17'10''$ hinzugesetzt ist, durch n', n'_1, n'_2, n'_3 bezeichnet wird, erhält man durch diese Angaben die Gleichungen:

$$\begin{aligned}
1^{te}\text{ Col.}\ldots.n' &= -(m) - a\sin s' + \beta(1+\cos s') - 2\Delta\varphi - (p' \mp p)\,k\\
2^{te}\text{ ——}\ldots.n'_1 &= -(m) - a\sin s' - \beta(1+\cos s') - 2\Delta\varphi - (p' \mp p)\,k\\
3^{te}\text{ ——}\ldots.n'_2 &= -(m) + a\sin s' - \beta(1-\cos s') - 2\Delta\varphi - (p' \mp p)\,k\\
4^{te}\text{ ——}\ldots.n'_3 &= -(m) + a\sin s' + \beta(1-\cos s') - 2\Delta\varphi - (p' \mp p)\,k
\end{aligned}$$

Die aus einer beobachteten Zenithdistanz abgeleitete wahre verliert desto mehr von ihrer Sicherheit, je größer sie ist. Ich habe dieses früher (Abth. VII. S. XIII) näher untersucht, indem ich das *Gewicht* einer wahren Z. D. durch

$$\left(\frac{0''7126}{s}\right)^2$$

ausgedrückt und die Größe von s, für verschiedene Zenithdistanzen, durch die sich in ihrer Beobachtung zeigenden Unterschiede bestimmt habe. Man muss das Gewicht jeder Beobachtung, oder die Größe s, von welcher es abhängig gemacht worden ist, kennen, ehe man die auf den Beobachtungen der verschiedenen Sterne beruhenden Gleichungen, zur Bestimmung der ihnen gemeinschaftlichen unbekannten Grössen α, β, $\Delta\varphi$, k und der der oberen und unteren Culmination jedes Sternes gemeinschaftlichen (m) anwenden kann. Ich stelle daher, in der folgenden Tafel, die Logarithmen der Gewichte $(=p)$ zusammen, welche Herr Dr. *Busch*, der angeführten früheren Untersuchung gemäß, den Beobachtungen der verschiedenen Sterne beigelegt hat. Diese Tafel enthält zugleich die angewandten Näherungswerthe d der Declinationen, und die Werthe von $\sin s$, $\cos s$, p, $p' \mp p$, also Alles was zur Bildung der Gleichungen nothwendig ist.

Circumpolarsterne.

	Obere Culmination.					Untere Culmination.			
	log p	sin s	cos s	p	d	log p'	sin s'	cos s'	p' ∓ p
1	9,95777	0,555	0,832	38,7	88°27′21″99	9,95395	0,599	0,800	82,1
2	9,95998	0,528	0,849	36,0	86 35 29,28	9,95164	0,625	0,780	84,3
3	9,97217	0,375	0,927	24,0	76 44 22,00	9,93723	0,749	0,662	91,5
4	9,97454	0,344	0,939	21,2	74 48 33,01	9,93350	0,771	0,636	91,6
5	9,97762	0,304	0,953	18,2	72 24 12,00	9,92843	0,797	0,603	96,1
6	9,98083	0,261	0,965	15,9	69 51 31,61	9,92306	0,823	0,567	102,3
7	9,98994	0,137	0,991	8,1	62 36 46,88	9,91044	0,888	0,459	124,4
8	9,99079	0,126	0,992	7,4	61 54 31,88	9,91044	0,894	0,448	124,8
9	9,99878	0,016	1,000	1,0	55 39 30,89	9,83669	0,937	0,348	161,0
10	0,00000	0,002	1,000	0,1	54 35 2,36	9,82665	0,944	0,330	170,2
11	9,99793	0,029	0,999	1,6	53 4 32,00	9,79721	0,952	0,306	190,5
12	9,99708	0,040	0,999	2,0	52 25 18,00	9,78761	0,956	0,295	195,4
13	9,99659	0,047	0,999	2,7	52 2 52,00	9,77812	0,957	0,288	201,0
14	9,99659	0,047	0,999	2,7	52 1 0,00	9,77812	0,958	0,288	200,5
15	9,99659	0,047	0,999	2,8	51 59 48,00	9,77812	0,958	0,288	200,7
16	9,99587	0,056	0,998	3,0	51 30 35,64	9,76878	0,960	0,279	206,8
17	9,99587	0,058	0,998	3,3	51 23 30,00	9,76878	0,961	0,277	210,1
18	9,99417	0,080	0,997	3,5	50 6 50,20	9,73215	0,967	0,256	217,9
19	9,99393	0,085	0,996	3,6	49 51 12,00	9,73215	0,966	0,252	230,7
20	9,99308	0,095	0,996	3,7	49 17 7,40	9,70569	0,970	0,242	225,2
21	9,99054	0,130	0,992	3,9	47 16 12,00	9,64692	0,978	0,208	257,7
22	9,98862	0,154	0,988	9 0	45 49 37,47				
23	9,98729	0,174	0,985	10,2	44 42 40,18	9,54733	0,985	0,164	342,5
24	9,98322	0,225	0,974	13,6	41 33 30,00	9,33631	0,994	0,109	475,6
25	9,98179	0,248	0,969	15,7	40 20 4,00	9,19515	0,996	0,088	557,4
26	9,98095	0,258	0,966	15,6	39 44 53,00	9,06957	0,997	0,078	656,6
27	9,98071	0,262	0,965	16,6	39 32 30,00	9,03086	0,999	0,074	636,9
28	9,98038	0,267	0,964	16,0	39 13 48,00				
29	9,98012	0,271	0,963	16,1	39 0 40,00				
30	9,98764	0,277	0,961	16,9	38 38 17,59	8,56929	0,998	0,058	813,9

Digitized by Google

Fundamentalsterne.

	log p	sin a	cos a	ρ	δ
31	9,97182	0,382	0,924	24°1	32°18′56″19
32	9,96686	0,442	0,897	29,3	28 27 53,56
33	9,96688	0,443	0,896	29,0	28 24 22,83
34	9,96664	0,446	0,895	30,3	28 12 24,71
35	9,96548	0,461	0,887	29,5	27 15 25,37
36	9,95988	0,531	0,848	36,6	22 42 8,83
37	9,95660	0,569	0,822	40,0	20 1 5,68
38	9,95185	0,602	0,799	45,4	16 10 53,86
39	9,95096	0,633	0,774	47,9	15 27 58,30
40	9,94932	0,645	0,765	48,1	14 34 38,96
41	9,94980	0,648	0,762	50,6	14 20 44,45
42	9,94980	0,648	0,761	52,2	14 17 36,76
43	9,94762	0,659	0,744	52,6	12 44 46,92
44	9,94762	0,670	0,743	51,9	12 40 53,97
45	9,94464	0,701	0,713	57,6	10 13 40,45
46	9,94408	0,710	0,691	60,6	8 27 1,49
47	9,94408	0,735	0,678	63,7	7 22 16,10
48	9,94408	0,741	0,672	63,1	6 58 59,78
49	9,94408	0,751	0,660	66,4	6 0 41,84
50	9,94408	0,756	0,655	68,3	5 37 44,74
51	9,94408	0,780	0,626	76,4	3 27 26,85
52	9,94408	0,789	0,616	75,1	2 39 56,96
53	9,93272	0,827	0,562	85,4	— 1 5 41,11
54	9,91044	0,888	0,460	112,8	— 7 58 7,69
55	9,91044	0,892	0,452	118,8	— 8 23 31,81
56	9,89952	0,907	0,422	123 3	—10 19 27,93
57	9,84686	0,925	0,379	140,2	—12 69 53,14
58	9,84686	0,926	0,379	142,4	—13 2 10,49
59	9,83670	0,940	0,341	159,8	—15 19 40,74
60	9,83670	0,941	0,341	158,6	—15 22 21,91
61	9,81674	0,947	0,322	167,0	—16 30 7,57
62	9,53584	0,987	0,160	335,9	—26 4 15,01

§. 5. *Auflösung der durch das Vorige gegebenen Gleichungen.*

Diese Gleichungen haben die, jedem Sterne eigenthümlichen unbekannten Größen (1), (2), (3),....(62), die beiden allen Sternen gemeinschaftlichen α, β, und die beiden nur bei den in der unteren Culmination beobachteten Sternen vorkommenden $\Delta\Phi$ und λ. Obgleich die Gewichte der Beobachtungen in verschiedenen Zenithdistanzen, mit Rücksicht auf ihre, dem Horizonte zu, stark wachsenden Fehler bestimmt worden sind, so habe ich doch für angemessen erachtet, die hierdurch sehr gering werdenden Beiträge, welche die in 75° überschreitenden Zenithdistanzen gemachten Beobachtungen zu der Bestimmung von α, β und $\Delta\Phi$ liefern könnten, ganz zu vernachlässigen, so wie auch die, den in ihrer unteren Culmination über diese Grenze hinausgehenden Sternen zugehörigen (m) der oberen Culmination allein gemäfs zu bestimmen. Nachdem also die Gleichungen, nach der Ausschliefsung der aus den unteren Culminationen der Sterne 18 bis 30 hervorgehenden, auf die der Methode der kleinsten Quadrate gemäfse Art, zur Erlangung der Ausdrücke von (1), (2), (3),....(62) angewandt worden waren, wurden sie, nach fernerer Ausschliefsung des Sterns 62, auch in Beziehung auf die unbekannten Gröfsen α, β, $\Delta\Phi$ so behandelt, wie diese Methode es fordert, in Beziehung auf λ aber ohne Ausschliefsung einer Gleichung. Die hierdurch erlangten, zur Bestimmung von α, β, $\Delta\Phi$, λ führenden Gleichungen, wurden dann, durch Substitution der schon bekannt gewordenen Ausdrücke von (1), (2), (3)....(61), von diesen unbekannten Gröfsen befreit, und ergaben so die nothwendigen 4 Gleichungen zur Bestimmung von α, β, $\Delta\Phi$, λ.

(1)	=	− 6″122	− 0,039 α	− 0,001 β	− 0,980 $\Delta\Phi$	− 40″2 λ
(2)	=	+ 0,448	+ 0,066 α	+ 0,128 β	− 0,705 $\Delta\Phi$	− 29,6 λ
(3)	=	+ 0,789	− 0,040 α	+ 0,346 β	− 1,120 $\Delta\Phi$	− 51,2 λ
(4)	=	+ 0,858	− 0,053 α	+ 0,253 β	− 0,735 $\Delta\Phi$	− 33,7 λ
(5)	=	+ 0,560	− 8,005 α	+ 0,469 β	− 0,492 $\Delta\Phi$	− 23,6 λ
(6)	=	+ 1,880	− 0,165 α	+ 0,828 β	− 0,830 $\Delta\Phi$	− 41,5 λ
(7)	=	+ 1,418	− 0,126 α	− 0,197 β	− 0,588 $\Delta\Phi$	− 34,2 λ
(8)	=	+ 1,914	− 0,174 α	+ 0,796 β	− 0,777 $\Delta\Phi$	− 46,3 λ
(9)	=	+ 0,195	− 0,209 α	+ 0,820 β	− 0,991 $\Delta\Phi$	− 79,8 λ
(10)	=	+ 1,587	− 0,286 α	− 0,055 β	− 0,685 $\Delta\Phi$	− 51,5 λ
(11)	=	− 1,053	− 0,250 α	+ 1,729 β	− 0,479 $\Delta\Phi$	− 45,6 λ
(12)	=	+ 2,755	− 0,454 α	+ 0,402 β	− 0,905 $\Delta\Phi$	− 88,2 λ
(13)	=	− 1,142	− 0,134 α	+ 1,766 β	− 0,184 $\Delta\Phi$	− 19,4 λ
(14)	=	− 1,258	− 0,313 α	+ 1,691 β	− 0,683 $\Delta\Phi$	− 58,6 λ
(15)	=	+ 0,641	− 0,337 α	+ 1,610 β	− 0,535 $\Delta\Phi$	− 54,3 λ
(16)	=	+ 0,058	− 0,322 α	+ 1,723 β	− 0,389 $\Delta\Phi$	− 39,4 λ
(17)	=	− 0,752	− 0,385 α	+ 1,689 β	− 0,773 $\Delta\Phi$	− 76,3 λ
(18)	=	+ 0,286	− 0,080 α	+ 0,182 β	. . . . .	
(19)	=	− 1,430	− 0,085 α	+ 1,996 β	. . . . .	
(20)	=	− 0,988	− 0,094 α	+ 0,699 β	. . . . .	
(21)	=	− 4,102	− 0,180 α	+ 0,996 β	. . . . .	

Ich lasse jetzt die Resultate dieser Rechnungen, so wie Herr Dr. *Busch* sie gefunden hat, hier folgen.

$\Delta\delta$ =

(1)	+ $\Delta\Phi$	+ 38″7 λ	
(2)	+ $\Delta\Phi$	+ 35,7 λ	
(3)	+ $\Delta\Phi$	+ 24,0 λ	
(4)	+ $\Delta\Phi$	+ 21,2 λ	
(5)	+ $\Delta\Phi$	+ 18,2 λ	
(6)	+ $\Delta\Phi$	+ 19,9 λ	
(7)	+ $\Delta\Phi$	+ 8,1 λ	
(8)	+ $\Delta\Phi$	+ 7,4 λ	
(9)	+ $\Delta\Phi$	+ 1,0 λ	
(10)	+ $\Delta\Phi$	+ 0,1 λ	
(11)	+ $\Delta\Phi$	− 1,6 λ	
(12)	+ $\Delta\Phi$	− 2,0 λ	
(13)	+ $\Delta\Phi$	− 2,7 λ	
(14)	+ $\Delta\Phi$	− 2,7 λ	
(15)	+ $\Delta\Phi$	− 2,8 λ	
(16)	+ $\Delta\Phi$	− 3,0 λ	
(17)	+ $\Delta\Phi$	− 3,3 λ	
(18)	+ $\Delta\Phi$	− 3,5 λ	
(19)	+ $\Delta\Phi$	− 5,0 λ	
(20)	+ $\Delta\Phi$	− 5,7 λ	
(21)	+ $\Delta\Phi$	− 8,0 λ	

Digitized by Google

(22)	=	− 2″258	− 0,026 α	− 0,161 β
(23)	=	+ 0,260	− 0,099 α	+ 0,262 β
(24)	=	− 0,313	− 0,110 α	+ 0,834 β
(25)	=	− 1,694	− 0,248 α	+ 1,531 β
(25)	=	− 1,613	− 0,011 α	+ 0,859 β
(27)	=	− 2,818	− 0,263 α	+ 1,180 β
(28)	=	− 0,382	+ 0,007 α	+ 0,158 β
(29)	=	+ 0,411	+ 0,005 α	+ 0,092 β
(30)	=	+ 0,341	+ 0,155 α	+ 0,825 β
(31)	=	− 0,559	− 0,319 α	+ 0,229 β
(32)	=	+ 0,521	− 0,310 α	− 0,134 β
(33)	=	+ 0,152	− 0,367 α	− 0,196 β
(34)	=	+ 0,089	− 0,446 α	+ 0,437 β
(35)	=	− 0,041	+ 0,282 α	+ 0,382 β
(36)	=	− 0,030	− 0,437 α	− 0,426 β
(37)	=	+ 0,067	− 0,435 α	+ 0,136 β
(38)	=	− 0,409	− 0,602 α	− 0,511 β
(39)	=	− 0,082	− 0,633 α	+ 0,355 β
(40)	=	+ 0,480	− 0,387 α	+ 0,431 β
(41)	=	− 0,301	− 0,648 α	+ 0,107 β
(42)	=	+ 0,274	− 0,648 α	+ 0,047 β
(43)	=	− 0,396	− 0,361 α	+ 0,387 β
(44)	=	− 0,200	− 0,358 α	+ 0,341 β
(45)	=	+ 0,940	− 0,597 α	+ 0,869 β
(46)	=	+ 0,575	− 0,619 α	+ 0,935 β
(47)	=	− 0,013	− 0,482 α	+ 0,901 β
(48)	=	+ 0,753	− 0,480 α	+ 0,330 β
(49)	=	+ 1,195	− 0,649 α	+ 0,993 β
(50)	=	+ 2,207	− 0,625 α	+ 0,130 β
(51)	=	+ 0,954	− 0,780 α	− 0,203 β
(52)	=	+ 0,332	− 0,789 α	− 0,261 β
(53)	=	+ 0,296	− 0,827 α	+ 0,396 β
(54)	=	+ 0,573	− 0,889 α	− 0,470 β
(55)	=	+ 0,199	− 0,892 α	− 0,069 β
(56)	=	+ 1,061	− 0,907 α	+ 0,438 β
(57)	=	+ 0,184	− 0,925 α	+ 0,403 β
(58)	=	+ 1,281	− 0,927 α	+ 1,379 β
(59)	=	− 0,394	− 0,940 α	+ 0,122 β
(60)	=	− 0,488	− 0,942 α	+ 0,395 β
(61)	=	+ 0,002	− 0,886 α	+ 0,093 β
(62)	=	− 1,026	− 0,987 α	− 0,252 β

Δd = (22)	+ Δφ	− 9,0 ε	
(23)	+ Δφ	− 10,2 ε	
(24)	+ Δφ	− 13,5 ε	
(25	+ Δφ	− 15,7 ε	
(25)	+ Δφ	− 15,6 ε	
(27)	+ Δφ	− 16,6 ε	
(28)	+ Δφ	− 16,0 ε	
(29)	+ Δφ	− 16,1 ε	
(30)	+ Δφ	− 16,9 ε	
(31)	+ Δφ	− 24,1 ε	
(32)	+ Δφ	− 29,3 ε	
(33)	+ Δφ	− 29,0 ε	
(34)	+ Δφ	− 30,3 ε	
(35)	+ Δφ	− 29,6 ε	
(36)	+ Δφ	− 36,6 ε	
(37)	+ Δφ	− 40,0 ε	
(38)	+ Δφ	− 45,4 ε	
(39)	+ Δφ	− 47,9 ε	
(40)	+ Δφ	− 48,1 ε	
(41)	+ Δφ	− 50,6 ε	
(42)	+ Δφ	− 52,2 ε	
(43)	+ Δφ	− 52,6 ε	
(44)	+ Δφ	− 54,9 ε	
(45)	+ Δφ	− 57,6 ε	
(46)	+ Δφ	− 60,6 ε	
(47)	+ Δφ	− 63,7 ε	
(48)	+ Δφ	− 63,1 ε	
(49)	+ Δφ	− 66,4 ε	
(50)	+ Δφ	− 66,3 ε	
(51)	+ Δφ	− 76,4 ε	
(52)	+ Δφ	− 75,1 ε	
(53)	+ Δφ	− 85,4 ε	
(54)	+ Δφ	− 112,8 ε	
(55)	+ Δφ	− 115,8 ε	
(56)	+ Δφ	− 123,3 ε	
(57)	+ Δφ	− 140,2 ε	
(58)	+ Δφ	− 142,4 ε	
(59)	+ Δφ	− 159,8 ε	
(60)	+ Δφ	− 158,5 ε	
(61)	+ Δφ	− 335,9 ε	
(62)	+ Δφ	− 335,9 ε	

Die vier, zur Bestimmung von α. β, $\Delta\varphi$ und ε dienenden Gleichungen sind:

$$+\ 735''66 = \ \ 519{,}86\alpha - \ \ 5{,}58\beta + 345{,}56\Delta\varphi + 20586\varepsilon$$
$$-2041{,}20 = -5{,}58\alpha + 8915{,}75\beta + 233{,}02\Delta\varphi + 10896\varepsilon$$
$$+\ 968{,}20 = +345{,}56\alpha + 233{,}02\beta + 1009{,}28\Delta\varphi + 56239\varepsilon$$

und

$$+82937{,}8 = 32821{,}8\alpha + 22668{,}9\beta + 84672{,}6\Delta\varphi + 9201460\varepsilon$$

Ihre Auflösung ergiebt:

$$\alpha = +0''9498$$
$$\beta = -0{,}2465$$
$$\Delta\varphi = +0{,}7054$$
$$\varepsilon = +0{,}0002583.$$

§. 6. *Vergleichung der jetzt und im J. 1820 bestimmten Werthe der Reductionselemente der Declinationen.*

Der jetzt bestimmte Ausdruck der von der Wirkung der Schwere auf den Meridiankreis herrührenden Verbesserung einer beobachteten südlichen Zenithdistanz ist, jenachdem der Kreis gegen Osten oder gegen Westen gewandt ist:

$$+0''9498\ \sin z \mp 0''2455\ \cos z$$

oder die Verbesserung seiner beobachteten Angabe u ist:

$$= +0''9498\ \sin(u + 1°33') - 0''2465\ \cos(u + 1°33').$$

Früher fand ich den Ausdruck derselben Verbesserung (Abthl. VII. p. XIX)

$$= +1''11\ \sin(u + 1°33') + 0''25\ \cos(u + 1°33')$$

Digitized by Google

Das erste Glied beider Ausdrücke ist so nahe übereinstimmend, als man zu erwarten berechtigt seyn kann, das zweite ist aber eine halbe Secunde verschieden. Zufällige Beobachtungsfehler lassen eine so grofse Verschiedenheit nicht erwarten. Ich würde glauben, dafs das Instrument in der Zwischenzeit eine kleine Aenderung erfahren habe, wenn nicht ein Grund vorhanden wäre, dem angenommenen *Gesetze* der Biegung zu mifstrauen. Diesen Grund giebt die, durch zwei etwa horizontal gerichtete Fernröhre erlangte Bestimmung der Biegung, aus welcher sie nahe verschwindend hervorging (Abthl. X. p. IV), während ele, *beiden* auf die Beobachtung der Sterne und ihrer reflectirten Bilder gegründeten Bestimmungen zufolge, in der horizontalen Lage des Fernrohrs nahe eine Secunde grofs erscheint. Ist das Gesetz der Biegung anders als das angenommene, so mufs ihre neue Bestimmung von der ältern abweichen, indem sie den beobachteten Ort des Nadirs, die frühere den des Pols, zum Ausgangspunkte wählt, auch auf der bis zu gröfseren Zenithdistanzen fortgesetzten Beobachtung der reflectirten Bilder beruhet. Dafs die neue Bestimmung den vom Orte des Nadirs ausgehenden Beobachtungen der Sterne angemessener ist als die frühere und auch als die Annahme einer verschwindenden Biegung, ist nicht zweifelhaft.

Die *Polhöhe* des Meridiankreises geht aus der neuen Bestimmung

$$= 54°\,42'\,50''705$$

hervor, während die frühere sie $= 54°\,42'\,50''52$, also $0''185$ kleiner ergab. Ich glaube nicht, dafs man berechtigt ist, eine gröfsere Uebereinstimmung zu erwarten, zumal die über die Biegung gemachte Bemerkung zeigt, dafs die übrigbleibende Unsicherheit nicht noch den zufälligen Beobachtungsfehlern allein beurtheilt werden darf.

Die *Strahlenbrechung* ist, durch die neue Bestimmung, im Verhältnisse 1 : 1 — 0,0002583 verändert worden. Diese Veränderung beträgt in der Zenithdistanz von 45° nur — $0''016$; sie ist nicht gröfser als eine Veränderung des Thermometerstandes um ein Achtel Grad der *Fahrenh.* Scala, oder des Barometerstandes um ein Zehntel Linie, sie hervorbringen würde. Sie ist viel zu klein, um eine Veränderung der auf der früheren Untersuchung beruhenden, in den *Tabulis Regiom.* abgedruckten Strahlenbrechungstafel rechtfertigen zu können, denn sie liegt in den Grenzen der Unsicherheit, sowohl der einen als der anderen Bestimmung; so dafs die so nahe Uebereinstimmung beider als ein glücklicher Zufall erscheint.

§. 7. *Bestimmung der Declinationen der beobachteten Sterne für 1840.*

Man erlangt diese Bestimmung, indem man, in den §. 5 mitgetheilten Ausdrücken von Δd, die gefundenen Werthe von α, β, $\Delta\Phi$, k substituirt und die dadurch gefundenen Werthe von Δd den §. 4 angeführten Annahmen von d hinzufügt. Da durch erhält man:

		Decl. 1840.			Decl. 1840.
1	α Ursæ min.	88°27′21″84	32	β Tauri	28°27′54″53
2	δ ———	86 35 29,97	33	β Geminor.	28 24 23,39
3	γ Cephei	76 44 22,59	34	α Androm.	28 12 24,98
4	β Ursæ min.	74 48 33,98	35	α Coronæ	27 15 26,22
5	γ ———	72 24 12,90	36	α Arietis	22 42 9,24
6	β Cephei	69 51 33,81	37	α Bootis	20 1 6,02
7	α Ursæ maj.	62 36 48,55	38	α Tauri	16 10 53,28
8	α Cephei	61 54 33,60	39	β Leonis	15 27 58,25
9	α Cassiop.	55 39 30,32	40	α Herculis	14 34 39,68
10	γ Ursæ maj.	54 35 3,98	41	α Pegasi	14 20 44,23
11	$\varkappa$ Cygni	53 4 36,66	42	γ ———	14 17 37,13
12	β Draconis	52 25 20,32	43	α Leonis	12 44 47,00
13	XVIII. 170	52 2 50,67	44	α Ophiuchi	12 40 54,06
14	ψ Cygni	52 0 58,34	45	γ Aquilæ	10 13 41,32
15	γ ———	51 59 48,20	46	α ———	8 27 1,97
16	γ Draconis	51 30 35,49	47	α Orionis	7 22 15,35
17	l Cygni	51 23 28,65	48	α Serpentis	6 56 0,57
18	ε Ursæ maj.	50 6 51,07	49	β Aquilæ	6 0 42,40
19	δ Cygni	49 51 10,76	50	α Canis min.	5 37 46,85
20	α Persei	49 17 6,88	51	α Ceti	3 27 26,94
21	δ ———	47 16 8,26	52	β Virginis	2 39 57,33
22	α Aurigæ	45 49 35,93	53	α Aquarii	— 1 5 40,97
23	α Cygni	44 42 40,99	54	α Hydræ	— 7 58 7,11
24	γ Androm.	41 32 30,09	55	β Orionis	— 8 23 31,70
25	β Persei	40 20 2,40	56	α Virginis	—10 19 27,10
26	γ Cygni	39 44 51,87	57	1 α Capric.	—12 59 53,19
27	α Persei	39 32 27,35	58	2 α ———	—13 2 9,69
28	η Herculis	39 13 48,30	59	1 α Libræ	—15 19 41,31
29	γ Bootis	39 0 41,10	60	2 α ———	—15 22 22,64
30	α Lyræ	38 38 18,29	61	α Canis maj.	—16 30 7,64
31	α Geminor.	32 13 58,88	62	α Scorpii	—26 4 16,12

§. 8. *Vergleichung der für 1890 bestimmten Declinationen mit den jetzt für 1840 gefundenen.*

Die Bestimmungen der Declinationen der beiden Polarsterne für 1840, welchen von den auf die früheren und ihre Vergleichung mit den Fundamentis Astronomiæ gegründeten Angaben in den *Tabb. Regiom.*

$$\begin{aligned} &\alpha \text{ Ursæ minoris} && -0''15 \\ &\delta \text{ ———} && +0,69 \end{aligned}$$

ab. Für alle übrigen, oben bestimmten Sterne theile ich hier die nach der Formel *)

$$+20''05569\ \cos\alpha$$

berechnete jährliche Praecession für 1840, nebst ihrer, nach der Formel **)

$$-0''19501\ \tan\delta\ \sin\alpha^2 - 0''44781\ \sin\alpha - 0''00970\ \cos\alpha$$

*) Tabb. Regiom. p. X u. XI.

**) ebendaselbst.

Digitized by Google

berechneten Säcularänderung mit; ferner die, unter Voraussetzung dieser Zahlen, durch die Vergleichung der Declinationen für 1755 und 1840, gefundenen Werthe der jährlichen eigenen Bewegungen; endlich die Unterschiede der Bestimmung der Declinationen für 1820, von den aus diesen Elementen berechneten.

		Jährliche Precess.	Secular-Veränd.	Jährl. eig. Bewegung.	Vers. 1820.
3	γ Cephei.....	+19″915	+ 0″032	+ 0″152	— 0″09
4	β Ursae minoris	—14,713	— 0,020	— 0,034	— 0,68
5	γ ——	—12,822	— 0,013	+ 0,009	— 0,04
6	β Cephei.....	+15,727	+ 0,066	— 0,042	— 1,31
7	α Ursae majoris	—19,225	+ 0,149	— 0,072	— 1,23
8	α Cephei.....	+15,065	+ 0,129	+ 0,004	— 1,34
9	α Cassiopeae....	+19,867	— 0,076	— 0,057	+ 0,40
10	γ Ursae majoris	—20,015	— 0,020	+ 0,005	— 1,15
11	α Cygni.....	+ 6,314	+ 0,188	— 0,084	+ 0,92
12	β Draconis.....	— 2,891	+ 0,196	— 0,002	— 0,36
13	XVIII. 170...	+ 3,155	+ 0,197	——	——
14	ψ Cygni.....	+ 9,756	+ 0,196	— 0,019	——
15	——	+ 7,148	+ 0,197	— 0,077	——
16	γ Draconis....	+ 0,622	+ 0,203	— 0,058	+ 0,15
17	i Cygni.....	+ 7,324	+ 0,202	+ 0,121	— 0,06
18	α Ursae majoris	—18,131	+ 0,158	— 0,013	— 0,65
19	δ Cygni.....	+ 7,846	+ 0,213	+ 0,216	+ 0,36
20	α Persei.....	+13,359	— 0,467	— 0,059	+ 0,35
21	δ ——	+12,100	— 0,497	— 0,065	——
22	α Aurigae.....	+ 4,777	— 0,627	— 0,442	+ 1,15
23	α Cygni.....	+12,620	+ 0,225	— 0,003	— 0,63
24	γ Andromedae.	+17,621	— 0,262	— 0,067	— 0,46
25	β Persei.....	+14,318	— 0,402	+ 0,008	— 0,15
26	γ Cygni.....	+11,250	+ 0,254	+ 0,020	— 0,80
27	α Persei.....	+10,987	— 0,493	— 0,036	— 0,38
28	η Herculis.....	+ 7,072	+ 0,283	— 0,078	— 0,12
29	γ Bootis.....	+ 6,141	+ 0,218	+ 0,178	— 0,34
30	α Lyrae.....	+ 2,750	+ 0,289	+ 0,278	— 0,97
31	α Geminorum..	— 7,218	— 0,521	— 0,079	+ 0,27
32	β Tauri.....	+ 5,811	— 0,543	— 0,197	— 0,76
33	β Geminorum..	— 8,119	— 0,494	— 0,060	— 0,45
34	α Andromedae.	+20,056	— 0,010	— 0,150	— 0,25
35	α Coronae.....	—12,354	+ 0,296	— 0,060	— 0,55
36	α Arietis.....	+17,448	— 0,249	— 0,145	— 0,36
37	α Bootis.....	—16,992	+ 0,226	— 0,267	— 0,20
38	γ Tauri.....	+ 7,937	— 0,463	— 0,176	+ 0,07
39	β Leonis.....	—19,986	— 0,028	— 0,102	+ 0,09
40	α Herculis.....	+ 4,567	+ 0,390	+ 0,041	— 0,53
41	α Pegasi.....	+19,298	+ 0,109	— 0,022	+ 0,12
42	γ ——	+20,051	— 0,020	— 0,024	— 0,32
43	α Leonis.....	—17,360	— 0,227	+ 0,009	— 0,93
44	α Ophiuchi....	— 2,834	+ 0,402	— 0,209	— 0,06
45	γ Aquilae.....	+ 8,369	+ 0,374	+ 0,002	— 0,68
46	α ——	+ 8,711	+ 0,376	+ 0,370	— 0,42
47	α Orionis.....	+ 1″180	— 0″473	— 0″004	— 0″19
48	α Serpentis....	—11,761	+ 0,353	+ 0,053	— 0,70
49	β Aquilae.....	+ 9,063	+ 0,379	— 0,484	— 0,75
50	α Canis minoris	— 7,750	— 0,426	— 1,048	— 0,64
51	α Ceti.....	+14,553	— 0,321	— 0,127	— 0,10
52	β Virginis.....	—19,996	— 0,025	— 0,292	— 0,23
53	α Aquarii.....	+ 17,261	+ 0,221	— 0,021	— 0,15
54	α Hydrae.....	—15,348	— 0,270	+ 0,029	— 0,42
55	β Orionis.....	+ 4,610	— 0,411	— 0,029	— 0,08
56	α Virginis.....	—18,941	+ 0,150	— 0,043	— 0,58
57	1 α Capricorni..	+ 10,685	+ 0,406	— 0,024	+ 0,01
58	2 α —— ..	+ 10,715	+ 0,406	— 0,017	— 0,64
59	1 α Librae.....	—15,289	+ 0,321	— 0,066	+ 0,50
60	2 α ——	—15,249	+ 0,321	— 0,068	+ 0,61
61	α Canis majoris	— 3,318	— 0,384	— 1,243	+ 0,03
62	α Scorpii.....	— 8,507	+ 0,488	— 0,057	+ 0,87

Diese Vergleichung zeigt, im Allgemeinen, eine so nahe Uebereinstimmung der früheren Bestimmung der Declinationen und der jetzigen, dafs sie, den Erfahrungen zufolge, welche ähnliche Fälle mir früher gegeben haben, nicht gröfser erwartet werden. Unter den Fundamentalsternen weicht α *Canis minoris* am meisten, nämlich — 1″64 ab; was wirklich auffallend ist, da die Beobachtungen dieses Sterns, sowohl früher als jetzt, hinreichend oft wiederholt sind und genügend erscheinen. Nächst dieser Abweichung des früheren Verzeichnisses von dem gegenwärtigen, findet sich die gröfste (+ 1″15) bei α *Aurigae*; allein die neuere Bestimmung beruhet auf einer geringeren Zahl von Beobachtungen, worunter die durch Reflexion von der horizontalen Quecksilberfläche gemachten, mehr als 2″ von den übrigen abweichen; was vermuthlich dem Umstande zuzuschreiben ist, dafs das nahe senkrecht stehende Fernrohr den gröfsten Theil des Quecksilbers verdeckte und nur Strahlen zum Bilde des Sterns vereinigte, welche in der Nähe des Randes des Objectivs einfielen. Ich halte daher die neuere Bestimmung für weniger sicher, als häufiger wiederholte directe, und von einem weiter entfernten Quecksilbergefäfse genommene Reflexions-Beobachtungen sie ergeben haben würden. Von den Bestimmungen der übrigen Fundamentalsterne für das J. 1820 entfernt sich keine eine Secunde von der gegenwärtigen; die meisten nähern sich ihr bis auf weniger als eine halbe Secunde. Indessen behalte ich mir vor, nächstens eine ausgedehntere Vergleichung verschiedener Verzeichnisse der Declinationen bekannt zu machen.

Bessel.

(Inh.) Neue Untersuchung über Reductionselemente der Declinationen und Bestimmung der Declinationen der Fundamentalsterne. Von Herrn Geh. Rath und Ritter *Bessel*. p. 217.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 423—425.

Ueber die Anwendung osculirender Elemente als Grundlage der Berechnung der Störungen eines Planeten, und über die unabhängigen Elemente der „Fundamenta nova etc."

Von Herrn Professor und Ritter *Hansen*.

In meinem, „Fundamenta nova investigationis etc." betitelten Werke habe ich unter andern gezeigt, dafs es nicht unumgänglich nöthig ist für die Berechnung der Störungen eines Himmelskörpers sich der rein elliptischen Elemente desselben zu bedienen. Durch die Einführung dreier Grössen, dort b, ξ und η benannt, habe ich bewirkt, dafs ich mich zur Berechnung der Mondstörungen des Werthes der Bewegung der mittleren Anomalie bedienen konnte, welcher aus den Beobachtungen ohne Rücksicht auf die Störungen folgt, so wie des Werthes der Excentricität, welcher durch den rein elliptischen Ausdruck sich aus dem gröfsten Gliede der Mittelpunktsgleichung ergiebt, obgleich diese nicht die rein elliptischen Werthe dieser Elemente sind. Pag. 77 des genannten Werkes zu Anfang des Art. 20 habe ich einen andern Gebrauch der Grössen b, ξ und η kurz angedeutet, diesen, der auf die Anwendung osculirender Elemente als Grundlage der Berechnung der Störungen eines Planeten hinführt, werde ich hier ausführlich behandeln.

1.

Seyen a_0, n_0, e_0, π_0 und a, n, e, π zwei Systeme von elliptischen Elementen, in welchen a die grofse Halbaxe, n die mittlere Bewegung, e die Excentricität, und π die auf die Bahnebene projicirte Länge des Perihels bedeuten. Diese beiden Systeme seyen mit dem wahren Werthe λ des vom Radius Vector durchlaufenen Bogens, und dem wahren Werthe ρ dieses Radius Vectors, durch Hülfe der von τ abhängigen gestörten mittleren Anomalie $n_0\zeta_0$ und resp. $n\zeta$, und der Störungen des Logarithmus des Radius Vectors β_0 und resp. β so verbunden, dafs

$$(1)\quad\left\{\begin{aligned} n_0\zeta_0 &= v_0 - e_0\sin v_0\\ \overline{\xi}_0\cos\overline{\varphi}_0 &= a_0\cos v_0 - a_0 e_0\\ \overline{\xi}_0\sin\overline{\varphi}_0 &= a_0\sqrt{(1-e_0^2)}\cdot\sin v_0\\ a_0^3 n_0^2 &= \varkappa(M+m)\\ \lambda &= \overline{\varphi}_0 + n_0\gamma_0 t + \pi\\ l\rho &= l\overline{\xi}_0 + \beta_0 \end{aligned}\right.$$

$$(2)\quad\left\{\begin{aligned} n\zeta &= v - e\sin v\\ \overline{\xi}\cos\overline{\varphi} &= a\cos v - ae\\ \overline{\xi}\sin\overline{\varphi} &= a\sqrt{(1-e^2)}\cdot\sin v\\ a^3 n^2 &= \varkappa(M+m)\\ \lambda &= \overline{\varphi} + n\gamma t + \pi\\ l\rho &= l\overline{\xi} + \beta \end{aligned}\right.$$

wo also $\overline{\varphi}_0$ und $\overline{\varphi}$ die wahre Anomalie, v_0 und v die excentrische Anomalie, $n_0\gamma_0 t$ und $n\gamma t$ die Bewegung des Perihels, oder resp. des Perigäums, M die Masse der Sonne, oder resp. der Erde, m die Masse des gestörten Körpers, und $\varkappa$ die Intensität der Anziehungskraft für die Einheit der Zeit, Masse und Entfernung bedeutet, und durch l der hyperbolische Logarithmus angedeutet wird.

Nimmt man nun an, dafs einerseits ζ_0 und β_0, und andererseits ζ und β so beschaffen sind, dafs sie vermittelst der vorstehenden Gleichungen stets einerlei Werthe für λ und ρ geben, so mufs nothwendig $n_0\gamma_0 = n\gamma$ seyn und wir haben also

$$\overline{\varphi}_0 = \overline{\varphi} + \pi - \pi_0 \ldots\ldots\ldots(3)$$

$$\beta_0 = \beta_0 + l\overline{\xi}_0 - l\overline{\xi} \ldots\ldots\ldots(4)$$

Die Gleichungen (1) geben nun

$$\frac{a_0}{\overline{\xi}_0} = \frac{1+e_0\cos\overline{\varphi}_0}{1-e_0^2} \ldots\ldots\ldots(5)$$

und also, wenn wir hierin den Werth (3) von $\overline{\varphi}_0$ substituiren, und überdies die ganze Gleichung mit $\frac{\overline{\xi}}{a}$ multipliciren,

$$\frac{\overline{\xi}}{\overline{\xi}_0}\frac{a_0}{a} = \frac{\frac{\overline{\xi}}{a} + e_0\frac{\overline{\xi}}{a}\cos\overline{\varphi}\cos(\pi-\pi_0) - e_0\frac{\overline{\xi}}{a}\sin\overline{\varphi}\sin(\pi-\pi_0)}{1-e_0^2}$$

Aber die Gleichungen (2) geben eine ähnliche Gleichung wie (5), oder welches identisch dasselbe ist,

$$\frac{\overline{\xi}}{a} = 1 - e^2 - e\frac{\overline{\xi}}{a}\cos\overline{\varphi}$$

Wenn wir diesen Werth von $\frac{\overline{\xi}}{a}$ in das erste Glied der rechten Seite der vorstehenden Gleichung substituiren, zugleich

Digitized by Google

$$(6)\ldots\ldots\begin{cases} e_0 \sin(\pi-\pi_0) = \eta(1-e^2) \\ e_0 \cos(\pi-\pi_0) = o+\xi(1-e^2) \end{cases}$$

setzen, und erwägen, dafs hieraus

$$(7)\ldots\ldots 1-e_0^2 = (1-e^2)\{1-2e\xi-(1-e^2)\xi^2-(1-e^2)\eta^2\}$$

hervorgeht, so verwandelt sie sich in

$$(8)\ldots\ldots\frac{\overline{\rho}_0}{\rho_0 a} = \frac{1+\xi\frac{\overline{\xi}}{a}\cos\overline{\varphi}-\eta\frac{\overline{\xi}}{a}\sin\overline{\varphi}}{1-2e\xi-(1-e^2)\xi^2-(1-e^2)\eta^2}$$

Die Gleichungen (1) und (2) geben aber ferner noch

$$\frac{d\lambda}{d\tau} = \frac{d\overline{\varphi}}{d\zeta}\cdot\frac{d\zeta}{d\tau} = \frac{d\overline{\varphi}_0}{d\zeta_0}\cdot\frac{d\zeta_0}{d\tau}$$

$$\frac{d\overline{\varphi}}{d\zeta} = \frac{a^2}{\overline{\rho}^2}n\sqrt{(1-e^2)};\ \frac{d\overline{\varphi}_0}{d\zeta_0} = \frac{a_0^2}{\overline{\rho}_0^2}n_0\sqrt{(1-e_0^2)}$$

also

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = \frac{d\zeta_0}{d\tau_0}\frac{\overline{\rho}^2 a_0^2 n_0\sqrt{(1-e_0^2)}}{\overline{\rho}_0^2 a^2 n\sqrt{(1-e^2)}}$$

Wenn wir hierin die Gleichungen (8) und (7) substituiren, und

$$(9)\ldots\ldots\ldots\ldots n_0 = n(1-b)$$

machen, so erhalten wir

$$(10)\ldots\frac{d\zeta}{d\tau} = \frac{d\zeta_0}{d\tau_0}(1-b)\frac{\left(1+\xi\frac{\overline{\xi}}{a}\cos\overline{\varphi}-\eta\frac{\overline{\xi}}{a}\sin\overline{\varphi}\right)^2}{\left(1-2e\xi-(1-e^2)\xi^2-(1-e^2)\eta^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

Die Gleichung (8) giebt ferner, wenn wir sie in (4) substituiren und dabei auf die Gleichung

$$(11)\ldots\ldots\ldots\ldots a^3n^2 = a_0^3n_0^2$$

und auf die Gleichung (9) Rücksicht nehmen

$$(12)\ldots\beta = \beta_0+t\frac{1-2e\xi-(1-e^2)\xi^2-(1-e^2)\eta^2}{(1-b)^{\frac{1}{2}}\left(1+\xi\frac{\overline{\xi}}{a}\cos\overline{\varphi}-\eta\frac{\overline{\xi}}{a}\sin\overline{\varphi}\right)^2}$$

2.

Die Gleichungen (10) und (12) geben also die Relationen, die überhaupt zwischen den, einem und demselben Körper m zukommenden Gröfsen $\frac{d\zeta}{d\tau}$ und $\frac{d\zeta_0}{d\tau_0}$, β und β_0 statt finden, und wenn man (10) integrirt, so bekommt man die Relation zwischen ζ und ζ_0 statt findet.

Gehen wir zu den rein elliptischen Werthen über, und nehmen an, dafs a_0, n_0, e_0 und π_0 die rein elliptischen Elemente sind, denn ist der rein elliptische Werth von $\zeta_0 = \tau+\frac{\varepsilon_0}{n_0}$, und der von $\beta_0 = 0$, wenn ε_0 der rein elliptische Werth der mittleren Anomalie für $\tau = 0$ ist. Durch die Gleichungen (10) und (12) ergeben sich somit die rein elliptischen Werthe von $\frac{d\zeta}{d\tau}$ und β wie folgt,

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = (1-b)\frac{\left(1+\xi\frac{\overline{\xi}}{a}\cos\overline{\varphi}-\eta\frac{\overline{\xi}}{a}\sin\overline{\varphi}\right)^2}{(1-2e\xi-(1-e^2)\xi^2-(1-e^2)\eta^2)^{\frac{3}{2}}}\ldots(13)$$

$$\beta = t\frac{1-2e\xi-(1-e^2)\xi^2-(1-e^2)\eta^2}{(1-b)^{\frac{1}{2}}\left(1+\xi\frac{\overline{\xi}}{a}\cos\overline{\varphi}-\eta\frac{\overline{\xi}}{a}\sin\overline{\varphi}\right)^2}\ldots\ldots(14)$$

3.

Die Ausdrücke der Fundamenta zur Berechnung der Störungen von ζ und β sind so beschaffen, dafs zuerst die rein elliptischen Werthe dieser, so wie der übrigens darin vorkommenden Gröfsen substituirt werden müssen. Hierauf und wenn die sich dadurch ergebenden Störungen der ersten Approximation berechnet worden sind, müssen den Integralen, welche dieselben gegeben haben, die rein elliptischen Werthe von ζ und β als Constanten hinzugefügt werden. Sodann wird der Zuwachs, den die rein elliptischen Werthe von ζ und β, so wie der, den die übrigen veränderlichen Gröfsen in der ersten Approximation erhalten haben, in die Ausdrücke für die Störungen der zweiten Approximation substituirt, und so ferner in den folgenden Approximationen. Da nun einestheils a_0, n_0, e_0, π_0 verbunden mit den Werthen $n_0\zeta = n_0\tau+\varepsilon_0$ und $\beta_0 = 0$, und anderntheils a, n, e, π verbunden mit dem Integral von (13) und dem Ausdrucke (14) zwei Systeme von Werthen bilden, die jedes für sich einen und denselben rein elliptischen Werth für λ sowohl wie für ρ, und mithin auch für v, und r geben, wenn man τ in t verwandelt, so ist klar, dafs irgend eine dieser beiden Systeme, wenn es in die Ausdrücke für die Störungen substituirt worden ist, einen und denselben Werth für die gestörte Länge und den gestörten Radius Vector geben mufs. Man kann daher, je nach den Umständen das eine oder andere dieser beiden Systeme bei der Berechnung der Störungen anwenden. Kennt man also die rein elliptischen Elemente des Himmelskörpers, dessen Störungen man berechnen will, im voraus nicht, so kann man irgend welche andere elliptische Elemente a, n, e, π verbunden mit den Ausdrücken (13) und (14) zur Berechnung der Störungen anwenden.

In der Voraussetzung, dafs die Unterschiede zwischen a und a_0, e und e_0, π und π_0, also auch b, ξ und η kleine Gröfsen von der Ordnung der störenden Kraft sind, kann das eben beschriebene Verfahren abgeändert, und so eingerichtet werden, dafs die Anwendung jener Elemente statt der rein elliptischen keine Vermehrung der Arbeit verursacht. Denn da in dieser Voraussetzung, mit Uebergehung der Gröfsen erster und höherer Ordnung in Bezug auf die störende Kraft die Gleichungen (13) und (14) geben

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = 1,\ \beta = 0,\ n\zeta = n\tau+\varepsilon\ldots\ldots\ldots(15)$$

Digitized by Google

so kann man in der ersten Approximation diese Werthe nebst a, n, e, π statt der rein elliptischen Werthe dieser Grössen substituiren. Den Integralen, welche die Störungen von ζ und β geben, müssen nun nach wie vor das Integral aus (13) und der Ausdruck (14) als willkührliche Constanten hinzugefügt werden, aber in der zweiten und den folgenden Approximationen müssen jetzt als Zuwachs die Werthe substituirt werden, die nunmehro ζ und β in Bezug auf die Gleichungen (15) erhalten haben. Hiedurch entsteht gar keine Vermehrung der Rechnung, denn die Berechnung der Störungen der ersten Approximation wird grade ebenso ausgeführt, als hätte man die rein elliptischen Elemente zu Grunde gelegt, und der jetzt in der zweiten Approximation mit zu berücksichtigende Zuwachs, den diese Störungen durch das Integral des Ausdrucks (13) und durch (14) bekommen, besteht aus Gliedern, die dieselbe Form haben wie andere jedenfalls vorhandene, und sich also mit diesen vereinigen.

4.

Diese Formeln und Vorschriften stimmen, da ich die Elemente a, e, n dort mit $(a), (e), (n)$ bezeichnet habe, mit den im zweiten Abschnitte der Fundamenta gegebenen überein. Ich hätte dort gleichfalls ähnliche, sich auf Neigung und Knotenlänge beziehende Grössen einführen können, aber ich habe es unterlassen, weil diese in dem Problem, welches vorzugsweise dort abgehandelt worden ist, weniger wesentlich sind, und überdies auf sehr einfache Weise eingeführt werden können. In dem Falle nemlich, wo, man die Differentialgleichungen so integriren muss, dass die mit der Zeit selbst multiplicirten Glieder verschwinden, ist schon $\eta = 0$, weil man für die Berechnung der Störungen die Länge des Perihels oder Perihäums nicht zu kennen braucht. Eine ähnliche sich auf die Knotenlängen, und eine sich auf die Neigung der Bahnebene gegen die Fundamental- oder Projectionsebene, oder die Neigung der *Laplace*'schen unveränderlichen Ebene gegen diese beziehende Grösse würde gleichfalls Null seyn, weil man auch diese Elemente nicht im Voraus zu kennen braucht. Es bleibt daher nur die gegenseitige Neigung der Bahn des störenden und gestörten Körpers übrig, in Bezug auf welche man solche Grösse einführen könnte, und dieses ist sehr einfach, denn man sieht leicht ein, dass diese Grösse sich auf ein unmittelbar entweder der mittleren gegenseitigen Neigung (I), oder der damit in enger Beziehung stehenden Grösse Q zuzufügendes Increment reducirt.

Wenn man, wie für die Planeten, die Differentialgleichungen der Bewegung so integriren darf, dass die mit der Zeit selbst multiplicirten Glieder nicht verschwinden, dann findet die Einführung der Grösse η, so wie die analoger sich auf Neigung und Knotenlänge beziehenden Grössen Anwendung, und ich werde daher hier auch zeigen, wie diese letzteren beschaffen sind. Vorher habe ich aber dem in Bezug auf b, ξ und η Vorgetragenen noch etwas hinzuzufügen.

5.

Die oben erklärten den Integralen, welche ζ und β geben, als willkührliche Constanten hinzuzufügenden Ausdrücke, nemlich das Integral aus (13) und der Ausdruck (14) beziehen sich auf das Verfahren, vermittelst welches man aus dem in den Fundamentis T genannten Ausdrucke zuerst durch Integration $\frac{d\zeta}{dt}$, hieraus durch Integration $n\zeta$, und hieraus durch Verwandlung von τ in t die Störungen ns der mittleren Länge, so wie aus der dort R genannten Grösse durch Integration β, und hieraus durch Verwandlung von τ in t die Störungen w des hyperbolischen Logarithmus des Radius Vectors berechnen kann. Dieses Verfahren ist aber dort nur als das sich von selbst zuerst darbietende, und als Grund dargelegt worden, auf welchem das zur Berechnung der Störungen in der That anzuwendende Verfahren gebaut werden muss. Dieses vom dritten Abschnitte des Fundamenta an erklärte Verfahren ist von jenem bedeutend verschieden, und vorzugsweise auf die Umkehrung der Reihenfolge der Integrationen gegründet. Es wird dort zuerst durch Integration nach t die Grösse $\frac{d\zeta}{d\tau}$ ermittelt und hieraus nach der Verwandlung von τ in t durch nochmalige Integration nach t die Grösse ns, aus $\frac{d\zeta}{d\tau}$ wird ferner ohne β zu berechnen w erhalten. Im art. 6 des dritten Abschnitts der Fundamenta wird bewiesen, dass bei diesem Verfahren der Integration, welche $\frac{d\zeta}{d\tau}$ giebt, der dort im art. 15 des zweiten Abschnittes gegebene Werth von $\frac{d(\zeta)}{d\tau}$, das ist der rein elliptische Werth von $\frac{d\zeta}{d\tau}$ oder der hier gegebene Ausdruck (13) als willkührliche Constante hinzugefügt werden muss. Der durch die Integration nach t erlangte Ausdruck für $\frac{d\zeta}{d\tau}$ ist im Art. 7 des dritten Abschnittes durch eine unendliche Reihe, und im Art. 2 des siebenten Abschnittes durch einen endlichen Ausdruck gegeben. Dieser ist

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = 1 + [F] + (1-e^{-\vartheta})^3 e^{\vartheta+\tau} \ldots\ldots\ldots (16)$$

wenn

$$[F] = \Sigma + T\left(\frac{\bar{\varepsilon}}{a}\cos\bar{\varphi} + \frac{\bar{\varepsilon}}{a}\sin\bar{\varphi}\right) + \Psi\frac{\bar{\varepsilon}}{a}\sin\bar{\varphi}$$

wo Σ, T und Ψ Functionen sind, die τ nicht enthalten. Das Glied $= 1$, welches sich in diesem Ausdruck für $\frac{d\zeta}{d\tau}$ befindet, ist das erste Glied des rein elliptischen Werthes von $\frac{d\zeta}{d\tau}$, welches ich bei der Integration explicite hinzugefügt habe, die übrigen

Digitized by Google

Glieder habe ich der Integration, welche W giebt, zugetheilt, und sind also implicite dem Ausdrucke für diese Größe einverleibt. Hier befindet sich aber eine Lücke in den Fundamentis, die ich erst nach vollendetem Drucke des Buches bemerkt habe, und hier ausfüllen werde. Ich habe unterlassen anzuführen, daß nach dieser Zerlegung und Vertheilung des rein elliptischen Werthes von $\frac{d\xi}{d\tau}$ in dem letzten Gliede den obigen Ausdruckes, nemlich in $(1-\sigma^{-2})^{\frac{1}{2}}e^{s+\nu}$, keine der Glieder, die dem rein elliptischen Werthe desselben angehören, aufgenommen werden dürfen, da bereits durch das Glied $= 1$, und die der Größe W zugetheilten Glieder, der dem Ausdrucke (15°) hinzuzufügende rein elliptische Werth von $\frac{d\xi}{d\tau}$ vollständig erschöpft ist. Da aber das Glied $(1-\sigma^{-2})^{\frac{1}{2}}e^{s+\nu}$, welches erst in der zweiten und den folgenden Approximationen angewandt wird, vermittelst der Werthe von β oder statt dessen ω und $S+\varepsilon$ berechnet wird, welche aus der vorhergehenden Approximation hervorgegangen sind, und diesen Werthen die ihnen zukommenden rein elliptischen Glieder bereits hinzugefügt sind, so ist es der Einfachheit der Rechnung wegen wünschenswerth, diese Werthe vollständig in dem Ausdruck (15°) anwenden zu können, und es entsteht somit die Frage, welche Glieder unter dieser Voraussetzung der Integration, wodurch $[W]$ erhalten wird, hinzuzufügen seyen?

$$[W] = -1+2\frac{(1-b)^{\frac{1}{2}}\left(1+\xi\frac{\overline{\xi}}{a}\cos\overline{\varphi}-\eta\frac{\overline{\xi}}{a}\sin\overline{\varphi}\right)}{\left(1-2e\xi-(1-e^2)\xi^2-(1-e^2)\eta^2\right)^{\frac{1}{2}}}-\frac{(1-2e\xi-(1-e^2)\xi^2-(1-e^2)\eta^2)^{\frac{1}{2}}}{(1-b)^{\frac{1}{2}}}$$

welches also der rein elliptische Werth von $[W]$ ist. Setzen wir nun

$$(16)\ldots\ldots\begin{cases}\dfrac{(1-2e\xi-(1-e^2)\xi^2-(1-e^2)\eta^2)^{\frac{1}{2}}}{(1-b)^{\frac{1}{2}}} &= \sigma,\\ 1+\sigma,-2\sigma^{-1}+3e\xi, &= b,\\ \xi\sigma^{-1}, &= \xi\\ \eta\sigma^{-1}, &= \eta,\end{cases}$$

wo e wie oben die Grundzahl der hyperbolischen Logarithmen bedeutet, so geht der oben gefundene rein elliptische Werth von $[W]$ über in

$$[W] = -b_1+2\xi_1\left(\frac{\overline{\xi}}{a}\cos\overline{\varphi}+\tfrac{1}{2}e\right)-2\eta_1\frac{\overline{\xi}}{a}\sin\overline{\varphi}$$

Da nun dem siebenten Abschnitte der Fundamenta zufolge

$$[W] = W+\frac{dW}{d\gamma}\delta\zeta+\tfrac{1}{2}\frac{d^2W}{d\gamma^2}\delta\zeta^2+\text{etc.}$$

ist, so folgt hieraus, daß der rein elliptische Werth von W ist,

$$W = -b_1+2\xi_1\left(\frac{\xi}{a}\right)\cos(\varphi)+\tfrac{1}{2}e\Big)-2\eta_1\frac{(\varrho)}{a}\sin\Phi$$

wo (ϱ) und (Φ) bloße Functionen von τ ohne ε sind. Diesen Ausdruck muß man also dem Integrale, welches W giebt, als Diese Frage ist einfach damit beantwortet, daß dem Integrale, welches $[W]$ giebt, derjenige rein elliptische Werth dieser Größe hinzugefügt werden muß, welcher sich durch die Substitution der rein elliptischen Werthe der übrigen Größen in den Ausdruck (15°) ergiebt, und der Grund davon ist der, daß überhaupt dem aus diesem Ausdruck erfolgenden Werthe von $\frac{d\xi}{d\tau}$ der rein elliptische Werth dieser Größe hinzugefügt werden muß, und den Größen β oder ω und $S+\varepsilon$ in den vorhergehenden Approximationen bereits dessen rein elliptischen Werthe hinzugefügt worden sind.

Ich entnehme nun zur Ermittelung des rein elliptischen Werthes von W aus den Fundamentis die Gleichung

$$\frac{d\xi}{d\tau} = e^{s+\nu-\omega}$$

ziehe daraus

$$e^{s+\nu} = \frac{d\xi}{d\tau}e^{\omega}$$

und substituire diese Gleichung in das letzte Glied der Gleichung (15°), hiemit ergiebt sich

$$[W] = -1+2\frac{d\xi}{d\tau}e^{\omega}-\frac{d\xi}{d\tau}e^{\omega}$$

Beziehen wir diese Gleichung blos auf den rein elliptischen Werth von $[W]$, so ergiebt uns die Substitution der rein elliptischen Werthe von $\frac{d\xi}{d\tau}$ und β aus (13) und (14)

willkührliche Constante hinzufügen, wenn man bei der Berechnung der Störungen die Elemente a, n, e, π statt der rein elliptischen Elemente a_0, n_0, e_0, π_0 anwendet, und übrigens im Ausdrucke (15°), so wie in allen aus diesem Ausdrucke entspringenden Gleichungen die vollständigen Werthe der darin enthaltenen Größen, d. h. die Werthe derselben mit Inbegriff der darin vorkommenden rein elliptischen Glieder substituirt.

Vergleicht man diesen rein elliptischen Werth von W mit dem rein elliptischen Werthe (13) von $\frac{d\xi}{d\tau}$, so findet man, daß jener den Gliedern erster Ordnung dieses gleich kommt, daß aber die drei constanten Coefficienten b_1, ξ_1, und η_1 andere Bedeutung haben. Also außer der größeren Einfachheit der Rechnung, die daraus entsteht, daß man alle erforderlichen Größen vollständig und unvertheilt anwenden kann, haben wir durch die hier vorgenommene Vertheilung des rein elliptischen Werthes von $\frac{d\xi}{d\tau}$ auf die verschiedenen Glieder des Ausdruckes (15°) auch in der dem Integrale, welches W giebt, hinzuzufügenden willkührlichen Constante größere Einfachheit erlangt, indem die Glieder zweiter und höherer Ordnung in derselben explicite

Digitized by Google

gleich Null sind, und keine anderen Glieder dieser Ordnungen darin vorkommen, wie die, welche in den drei Constanten b_1, ξ, und η, implicite enthalten sind.

Die Aenderung, die nach diesem mit den bezüglichen Ausdrücken der Fundamenta vorzunehmen sind, bestehen also darin, dafs allenthalben b_1, ξ, und η, resp. für b, ξ und η substituirt werden mufs, und alle von den Producten und Quadraten dieser Gröfsen abhängigen Glieder weggelassen werden müssen.

6.

Wenn b_1, ξ, und η, sowohl wie n, ε und π gegeben sind, und man die rein elliptischen Elemente zu kennen verlangt, so ist folgende Rechnung anzuwenden. Die zweite Gleichung (16) giebt

$$c' = \frac{-1-3\varepsilon\xi_1+b_1+\sqrt{((1+3\varepsilon\xi_1-b_1)^2+8)}}{2}$$

welcher Ausdruck für die Anwendung am vortheilhaftesten in eine unendliche Reihe aufgelöst wird. Die ersten Glieder dieser sind

$$c' = 1-(\varepsilon\xi_1-\tfrac{1}{2}b_1)+\tfrac{1}{2}(\varepsilon\xi_1-\tfrac{1}{2}b_1)^2$$

Hieraus erhält man

$$\xi = \xi_1 c'; \quad \eta = \eta_1 c' \quad \text{und}$$

$$b = 1-\frac{(1-2\varepsilon\xi-(1-e^2)\xi^2-(1-e^2)\eta^2)^{\frac{1}{2}}}{c'},$$

oder in eine unendliche Reihe aufgelöst

$$b = b_1+6\varepsilon\xi_1(\varepsilon\xi_1-\tfrac{1}{2}b_1)-4(\varepsilon\xi_1-\tfrac{1}{2}b_1)^2+\tfrac{1}{2}(1-2e^2)\xi_1^2+\tfrac{1}{2}(1-e^2)\eta_1^2$$

$$b_1 = -\frac{\delta n}{n}+\tfrac{1}{2}\frac{\delta n^2}{n^2}+\frac{e}{1-e^2}\frac{\delta n}{n}\delta e-\frac{1-\frac{1}{2}e^2}{(1-e^2)^2}\delta e^2-\frac{1}{2}\frac{e^2}{(1-e^2)^2}\delta\pi^2$$

$$\xi_1 = \frac{\delta e'}{1-e^2}+\frac{e}{(1-e^2)^2}\delta e^2-\frac{1}{2}\frac{e}{1-e^2}\delta\pi^2+\frac{1}{2}\frac{1}{1-e^2}\frac{\delta n}{n}\delta e$$

$$\eta_1 = -\frac{e}{1-e^2}\delta\pi-\frac{1}{(1-e^2)^2}\delta e.\delta\pi-\frac{1}{2}\frac{e}{1-e^2}\frac{\delta n}{n}\delta\pi$$

womit die Aufgabe gelöst ist.

8.

Bei der strengen Berechnung der Störungen wird noch der Werth der von b_1, ξ, und η, abhängigen Constante s verlangt, wenn den Fundamentis zufolge s die dem Integrale, woraus S berechnet werden mufs, hinzuzufügende Constante bedeutet. Da b_1, ξ, und η, von b, ξ und η verschieden sind, so wird jetzt der Ausdruck für s von dem der Fundamenta verschieden seyn, und da S ein von a und e abhängiges Element ist, so kann auch aus dieser Ursache für s ein etwas anderer Ausdruck hervorgehen. Es ist den Fundamentis zufolge, wenn man

$$S+s = \int h\left(\frac{d\Omega}{dv}\right)dt$$

oder

$$b = b_1-\tfrac{1}{2}b_1^2+\tfrac{1}{2}(1-\tfrac{3}{2}e^2)\xi_1^2+\tfrac{3}{2}\varepsilon\xi_1 b_1+\tfrac{1}{2}(1-e^2)\eta_1^2$$

Hat man hieraus b, ξ und η berechnet, dann ergeben sich n_0 a_0 e_0 und π_0 durch (6), (9) und (11).

7.

Sind dagegen beide Systeme von Elementen gegeben, und man verlangt b_1, ξ, und η, zu kennen, so steht die Rechnung wie folgt. Die erste Gleichung (16) giebt bis auf Gröfsen dritter Ordnung

$$c^{-1} = 1+\varepsilon\xi-\tfrac{1}{2}b+\tfrac{1}{2}(1+2\varepsilon^2)\xi^2-\tfrac{1}{2}\varepsilon\xi b-\tfrac{1}{8}b^2+\tfrac{1}{2}(1-e^2)\eta^2$$

$$c' = 1-\varepsilon\xi+\tfrac{1}{2}b-\tfrac{1}{2}(\xi^2-\tfrac{1}{2}\varepsilon\xi b+\tfrac{3}{8}b^2-\tfrac{1}{2}(1-e^2)\eta^2$$

Hieraus geben die übrigen Gleichungen (16)

$$b_1 = b+\tfrac{3}{2}b^2-\tfrac{3}{2}\varepsilon\xi b-\tfrac{1}{2}(1-\tfrac{3}{2}e)\xi^2-\tfrac{1}{2}(1-e^2)\eta^2$$

$$\xi_1 = \xi+\varepsilon\xi^2-\tfrac{1}{2}b\xi$$

$$\eta_1 = \eta+\varepsilon\xi\eta-\tfrac{1}{2}b\eta.$$

Die Gleichungen (6) und (9) geben aber ohne Mühe, wenn wir

$$a_0 = a+\delta a$$
$$\pi_0 = \pi+\delta\pi$$
$$n_0 = n+\delta\pi$$

setzen,

$$\xi = \frac{\delta e}{1-e^2}-\frac{e}{1-e^2}\delta\pi^2$$

$$\eta = -\frac{e}{1-e^2}\delta\pi-\frac{1}{1-e^2}\delta e.\delta\pi$$

$$b = -\frac{\delta n}{n}$$

also bekommen wir

$$\delta e = \frac{1-e^2}{1-\frac{1}{2}e^2}\xi+\frac{e}{1-\frac{1}{2}e^2}\delta\pi^2$$

$$\delta\pi = -\frac{1}{1-\frac{1}{2}e^2}\eta+\frac{e}{1-\frac{1}{2}e^2}\xi\delta\pi$$

$$\frac{\delta n}{n} = -b$$

setzt, s die dem Integrale der rechten Seite dieser Gleichung hinzuzufügende Constante, und wir haben ferner

$$S+s = \lambda\frac{(A)}{h}, \quad h = \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}$$

wenn man die Elemente a, n und e als veränderlich ansieht, und unter (A) den Werth versteht, den A annimmt, wenn für a, n und e die constanten Elemente gesetzt werden, die hier im Vorhergehenden angewandt und eben so bezeichnet worden sind; Elemente, die ich in den Fundamentis (a), (n) und (e) genannt habe. Da A ein von den Elementen a und e abhängiges Element ist, so mufs s jedenfalls so bestimmt werden, dafs der vollständige Ausdruck für h, wenn er in Function jener, oder anderer als unabhängig von einander betrachteten Elemente dargestellt wird, in jedem Betracht mit dieser Function jener Elemente congruent ist. Diesem zufolge, kann

Digitized by Google

man nicht mit Sicherheit im voraus behaupten, daſs s der rein elliptische Werth von S sey, es kann sich treffen, und ist in der That, wie man weiter unten sehen wird, hier der Fall, daſs s der rein elliptische Werth von S, vermehrt mit Grössen der zweiten und höheren Ordnungen ist.

9.

Den eben erwähnten Umstand, daſs die Constante, welche den durch Integration ermittelten Werthen abhängiger Elemente hinzugefügt werden muſs, nicht immer der rein elliptische Werth dieser ist, habe ich nie angeführt gefunden. Da er aber ein wesentlicher Punkt in der Störungstheorie ist, der jedenfalls nicht auſser Acht gelassen werden darf, wenn man auf Genauigkeit Werth legt, so will ich auf einen Augenblick den Gang der Darstellung unterbrechen, und ihn durch ein einfaches Beispiel erläutern.

Betrachtet man, bei Anwendung der Theorie der veränderlichen Constanten auf die Auflösung des Problems der drei Körper, die Elemente n, ε, π, etc., wo ε die mittlere Anomalie zur Zeit $t = 0$ bedeutet, als die unabhängigen Elemente des Körpers m, so hat man für die Berechnung des Elements n, folgenden Ausdruck

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{3n^2}{\mu}\left(\frac{d\Omega}{d\varepsilon}\right),$$

Entwickelt man diesen vollständig und integrirt ihn, so ergiebt sich n gleich der Constante n_0 (dem rein elliptischen Werthe von n) plus einer Reihe von periodischen Gliedern. Ich will diesen Ausdruck wie folgt darstellen,

$$n = n_0 + \Sigma A \cos(\alpha t + \beta)$$

wo A, α und β constante Grössen sind, die aber in jedem andern Glede einen andern Werth haben. Zu bemerken ist hier noch, daſs (wenn nicht etwa die Bewegungen commensurabel sind, welchen Fall ich hier ausschlieſse) α nie Null ist, und folglich n_0 das vollständige constante Glied dieses Ausdruckes für n ist. Für die Ermittelung der Störungen des Radius Vectors braucht man auſser den Elementen n, ε, π, etc. auch das Element a, welches von n dergestalt abhängig ist, daſs $a^3 n^2 = \varkappa(M+m)$ ist. Diese Gleichung giebt uns

$$0 = 3n\,da + 2a\,dn$$

und somit erhalten wir durch Hülfe des obigen Ausdruckes für $\frac{dn}{dt}$ die bekannte Formel

$$\frac{da}{dt} = 2a^2 n\left(\frac{d\Omega}{d\varepsilon}\right)$$

Entwickelt man diesen Ausdruck vollständig und integrirt ihn, so ergiebt sich eine periodische Reihe, die ich mit $\Sigma B \cos(\alpha t + \beta)$ bezeichnen will, und in welcher gleichfalls kein constantes Glied enthalten ist. Der rein elliptische Werth von a ist a_0, und nothwendig so beschaffen, daſs $a_0^3 n_0^2 = \varkappa(M+m)$ ist. Setzen wir nun

$$a = a_0 + \Sigma B \cos(\alpha t + \beta)$$

so begehen wir einen Fehler, denn dieser Werth ist mit dem obigen Werthe von n nicht congruent, das heiſst, diese beiden Ausdrücke geben nicht $a^3 n^2 = \varkappa(M+m)$. Um dies zu zeigen werde ich aus dem obigen Ausdrucke für n den Werth von a ableiten. Setzen wir $n = n_0 + \delta n$, dann giebt die Gleichung $a^3 n^2 = a_0^3 n_0^2$

$$a = a_0 - \tfrac{2}{3}\frac{a_0}{n_0}\delta n + \tfrac{5}{9}\frac{a_0}{n_0^2}\delta n^2 \mp \text{etc.}$$

also wenn wir hierin $\delta n = \Sigma A \cos(\alpha t + \beta)$ substituiren,

$$a = a_0 - \tfrac{2}{3}\frac{a_0}{n_0}\Sigma A \cos(\alpha t+\beta) + \tfrac{5}{9}\frac{a_0}{n_0^2}(\Sigma A \cos(\alpha t+\beta))^2 \mp \text{etc.}$$

Das zweite Glied dieses Ausdrucks für a enthält zwar kein constantes Glied, aber das dritte und alle folgenden enthalten constante Glieder, woraus hervorgeht, daſs dieser Werth von a mit dem obigen in Bezug auf das constante Glied nicht identisch ist. Das constante Glied in $(\Sigma A \cos(\alpha t+\beta))^2$ ist $\frac{1}{2}\Sigma A^2$, und wir haben somit den wahren Werth von a wie folgt:

$$a = a_0 + \tfrac{A}{1}\frac{a_0}{n_0^2}\Sigma A^2 + \text{etc.} + \Sigma B \cos(\alpha t + \beta)$$

da jedenfalls in Bezug auf die von t abhängigen Glieder identisch

$$\Sigma B \cos(\alpha t+\beta) = -\tfrac{2}{3}\frac{a_0}{n_0}\Sigma A \cos(\alpha t+\beta) + \tfrac{5}{9}\frac{a_0}{n_0^2}(\Sigma A \cos(\alpha t+\beta))^2 \mp \text{etc.}$$

ist. Nimmt man hingegen a, e, ε, etc. als unabhängige Elemente an, dann ist

$$a = a_0 + \Sigma B \cos(\alpha t+\beta)$$

und die Gleichung

$$n = n_0 + \Sigma A \cos(\alpha t+\beta)$$

findet in Bezug auf das constante Glied nicht mehr statt. Man verändert durch diese zweite Wahl der unabhängigen Elemente die Werthe der rein elliptischen Elemente. Diese sind jedenfalls die constanten Grössen, die den Störungen der als unabhängig betrachteten Elemente nach der Integration der Ausdrücke für die Störungen derselben hinzugefügt werden müssen, aber die Werthe dieser Constanten ändern sich im Allgemeinen mit der Wahl der unabhängigen Elemente.

Es giebt nur einen Fall, in welchem die den Ausdrücken für die Störungen abhängiger Elemente hinzuzufügenden Constanten die rein elliptischen Werthe dieser Elemente sind, nämlich wenn die Relation zwischen den abhängigen Elementen linearisch ist. Wir können diesen Fall in unserm Beispiel herbeiführen. Die Gleichung $a^3 n^2 = \varkappa(M+m)$ giebt

$$3\,\delta a + 2\,\delta n = \delta\varkappa(M+m)$$

eine linearische Relation zwischen δa und δn.

Die oben angeführten Differentialgleichungen für da und dn geben uns

Digitized by Google

$$dln = -3an\left(\frac{d\Omega}{dt}\right)dt$$

$$dla = 2an\left(\frac{d\Omega}{da}\right)dt$$

Nennen wir nun die periodischen Reihen, die die vollständige Entwickelung und Integration dieser Ausdrücke geben resp. $\Sigma\mathcal{A}\cos(at+\beta)$ und $\Sigma B\cos(at+\beta)$, dann ist

$$ln = ln_0 + \Sigma\mathcal{A}\cos(at+\beta)$$
$$la = la_0 + \Sigma B\cos(at+\beta)$$

denn es ist aus der Beschaffenheit der Differentiale ersichtlich, daſs nothwendig für alle Coefficienten dieser Reihen die Relation $-3\mathcal{A} = 2B$ statt finden muſs, und daſs demzufolge der Gleichung $a^3n^2 = \varkappa(M+m)$, oder, welches dasselbe ist, der Gleichung

$$3la + 2ln = 3la_0 + 2ln_0$$

durch diese Ausdrücke Genüge geleistet ist. Geben wir von diesen Ausdrücken zu den Ausdrücken für n und a über, so sind in beiden die constanten Glieder nicht die rein elliptischen Werthe n_0 und a_0, denn wir erhalten daraus

$$n = n_0 + \tfrac{1}{2}\Sigma\mathcal{A}^2 + \text{etc.} + \Sigma\mathcal{A}\cos(at+\beta)$$
$$a = a_0 + \tfrac{1}{3}\Sigma B^2 + \text{etc.} + \Sigma B\cos(at+\beta)$$

wo $\mathcal{A}$ und B dieselben sind wie oben. Hier sind also für beide abhängigen Elemente die den Integralen hinzuzufügenden Constanten von den rein elliptischen Werthen der Elemente verschieden.

Nehmen wir um diesen Umstand mehr ins Licht zu setzen an, daſs man einestheils die Elemente a, c, e; etc. als unabhängige Elemente betrachtet habe, dann ist

$$a = a_0 + 2\int a^2 n\left(\frac{d\Omega}{da}\right)dt,$$

$$c = e_0 - 2\int a^2 n\left(\frac{d\Omega}{da}\right)dt - \int an\frac{1-e^2}{e}\left(\frac{d\Omega}{de}\right)dt$$

$$e = e_0 + \int an\frac{1-e^2}{e}\left(\frac{d\Omega}{de}\right)dt - \int an\sqrt{(1-e^2)}\left(\frac{d\Omega}{d\varpi}\right)dt.$$

Hat man andertheils nun für denselben Körper die Elemente a, o, p etc. statt jener (p der halbe Parameter) als unabhängige Elemente betrachtet, so hat man gleichfalls

$$a = a_0 + 2\int a^2 n\left(\frac{d\Omega}{da}\right)dt$$

$$c = e_0 - 2\int a^2 n\left(\frac{d\Omega}{da}\right)dt - \int an\frac{1-e^2}{e}\left(\frac{d\Omega}{de}\right)dt$$

$$p = p_0 + 2\int a^2 n\sqrt{(1-e^2)}\left(\frac{d\Omega}{d\varpi}\right)dt$$

$$\frac{d\Psi}{dt} = -\gamma\Upsilon + 2(h)\left\{\left(\frac{a}{r} + \frac{h^2}{(h)^2(1-e^2)}\right)\sin\jmath\left(\frac{d\Omega}{d\nu_1}\right) - \frac{a}{r}\cos\jmath r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\} = \gamma\frac{h}{1-e^2}\left\{1 + \Sigma + \tfrac{1}{2}\gamma\Upsilon + c^2+\right\}$$

$$\frac{d\Upsilon}{dt} = \gamma\Psi + 2(h)\left\{\left[\left(\frac{a}{r} + \frac{h^2}{(h)^2(1-e^2)}\right)\cos\jmath - \frac{h^2 e}{(h)^2(1-e^2)}\right]\left(\frac{d\Omega}{d\nu_1}\right) + \frac{a}{r}\sin\jmath r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\}$$

$$\frac{d\Sigma}{dt} = -\tfrac{1}{2}\gamma\Psi - (h)\left\{\left[3\left(\frac{ae}{r} + \frac{h^2 e}{(h)^2(1-e^2)}\right)\cos\jmath + 1 + 2\frac{h^2}{(h)^2} + 3\frac{h^2 e^2}{(h)^2(1-e^2)}\right]\left(\frac{d\Omega}{d\nu_1}\right) + 3\frac{a}{r}\sin\jmath r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\}$$

wo die Differentiale der Ausdrücke für a, o und p dem Differential von $p = a(1-e^2)$ genügen. Für die Constanten dieser Ausdrücke ist aber nicht $p_0 = a_0(1-e_0^2)$. Also sich ist das eine dieser beiden Systeme so richtig wie das andere, nur können sie nicht zusammen angewandt werden, denn im zweiten Systeme ist der rein elliptische Werth p_0, oder mit andern Worten das constante Glied im Ausdrucke für p anders, wie aus dem ersten System folgen würde, und im ersten System ist wiederum der rein elliptische Werth b_0, oder das constante Glied des Ausdruckes für o andera, wie aus dem zweiten Systeme hervorgeht. Hierauf muſs man allemal Rücksicht nehmen, wenn man abhängige Elemente anwendet.

10.

Kehren wir nach dieser Ausschweifung wieder zu unserm Thema zurück. Suchen wir, um die Constante ε zu bestimmen, eine Relation zwischen dem Elemente h und unsern unabhängigen Elementen.

Der vollständige Werth von W ist, wie schon aus dem im Art. 5 angeführten vollständigen Werthe von $[W]$ hervorgeht,

$$W = \Xi + \Upsilon\left(\frac{p}{a}\cos(\varphi) + \tfrac{1}{2}e\right) + \frac{\Psi}{a}\sin(\varphi).$$

Vergleicht man diesen mit dem im Art. 5 gefundenen, rein elliptischen Werthe von W, nemlich mit

$$-b, + 2\,\xi\left(\frac{p}{a}\cos(\varphi) + \tfrac{1}{2}e\right) - 2\eta\frac{p}{a}\sin(\varphi)$$

so sieht man sogleich, daſs

$$-b, \text{ bis} \quad \text{rein elliptische Werth von } \Xi \text{ ist,}$$
$$2\xi \quad \text{“} \quad \text{“} \quad \text{“} \quad \Upsilon \text{“} \quad \text{“}$$
$$-2\eta \quad \text{“} \quad \text{“} \quad \text{“} \quad \Psi \text{“} \quad \text{“}$$

ist, und aus der Beschaffenheit von W, Ξ, Υ und Ψ ist klar, daſs diese rein elliptischen Werthe die vollständigen constanten Glieder in den Ausdrücken Ξ, Υ und Ψ sind. Diese drei Gröſsen sind die unabhängigen Elemente, auf welche die Störungen der mittleren Länge und des Logarithmus des Radius Vectors gegründet sind, wir müssen daher zur Bestimmung von ε eine Relation zwischen h und diesen Elementen suchen. Zu dem Ende ist (Fundamenta pag. 265)

Digitized by Google

wo a und e dieselben constanten Elemente sind, die hier eben so bezeichnet wurden. Multipliciren wir nun den zweiten dieser Ausdrücke mit $\frac{1}{2}e$ und addiren ihn zum dritten, so ergiebt sich sogleich

$$d\frac{\Sigma+\frac{1}{2}e\mathrm{T}}{dt} = -(h)\left(1+2\frac{h^2}{(h)^2}\right)\left(\frac{d\Omega}{dv_1}\right)$$

Es ist aber im Art. 8 angeführt, daſs

$$l\frac{(h)}{h} = S+s = \int h\left(\frac{d\Omega}{dv_1}\right)dt$$

ist, hiemit bekommen wir

$$(h)\left(\frac{d\Omega}{dv_1}\right)dt = d.\frac{(h)}{h}$$

$$(h)\frac{h^2}{(h)^2}\left(\frac{d\Omega}{dv_1}\right)dt = -d.\frac{h}{(h)}$$

also

$$d.\frac{\Sigma+\frac{1}{2}e\mathrm{T}}{dt} = -d.\frac{(h)}{h}+2d.\frac{h}{(h)}$$

und hieraus durch die Integration

$$\Sigma+\tfrac{1}{2}e\mathrm{T}+\text{const.} = 2\frac{h}{(h)}-\frac{(h)}{h}.$$

Dieses ist die gesuchte Relation. Die Constante s, welche in $\frac{(h)}{h}$ und $\frac{h}{(h)}$ enthalten ist, fällt mit der hier ausdrücklich zugefügten Constante zusammen, wir können aber durch angemessene Trennung derselben den Ausdruck für s vereinfachen. Zu dem Ende bemerke ich, daſs Σ und T nur aus Gröſsen von der Ordnung der störenden Kraft bestehen, und $\frac{h}{(h)}$ sowohl wie $\frac{(h)}{h}$ von der Einheit nur um Glieder derselben Ordnung abweichen können, weil (h) sowohl wie h, wenn man alle von der störenden Kraft abhängigen Glieder gleich Null macht, in h_0, das ist in den rein elliptischen Werth von h übergeht. Setzen wir daher in der vorstehenden Gleichung diese gleich Eins und jene gleich Null, so ergiebt sich const. $= 1$, und die Gleichung geht in folgende über

$$(18)\ldots\ldots\Sigma+\tfrac{1}{2}e\mathrm{T}+1 = 2\frac{h}{(h)}-\frac{(h)}{h}$$

Erwägen wir nun, daſs dem Vorhergehenden zufolge der rein elliptische Werth von $\Sigma = -b$, und der von $-\mathrm{T} = 2\xi$, ist, so erhalten wir, weil unsere Gleichung in Bezug auf diese beiden Elemente linearisch ist, mit bloſser Rücksicht auf die constanten Glieder in $\frac{h}{(h)}$ und $\frac{(h)}{h}$ durch diese Gleichung

$$2\frac{h}{(h)}-\frac{(h)}{h} = 1-b+3e\xi,$$

und aus dieser Gleichung muſs s so bestimmt werden, daſs diese Gröſse das vollständige constante Glied in dem vollständigen Ausdrucke für $S+s$ ist. Hiemit ist unter andern, wenn man (Fundamenta pag. 148) das vollständige constante Glied in ω mit $C+\frac{1}{2}s$ bezeichnet

$$C = \text{term. const. ln}\left\{-\tfrac{1}{2}l\left(\overline{\frac{a^3}{\mu}}\frac{d\zeta}{dv}\right)\right\}$$

wie dort pag. 149 angegeben ist. Führen wir $S+s$ in die obige Gleichung ein, so entsteht mit alleiniger Rücksicht auf die constanten Glieder

$$2\sigma^{-(S+s)}-\sigma^{S+s} = 1-b+3e\xi,\ldots\ldots\ldots(19)$$

und diese Gleichung giebt, wenn wir die Abhängigkeit des Elements h für einen Augenblick auſser Acht lassen,

$$2\sigma^{-s}-\sigma^{s} = 1-b+3e\xi,$$

Diese Gleichung ist, wenn wir s, für s substituiren, mit der zweiten Gleichung (16) identisch, und es ist daher, abgesehen von der Abhängigkeit des Elements h, s, der Werth von s. Man kann sich leicht überzeugen, daſs in der That s' der rein elliptische Werth von $l\frac{(h)}{h}$ ist. Dieser ist somlich jedenfalls $l\frac{(h)}{h_0}$, wo (h) sich auf die constanten Elemente a, n und e, und h_0 auf die rein elliptischen Elemente a_0, n_0 und e_0 bezieht. Wir haben, wenn wir diesen rein elliptischen Werth von $l\frac{(h)}{h}$ mit s, bezeichnen, wegen $h = \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}$

$$s = la-la_0+ln-ln_0-\tfrac{1}{2}l(1-e^2)+\tfrac{1}{2}l(1-e_0^2)$$

Eliminirt man hierin a, n und $1-e^2$ durch die Gleichungen (11), (9) und (7), so bekommt man

$$s = \tfrac{1}{2}l\left\{1-2e\xi-(1-e^2)\xi^2-(1-e^2)\eta^2\right\}-\tfrac{1}{2}l(1-b)$$

mit der ersten Gleichung (16) übereinstimmend. Um zu zeigen, wie mit Rücksicht auf die Abhängigkeit des Elements h die Constante s durch die Gleichung (19) bestimmt werden muſs, will ich sie bis auf Gröſsen der dritten Ordnung in Bezug auf die störende Kraft entwickeln, in Fällen, wo gröſsere Genauigkeit nöthig ist, kann das Verfahren, welches ich geben werde, beliebig fortgesetzt werden. Entwickeln wir die Exponentialgröſsen der Gleichung (19) und bleiben bei dem Quadrate stehen, so giebt sie

$$b_1-3e\xi_1 = 3(S+s)-\tfrac{1}{2}(S+s)^2$$

woraus, wenn wir zuerst das Quadrat von $S+s$ übergehen, folgt

$$s = \tfrac{1}{3}b_1-e\xi_1 = s_1$$

welches der Werth von s in Gröſsen erster Ordnung ist. Nun habe man durch Substitution der constanten elliptischen Elemente a, n, e, etc. und der Werthe $ne = st+(c)$, $\omega = 0$ den Ausdruck $h\left(\frac{d\Omega}{dv_1}\right)$ entwickelt und integrirt, wodurch

$$\int h\left(\frac{d\Omega}{dv_1}\right)dt = \Sigma\mathcal{A}_i^{i'}\cos(ig+i'g'+H_0)$$

Digitized by Google

sich ergeben habe, wo g und g' die mittleren Anomalien des gestörten und störenden Körpers, und H_s die in den Fundamentis näher bezeichnete Function der Zeit bedeuten. Hiemit ist also in der ersten Approximation

$$S+s = \tfrac{1}{2}b_i - s\xi_i + \Sigma A_s^{i,i'} \cos(ig + i'g' + H_s),$$

und also mit bloßer Rücksicht auf das constante Glied

$$(S+s)^2 = (\tfrac{1}{2}b_i - s\xi_i)^2 + \tfrac{1}{2}\Sigma(A_s^{i,i'})^2$$

substituirt man nun diesen Werth in die obige Gleichung und erwägt, daß S niemals ein constantes Glied enthalten kann, so bekommt man

$$b_i - 3s\xi_i = 3s - 3(\tfrac{1}{2}b_i - s\xi_i)^2 - \tfrac{1}{2}\Sigma(A_s^{i,i'})^2$$

also

$$s = \tfrac{1}{3}b_i - s\xi_i + \tfrac{1}{3}(\tfrac{1}{2}b_i - s\xi_i)^2 + \tfrac{1}{6}\Sigma(A_s^{i,i'})^2$$

oder

$$s = s_i + \tfrac{1}{6}\Sigma(A_s^{i,i'})^2$$

welcher Ausdruck bis auf Größen dritter Ordnung richtig ist; diesem gemäß verfährt man in den folgenden Approximationen.

11.

Ich komme jetzt zur Einführung ähnlicher Größen wie b_i, ξ_i und η_i in Bezug auf Neigung i und Knotenlänge θ der Bahn gegen die Fundamentalebene, wobei ich ausdrücklich bemerke, daß diese sich nur auf Planeten, oder bestimmter ausgedrückt, nur auf die Fälle beziehen können, wo in den Störungen die mit der Zeit selbst multiplicirten Glieder zulässig sind. Zu dem Zwecke nehme ich aus den Fundamentis p. 102 u. 103 die Ausdrücke für p, und q, , welche, nachdem man darin γ, α und η gleich Null gemacht hat, folgende sind:

$$(20)\ldots\ldots\begin{cases} p_i = \sin i \sin(\chi - \omega - \pi + \nu + \varkappa) \\ q_i = \sin i \cos(\chi - \omega - \pi + \nu + \varkappa) \end{cases}$$

wo i, χ und ω veränderliche, π, ν und $\varkappa$ aber constante Elemente sind. Pag. 91 und 84 geben aber

$$(21)\ldots\ldots\pi - \varphi = N + K \text{ und } \varphi = \Phi + \chi - \omega$$

hiemit wird

$$(22)\ldots\ldots\begin{cases} p_i = \sin i \sin(\nu + \varkappa - N - K - \Phi) \\ q_i = \sin i \cos(\nu + \varkappa - N - K - \Phi) \end{cases}$$

Wenn man nun bedenkt, daß ν und $\varkappa$ resp. die constanten Glieder oder rein elliptischen Werthe der Ausdrücke für N und K sind, und die constanten Glieder in den vollständigen Ausdrücken für Φ und i resp. mit (Φ) und (i) bezeichnet, dann bekommen wir hieraus

$$p_i = -\sin(i)\sin(\Phi) + \delta p_i$$
$$q_i = \sin(i)\cos(\Phi) + \delta q_i$$

wo durch δp_i und δq_i die vollständigen Störungen von p_i und q_i bezeichnet werden. Wenn wir ferner noch in den Formeln der Fundamenta γ, α und η gleich Null machen, dann geht die pag. 107 u. f. mit Θ bezeichnete Constante in (Φ) über, und wir erhalten somit zufolge pag. 120

$$\left.\begin{aligned} p_s &= p_i \cos(\Phi) + q_i \sin(\Phi) \\ q_s &= q_i \cos(\Phi) - p_i \sin(\Phi) \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots(23)$$

Hiemit ergiebt sich

$$p_s = \delta p_s$$
$$q_s = \sin(i) + \delta q_s$$

wenn wir

$$\delta p_s = \delta p_i \cos(\Phi) + \delta q_i \sin(\Phi)$$
$$\delta q_s = \delta q_i \cos(\Phi) - \delta p_i \sin(\Phi)$$

machen. Ist ferner s der Sinus der Breite des Planeten m über der Fundamentalebene, dann haben wir

$$s = q_s \sin V_i - p_s \cos V_i \ldots\ldots$$

wo

$$V_i = \overline{f} + \nu + \varkappa + (\Phi)$$

wenn $\overline{f}$ die mit $(n)s$, $(s)_i$ etc. zu berechnende wahre Anomalie ist. Hiemit wird

$$s = \sin(i)\sin(\overline{f} + (\omega)) + \delta s$$

wenn wir

$$(\omega) = \nu + \varkappa + (\Phi)\ldots\ldots\ldots\ldots(24)$$

und

$$\delta s = \delta q_s \sin(\overline{f} + (\omega)) - \delta p_s \cos(\overline{f} + (\omega))\ldots\ldots(25)$$

machen.

12.

Zur Berechnung der auf die Fundamentalebene reducirten Länge dient die Formel (72) pag. 122 der Fundamenta, deren Entwickelung und Integration ich dort pag. 253 gegeben habe. Für den Zweck indeß, den ich hier verfolge, ist es dienlicher, statt dieser eine Transformation derselben, die ich unmittelbar aus den Grundgleichungen ableiten werde, anzuwenden. Diese sind

$$\cos b \cos(l-\theta) = \cos(v-\theta)$$
$$\cos b \sin(l-\theta) = \cos i \sin(v-\theta)$$

wo b die Breite, l die reducirte Länge, und v die Länge in der Bahn ist, und die Neigung i, so wie die Knotenlänge θ veränderlich angesehen werden müssen. Es ist aber (Fundamenta pag. 37 und 89)

$$v - \theta = v_i - \chi + \omega = \overline{f} + \pi - \chi + \omega$$

also

$$\cos b \cos(l-\theta) = \cos(\overline{f} + \pi - \chi + \omega)$$
$$\cos b \sin(l-\theta) = \cos i \sin(\overline{f} + \pi - \chi + \omega)$$

Durch Multiplication dieser Gleichungen mit $\sin(\frac{1}{2}(\theta) - (\theta) - \varpi)$ und $\cos(\frac{1}{2}(\theta) - (\theta) - \varpi)$, wo (θ) und ϖ vorläufig unbestimmte Größen sind, verwandelt man sie leicht in

Digitized by Google

$$(26)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases}\cos b\cos(l-u-(\delta)) = \cos(\bar f+\pi-\chi+\omega)\cos(\theta-(\delta)-u)\\ \qquad -\cos i\sin(\bar f+\pi-\chi+\omega)\sin(\theta-(\delta)-u)\\ \cos b\sin(l-u-(\delta)) = \cos(\bar f+\pi-\chi+\omega)\sin(\theta-(\delta)-u)\\ \qquad +\cos i\sin(\bar f+\pi-\chi+\omega)\cos(\theta-(\delta)-u)\end{cases}$$

Wir haben oben $(\omega)=\nu+\varkappa+(\Phi)$ eingeführt. Die Gleichungen (21) geben aber

$$N+K+\Phi=\pi-(\chi-\omega)$$

Hieraus folgt, wenn wir zu den constanten Gliedern übergehen, daſs $\nu+\varkappa+(\Phi)$, daſs ist (ω), gleich π weniger dem constanten Gliede in $(\chi-\omega)$ ist, bestimmen wir nun die eben eingeführte unbestimmte Gröſse (δ) so, daſs sie das constante Glied in dem vollständigen Ausdrucke für $\chi-\omega$ sey, so erhalten wir

$$(\omega)=\pi-(\delta)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(27)$$

und wir können die Gleichungen (26), wenn wir den Bogen (δ) theils zum Bogen $\bar f+\pi-\chi+\omega$ addiren, theils davon subtrahiren, leicht in folgende verwandeln:

$$(28)\ldots\ldots\begin{cases}\cos b\cos(l-u-(\delta)) = \cos(\bar f+(\omega))\{\cos(\chi-\omega-(\delta))\cos(\theta-(\delta)-u)+\cos i\sin(\chi-\omega-(\delta))\sin(\theta-(\delta)-u)\}\\ \qquad +\sin(\bar f+(\omega))\{\sin(\chi-\omega-(\delta))\cos(\theta-(\delta)-u)-\cos i\cos(\chi-\omega-(\delta))\sin(\theta-(\delta)-u)\}\\ \cos b\sin(l-u-(\delta)) = \cos(\bar f+(\omega))\{\cos(\chi-\omega-(\delta))\sin(\theta-(\delta)-u)-\cos i\sin(\chi-\omega-(\delta))\cos(\theta-(\delta)-u)\}\\ \qquad +\sin(\bar f+(\omega))\{\sin(\chi-\omega-(\delta))\sin(\theta-(\delta)-u)+\cos i\cos(\chi-\omega-(\delta))\cos(\theta-(\delta)-u)\}\end{cases}$$

Diese Gleichungen werde ich jetzt bis auf Gröſsen vierter Ordnung in Bezug auf die störende Kraft entwickeln. Zu dem Ende geben uns die Gleichungen (20) und (23)

$$p_\varrho=\sin i\sin(\chi-\omega-\pi+\nu+\varkappa+(\Phi))$$
$$q_\varrho=\sin i\cos(\chi-\omega-\pi+\nu+\varkappa+(\Phi))$$

aber aus (24) und (27) ziehen wir

$$-\pi+\nu+\varkappa+(\Phi)=-(\delta)$$

also

$$p_\varrho=\sin i\sin(\chi-\omega-(\delta))$$
$$q_\varrho=\sin i\cos(\chi-\omega-(\delta))$$

Hiemit wird

$$\chi-\omega-(\delta)=arc.tg\frac{p_\varrho}{q_\varrho}=\frac{p_\varrho}{q_\varrho}-\tfrac{1}{3}\frac{p_\varrho^3}{q_\varrho^3}\pm\text{ etc.}$$

Führt man hierin die Werthe $p_\varrho=\delta p_\varrho$, $q_\varrho=\sin(i)+\delta q_\varrho$ ein, so bekommt man

$$\chi-\omega-(\delta)=\frac{\delta p_\varrho}{\sin(i)}-\frac{\delta p_\varrho\delta q_\varrho}{\sin^2(i)}-\frac{\delta p_\varrho^3}{3\sin^2(i)}+\frac{\delta p_\varrho\delta q_\varrho^2}{\sin^2(i)}$$

bis auf Gröſsen vierter Ordnung genau. Dieser Ausdruck giebt uns bis auf denselben Grad der Genauigkeit

$$\sin(\chi-\omega-(\delta))=\frac{\delta p_\varrho}{\sin(i)}-\frac{\delta p_\varrho\delta q_\varrho}{\sin^2(i)}-\frac{\delta p_\varrho^3}{2\sin^3(i)}+\frac{\delta p_\varrho\delta q_\varrho^2}{\sin^3(i)}$$

$$\cos(\chi-\omega-(\delta))=1-\frac{\delta p_\varrho^2}{2\sin^2(i)}+\frac{\delta p_\varrho^2\delta q_\varrho}{\sin^3(i)}.$$

Die eben angewandten Ausdrücke für p_ϱ und q_ϱ geben ferner vermittelst einer leichten Entwickelung

$$\cos i=\cos(i)-\frac{\sin(i)}{\cos(i)}\delta q_\varrho-\frac{\delta p_\varrho^2}{2\cos(i)}-\frac{\delta q_\varrho^2}{2\cos^3(i)}\cdot$$
$$-\frac{\sin(i)}{2\cos^3(i)}\delta p_\varrho^2\delta q_\varrho-\frac{\sin(i)}{2\cos^3(i)}\delta q_\varrho^3$$

und

$$\frac{1}{\cos i}=\frac{1}{\cos(i)}+\frac{\sin(i)}{\cos^2(i)}\delta q_\varrho+\frac{\delta p_\varrho^2}{2\cos^3(i)}+\frac{1+2\sin^2(i)}{2\cos^3(i)}\delta q_\varrho^2$$

Nun ist (Fundamenta p. 34)

$$d\theta=\frac{d\chi-d\omega}{\cos i}$$

also wenn wir den vorstehenden Werth von $\frac{1}{\cos i}$ substituiren und integriren

$$\theta=const.+\frac{\chi-\omega}{\cos(i)}+\frac{\sin(i)}{\cos^2(i)}\int\delta q_\varrho(d\chi-d\omega)+\frac{1}{2\cos^2(i)}\int\delta p^2{}_\varrho(d\chi-d\omega)+\frac{1+2\sin^2(i)}{2\cos^2(i)}\int\delta q_\varrho^2(d\chi-d\omega)$$

Der obige Ausdruck für $\chi-\omega-(\delta)$ giebt durch die Differentiation

$$d\chi-d\omega=\frac{dp_\varrho}{\sin(i)}-\frac{\delta q_\varrho dp_\varrho}{\sin^2(i)}-\frac{\delta p_\varrho dq_\varrho}{\sin^2(i)}.$$

Hiemit können die Integrale des vorstehenden Werthes von θ leicht berechnet werden. Wenn man erwägt, daſs

$$\int\delta q_\varrho dp_\varrho=\tfrac{1}{2}\delta p_\varrho\delta q_\varrho+\tfrac{1}{2}\int\{\delta q_\varrho dp_\varrho-\delta p_\varrho dq_\varrho\}$$
$$\int\delta q^2{}_\varrho dp_\varrho=\tfrac{1}{2}\delta p_\varrho\delta q_\varrho^2+\tfrac{1}{2}\int\delta q_\varrho\{\delta q_\varrho dp_\varrho-\delta p_\varrho dq_\varrho\}$$
$$\int\delta p_\varrho\delta q_\varrho dq_\varrho=\tfrac{1}{2}\delta p_\varrho\delta q_\varrho^2-\tfrac{1}{2}\int\delta q_\varrho\{\delta q_\varrho dp_\varrho-\delta p_\varrho dq_\varrho\}$$

so bekommt man

$$\theta=const.+\frac{(\delta)}{\cos(i)}+\frac{\delta p_\varrho}{\sin(i)\cos(i)}-\frac{\delta p_\varrho\delta q_\varrho}{\sin^2(i)\cos(i)}+\frac{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sin^2(i)}{\sin^3(i)\cos^3(i)}\delta p_\varrho^2+\frac{1-\frac{1}{2}\sin^2(i)+2\sin^4(i)}{\sin^3(i)\cos^3(i)}\delta p_\varrho\delta q_\varrho^2$$
$$+\frac{1}{2\cos^3(i)}\int\{\delta q_\varrho dp_\varrho-\delta p_\varrho dq_\varrho\}+\frac{\sin(i)}{\cos^3(i)}\int\delta q_\varrho\{\delta q_\varrho dp_\varrho-\delta p_\varrho dq_\varrho\}.$$

Digitized by Google

Bestimmen wir nun die bisher unbekannt gelassene Grösse u dergestalt, dafs

$$u = \frac{1}{2\cos^2(i)}\int\left\{\delta g_\varphi\, dp_\varphi - \delta p_\varphi\, dg_\varphi\right\} + \frac{\sin(i)}{\cos^2(i)}\int \delta g_\varphi\left\{\delta g_\varphi\, dp_\varphi - \delta p_\varphi\, dg_\varphi\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (29)$$

und erwägen, dafs die im Ausdrucke für θ enthaltene unbestimmte Constante so bestimmt werden mufs, dafs die rechte Seite der Gleichungen (28) resp. in $\cos(\overline{f}+(\omega))$ und $\cos(i)\sin(\overline{f}+(\omega))$ übergeht, wenn man dp_φ und δg_φ gleich Null macht, wodurch man

$$const. + \frac{(\delta)}{\cos(i)} = (\delta)$$

bekommt, so ergiebt sich

$$\theta - u = (\delta) + \frac{\delta p_\varphi}{\sin(i)\cos(i)} - \frac{\delta p_\varphi \delta g_\varphi}{\sin^2(i)\cos(i)} + \frac{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sin^2(i)}{\sin^2(i)\cos^3(i)}\delta p_\varphi{}^2 + \frac{1-\frac{5}{2}\sin^2(i)+2\sin^4(i)}{\sin^3(i)\cos^5(i)}\delta p_\varphi \delta g_\varphi{}^2$$

und hiemit

$$\sin(\theta-(\delta)-u) = \frac{\delta p_\varphi}{\sin(i)\cos(i)} + \frac{-1+\frac{1}{2}\sin^2(i)}{\sin^2(i)\cos^2(i)}\delta p_\varphi \delta g_\varphi - \frac{\delta p_\varphi{}^2}{2\sin^3(i)\cos(i)} + \frac{1-\frac{1}{2}\sin^2(i)+2\sin^4(i)}{\sin^3(i)\cos^4(i)}\delta p_\varphi \delta g_\varphi{}^2$$

$$\cos(\theta-(\delta)-u) = 1 - \frac{\delta p_\varphi{}^2}{2\sin^2(i)\cos^2(i)} + \frac{1-\frac{1}{2}\sin^2(i)}{\sin^2(i)\cos^4(i)}\delta p_\varphi{}^2 \delta g_\varphi$$

Multiplicirt man diese Ausdrücke mit den obigen Werthen von $\sin(\chi-u-(\delta))$ und $\cos(\chi-u-(\delta))$, so bekommt man

$$\cos(\chi-u-(\delta))\cos(\theta-(\delta)-u) = 1 + \frac{-1+\frac{1}{2}\sin^2(i)}{\sin^2(i)\cos^2(i)}\delta p_\varphi{}^2 + \frac{2-\frac{7}{2}\sin^2(i)+\sin^4(i)}{\sin^3(i)\cos^4(i)}\delta p_\varphi{}^2 \delta g_\varphi$$

$$\sin(\chi-u-(\delta))\sin(\theta-(\delta)-u) = \frac{\delta p_\varphi{}^2}{\sin^2(i)\cos(i)} + \frac{-2+\frac{1}{2}\sin^2(i)}{\sin^3(i)\cos^3(i)}\delta p_\varphi{}^2 \delta g_\varphi$$

$$\cos(\chi-u-(\delta))\sin(\theta-(\delta)-u) = \frac{\delta p_\varphi}{\sin(i)\cos(i)} + \frac{-1+\frac{1}{2}\sin^2(i)}{\sin^2(i)\cos^2(i)}\delta p_\varphi \delta g_\varphi - \frac{\delta p_\varphi{}^2}{\sin^2(i)\cos(i)} + \frac{1-\frac{1}{2}\sin^2(i)+2\sin^4(i)}{\sin^3(i)\cos^5(i)}\delta p_\varphi \delta g_\varphi{}^2$$

$$\sin(\chi-u-(\delta))\cos(\theta-(\delta)-u) = \frac{\delta p_\varphi}{\sin(i)} - \frac{\delta p_\varphi \delta g_\varphi}{\sin^2(i)} + \frac{-1+\frac{1}{2}\sin^2(i)}{\sin^2(i)\cos^3(i)}\delta p_\varphi{}^2 + \frac{1}{\sin^3(i)}\delta p_\varphi \delta g_\varphi{}^2$$

und hieraus durch Multiplication mit dem obigen Werthe von $\cos i$,

$$\cos i\cos(\chi-u-(\delta))\cos(\theta-(\delta)-u) = \cos(i) - \frac{\sin(i)}{\cos(i)}\delta g_\varphi - \frac{\delta p_\varphi{}^2}{\sin^2(i)\cos(i)} - \frac{\delta g_\varphi{}^2}{2\cos^2(i)} + \frac{2-\frac{5}{2}\sin^2(i)}{\sin^2(i)\cos^4(i)}\delta p_\varphi{}^2 \delta g_\varphi - \frac{\sin(i)}{2\cos^4(i)}\delta g_\varphi{}^2$$

$$\cos i\sin(\chi-u-(\delta))\sin(\theta-(\delta)-u) = \frac{\delta p_\varphi{}^2}{\sin^2(i)} + \frac{-2+\frac{1}{2}\sin^2(i)}{\sin^3(i)\cos^2(i)}\delta p_\varphi{}^2 \delta g_\varphi$$

$$\cos i\cos(\chi-u-(\delta))\sin(\theta-(\delta)-u) = \frac{\delta p_\varphi{}^2}{\sin(i)} + \frac{-1+\frac{1}{2}\sin^2(i)}{\sin^2(i)\cos^2(i)}\delta p_\varphi \delta g_\varphi + \frac{-1+\frac{1}{2}\sin^2(i)}{\sin^2(i)\cos^2(i)}\delta p_\varphi{}^2 + \frac{1-2\sin^2(i)+\frac{1}{2}\sin^4(i)}{\sin^3(i)\cos^4(i)}\delta p_\varphi \delta g_\varphi{}^2$$

$$\cos i\sin(\chi-u-(\delta))\cos(\theta-(\delta)-u) = \frac{\cos(i)}{\sin(i)}\delta p_\varphi - \frac{\delta p_\varphi \delta g_\varphi}{\sin^2(i)\cos(i)} - \frac{\delta p_\varphi{}^2}{\sin^2(i)\cos(i)} + \frac{1-\frac{1}{2}\sin^2(i)}{\sin^2(i)\cos^3(i)}\delta p_\varphi \delta g_\varphi{}^2$$

Substituirt man diese Ausdrücke in die Gleichungen (28), so bekommt man sogleich

$$\cos b\cos(l-u-(\delta)) = \cos(\overline{f}+(\omega))\left\{1 - \frac{\delta p_\varphi{}^2}{2\cos^2(i)} - \frac{\sin(i)}{2\cos^4(i)}\delta p_\varphi{}^2 \delta g_\varphi\right\}$$
$$+ \sin(\overline{f}+(\omega))\left\{\frac{\delta p_\varphi \delta g_\varphi}{2\cos^3(i)} + \frac{\sin(i)}{2\cos^4(i)}\delta p_\varphi \delta g_\varphi{}^2\right\}$$

$$\cos b\sin(l-u-(\delta)) = \cos(\overline{f}+(\omega))\left\{tg(i)\,\delta p_\varphi + \frac{\delta p_\varphi \delta g_\varphi}{2\cos^3(i)} + \frac{\sin(i)}{2\cos^3(i)}\delta p_\varphi \delta g_\varphi{}^2\right\}$$
$$+ \sin(\overline{f}+(\omega))\left\{\cos(i) - tg(i)\,\delta g_\varphi - \frac{\delta g_\varphi{}^2}{2\cos^2(i)} - \frac{\sin(i)}{2\cos^5(i)}\delta g_\varphi{}^2\right\}$$

oder mit Rücksicht auf den Ausdruck (25) für δs,

$$\left.\begin{aligned} \cos b\cos(l-u-(\delta)) &= \cos(\overline{f}+(\omega)) + \delta s\left\{\frac{\delta p_\varphi}{2\cos^3(i)} + \frac{\sin(i)}{2\cos^4(i)}\delta p_\varphi \delta g_\varphi\right\} \\ \cos b\sin(l-u-(\delta)) &= \cos(i)\sin(\overline{f}+(\omega)) - \delta s\left\{tg(i) + \frac{\delta g_\varphi}{2\cos^2(i)} + \frac{\sin(i)}{2\cos^3(i)}\delta g_\varphi{}^2\right\} \\ \sin b &= \sin(i)\sin(\overline{f}+(\omega)) + \delta s \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (30)$$

wo u durch (29) berechnet werden mufs.

Digitized by Google

13.

Nehmen wir nun an, daß man bei der Berechnung von δp_σ und δq_σ nicht die Elemente $a, e, (u), (i), (\vartheta)$, sondern $a_0, e_0, \omega_0, i_0, \vartheta_0$ zu Grunde gelegt habe, und bezeichnen wir alle sich darauf beziehenden Größen auf gleiche Weise, so bekommen wir, da jedenfalls i und b denselben Werth bekommen müssen, wie vorher,

$$(31)\quad \begin{cases} \cos b\, \sin(l-u_0-\vartheta_0) = & \cos(\bar{f}_0+\omega_0) + \delta e_0 \left\{ \frac{\delta p_0}{2\cos^2 i_0} + \frac{\sin i_0}{2\cos^4 i_0}\, \delta p_0 \delta q_0 \right\} \\ \cos b\, \sin(l-u_0-\vartheta_0) = & \cos i_0 \sin(\bar{f}_0+\omega_0) - \delta e_0 \left\{ tg\, i_0 + \frac{\delta q_0}{2\cos^2 i_0} + \frac{\sin i_0}{2\cos^2 i_0}\, \delta q_0{}^2 \right\} \\ \sin b & = \sin i_0 \sin(\bar{f}_0+\omega_0) + \delta e_0 \end{cases}$$

Zur Vergleichung der beiden Systeme (30) und (31) haben wir durch die Gleichung (3), wenn wir darin τ in t verwandeln

$$\bar{f}_0 = \bar{f} + \pi - \pi_0$$

Setzen wir überdies

$$\begin{aligned} \pi_0 &= \pi + \delta\pi \\ \omega_0 &= (\omega) + \delta\omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_0 &= (i) + \delta i \\ \vartheta_0 &= (\vartheta) + \delta\vartheta \end{aligned}$$

substituiren diese Werthe, so wie

$$\delta e_0 = \delta q_0 \sin(\bar{f}_0+\omega_0) - \delta p_0 \cos(\bar{f}_0+\omega_0)$$

in die dritte Gleichung (31) und entwickeln sie bis auf Grösen dritter Ordnung, so ergiebt sich

$$\begin{aligned} \sin b = {} & \sin(i)\sin(\bar{f}+(\omega)) + \left\{ \cos(i)\,\delta i - \tfrac{1}{2}\sin(i)\,\delta i^2 - \tfrac{1}{2}\sin(i)\,(\delta\omega-\delta\pi)^2 + \delta q_0 + \delta p_0\,(\delta\omega-\delta\pi) \right\} \sin(\bar{f}+(\omega)) \\ & + \left\{ \sin(i)\,(\delta\omega-\delta\pi) + \cos(i)\,\delta i\,(\delta\omega-\delta\pi) - \delta p_0 + \delta q_0\,(\delta\omega-\delta\pi) \right\} \cos(\bar{f}+(\omega)) \end{aligned}$$

Die dritte Gleichung (30) giebt aber

$$\sin b = \sin(i)\sin(\bar{f}+(\omega)) + \delta q_\sigma \sin(\bar{f}+(\omega)) - \delta p_\sigma \cos(\bar{f}+(\omega))$$

Die Vergleichung dieser beiden Gleichungen zeigt sogleich, daß

$$\begin{aligned} \delta p_\sigma &= -\sin(i)\,(\delta\omega-\delta\pi) - \cos(i)\,\delta i\,(\delta\omega-\delta\pi) + \delta p_0 - \delta q_0\,(\delta\omega-\delta\pi) \\ \delta q_\sigma &= \cos(i)\,\delta i - \tfrac{1}{2}\sin(i)\,\delta i^2 - \tfrac{1}{2}\sin(i)\,(\delta\omega-\delta\pi)^2 + \delta q_0 + \delta p_0\,(\delta\omega-\delta\pi) \end{aligned}$$

Die erste und zweite der Gleichungen (30) geben durch Multiplication mit $\cos u$ und $\sin u$, und mit Weglassung der Glieder dritter Ordnung

$$\cos b\, \cos(l-(\vartheta)) = \left\{ \cos(\bar{f}+(\omega)) + \tfrac{1}{2}\delta e \frac{\delta p_\sigma}{\cos^2(i)} \right\} \cos u - \left\{ \cos(i)\sin(\bar{f}+(\omega)) - \delta e \left\{ \frac{\delta p_\sigma}{2\cos^2(i)} \right\} \right\} \sin u$$

und die erste und zweite der Gleichungen (31) auf analoge Art

$$\cos b\, \cos(l-(\vartheta)) = \left\{ \cos(\bar{f}_0+\omega_0) + \tfrac{1}{2}\delta e_0 \frac{\delta p_0}{\cos^2 i_0} \right\} \cos(u_0+\delta\vartheta) - \left\{ \cos i_0 \sin(\bar{f}_0+\omega_0) - \delta e_0 \left\{ tg\, i_0 + \frac{\delta q_0}{2\cos^2 i_0} \right\} \right\} \sin(u_0+\delta\vartheta)$$

Entwickelt man diese Gleichung, so ergiebt sich

$$\begin{aligned} \cos b\, \cos(l-(\vartheta)) = {} & \cos(\bar{f}+(\omega)) - \left\{ tg\,(i)\,\delta p_\sigma (u_0+\delta\vartheta) + \frac{\delta p_\sigma{}^2}{2\cos^2(i)} + \tfrac{1}{2}(\delta\omega-\delta\pi)^2 - \tfrac{1}{2}(u_0+\delta\vartheta)^2 + \cos(i)\,(\delta\omega-\delta\pi)(u_0+\delta\vartheta) \right\} \cos(\bar{f}+(\omega)) \\ & - \left\{ (\delta\omega-\delta\pi) + \cos(i)\,(u_0+\delta\vartheta) - \sin(i)\,\delta i\,(u_0+\delta\vartheta) - \frac{\delta p_\sigma \delta q_\sigma}{2\cos^2(i)} - tg\,(i)\,\delta q_\sigma\,(u_0+\delta\vartheta) \right\} \sin(\bar{f}+(\omega)) \end{aligned}$$

und jene giebt

$$\begin{aligned} \cos b\, \cos(l-(\vartheta)) = {} & \cos(\bar{f}+(\omega)) - \left\{ tg\,(i)\, u\, \delta p_\sigma + \frac{\delta p_\sigma{}^2}{2\cos^2(i)} + \tfrac{1}{2}u^2 \right\} \cos(\bar{f}(\omega)) \\ & - \left\{ \cos(i)\, u + tg\,(i).u\, \delta q_\sigma - \frac{\delta p_\sigma \delta q_\sigma}{2\cos^2(i)} \right\} \sin(\bar{f}+(\omega)) \end{aligned}$$

Die Coefficienten von $\sin(\bar{f}+(\omega))$ dieser beiden Gleichungen geben sogleich

$$u - \frac{\sin(i)}{\cos^2(i)}\, u\, \delta q_\sigma - \frac{\delta p_\sigma \delta q_\sigma}{2\cos^2(i)} = \frac{\delta\omega-\delta\pi}{\cos(i)} + u_0 + \delta\vartheta - \frac{\sin(i)}{\cos(i)}\, \delta i\,(u_0+\delta\vartheta) - \frac{\delta p_\sigma \delta q_\sigma}{2\cos^2(i)} - \frac{\sin(i)}{\cos^2(i)}\, \delta q_\sigma (u_0+\delta\vartheta)$$

woraus

$$u = u_0 + \delta\vartheta + \frac{\delta\omega-\delta\pi}{\cos(i)} + \frac{\sin(i)}{2\cos^2(i)}\, \delta i\,(\delta\omega-\delta\pi) + \frac{\sin(i)}{2\cos^2(i)}\,(\delta\omega-\delta\pi)\,\delta q_\sigma + \frac{1}{2\cos^2(i)}\, \delta i\, \delta p_\sigma$$

folgt. Substituirt man diesen Werth von u, so wie die oben gefundenen Werthe von δp_σ und δq_σ in die Coefficienten von $\cos(\bar{f}+(\omega))$ der beiden vorstehenden Gleichungen, so ist denselben ohne Weiteres Genüge geleistet.

Digitized by Google

Den vorstehenden Entwickelungen liegt die Annahme zu Grunde, dass in beiden Fällen, nemlich einestheils mit Anwendung der Elemente (ω), (i), (ϑ), etc. und anderntheils mit Anwendung der Elemente ω_0, i_0, ϑ_0, etc. die Ausdrücke für b und l die nemliche Form behalten sollen. Diese Bedingung

$$\delta q_{,,} dp_{,,} - \delta p_{,,} dq_{,,} = \delta q_0 dp_0 - \delta p_0 dq_0 + cos(i)\, \delta i\, dp_{,,} + sin(i)(\delta\omega - \delta\pi)\, dq_{,,}$$

also

$$\int (\delta q_{,,} dp_{,,} - \delta p_{,,} dq_{,,}) = \int (\delta q_0 dp_0 - \delta p_0 dq_0) + cos(i)\, \delta i\, \delta p_{,,} + sin(i)(\delta\omega - \delta\pi)\, \delta q_{,,}$$

oder nachdem man wieder die Werthe von $\delta p_{,,}$ und $\delta q_{,,}$ substituirt, und die ganze Gleichung mit $2\cos^2(i)$ dividirt hat

$$(32) \ldots u = u_0 + \frac{1}{2\cos^2(i)} \delta i\, \delta p_0 + \frac{\sin(i)}{2\cos^2(i)} (\delta\omega - \delta\pi)\, \delta q_0$$

Setzt man diesen Werth von u dem ehen gefundenen andern Werthe derselben Grösse gleich, so bekommt man

$$(34) \ldots \begin{cases} \delta p_{,,} = sin(i)\cos(i)\, \delta\vartheta + (1 - \frac{1}{2}\sin^2(i))\, \delta i\, \delta\vartheta + \delta p_0 + cos(i)\, \delta i\, \delta q_0 \\ \delta q_{,,} = cos(i)\, \delta i - \frac{1}{2} sin(i)\, \delta i^2 - \frac{1}{2} sin(i)\cos^2(i)\, \delta\vartheta^2 + \delta q_0 - cos(i)\, \delta\vartheta\, \delta p_0 \end{cases}$$

Die Erweiterung dieser Ausdrücke bis auf Grössen der vierten und höheren Ordnungen hat weiter keine Schwierigkeit wie die Länge der Rechnung, die Genauigkeit indeß der vorstehenden Ausdrücke, die bis auf Grössen der dritten Ordnung richtig sind, wird in allen Fällen, die vorkommen können, hinreichend seyn.

14.

Nehmen wir nun an, dass die Elemente π_0, i_0, ϑ_0 die rein elliptischen Elemente seyen, und suchen wir die rein elliptischen Werthe von $\delta\pi$, $\delta p_{,,}$, $\delta q_{,,}$ und u. Zu dem Ende

$$(35) \ldots \begin{cases} \varkappa = sin(i)\cos(i)\, \delta\vartheta + (1 - \frac{1}{2}\sin^2(i))\, \delta i\, \delta\vartheta \\ \sigma = cos(i)\, \delta i - \frac{1}{2} sin(i)\, \delta i^2 - \frac{1}{2} sin(i)\cos^2(i)\, \delta\vartheta^2 \end{cases}$$

wodurch man $\varkappa$ und σ erhält, wenn beide Systeme von Elementen gegeben sind. Sind hingegen $\varkappa$ und σ, so wie das eine System von Elementen gegeben, dann bekommt man das andere System durch folgende Ausdrücke

$$(36) \ldots \begin{cases} \delta i = \dfrac{\sigma}{\cos(i)} + \dfrac{\sin(i)}{2\cos^2(i)} \sigma^2 + \dfrac{\varkappa^2}{2\sin(i)\cos(i)} \\ \delta\vartheta = \dfrac{\varkappa}{\sin(i)\cos(i)} - \dfrac{1 - \frac{1}{2}\sin^2(i)}{\sin^2(i)\cos^2(i)} \varkappa\sigma \end{cases}$$

die durch Umkehrung aus jenem entstanden sind.

15.

Wenn man also bei der Berechnung der Störungen die Elemente (n), (e), (ω), (i) und (ϑ) statt der rein elliptischen Elemente n_0, e_0, ω_0, i_0 und ϑ_0 zu Grunde legen will oder muss, dann wird die Berechnung der Störungen erster Ordnung in Bezug auf die störende Kraft unverändert so ausgeführt, als wären die angewandten Elemente die rein elliptischen, und in den vorstehenden Formeln die rein elliptischen Werthe von δp_0, δq_0 und u_0 substituiren. Diese sind aber gleich Null, und somit giebt die Gleichung (32) den rein elliptischen Werth von $u = 0$, und dieses ist, wenigstens bis auf Grössen dritter Ordnung, auch der Werth des constanten Gliedes in dem abhängigen Elemente u. Die Gleichung (33) giebt unverändert den rein elliptischen Werth von $\delta\pi$, welcher mit der zu Anfange dieser Abhandlung η genannten Grösse in enger Beziehung steht. Die Gleichungen (34) endlich geben für die rein elliptischen Werthe von $\delta p_{,,}$ und $\delta q_{,,}$, die ich resp. $\varkappa$ und σ nennen will, die folgenden Ausdrücke

$$\begin{aligned} p_{,,} &= \delta p_{,,} + \varkappa \\ q_{,,} &= sin(i) + \delta q_{,,} + \sigma \end{aligned}$$

oder da überhaupt

$$\begin{aligned} p_{,} &= p_{,,} \cos(\Phi) - q_{,,} \sin(\Phi) \\ q_{,} &= p_{,,} \sin(\Phi) + q_{,,} \cos(\Phi) \end{aligned}$$

ist

$$\begin{aligned} p_{,} &= -\sin(i)\sin(\Phi) + \delta p_{,} + \varkappa\cos(\Phi) - \sigma\sin(\Phi) \\ q_{,} &= \sin(i)\cos(\Phi) + \delta q_{,} + \varkappa\sin(\Phi) + \sigma\cos(\Phi) \end{aligned}$$

wo $\delta p_{,}$ und $\delta q_{,}$ oder $\delta p_{,,}$ und $\delta q_{,,}$ die durch die unveränderten Formeln berechneten Störungen erster Ordnung in Bezug auf die störende Kraft bedeutet. Da nun in der ersten Approximation bloß die ersten Glieder dieser Ausdrücke berücksichtigt

Digitized by Google

worden sind, so muſs in der zweiten und den folgenden Approximationen

$$\delta p_i + \varkappa, \text{ als Zuwachs von } p_i, \text{ und}$$
$$\delta q_i + \sigma, \text{ als Zuwachs von } q_i$$

betrachtet werden, wenn man

$$\varkappa \cos(\Phi) - \sigma \sin(\Phi) = x,$$
$$\varkappa \sin(\Phi) + \sigma \cos(\Phi) = \sigma,$$

macht. Dieses Resultat ist, wie man sieht, dem oben in Bezug auf $(n)x$ und w gefundenen ganz analog, und es wurden also, wenn man der Berechnung der Störungen Elemente zu Grunde legt, die nicht die rein elliptischen sind, meine Formeln unverändert beibehalten. Der einzige Unterschied des Verfahrens besteht darin, daſs den Störungen der ersten Approximation die von den fünf Gröſsen b_i, ξ_i, η_i, $\varkappa_i$, σ_i abhängigen Glieder hinzugefügt, und der Zuwachs, den diese Störungen dadurch erhalten, in der zweiten und den folgenden Approximationen mit berücksichtigt werden muſs. Diese fünf Gröſsen hängen von den fünf constanten elliptischen Elementen n, e, ω, i und θ ab, eine vom sechsten elliptischen Elemente, der mittleren Anomalie für die Zeit $t = 0$, abhängige Gröſse ist nicht vorhanden, und dieses hat seinen Grund darin, daſs man die Störungen für die beliebige Zeit t, man mag die Störungsfunction Ω durch mechanische Quadraturen, oder auf irgend eine andere Art entwickeln, ohne die geringste Kenntnis von diesem Elemente zu haben, berechnen kann.

16.

Die Formeln, welche ich in den Fundamentis zur Berechnung der Störungen gegeben habe, hängen nicht direct von den Gröſsen p und q ab, sondern statt dessen von P, Q und K, welche Functionen jener, und der sich auf den störenden Planeten beziehenden analogen Gröſsen sind. Die Anwendung, welche ich von P, Q und K gemacht habe, besteht im Allgemeinen darin, daſs in der ersten Approximation statt der rein elliptischen Werthe derselben die davon abhängenden Gröſsen ν, k und der rein elliptische Werth der gegenseitigen Neigung I der Bahn des gestörten und der des störenden Planeten gebraucht wird, und in der zweiten und den folgenden Approximationen die Störungen δP, δQ und δK in Anwendung kommen. Die Gröſsen ν und k hängen von den Bögen Φ und Ψ ab, und diese sowohl wie I sind Functionen der Neigungen und Knotenlängen der beiden genannten Bahnen gegen die Fundamentalebene. Φ, Ψ und $\delta - \delta'$ sind die Seiten eines sphärischen Dreiecks, denen resp. die Winkel i', $180° - i$ und I gegenüber liegen, wenn i die Neigung, und δ' die Länge des aufsteigenden Knotens der Bahn des störenden Planeten gegen die Fundamentalebene bedeutet. Wir haben also für die Berechnung von Φ, Ψ und I die folgenden Gleichungen:

$$\sin\tfrac{1}{2} I \sin\tfrac{1}{2}(\Psi + \Phi) = \sin\tfrac{1}{2}(\theta - \delta') \sin\tfrac{1}{2}(i + i')$$
$$\sin\tfrac{1}{2} I \cos\tfrac{1}{2}(\Psi + \Phi) = \cos\tfrac{1}{2}(\theta - \delta') \sin\tfrac{1}{2}(i - i')$$
$$\cos\tfrac{1}{2} I \sin\tfrac{1}{2}(\Psi - \Phi) = \sin\tfrac{1}{2}(\theta - \delta') \cos\tfrac{1}{2}(i + i')$$
$$\cos\tfrac{1}{2} I \cos\tfrac{1}{2}(\Psi - \Phi) = \cos\tfrac{1}{2}(\theta - \delta') \cos\tfrac{1}{2}(i - i')$$

Substituirt man hierin die rein elliptischen Werthe von i, θ, i' und θ', so bekommt man die rein elliptischen Werthe von I, Φ und Ψ. Substituirt man statt i und θ die im vorhergehenden (i) und (θ) genannten Werthe und für i' und θ' entweder die rein elliptischen, oder andere constante, jenen analoge Werthe, dann gehen die vorstehenden Gleichungen die Werthe, die ich im Vorhergehenden mit (I), (Φ) und (Ψ) bezeichnet habe. Hiemit erhalten wir

$$\nu + \varkappa = (\omega) - (\Phi)$$
$$\nu - \varkappa = \omega' - (\Psi)$$

oder

$$\nu = \tfrac{1}{2}((\omega) + \omega') - \tfrac{1}{2}((\Phi) + (\Psi))$$
$$\varkappa = \tfrac{1}{2}((\omega) - \omega') - \tfrac{1}{2}((\Phi) - (\Psi))$$

wo (ω), wie im Vorhergehenden, die Entfernung des Perihels vom aufsteigenden Knoten mit der Fundamentalebene (das ist $\pi - (\theta)$) bedeutet, und ω' in Bezug auf den störenden Planeten die nemliche Bedeutung hat. Hiemit ist der Ausdruck für die gegenseitige Entfernung des störenden und gestörten Planeten, welche ich Δ nenne, den Fundamentis zufolge folgender

$$\Delta^2 = r^2 + r'^2 - 2rr' \cos^2\tfrac{1}{2}(I) \cos(f - f' + 2\varkappa) - 2rr' \sin^2\tfrac{1}{2}(I) \cos(f + f' + 2\nu)$$

oder

$$\Delta^2 = r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(f + \nu + \varkappa) \cos(f' + \nu - \varkappa) - 2rr' \cos(I) \sin(f + \nu + \varkappa) \sin(f' + \nu - \varkappa)$$

wo f und r den folgenden

$$n t + (\iota) = \varepsilon - e \sin\varepsilon$$
$$r \cos f = a \cos\varepsilon - ae$$
$$r \sin f = a\sqrt{(1 - e^2)} \cdot \sin\varepsilon$$
$$a^3 n^2 = \varkappa(M + m)$$

und f' und r' analogen, auf den störenden Planeten sich beziehenden Gleichungen entsprechen.

Sind nun durch diese Grundlage nach den Formeln der Fundamenta die Störungen der ersten Approximation berechnet, so bedarf es für die folgenden Approximationen unter andern der Gröſsen δP, δQ und δK. Diese bekommt man auf folgende Art. Die Gleichungen pag. 86 und 93, oder statt dieser die zweiten Gleichungen des Art. 6 pag. 268 der Fundamenta geben ebenso, wenn man sie auf die Planeten beschränkt, und dp_i, dq_i etc. statt dp, dq, etc. einführt,

Digitized by Google

$$dP = -\cos\tfrac{1}{2}I\cos(K-\varkappa)\left\{\frac{dp_1}{\cos i}+\frac{dp'_{,,}}{\cos i'}\right\}-\cos\tfrac{1}{2}I\sin(K-\varkappa)\left\{\frac{dq_1}{\cos i}-\frac{dq'_{,,}}{\cos i'}\right\}$$

$$dQ = \cos\tfrac{1}{2}I\cos(K-\varkappa)\left\{\frac{dq_1}{\cos i}+\frac{dq'_{,,}}{\cos i'}\right\}-\cos\tfrac{1}{2}I\sin(K-\varkappa)\left\{\frac{dp_1}{\cos i}-\frac{dp'_{,,}}{\cos i'}\right\}$$

$$dK = \tfrac{1}{2}\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}I\left\{\cos(N-\nu+K-\varkappa)\frac{dp_1}{\cos i}-\cos(N-\nu-K+\varkappa)\frac{dp'_{,,}}{\cos i'}+\sin(N-\nu+K-\varkappa)\frac{dq_1}{\cos i}-\sin(N-\nu+K-\varkappa)\frac{dq'_{,,}}{\cos i'}\right\}$$

wo $p'_{,,}$ und $q'_{,,}$ zum störenden Planetee die nemliche Beziehung haben, wie p, und q, zum gestörten. Integrirt man diese Gleichungen mit alleiniger Rücksicht auf die erste Potenz der störenden Kraft, so geben sie in Folge des Vorhergehenden

$$\delta P = -\cos\tfrac{1}{2}(I)\left\{\frac{p_1+\varkappa_1}{\cos(i)}+\frac{p'_{,,}+\varkappa'_{,,}}{\cos(i')}\right\}$$

$$\delta Q = \cos\tfrac{1}{2}(I)\left\{\frac{q_1+\sigma_1}{\cos(i)}+\frac{q'_{,,}+\sigma'_{,,}}{\cos(i')}\right\}$$

$$\delta K = \tfrac{1}{2}\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(I)\left\{\frac{p_1+\varkappa_1}{\cos(i)}+\frac{p'_{,,}+\varkappa'_{,,}}{\cos(i')}\right\}$$

wo $\varkappa'_{,,}$ und $\sigma'_{,,}$ gleich Null gemacht werden müssen, wenn man die rein elliptischen Elemente ι'_0 und θ'_0 des störenden Planetee angewandt hat, sonst aber den Größen $\varkappa$, und σ, völlig analog sind. Diese Ausdrücke für δP, δQ und δK sind hinreichend, um alle von diesen Größen abhängenden Störungen zweiter Ordnung in Bezug auf die Massen in s, w, p und q zu erhalten, und wegen der Kleinheit der Breitenstörungen aller Planeten, werden sie in jedem Falle hinreichende Genauigkeit gewähren. Das anzuwendende Verfahren übrigens, wenn die Approximationen weiter fortgeführt werden müssten, besteht darin, daſs man entweder, statt der vorstehenden Gleichungen für dP, dQ und dK die gleichgeltenden der Fundamenta, durch die störende Kraft unmittelbar ausgedrückten, bis auf Größen von der Ordnung des Quadrats der störenden Kraft incl. entwickelt und integrirt, und somit genauere Werthe von δP, δQ und δK ermittelt, oder daſs man die obigen Gleichungen bis auf die Quadrate und Producte von $\delta p_1+\varkappa_1$, $\delta q_1+\sigma_1$, etc. incl. entwickelt.

17.

Die Anwendung der im Vorhergehende entwickelten Ausdrücke für b_1, ξ_1, η_1, $\varkappa$, und σ, besteht nun in Folgendem. Wenn man zum ersten Male die Störungen eines Planeten für die unbestimmte Zeit t berechnen will, und demzufolge die rein elliptischen Elemente desselben nicht kennt, dann verfahrt man mit wenigstens elliptische Elemente desselben, die von den rein elliptischen nur um Größen von der Ordnung der störenden Kraft abweichen. Solche kann man auf mehrere Arten erhalten.

Entweder man berechne aus drei oder mehr Beobachtungen, die nicht zu weit von einander entfernt liegen, aber einander auch nicht allzunahe liegen dürfen, damit die unvermeidlichen Beobachtungsfehler nicht allzu grosen Einfluſs ausüben, elliptische Elemente. Diese werden im Allgemeinen von den rein elliptischen um Größen von der Ordnung der störendee Kraft verschieden seye. Hat man nun mit Zuziehung dieser Elemente die Störungen der ersten Approximation für die unbestimmte Zeit t berechnet, in welchen man vorläufig die von b_1, ξ_1, η_1, $\varkappa$, und σ, abhängigen Glieder Null machen muſs, dann berechne man daraus für verschiedene Werthe von t, für welche Beobachtungen vorhanden sind, die geocentrischen Längen und Breiten, oder graden Aufsteigungen und Abweichungen, und vergleiche diese mit den vorhandenen Beobachtungen. Aus den sich somit ergebenden Unterschieden ermitteln man auf bekannte Art die wahrscheinlichsten Verbesserungen der den Rechnungen zu Grunde gelegten elliptischen Elemente. Addirt man diese Verbesserungen zu diesen Elementen, so ergeben sich die rein elliptischen Elemente bis auf Größen zweiter Ordnung genau, und man hat somit die Incremente δn, δe, $\delta \varpi$, δi und $\delta \Omega$, vermittelst welcher man durch die Ausdrücke (17), (33) und (35) die Größen b_1, ξ_1, η_1, $\varkappa$ und σ rechnen kann.

Oder man suche sich osculirende Elemente zu verschaffen. Da diese gewiſs nur um Größen von der Ordnung der störenden Kraft von den rein elliptischen Elementen verschieden sind, so hat ihre Anwendung jedenfalls sicherer wie die eben beschriebenen, daſs sie auch einfacher ist, werde ich sogleich zeigen. Man verlege den Anfangspunkt der Zeit in den Zeitpunkt, für welchen die osculirenden Elemente gelten, so daſs man also in diesem Zeitpunkt $t = 0$ hat, und berechne mit diesen Elementen nach den Formeln der Fundamenta die Störungen der ersten Approximation, welchen man die von b_1, ξ_1, η_1, $\varkappa$ und σ abhängigee, im Vorhergehenden erklärten Glieder hinzufügt, aber diese fünf Größen zuerst unbestimmt läſst. Zu ihrer Bestimmung dienen nun die osculirenden Elemente auf folgende Weise.

18.

Bezeichnen wir die osculirenden Elemente mit a, n, ϵ, ω, δ und θ' (das sechste Element, die mittlere Anomalie zur Zeit $t = 0$ brauchen wir gar nicht hier) und die rechtwinklichen Coordinaten des Planeten zur Zeit $t = 0$ mit x, y und z, dann haben wir erstens

$$x = r\cos b\cos(l-\theta) = r\cos(f+\omega)$$
$$y = r\cos b\sin(l-\theta) = r\cos i\sin(f+\omega)$$
$$z = r\sin b = r\sin i\sin(f+\omega)$$

Digitized by Google

Anderntheils haben wir aber auch durch (30), wenn wir in die berechneten Störungen $t = 0$ substituiren,

$$x = \bar{r}c^{\sigma}\cos(\bar{f}+u)\cos u - \bar{r}c^{\sigma}\cos i\sin(\bar{f}+u)\sin u + \bar{r}c^{\sigma}\delta\varepsilon\left\{\frac{\delta p_{\prime\prime}}{2\cos^2 i} + \frac{\sin i}{2\cos^2 i}\delta p_{\prime\prime}\delta q_{\prime\prime} + \text{etc.}\right\}\cos u + \bar{r}c^{\sigma}\delta\varepsilon\left\{\iota g\, i + \frac{\delta q_{\prime\prime}}{2\cos^2 i} + \frac{\sin i}{2\cos^2 i}\delta q''^2 + \text{etc.}\right\}\sin u$$

$$y = \bar{r}c^{\sigma}\cos(\bar{f}+u)\sin u + \bar{r}c^{\sigma}\cos i\sin(\bar{f}+u)\cos u + \bar{r}c^{\sigma}\delta\varepsilon\left\{\frac{\delta p_{\prime\prime}}{2\cos^2 i} + \frac{\sin i}{2\cos^2 i}\delta p_{\prime\prime}\delta q_{\prime\prime} + \text{etc.}\right\}\sin u - \bar{r}c^{\sigma}\delta\varepsilon\left\{\iota g\, i + \frac{\delta q_{\prime\prime}}{2\cos^2 i} + \frac{\sin i}{2\cos^2 i}\delta q''^2 + \text{etc.}\right\}\cos u$$

$$z = \bar{r}c^{\sigma}\sin i\sin(\bar{f}+u) + \bar{r}c^{\sigma}\delta\varepsilon.$$

Da nun die osculirenden Elemente den Ort des Planeten und die Geschwindigkeit desselben für die Zeit $t = 0$ darstellen, und die berechneten Störungen die nemliche Eigenschaft haben müssen, so müssen nicht nur die vorstehenden doppelten Werthe der Coordinaten x, y und z, sondern auch die daraus hervorgehenden Werthe von $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ und $\frac{dz}{dt}$ einander einzeln gleich seyn, und diese sind die Bedingungen, wodurch wir unsere unbekannten Grössen $b_{\prime}$, $\xi_{\prime}$, $\eta_{\prime}$, u und σ bestimmen müssen.

Da die Differentiale der osculirenden Elemente, wenn man sie in die Differentiale der rechtwinklichen Coordinaten substituirt, sich gegenseitig aufheben müssen, und im zweiten System von Werthen derselben Coordinaten das nemliche in Bezug auf die Differentiale von $\delta p_{\prime\prime}$ und $\delta q_{\prime\prime}$ statt findet, so brauchen wir bei der Differentiation des ersten Systems nicht auf die Veränderlichkeit der elliptischen Elemente, und bei der des zweiten Systems, in welchem jedenfalls die elliptischen Elemente constant sind, nicht auf die Veränderlichkeit von $\delta p_{\prime\prime}$ und $\delta q_{\prime\prime}$ Rücksicht zu nehmen. Hiemit und weil $\delta p_{\prime\prime} = 0$ und $\delta q_{\prime\prime} = 0$ auch $u = 0$ macht, erkennt man leicht, und ohne die Differentiation der obigen Formeln auszuführen, dass die oben ausgesprochenen Bedingungen auf folgende Gleichungen führen:

$$\delta p_{\prime\prime} = 0 \qquad \delta q_{\prime\prime} = 0 \qquad \bar{f} = f \qquad \frac{d\bar{f}}{dt} = \frac{df}{dt} \qquad r = \bar{r}c^{\sigma} \qquad \frac{dc^{-\sigma}}{dt} = \frac{d.\bar{r}c^{\sigma}}{dt}$$

Nennen wir $(\delta p_{\prime\prime})$ den Werth von $\delta p_{\prime\prime}$ für $t = 0$, und nach Abzug des rein elliptischen Werthes u von $\delta p_{\prime\prime}$, und geben wir $(\delta q_{\prime\prime})$ in Bezug auf $\delta q_{\prime\prime}$ die nemliche Bedeutung, dann geben uns die beiden ersten Bedingungsgleichungen sogleich strenge

$$u = -(\delta p_{\prime\prime}) \qquad \sigma = -(\delta q_{\prime\prime})$$

Es ist ferner $\frac{d\bar{f}}{dt} = \frac{a^2 n\sqrt{(1-e^2)}}{\bar{r}^2}\frac{ds}{dt}$, und $\frac{df}{dt} = \frac{a^2 n\sqrt{(1-e^2)}}{r^2}$.

Die Bedingung $\bar{f} = f$ giebt aber $r = \bar{r}$, und hiemit gehen die drei Bedingungsgleichungen in

$$\frac{ds}{dt} = 1, \quad w = 0, \quad \frac{dw}{dt} = 0$$

über. Aus diesen werde ich gleichfalls $b_{\prime}$, $\xi_{\prime}$ und $\eta_{\prime}$ strenge ableiten. Aus den Fundamentis haben wir für Planeten strenge

$$\frac{ds}{dt} = 1 + \overline{[W]} + (1-c^{-w})^2\frac{(h)}{h}$$

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{2}n c^{-w}\left[\overline{\frac{dW}{dy}}\right]$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{(h)}{h}c^{-2w}.$$

Diese verwandeln sich durch die eben gegebenen Bedingungsgleichungen in

$$\overline{[W]} = 0, \quad \left[\overline{\frac{dW}{dy}}\right] = 0, \quad \frac{(h)}{h} = 1$$

welche letztere auch

$$2\frac{h}{(h)} - \frac{(h)}{h} = 1$$

giebt. Nun ist aber zufolge der Art. 5 und 10 dieser Abhandlung, und wegen $\bar{f} = f$ der rein elliptische Werth von $\overline{[W]} =$

$$-b_{\prime} + 2\xi_{\prime}\left(\frac{r}{a}\cos f + \tfrac{1}{2}e\right) - 2\eta_{\prime}\frac{r}{a}\sin f$$

und der rein elliptische Werth von $2\frac{h}{(h)} - \frac{(h)}{h} - 1 =$

$$-b_{\prime} + 3e\,\xi_{\prime}.$$

Hiemit ergiebt sich durch die Differentiation der rein elliptische Werth von $\left[\overline{\frac{dW}{dy}}\right] =$

$$-2\xi_{\prime}\frac{\sin f}{\sqrt{(1-e^2)}} - 2\eta_{\prime}\frac{\cos f + e}{\sqrt{(1-e^2)}}.$$

Nennen wir daher $([W])$, $\left([\overline{\frac{dW}{dy}}]\right)$, $\left(\frac{h}{(h)}\right)$ und $\left(\frac{(h)}{h}\right)$ die Werthe jener Grössen für $t = 0$, und nachdem darin $b_{\prime}$, $\xi_{\prime}$ und $\eta_{\prime}$ gleich Null gemacht worden sind, so bekommen wir

Digitized by Google

$$0 = b_1 + 2\xi\left(\frac{r}{a}\cos f + \frac{1}{2}e\right) - 2\eta\frac{r}{a}\sin f + ([\overline{PP}])$$

$$0 = \delta_1 + 3e\xi + 2\left(\frac{h}{(h)}\right) + \left(\frac{(h)}{h}\right) - 1$$

$$0 = -2\xi\frac{\sin f}{\sqrt{(1-e^2)}} - 2\eta\frac{\cos f + e}{\sqrt{(1-e^2)}} + \left(\frac{d\overline{PP}}{dy}\right)$$

wo f und r sich auch auf den Zeitpunkt $t = 0$ beziehen. Die Differenz der ersten und zweiten dieser giebt uns

$$0 = 2\xi\frac{r}{a}\cos f - 2\eta\frac{r}{a}\sin f + ([\overline{PP}]) - 2\left(\frac{h}{(h)}\right) + \left(\frac{(h)}{h}\right) + 1$$

aus dieser und der dritten ziehen wir

$$\xi = \frac{\left(\frac{d\overline{PP}}{dy}\right) + 2\eta\sqrt{(1-e^2)} + \frac{r\cos f}{a\sqrt{(1-e^2)}}\left\{([\overline{PP}]) - 2\left(\frac{h}{(h)}\right) + \left(\frac{(h)}{h}\right) + 1\right\}}{\frac{3re\sin f}{a\sqrt{(1-e^2)}} + \frac{2r\sin f}{a\sqrt{(1-e^2)}}}$$

$$\eta = \frac{\left(\frac{d\overline{PP}}{dy}\right) + \frac{r\sin f}{a\sqrt{(1-e^2)}}\left\{([\overline{PP}]) - 2\left(\frac{h}{(h)}\right) + \left(\frac{(h)}{h}\right) + 1\right\}}{\frac{2r\sin f}{a\sqrt{(1-e^2)}} - \frac{3re\sin f}{a\sqrt{(1-e^2)}}}$$

und wenn man diese Werthe in die erste substituirt, bekommt man

$$\delta_1 = -\left(\frac{d\overline{PP}}{dy}\right)\frac{3re\sin f}{2a\sqrt{(1-e^2)}} - \frac{1}{2}\left\{([\overline{PP}]) - 2\left(\frac{h}{(h)}\right) + \left(\frac{(h)}{h}\right) + 1\right\}\frac{2+e^2+3e\cos f}{2(1-e^2)} + ([\overline{PP}])$$

Diese drei Gleichungen enthalten in Verbindung mit den eben gefundenen

$$\alpha' = -(b p_\nu)$$

$$\sigma' = -(b q_\nu)$$

die strenge Auflösung unserer Aufgabe. Beschränken wir die Werthe von δ_1, ξ, und η, auf die erste Potenz der störenden Kräfte, so werden sie etwas einfacher. Wir haben hiefür aus den Fundamentis

$$\left(\frac{h}{(h)}\right) = 1 + \left(\frac{d^2 s}{dt^2}\right) + 2(\omega)$$

wo $\left(\frac{d^2 s}{dt^2}\right)$ und (ω) sich ebenfalls auf die Zeit $t = 0$, und $b = \xi = \eta = 0$ beziehen. Hieraus folgt

$$\left(\frac{h}{(h)}\right) = \frac{1}{1}\left(\frac{d^2 s}{dt^2}\right) - \frac{1}{2}(\omega)$$

also

$$-2\left(\frac{h}{(h)}\right) + \left(\frac{(h)}{h}\right) + 1 = 3\left(\frac{d^2 s}{dt^2}\right) + 6(\omega)$$

Ferner ist

$$([\overline{PP}]) = \left(\frac{d^2 s}{dt^2}\right) - \left(\left[\frac{d\overline{PP}}{dy}\right]\right) = \frac{2}{n}\left(\frac{dw}{dt}\right)$$

also

$$\delta_1 = -\frac{re\sin f}{an\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{dw}{dt}\right) - \frac{2+e^2+3e\cos f}{1-e^2}\left\{2\left(\frac{d^2 s}{dt^2}\right) + 3(\omega)\right\} + \left(\frac{d^2 s}{dt^2}\right)$$

$$\xi = -\frac{r\sin f}{an\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{dw}{dt}\right) - \frac{\cos f + e}{1-e^2}\left\{2\left(\frac{d^2 s}{dt^2}\right) + 3(\omega)\right\}$$

$$\eta = \frac{r\cos f}{an\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{dw}{dt}\right) + \frac{\sin f}{1-e^2}\left\{2\left(\frac{d^2 s}{dt^2}\right) + 3(\omega)\right\}$$

$$\alpha = -(\delta p_\nu)$$

$$\sigma = -(\delta q_\nu).$$

Nachdem die Störungen der ersten Approximation berechnet worden sind, rechnet man δ_1, ξ, η, α und σ nach diesen Formeln. Sollte nun nach Vollendung der Berechnung der Störungen der zweiten Approximation eine Verbesserung der Werthe von δ_1, etc. nöthig erachteten, so muß man nach den obigen strengen Formeln neue Werthe derselben berechnen, doch wird dieser Fall in unserm Planetensystem wohl nie eintreten können. Will man hierauf die rein elliptischen Elemente kennen lernen, so findet man sie durch die Gleichungen des Art. 7 und durch (36).

Die Größen δ_1, ξ, etc. können auf keinen Fall viel größer werden wie der größte der übrigen Störungscoefficienten, sie werden in den meisten Fällen kleiner seyn. Wenn daher überhaupt die Störungen der zweiten Approximation merklich sind, so kostet es wenig oder keine Mühe mehr, die Glieder, welche von δ_1, ξ, etc. abhängen, mit zu berücksichtigen. Sind aber die Störungen überhaupt nicht so groß, daß die Glieder, der zweiten Approximation merklich werden können, so werden jene auch in dieser Approximation nichts merkliches geben können, und man kann alsdann die Berechnung von δ_1, ξ, etc. nach den obigen Formeln unterlassen, und diese Größen so bestimmen, wie ich in den Fundamentis angegeben habe.

Digitized by Google

19.

Nehmen wir an, daſs die Störungen überhaupt und unter diesen auch $b_{,}$, $\xi_{,}$ $\eta_{,}$, π und σ so merklich seyn, daſs die vom Quadrate der störenden Kräfte abhängigen Störungen berechnet werden müssen, so bedingt, wie im Vorhergehenden dargethan worden ist, das Vorhandenseyn dieser fünf Gröſsen zwar keine Ausnahme in den anzuwendenden Formeln und sonstigen Vorschriften, und es verursachen auch die vier Gröſsen $\xi_{,}$, $\eta_{,}$, π und σ keine Unbequemlichkeiten oder keinen Nachtheil weder in Bezug auf die Arbeit noch auf das Resultat, anders verhält es sich aber mit der Gröſse $b_{,}$. Nachdem, wenn n wie im vorigen Artikel die osculirende mittlere Bewegung für den Zeitpunkt $t = 0$ bedeutet, in der ersten Approximation für ns der Werth $nt + c$ zu Grunde gelegt worden ist, wird die Berechnung der Störungen dieser Approximation ein Glied von der Form $nbt_{,}$ wo b constant ist, erzeugen, diesem fügt der durch die Ausdrücke des vorigen Artikels zu berechnende Werth von b, das Glied $-nb_{,}t$ hinzu, so daſs man nach diesem bekommt

$$ns = n(1+\delta)t + c + \text{periodischen Gliedern}.$$

Das in der zweiten Approximation anzuwendende Increment nbs von ns enthält also aufser den periodischen Gliedern das Glied

$$n(b+b_{,})t.$$

Dieses verursacht nun zwar keine Ausnahme von den allgemeinen Vorschriften für die Berechnung der Störungen in der zweiten Approximation, es bewirkt aber, daſs nachher die Säcularänderungen der Störungscoefficienten gröſser erscheinen, wie sie wirklich sind, da es durch andere Wahl der der Störungsrechnung zu Grunde gelegten mittleren Bewegung möglich wird, dieses Glied, und somit auch die daraus entstehenden Säcularänderungen der Störungscoefficienten gleich Null zu machen. Es verursacht ferner, daſs die in den Ausdrücken für $\bar{f}$ und $\bar{r}$ nachher anzuwendende mittlere Bewegung nicht der vollständige Werth des mit der Zeit multiplicirten Gliedes in nz ist, und daſs die in dem rein elliptischen Theile dieser Ausdrücke anzuwendende gröſse Halbachse nicht aus diesem Gliede vermittelst des dritten Kepplerschen Gesetzes gefolgert werden kann.

Diese Unbequemlichkeiten, welche die Anwendung der osculirenden mittleren Bewegung für die Zeit $t = 0$ zur Berechnung der Störungen verursacht, können stets vermieden werden, wenn die Planet, dessen Störungen man zum ersten Male für die unbestimmte Zeit t berechnen will, schon eine nicht ganz geringe Zeit vorher beobachtet worden ist. Sey n dessen osculirende mittlere Länge für die Zeit $t = 0$, also

$$L = \varepsilon + \omega + \vartheta$$

und L' dessen mittlere Länge für irgend eine andere, möglichst weit von $t = 0$ entfernt liegende Zeit, die ich T nennen will, und für welche man auch osculirende Elemente, oder wenigstens Elemente kennt, die einigen in der Nähe von T liegenden Beobachtungen möglichst genügen; setzt man nun

$$\frac{i.360^{\circ} + L' - L}{T} = n,$$

wo i die Anzahl der in Zeittheilen T vollführten ganzen Umläufe bedeutet, so ist sehr nahe

$$n_{,} = n(1 + k - b_{,})$$

und diese Gleichung setzt um so genauer statt, je gröſser T ist. Aber schon bei mäſsig gröſsem Werthe dieses Zeitintervalls wird diese Gleichung so hahe statt finden, daſs der übrig bleibende Unterschied bei der Berechnung der Störungen keine merkliche Wirkung äuſsern kann. Die durch den Ausdruck

$$\frac{i.360^{\circ} + L' - L}{T}$$

berechnete mittlere Bewegung $n_{,}$ kann also unbedingt für den vollständigen mit t multiplicirten Coefficienten in $n_{,}s$ angesehen werden, und man muſs, wenn man bei der Berechnung der Störungen n, und die hieraus durch die Gleichung

$$a_{,}^{3} n_{,}^{2} = \pi(M+m)$$

folgende gröſse Halbachse a, zu Grunde gelegt hat, der Gröſse M statt b, die Constante $b_{,}$ hinzufügen, und diese so bestimmen, daſs

$$b_{,} = k$$

werde, wo k die nemliche Bedeutung hat, wie zu Anfang dieses Artikels. Hiemit bleibt, wie ursprünglich bedingt wurde, auch nach der Berechnung der Störungen

$$n_{,}s = n_{,}t + c + \text{periodischen Gliedern},$$

und die oben erwähnten von einem Theile der mittleren Bewegung herrührenden Säcularänderungen der Störungscoefficienten, so wie die übrigen dort bezeichneten Unbequemlichkeiten fallen weg.

Es ist daher bei der ersten Berechnung der Störungen eines Planeten für die unbestimmte Zeit t am vortheilhaftesten sich zwar der osculirenden Elemente ε, ω, i und ϑ desselben zu bedienen, aber statt des osculirenden Elements n und der aus diesem folgenden gröſsen Halbachse a, die mittlere Bewegung $n_{,}$, und die daraus vermittelst des dritten Kepplerschen Gesetzes sich ergebende gröſse Halbachse $a_{,}$ anzuwenden.

Dies vorausgesetzt bleibt noch zu untersuchen übrig, ob nicht durch diese Aenderung die im vorigen Artikel für die Constanten $b, \xi, \eta, \pi, \sigma$ oder δ gegebenen Ausdrücke eine Veränderung erleiden. Es ist ab sich klar, daſs die dort gegebenen doppelten Ausdrücke für die rechtwinklichen Coordinaten x, y, z durch eine solche Aenderung weder die aus denselben folgenden Ausdrücke für die ersten Differentiale derselben in Bezug auf

Digitized by Google

die Zeit auch jetzt noch einander gleich seyn müssen. Deshalb, und weil diese Ausdrücke das Element n, oder a, nicht explicite enthalten, finden immer noch die obigen Bedingungsgleichungen

$$f=\bar{f};\ \frac{df}{dt}=\frac{d\bar{f}}{dt};\ r=\bar{r}\,e^{\omega};\ \frac{dr}{dt}=\frac{d.\bar{r}\,e^{\omega}}{dt};\ \delta p_{,,}=0;\ \delta q_{,,}=0$$

statt. Es ist ohne Weiteres deutlich, dafs die beiden letzten dieser die nemlichen Gleichungen für s und σ geben müssen, wie im vorigen Artikel, und wir brauchen uns daher hier nur mit den vier ersten zu beschäftigen. Wir haben jetzt

$$\frac{df}{dt}=n\frac{a^2}{r^2}\sqrt{(1-e^2)};\quad \frac{d\bar{f}}{dt}=n,\frac{a,^2}{\bar{r}^2}\sqrt{(1-e^2)}\left(\frac{ds}{dt}\right)$$

$$r=\frac{a(1-e^2)}{1+e\cos f};\qquad \bar{r}=\frac{a,(1-e^2)}{1+e\cos\bar{f}}$$

Hieraus und weil $f=\bar{f}$ ist, folgt für die Zeit $t=0$,

$$\frac{r}{a}=\frac{\bar{r}}{a,};\quad \left(\frac{ds}{dt}\right)=\frac{n}{n,};\quad e^{\omega}=\frac{a}{a,}$$

Da ferner

$$\frac{dr}{dt}=\frac{na}{\sqrt{(1-e^2)}}e\sin f;\quad \frac{d\bar{r}}{dt}=\frac{n,a,}{\sqrt{(1-e^2)}}e\sin\bar{f}\left(\frac{ds}{dt}\right)$$

ist, so giebt die vierte Bedingungsgleichung, nemlich

$$\frac{1}{r}\frac{dr}{dt}=\frac{1}{\bar{r}}\frac{d\bar{r}}{dt}+\frac{dw}{dt}$$

$$b_{,,}=\left(\left[\frac{d\overline{W}}{d\gamma}\right]\right)\frac{3re\sin f}{2a\sqrt{(1-e^2)}}-\left\{([\overline{W}])-2\left(\frac{h}{(h)}\right)+\left(\frac{(h)}{h}\right)+1\right\}\frac{2+e^2+3e\cos f}{2(1-e^2)}+([\overline{W}])+\left(1+2\sqrt{\frac{n}{n,}}\right)\left(\sqrt{\frac{n,}{n}}-1\right)$$

oder näherungsweise, wenn wir auch in dem letzten Gliede nur die erste Potenz des Unterschiedes zwischen n, und n berücksichtigen,

$$b_{,,}=-3\frac{re\sin f}{an\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{dw}{dt}\right)-\frac{2+e^2+3e\cos f}{1-e^2}\left\{2\left(\frac{d\delta s}{dt}\right)+3(w)\right\}+\left(\frac{d^2s}{dt}\right)+\frac{n,-n}{n}$$

Diese Ausdrücke für $b_{,,}$ sind in diesem Falle Bedingungsgleichungen, durch welche man erkennen kann, wie nahe die aus den beiden mittleren Längen L und L' abgeleitete mittlere Bewegung n, der Forderung $b_{,,}=k$ genügt.

Ueber die unabhängigen Elemente der Fundamenta.

20.

Es ist schon im Art. 10 erwähnt worden, dafs die Elemente Ξ, Υ und Ψ drei unabhängige Elemente der Fundamenta sind, die aufserdem nöthigen zwei unabhängigen Elemente des Körpers m sind p und q, und es werden also die Störungen, oder mit anderen Worten, es wird der Ort des Körpers m durch Hülfe der fünf unabhängigen Elemente Ξ, Υ, Ψ, p und q bestimmt, während er ursprünglich von sechs Elementen abhängt. Gleicherweise wird der Ort des Körpers m' durch die fünf Elemente Ξ', Υ', Ψ', p' und q' bestimmt, und so ferner für jeden vorhandenen Körper. Die Elimination des sechsten Elements für jeden Körper habe ich durch die Eigenschaft der Störungsfunction bewirkt, vermöge welcher ihr Differential in Bezug auf die darin enthaltenen sechs unabhängigen Elemente jedes Körpers gleich Null ist. So viel ich weifs hat niemand aufser mir diese Elimination eines Elements ausgeführt. Das Mittel, wodurch ich sie ausführe, ist sehr einfach, es ist die Differentiation des Quotienten $\left(\frac{d\zeta}{dt}\right):\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)$ nach τ, dadurch fällt ohne Weiteres das sechste Element, die mittlere Länge oder mittlere Anomalie für den Anfang der Zeit, aus den Formeln heraus. Es ist unmöglich mehr wie Ein Element für jeden vorhandenen Körper zu eliminiren, denn es sind gar keine Relationen vorhanden, durch welche man dieses bewirken könnte.

Die Ausdrücke der Fundamenta für die Störungen eines jeden Körpers, oder mit anderen Worten für die obigen fünf

Digitized by Google

Elemente, sind Functionen von acht veränderlichen Größen, während ursprünglich diese Ausdrücke Functionen von neun veränderlichen Größen sind, nemlich Functionen von den sechs unabhängigen Elementen des gestörten, und den drei Coordinaten des störenden Körpers. Also auch in dieser Beziehung habe ich die Elimination Einer Größe für jeden Körper ausgeführt, und habe nicht finden können, daß außer mir jemand diese Elimination ausgeführt hätte. Die acht veränderlichen Größen sind:

für den durch m' gestörten Körper m,
$n\delta s,\ \omega,\ S+s,\ \delta P_{,},\ \delta Q_{,},\ \delta K_{,},\ n'\delta s',\ \omega'$,
für den durch m'' gestörten Körper m,
$n\delta s,\ \omega,\ S+s,\ \delta P'_{,},\ \delta Q'_{,},\ \delta K''_{,},\ n'\delta s'',\ \omega''$
für den durch m' gestörten Körper m',
$n'\delta s',\ \omega',\ S'+s',\ \delta P'_{,,},\ \delta Q'_{,,},\ \delta K'_{,,},\ n'\delta s',\ \omega''$
für den durch m gestörten Körper m',
$n'\delta s',\ \omega',\ S'+s',\ \delta P_{,,},\ \delta Q_{,,},\ \delta K_{,,},\ n\delta s,\ \omega$
für den durch m'' gestörten Körper m',
$n'\delta s',\ \omega',\ S'+s',\ \delta P''_{,,},\ \delta Q'_{,,},\ \delta K''_{,,},\ n\delta s,\ \omega$
für den durch m' gestörten Körper m''
$n''\delta s'',\ \omega'',\ S''+s'',\ \delta P_{,,,},\ \delta Q_{,,,},\ \delta K_{,,,},\ n'\delta s',\ \omega'$

und so ferner wenn mehrere Körper vorhanden sind. Im Problem der vier Körper, für welches ich so eben die veränderlichen Größen vollständig hingeschrieben habe, sind zwischen den neun Größen $\delta P_{,}, \delta Q_{,}$ und $\delta K_{,}$ drei Bedingungsgleichungen, es kommen somit in diesem Problem mit Rücksicht auf diese Bedingungsgleichungen 15 oder 5.3 veränderliche Größen vor, und gleicherweise findet man, daß im Problem von n Körpern $5(n-1)$ veränderliche Größen vorkommen. Das vollständige Problem der drei Körper, nemlich das Problem, in welchem sowohl die Bewegung des Körpers m, von der des Körpers m', so wie umgekehrt die Bewegung dieses von der jenes Körpers als wesentlich abhängig betrachtet werden muß, ereidet in Bezug hierauf eine Ausnahme, denn in diesem Problem ist die Zahl der veränderlichen Größen im Ganzen nur $5(3-1)-1=9$, wie aus dem obigen Schema hervorgeht. In der Mondstheorie ist noch eine Reduction zulässig. Diese Theorie ist ein specieller Fall des allgemeinen Problems der drei Körper, denn man kann in derselben die Reaction des Mondes auf die Sonne als ursprünglich gegeben betrachten, und es bleibt hiernach nur der Ort des Mondes zu ermitteln übrig. Somit kann man δK durch δP eliminiren, und es bleiben daher außer den beiden Coordinaten der Sonne $n'\delta s'$ und ω' nur die fünf veränderlichen Größen $n\delta s, \omega; S+s, \delta P$ und δQ in diesem Problem übrig. Diese sind die veränderlichen Größen, von welchen die Ausdrücke der Fundamente, nach welchen ich die Mondestörungen berechne, Functionen sind, und es ist unmöglich, die Bestimmung der Mondesstörungen auf eine kleinere Zahl von veränderlichen Größen zurück zu führen.

21.

Es kann interessant seyn die Ausdrücke der unabhängigen Elemente der Fundamente durch die bekannten elliptischen Elemente kennen zu lernen, und ich werde daher diese Ausdrücke hier ableiten. Aus den Fundamentis geht schon unmittelbar hervor, daß

$$p = \sin i \sin(\chi-\omega)$$
$$q = \sin i \cos(\chi-\omega)$$

wo

$$\chi-\omega = \int \cos i\, d\vartheta$$

ist, i die Neigung der Bahn gegen irgend eine beliebig angenommene Fundamental- oder Projectionsebene, und ϑ die Länge des aufsteigenden Knotens der Bahn mit dieser Ebene bedeutet. Es bedeutet hier ferner φ der Bogen vom Perihel rückwärts bis zu dem eben genannten Knoten, und $d\chi$ die Elementarrotation der Bahn um eine auf derselben senkrecht stehenden Achse.

Die Bedeutung der übrigen unabhängigen Elemente Ξ, T und Ψ, wofür man auch $\Xi+\frac{1}{2}\varepsilon T$, T und Ψ nehmen kann, läßt sich aus dem hier Vorgetragenen leicht ableiten. Da aber in den darauf sich beziehenden Ausdrücken veränderliche und constante elliptische Elemente unter einander vorkommen werden, so wird nöthig als durch die Bezeichnung vollständig von einander zu unterscheiden, und ich werde demnach die veränderlichen Elemente durch die bloßen Buchstaben a, n, e, π, und die constanten durch dieselben, aber in Klammern eingeschlossenen Buchstaben bezeichnen.

Die Ausdrücke für die Elemente Ξ, T und Ψ, oder $\Xi+\frac{1}{2}\varepsilon T$, T und Ψ folgen sogleich aus den oben gefundenen rein elliptischen Werthen $-b$, von Ξ, 2ξ, von T und -2η, von Ψ, wenn wir in den Ausdrücken dieser durch die elliptischen Elemente, die Elemente a_0, n_0, e_0 und π_0 veränderlich und a, n, e und π constant und resp. in $(a), (n), (e)$ und (π) übergehend betrachten. Für die Beziehung der somit entstehenden Ausdrücke zu dem Fall, in welchem die mit der Zeit multiplicirten Glieder fortgeschafft werden müssen, ist bei dieser Verwandlung der Elemente noch die Bewegung des Perihels $(n)\gamma_{,}$ in Betracht zu ziehen. Wir erhalten nun, wenn wir die angezeigte Verwandlung mit den Elementen vornehmen, aus (16)

$$\ldots \quad \frac{(1-b)^{\frac{1}{2}}}{\ldots} \quad \ldots$$

$$\ldots \quad \frac{(1-2(e)\varepsilon+(3(e)\varepsilon^2-(e)^2)\varepsilon^3}{(1-(e)^2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\Xi = \ldots$$

$$\ldots \quad \ldots$$

$$\Psi = \ldots$$

Digitized by Google

Die Gleichungen (7) und (9) geben aber nach derselben Verwandlung

$$(1-2(e)\xi-(1-(e)^2)\xi^2-(1-(e)^2)\eta^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{(1-e^2)}}{\sqrt{(1-(e)^2)}}$$

$$(1-b)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[3]{\frac{n'}{(n)}} = \frac{an}{(a)(n)}$$

Wir haben demzufolge

$$c^{-4} = \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\frac{\sqrt{(1-(e)^2)}}{(a)(n)} = \frac{h}{(h)}$$

$$\Sigma = -1-\frac{(h)}{h}+2\frac{h}{(h)}-3(e)\frac{h}{(h)}\xi$$

$$T = 2\frac{h}{(h)}\xi$$

$$\Psi = -2\frac{h}{(h)}\eta$$

Die Gleichungen (6) geben

$$\xi = \frac{e}{1-(e)^2}\cos(\pi-\pi_0)-\frac{(e)}{1-(e)^2}$$

$$\eta = \frac{e}{1-(e)^2}\sin(\pi-\pi_0)$$

wo ich einstweilen den Bogen $\pi-\pi_0$ unverändert gelassen habe. Um den Bogen zu ermitteln, welcher hier nach der angezeigten Verwandlung der Elemente für $\pi-\pi_0$ substituirt werden muss, ist nöthig, dass wir zum Ursprung desselben zurückgehen. Dieser ist die Gleichung (3), welche nach der Verwandlung von τ in ℓ folgendermaafsen gestellt werden kann,

$$\pi-\pi_0 = \overline{f}_0-\overline{f}$$

Nehmen wir in der rechten Seite dieser die Verwandlung der Elemente vor, so ergiebt sich

$$\pi-\pi_0 = \overline{f}-\overline{f}$$

wo f die mit den veränderlichen elliptischen Elementen, und $\overline{f}$ die mit den constanten elliptischen Elementen und den Störungen der mittleren Länge zu berechnende wahre Anomalie ist. Nennen wir aber nun, wie oben, v, den vom Radius Vector durchlaufenen Bogen, dann ist einestheils

$$v = f+\pi$$

wo π veränderlich ist, und anderntheils

$$v = \overline{f}+(n)yt+(\pi)$$

wo (π) constant ist. Also

$$f-\overline{f} = -(\pi-(n)yt-(\pi))$$

Somit ergiebt sich

$$\pi-\pi_0 = -(\pi-(n)yt-(\pi))$$

und hiemit

$$\xi = \frac{e}{1-(e)^2}\cos(\pi-(n)yt-(\pi))-\frac{(e)}{1-(e)^2}$$

$$\eta = -\frac{e}{1-(e)^2}\sin(\pi-(n)yt-(\pi))$$

wenn wir diese Werthe in die obigen Ausdrücke für Σ, T und Ψ substituiren, so bekommen wir

$$\left.\begin{aligned}\Sigma &= -1-\frac{(h)}{h}+2\frac{h}{(h)}-3\frac{(e)}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\left\{e\cos(\pi-(n)yt-(\pi))-(e)\right\}\\ T &= \frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\left\{e\cos(\pi-(n)yt-(\pi))-(e)\right\}\\ \Psi &= \frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}e\sin(\pi-(n)yt-(\pi))\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots(37)$$

Für die erste dieser kann man auch nach der Substitution des Werthes von T schreiben,

$$(38)\ldots\ldots\Sigma+\tfrac{1}{2}(e)T = -1-\frac{(h)}{h}+2\frac{h}{(h)}$$

welche mit der im Art. 10 auf anderem Wege gefundenen Gleichung (18) übereinstimmt. Man kann in diesem Ausdrucke die Gröfse erster Ordnung leicht von denen zweiter Ordnung absondern, denn es ist identisch

$$\frac{h}{(h)}+\frac{(h)}{h} = 2-\left(\frac{(h)}{h}-1\right)\left(\frac{(h)}{h}-1\right)$$

also erhalten wir

$$\Sigma+\tfrac{1}{2}(e)T = -3\left(\frac{(h)}{h}-1\right)-2\left(\frac{(h)}{h}-1\right)\left(\frac{h}{(h)}-1\right)$$

oder

$$\Sigma+\tfrac{1}{2}(e)T = 3\left(\frac{h}{(h)}-1\right)+\left(\frac{(h)}{h}-1\right)\left(\frac{h}{(h)}-1\right)$$

Ich füge hinzu, dass $\frac{(h)}{h}$ der Quadratwurzel aus dem Parameter proportional ist.

Also die drei einfachen Gruppen von theils veränderlichen und theils constanten elliptischen Elementen

$$3\left(\frac{h}{(h)}-1\right)+\left(\frac{(h)}{h}-1\right)\left(\frac{h}{(h)}-1\right)$$

oder statt dessen

$$2\frac{h}{(h)}-\frac{(h)}{h}-1;$$

$$\frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\left\{e\cos(\pi-(n)yt-(\pi))-(e)\right\};$$

und

$$\frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}e\sin(\pi-(n)yt-(\pi))$$

besitzen die Eigenschaft, dass man durch dieselben die Störungen der Länge in der Bahn vollständig darstellen kann, obgleich diese Länge Function von vier elliptischen Elementen ist. Durch die beiden letzten derselben lassen sich die Störungen des Radius Vectors vollständig darstellen, obgleich der Radius Vector Function von drei elliptischen Elementen ist. Diese drei Gruppen besitzen ferner die Eigenschaft, dass sie, wenn man von den gegenseitigen Neigungen der Bahn des

Digitized by Google

gestörten und der Bahnen der störenden Körper, so wie von den Coordinaten der letzteren abzieht, Functionen von nur drei vom gestörten Körper abhängigen veränderlichen Grösen sind. Nemlich Functionen von $n\delta s$, ω und $S+s$ oder $\frac{(h)}{h}$. Man kann ferner durch dieselben die Differentiale der Störungen der mittleren Länge und des Logarithmus des Radius Vectors in endlicher Form darstellen, denn es ist aus den Fundamentis strenge

$$\frac{ds}{dt} = 1+[\overline{W}]+(1-\sigma^2)^{\frac{1}{2}}\frac{(h)}{h}-\frac{\gamma}{\sqrt{(1-(e)^2)}}\cdot\frac{\bar{r}^2}{(a)^2}$$

$$\frac{1}{(n)}\frac{d\omega}{dt} = -\tfrac{1}{2}\sigma^2\left[\overline{\frac{d\bar{W}}{d\gamma}}\right]+\tfrac{1}{2}\frac{\gamma}{\sqrt{(1-(e)^2)}}\frac{d.\bar{r}^2}{(a)^2\,ds}$$

wo

$$[\overline{W}] = (\Xi+\tfrac{1}{2}(e)\Upsilon)+\Upsilon\frac{\bar{r}}{(a)}\cos\bar{f}+\Psi\frac{\bar{r}}{(a)}\sin\bar{f}$$

und

$$\left[\overline{\frac{d\bar{W}}{d\gamma}}\right] = -\Upsilon\frac{\sin\bar{f}}{\sqrt{(1-(e)^2)}}+\Psi\frac{\cos\bar{f}+(e)}{\sqrt{(1-(e)^2)}}$$

ist. Es entspringt hieraus unter andern eine bequeme Methode die Störungen von Cometen u. s. w. durch mechanische Quadraturen zu berechnen, worüber ich ein andermal das Nähere bekannt machen werde. Weiter unten werde ich Gelegenheit haben, noch andere Functionen der Länge und des Radius durch endliche und zum Theil linearische Functionen dieser drei Elemente auszudrücken

22.

So wie wir oben die Elemente Ξ, Υ und Ψ durch die veränderlichen elliptischen Elemente ausgedrückt haben, ebenso können wir auch diese durch jene ausdrücken. Die Gleichung (38) giebt eine quadratische Gleichung für $\frac{(h)}{h}$ oder $\frac{h}{(h)}$ aus welcher sich

$$\left.\begin{aligned}\frac{(h)}{h} &= \frac{1+\Xi+\frac{1}{2}(e)\Upsilon-\sqrt{\left((1+\Xi+\frac{1}{2}(e)\Upsilon)^2+8\right)}}{2}\\ \frac{h}{(h)} &= \frac{1+\Xi+\frac{1}{2}(e)\Upsilon+\sqrt{\left((1+\Xi+\frac{1}{2}(e)\Upsilon)^2+8\right)}}{4}\end{aligned}\right\}\cdots(39)$$

ergiebt. Die zweite und dritte der Gleichungen (37) geben ohne Mühe

$$e\cos(\pi-(n)yt-(\pi)) = (e)+\tfrac{1}{2}(1-(e)^2)\frac{h}{(h)}\Upsilon$$

$$e\sin(\pi-(n)yt-(\pi)) = \tfrac{1}{2}(1-(e)^2)\frac{h}{(h)}\Psi,$$

woraus

$$e = \sqrt{\left\{(e)^2+(e)(1-(e)^2)\frac{h}{(h)}\Upsilon+\tfrac{1}{4}(1-(e)^2)^2\frac{h^2}{(h)^2}\Upsilon^2+\tfrac{1}{4}(1-(e)^2)^2\frac{h^2}{(h)^2}\Psi^2\right\}}$$

$$tg\,(\pi-(n)yt-(\pi)) = \frac{(1-(e)^2)\frac{h}{(h)}\Upsilon}{2(e)+(1-(e)^2)\frac{h}{(h)}\Upsilon}$$

folgt. Aus der ersten Gleichung (37) ziehen wir den Werth von $\frac{(a)}{a}$ auf folgende Art. Erheben wir die zweite und dritte derselben Gleichungen ins Quadrat, so bekommen wir

$$-8\frac{h^2}{(h)^2}\frac{(e)\,e\cos(\pi-(n)yt-(\pi))}{(1-(e)^2)^2} = \Upsilon^2+\Psi^2-4\frac{h^2}{(h)^2}\frac{e^2}{(1-(e)^2)^2}-4\frac{h^2}{(h)^2}\frac{(e)^2}{(1-(e)^2)^2}$$

eliminiren wir hiemit $\cos(\pi-(n)yt-(\pi))$ aus dem Werthe von Ξ, so ergiebt sich

$$\frac{h}{(h)}\Xi = -\frac{h}{(h)}-1+2\frac{h^2}{(h)^2}-\tfrac{1}{2}\frac{h^2}{(h)^2}\frac{e^2}{1-(e)^2}+\tfrac{1}{2}\frac{h^2}{(h)^2}\frac{(e)^2}{1-(e)^2}+\tfrac{1}{4}(1-(e)^2)\left\{\Upsilon^2+\Psi^2\right\}$$

aber es ist identisch

$$\frac{h}{(h)} = \tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\frac{h^2}{(h)^2}-\tfrac{1}{2}\left(\frac{h}{(h)}-1\right)^2$$

Hiemit geht der vorstehende Ausdruck in

$$\frac{h}{(h)}\Xi = -\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\left(\frac{h}{(h)}-1\right)^2+\tfrac{1}{2}\frac{h^2(1-e^2)}{(h)^2(1-(e)^2)}+\tfrac{1}{4}(1-(e)^2)\left\{\Upsilon^2+\Psi^2\right\}$$

über. Da nun

$$\frac{h^2(1-e^2)}{(h)^2(1-(e)^2)} = \frac{(a)}{a}$$

ist, so ergiebt sich hieraus

$$\frac{(a)}{a} = 1+\tfrac{1}{2}\Xi-\tfrac{1}{2}\left(\frac{h}{(h)}-1\right)^2+\tfrac{1}{2}\left(\frac{h}{(h)}-1\right)\Xi-\tfrac{1}{4}(1-(e)^2)\left\{\Upsilon^2+\Psi^2\right\}.$$

Digitized by Google

Diese Ausdrücke für ε, $\operatorname{tg}(\pi-(n)\gamma t-(\pi))$ und $\frac{(a)}{a}$ enthalten außer den unabhängigen Elementen Ξ, T und Ψ noch das abhängige Element $\frac{h}{(h)}$ oder $\frac{h}{h}$, diese kann man aber durch die Ausdrücke (39) eliminiren, und somit wird man jene elliptischen Elemente durch Ξ, T und Ψ in endlicher Form ausgedrückt erhalten.

23.

Die Richtigkeit der im Vorhergehenden gegebenen Ableitung der Ausdrücke der Elemente Ξ, T und Ψ durch die veränderlichen elliptischen Elemente hat den rein elliptischen Werthen $1-b_{\prime\prime}$, 2ξ und -2η, derselben bedarf zwar keines weiteren Beweises, da an sich klar ist, daß die rein elliptischen Werthe nicht nur dieser, sondern aller möglichen Elemente, wenn sie durch die rein elliptischen Elemente ausgedrückt werden, die nemliche Form haben müssen, wie die vollständigen Werthe derselben Elemente, wenn man sie durch die veränderlichen elliptischen Elemente ausdrückt. Um aber von dieser Seite nichts zu wünschen übrig zu lassen, werde ich die obigen Ausdrücke aus den in den Fundamentis gegebenen Ausdrücken für die Differentiale von Ξ, T und Ψ direct ableiten. Diese sind schon im Art. 10 angeführt. Nehmen wir davon die zwei ersten, und statt der dritten die dort aus denselben abgeleitete Gleichung (18). Substituiren wir diese vor allen Dingen in das letzte Glied des Ausdrucks für $\frac{d\Psi}{dt}$, dann erhalten wir mit Anwendung der hier eingeführten Bezeichnung der unveränderlichen elliptischen Elemente, und wenn wir $(a)\gamma$ für γ schreiben,

$$2(h)\left\{\left(\frac{(a)}{r}+\frac{h^2}{(h)^2}\cdot\frac{1}{1-(e)^2}\right)\sin f\left(\frac{d\Omega}{dv}\right)-\frac{(a)}{r}\cos f.\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\}=\frac{d\Psi}{dt}+(n)\gamma\mathrm{T}+(n)\gamma\,\frac{2(e)}{1-(e)^2}\,\frac{h}{(h)}\Bigg\}\quad\ldots\ldots(40)$$

$$2(h)\left\{\left(\frac{(a)}{r}+\frac{h^2}{(h)^2}\cdot\frac{1}{1-(e)^2}\right)\cos f\left(\frac{d\Omega}{dv}\right)+\frac{(a)}{r}\sin f.\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\}=\frac{d\Gamma}{dt}-(n)\gamma\Psi+\frac{2(e)}{1-(e)^2}\,\frac{d.\frac{h}{(h)}}{dt}\Bigg\}$$

Von der andern Seite sind die *Lagrange*'schen Ausdrücke für die veränderlichen Elemente ε und π folgende

$$\frac{d\varepsilon}{dt}=an\,\frac{1-e^2}{e}\left(\frac{d\Omega}{de}\right)-an\,\frac{\sqrt{(1-e^2)}}{e}\left(\frac{d\Omega}{d\pi}\right)$$

$$\frac{d\pi}{dt}=an\,\frac{\sqrt{(1-e^2)}}{e}\left(\frac{d\Omega}{de}\right)$$

wo ε die mittlere Anomalie für $t=0$ bedeutet. Es ist nun

$$\left(\frac{d\Omega}{dc}\right)=\left(\frac{d\Omega}{dv}\right)\left(\frac{dv}{dc}\right)+r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\frac{dr}{dc}$$

$$\left(\frac{d\Omega}{de}\right)=\left(\frac{d\Omega}{dv}\right)\left(\frac{dv}{de}\right)+r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\frac{dr}{de}$$

$$\left(\frac{d\Omega}{d\pi}\right)=\left(\frac{d\Omega}{dv}\right)$$

$$\left(\frac{dv}{dc}\right)=\frac{a^2}{r^2}\sqrt{(1-e^2)}=\frac{a}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{a}{r}+\frac{1}{1-e^2}\right)\cos f+\frac{1}{(1-e^2)^{\frac{1}{2}}};\quad\left(\frac{dr}{dc}\right)=\frac{a}{\sqrt{(1-e^2)}}\,\frac{a}{r}\sin f$$

$$\left(\frac{dv}{de}\right)=\left(\frac{a}{r}+\frac{1}{1-e^2}\right)\sin f;\quad\left(\frac{dr}{de}\right)=-\frac{a}{r}\cos f$$

Hiemit gehen die obigen Ausdrücke über in

$$\frac{d\varepsilon}{dt}=an\sqrt{(1-e^2)}\left\{\left(\frac{a}{r}+\frac{1}{1-e^2}\right)\cos f\left(\frac{d\Omega}{dv}\right)+\frac{a}{r}\sin f.\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\}+\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\,e\left(\frac{d\Omega}{d\varepsilon}\right)$$

$$e\,\frac{d\pi}{dt}=an\sqrt{(1-e^2)}\left\{\left(\frac{a}{r}+\frac{1}{1-e^2}\right)\sin f\left(\frac{d\Omega}{dv}\right)-\frac{a}{r}\cos f.\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\}.$$

Bedenken wir nun, daß identisch

$$\frac{1}{1-e^2}=\frac{a}{(a)}\,\frac{h^2}{(h)^2}\,\frac{1}{1-(e)^2};\quad an\sqrt{(1-e^2)}=\frac{(h)}{h}(1-(e)^2)(h)\frac{(a)}{a}$$

ist, und berücksichtigen wir außerdem die Gleichung

$$(h)\,\frac{h^2}{(h)^2}\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right)=\frac{d.\frac{h}{(h)}}{dt}+$$

Digitized by Google

dann bekommen wir hieraus leicht

$$\frac{de}{dt} = \frac{(h)}{h}(1-(e)^2)(h)\left\{\left(\frac{(a)}{r}+\frac{h^2}{(h)^2}\frac{1}{1-(e)^2}\right)\cos f\left(\frac{d\Omega}{dv}\right)+\frac{(a)}{r}\sin f_r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\}-\frac{(h)}{h}e\frac{d\frac{h}{(h)}}{dt}$$

$$e\frac{d\pi}{dt} = \frac{(h)}{h}(1-(e)^2)(h)\left\{\left(\frac{(a)}{r}+\frac{h^2}{(h)^2}\frac{1}{1-(e)^2}\right)\sin f\left(\frac{d\Omega}{dv}\right)-\frac{(a)}{r}\cos f_r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\}$$

und diese verwandeln wir durch Multiplicationen mit $\frac{h}{(h)}\frac{\cos(\bar f-f)}{1-(e)^2}$ und $\frac{h}{(h)}\frac{\sin(\bar f-f)}{1-(e)^2}$ in folgende

$$\frac{1}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\cos(\bar f-f)\frac{de}{dt}-\frac{1}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}e\sin(\bar f-f)\frac{d\pi}{dt} = (h)\left\{\left(\frac{(a)}{r}+\frac{h^2}{(h)^2}\frac{1}{1-(e)^2}\right)\cos\bar f\left(\frac{d\Omega}{dv}\right)+\frac{(a)}{r}\sin\bar f_r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\}$$
$$-\frac{e\cos(\bar f-f)}{1-(e)^2}\frac{d\frac{h}{(h)}}{dt}$$

$$\frac{1}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\sin(\bar f-f)\frac{de}{dt}+\frac{1}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}e\cos(\bar f-f)\frac{d\pi}{dt} = (h)\left\{\left(\frac{(a)}{r}+\frac{h^2}{(h)^2}\frac{1}{1-(e)^2}\right)\sin\bar f\left(\frac{d\Omega}{dv}\right)-\frac{(a)}{r}\cos\bar f_r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\}$$
$$-\frac{e\sin(\bar f-f)}{1-(e)^2}\frac{d\frac{h}{(h)}}{dt}$$

Vergleichen wir diese mit den Gleichungen (40), dann bekommen wir die folgenden zwei linearischen Differentialgleichungen

$$\frac{d\Upsilon}{dt}-(n)\gamma\Psi+A = 0$$
$$\frac{d\Psi}{dt}+(n)\gamma\Upsilon+B = 0$$

wo

$$A = \frac{2(e)}{1-(e)^2}\frac{d\frac{h}{(h)}}{dt}-\frac{2e\cos(\bar f-f)}{1-(e)^2}\frac{d\frac{h}{(h)}}{dt}-\frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\cos(\bar f-f)\frac{de}{dt}+\frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}e\sin(\bar f-f)\frac{d\pi}{dt}$$

$$B = (n)\gamma\frac{2(e)}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}-\frac{2e\sin(\bar f-f)}{1-(e)^2}\frac{d\frac{h}{(h)}}{dt}-\frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\sin(\bar f-f)\frac{de}{dt}-\frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}e\cos(\bar f-f)\frac{d\pi}{dt}$$

Integriren wir diese Differentialgleichungen auf bekannte Art, so ergiebt sich

$$\Upsilon = k\cos(n)\gamma t+k_1\sin(n)\gamma t$$
$$\Psi = -k\sin(n)\gamma t+k_1\cos(n)\gamma t$$

wo

$$\frac{dk}{dt} = -A\cos(n)\gamma t+B\sin(n)\gamma t$$
$$\frac{dk_1}{dt} = -A\sin(n)\gamma t-B\cos(n)\gamma t$$

Nach Substitution der Werthe von A und B in diese Gleichungen, und mit Rücksicht auf die oben gefundene Gleichung

$$\bar f-f = \pi-(n)\gamma t-(\pi)$$

erhalten wir

$$\frac{dk}{dt} = (n)\gamma\frac{2(e)}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\sin(n)\gamma t-\frac{2(e)}{1-(e)^2}\cos(n)\gamma t\frac{d\frac{h}{(h)}}{dt}$$
$$+\frac{2}{1-(e)^2}e\cos(\pi-(\pi))\frac{d\frac{h}{(h)}}{dt}+\frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\cos(\pi-(\pi))\frac{de}{dt}-\frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}e\sin(\pi-(\pi))\frac{d\pi}{dt}$$

$$\frac{dk_1}{dt} = -(n)\gamma\frac{2(e)}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\cos(n)\gamma t-\frac{2(e)}{1-(e)^2}\sin(n)\gamma t\frac{d\frac{h}{(h)}}{dt}$$
$$+\frac{2}{1-(e)^2}e\sin(\pi-(\pi))\frac{d\frac{h}{(h)}}{dt}+\frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\sin(\pi-(\pi))\frac{de}{dt}+\frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}e\cos(\pi-(\pi))\frac{d\pi}{dt}$$

Digitized by Google

welche Ausdrücke vollständige Differentiale sind. Integriren wir sie, und bedenken, dafs die den Integralen hinzuzufügenden willkührlichen Constanten so bestimmt werden müssen, dafs k und k_1 verschwinden, wenn die störenden Kräfte verschwinden, wodurch diese Constanten gleich Null werden, so bekommen wir

$$k = -\frac{2(e)}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\cos(n)\,yt + \frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\,e\cos(\pi-(\pi))$$

$$k_1 = -\frac{2(e)}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\sin(n)\,yt + \frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\,e\sin(\pi-(\pi))$$

und hiemit

$$\Upsilon = \frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\left\{e\cos(\pi-(n)yt-(\pi)) - (e)\right\}$$

$$\Psi = \frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\,e\sin(\pi-(n)yt-(\pi))$$

mit den oben auf ganz anderem Wege gefundenen Werthen dieser Gröfsen übereinstimmend.

24.

Um den obigen Ausdruck für $\frac{(a)}{a}$ direct aus den Werthen der Fundamenta für die Differentiale von Ξ, Υ und Ψ abzuleiten, wende ich das folgende Verfahren an. Der Ausdruck für das Differential von $\frac{1}{a}$ durch die veränderlichen elliptischen Elemente ist

$$\frac{d\cdot\frac{1}{a}}{dt} = -2n\left(\frac{d\Omega}{dc}\right)$$

wofür wir auch schreiben können

$$\frac{d\cdot\frac{1}{a}}{dt} = -2\left(\frac{d\Omega}{dv}\right)\left(\frac{dv}{dt}\right) - 2r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\left(\frac{d\,lr}{dt}\right) \quad \ldots\ldots(41)$$

Betrachten wir nun v und r als Functionen von z und w, dann haben wir

$$(a)\left(\frac{dv}{dt}\right) = (h)\frac{(a)^2}{\bar r^2}(1-(e)^2)\left(\frac{dz}{dt}\right) + (a)(n)y$$

$$(a)\left(\frac{d\,lr}{dt}\right) = (h)(e)\frac{(a)}{\bar r}\sin\bar f\left(\frac{dz}{dt}\right) + (a)\frac{dw}{dt}$$

Aus den Fundamentis entnehmen wir

$$\frac{dz}{dt} = \frac{(h)}{h}c^{-2w} - \frac{\gamma}{\sqrt{(1-(e)^2)}}\frac{\bar r^2}{(a)^3};\qquad r = \bar r c^w$$

wo c die Grundzahl der hyperbolischen Logarithmen ist, hiemit gehen die vorstehenden Ausdrücke in folgende über

$$\left.\begin{aligned}(a)\frac{dv}{dt} &= (h)\frac{(h)}{h}\frac{(a)^2}{\bar r r}c^{-w}(1-(e)^2)\\ (a)\frac{d\,lr}{dt} &= (h)\frac{(h)}{h}\frac{(a)}{r}c^{-w}(e)\sin\bar f - (h)\frac{\gamma}{\sqrt{(1-(e)^2)}}\frac{\bar r}{(a)}(e)\sin\bar f + (a)\frac{dw}{dt}\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots(42)$$

Aus den Fundamentis haben wir ferner

$$\left(\frac{d\zeta^2}{d\tau}\right) = \frac{(h)}{h}c^{-2w} \quad\ldots\ldots(43)$$

und die dort pag. 261 gegebene Gleichung (5) läfst sich wie folgt schreiben

$$\frac{d\zeta^2}{d\tau} = 1 + [W] + (1-c^{-w})^2\frac{(h)}{h}$$

welche, wenn man den Werth von $[W]$ substituirt, und τ in t verwandelt, in folgende übergeht,

$$\left(\frac{d\zeta^2}{d\tau}\right) = 1 + \Xi + \Upsilon\left(\frac{\bar r}{(a)}\cos\bar f + \tfrac{1}{2}(e)\right) + \Psi\frac{\bar r}{(a)}\sin\bar f + (1-c^{-w})^2\frac{(h)}{h}$$

eliminirt man hieraus $\left(\frac{d\zeta^2}{d\tau}\right)$ durch (43), so bekommt man leicht

$$c^{-w} = \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\frac{h}{(h)} + \tfrac{1}{2}\frac{h}{(h)}\Xi + \tfrac{1}{2}\frac{h}{(h)}\Upsilon\left(\frac{\bar r}{(a)}\cos\bar f + \tfrac{1}{2}(e)\right) + \tfrac{1}{2}\frac{h}{(h)}\Psi\frac{\bar r}{(a)}\sin\bar f$$

und wenn man hieraus Ξ durch

$$0 = \Xi + \tfrac{1}{2}(e)\Upsilon + 1 + \frac{(h)}{h} - 2\frac{h}{(h)}$$

eliminirt

$$c^{-w} = \frac{h^2}{(h)^2} + \tfrac{1}{2}\frac{h}{(h)}\Upsilon\frac{\bar r}{(a)}\cos\bar f + \tfrac{1}{2}\frac{h}{(h)}\Psi\frac{\bar r}{(a)}\sin\bar f \quad\ldots\ldots(44)$$

Durch Hülfe dieser und der Gleichung

$$\frac{(a)}{\bar r} = \frac{1}{1-(e)^2} + \frac{(e)}{1-(e)^2}\cos\bar f$$

geht die erste Gleichung (42) in folgende über:

$$(a)\frac{dv}{dt} = (h)\frac{h}{(h)}\frac{(a)}{r} + (h)\frac{h}{(h)}(e)\frac{(a)}{\bar r}\cos\bar f + \tfrac{1}{2}(h)(1-(e)^2)\Upsilon\frac{(a)}{r}\cos\bar f + \tfrac{1}{2}(h)(1-(e)^2)\Psi\frac{(a)}{r}\sin\bar f$$

Es ist aber identisch

$$0 = (h)\frac{h}{(h)}\frac{(a)}{\bar r}c^{-w} - (h)\frac{h}{(h)}\frac{(a)}{r}$$

also wenn man erst c^{-w} und nachdem $\frac{(a)}{\bar r}$ durch die vorstehenden Werthe dieser Gröfsen eliminirt,

$$0 = -(h)\frac{h}{(h)}\frac{(a)}{r} + (h)\frac{h^2}{(h)^2}\frac{1}{1-(e)^2} + (h)\frac{h^2}{(h)^2}\frac{(e)}{1-(e)^2}\cos\bar f + \tfrac{1}{2}(h)\frac{h^2}{(h)^2}\Upsilon\cos\bar f + \tfrac{1}{2}(h)\frac{h^2}{(h)^2}\Psi\sin\bar f$$

Digitized by Google

Addirt man diese Gleichung zum vorstehenden Werthe von $(a)\frac{dv}{dt}$, so bekommt man

$$(a)\frac{dv}{dt} = (e)(h)\frac{h}{\left(\frac{h}{r}\right)}\left\{\frac{\left(\frac{a}{r}\right)}{r} + \frac{h^2}{\left(\frac{h}{r}\right)^3}\cdot\frac{1}{1-(e)^2}\right\}\cos\bar{f} + \frac{1}{2}(1-(e)^2)\Upsilon\left\{\frac{\left(\frac{a}{r}\right)}{r} + \frac{h^2}{\left(\frac{h}{r}\right)^3}\cdot\frac{1}{1-(e)^2}\right\}\sin\bar{f} + \frac{1}{2}(1-(e)^2)\Psi\left\{\frac{\left(\frac{a}{r}\right)}{r} + \frac{h^2}{\left(\frac{h}{r}\right)^3}\cdot\frac{1}{1-(e)^2}\right\}\sin\bar{f} + \frac{\left(\frac{h}{r}\right)}{1-(e)^2}\cdot\frac{h^2}{\left(\frac{h}{r}\right)^3}.$$

Das Differential der zweiten Gleichung (7) pag. 262 der Fundamenta läßt sich wie folgt schreiben:

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{2}(n)\sigma^{-3}\left[\frac{d\overline{Vr}}{d\gamma}\right] + \gamma\frac{\left(\frac{a}{r}\right)}{1-(e)^2}\cdot\frac{\bar{r}}{\left(\frac{a}{r}\right)}(e)\sin\bar{f}$$

woraus durch die Substitution des hier im Art. 20 angeführten Werthes von $\left[\frac{d\overline{Vr}}{d\gamma}\right]$ hervorgeht,

$$(a)\frac{dw}{dt} = \frac{1}{2}(h)\Upsilon\sigma^{-3}\sin\bar{f} - \frac{1}{2}(h)\Psi\sigma^{-3}(\cos\bar{f}+(e)) + \sqrt{(1-(e)^2)}\,(h)(e)\frac{\bar{r}}{\left(\frac{a}{r}\right)}\sin\bar{f}$$

Hiemit geht die zweite Gleichung (42) in folgende über:

$$(a)\frac{d\,kr}{dt} = (\delta)(e)\frac{\left(\frac{h}{r}\right)\left(\frac{a}{r}\right)}{r}\sigma^{-3}\sin\bar{f} + \frac{1}{2}(h)\Upsilon\sigma^{-3}\sin\bar{f} - \frac{1}{2}(h)\Psi\sigma^{-3}(\cos\bar{f}+(e))$$

und wenn man in das erste Glied für σ^{-3} seinen Werth aus (44) setzt,

$$(a)\frac{d\,kr}{dt} = (h)(e)\frac{h}{\left(\frac{h}{r}\right)}\cdot\frac{\left(\frac{a}{r}\right)}{r}\sin\bar{f} + \frac{1}{2}(h)(e)\Upsilon\frac{\bar{r}}{r}\sin\bar{f}\cos\bar{f} + \frac{1}{2}(h)(e)\Psi\frac{\bar{r}}{r}\sin^2\bar{f} + \frac{1}{2}(h)\Upsilon\sigma^{-3}\sin\bar{f} \qquad -\frac{1}{2}(h)\Psi\sigma^{-3}(\cos\bar{f}+(e))$$

Da nun

$$\cos\bar{f} = \frac{\left(\frac{a}{r}\right)}{r}\cdot\frac{1-(e)^2}{\left(\frac{a}{r}\right)} - \frac{1}{\left(\frac{a}{r}\right)} \quad \text{und} \quad \frac{\bar{r}}{r} = \sigma^{-3}$$

ist, so kann man diesen Ausdruck leicht in folgenden verwandeln:

$$(a)\frac{d\,kr}{dt} = (h)(e)\frac{h}{\left(\frac{h}{r}\right)}\cdot\frac{\left(\frac{a}{r}\right)}{r}\sin\bar{f} + \frac{1}{2}(h)(1-(e)^2)\Upsilon\frac{\left(\frac{a}{r}\right)}{r}\sin\bar{f} - \frac{1}{2}(h)(1-(e)^2)\Psi\frac{\left(\frac{a}{r}\right)}{r}\cos\bar{f}$$

Die so gestellten Werthe von $(a)\left(\frac{du}{dt}\right)$ und $(a)\left(\frac{d\,kr}{dt}\right)$ geben, wenn man sie in (41) substituirt,

$$\begin{aligned}\frac{d\frac{\left(\frac{a}{r}\right)}{a}}{da} = {} & -2(h)(e)\frac{h}{\left(\frac{h}{r}\right)}\left\{\left(\frac{\left(\frac{a}{r}\right)}{r} + \frac{h^2}{\left(\frac{h}{r}\right)^3}\cdot\frac{1}{1-(e)^2}\right)\cos\bar{f}\left(\frac{d\Omega}{dv}\right) + \frac{\left(\frac{a}{r}\right)}{r}\sin\bar{f}\,r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\} \\ & -(1-(e)^2)(h)\Upsilon\left\{\left(\frac{\left(\frac{a}{r}\right)}{r} + \frac{h^2}{\left(\frac{h}{r}\right)^3}\cdot\frac{1}{1-(e)^2}\right)\cos\bar{f}\left(\frac{d\Omega}{dv}\right) + \frac{\left(\frac{a}{r}\right)}{r}\sin\bar{f}\,r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\} \\ & -(1-(e)^2)(h)\Psi\left\{\left(\frac{\left(\frac{a}{r}\right)}{r} + \frac{h^2}{\left(\frac{h}{r}\right)^3}\cdot\frac{1}{1-(e)^2}\right)\sin\bar{f}\left(\frac{d\Omega}{dv}\right) - \frac{\left(\frac{a}{r}\right)}{r}\cos\bar{f}\,r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\} + \frac{2}{1-(e)^2}\cdot\frac{h}{\left(\frac{h}{r}\right)}\cdot\frac{d\cdot\frac{h}{\left(\frac{h}{r}\right)}}{dt}\end{aligned}$$

Substituiren wir nun hierin für die in $\{\ \}$ eingeschlossenen Größen ihre Werthe aus (40), so ergiebt sich sogleich

$$\frac{d\cdot\frac{\left(\frac{a}{r}\right)}{a}}{dt} = 2\frac{h}{\left(\frac{h}{r}\right)}\cdot\frac{d\cdot\frac{h}{\left(\frac{h}{r}\right)}}{dt} - (e)\Upsilon\frac{d\cdot\frac{h}{\left(\frac{h}{r}\right)}}{dt} - (e)\frac{h}{\left(\frac{h}{r}\right)}\frac{d\Upsilon}{dt} - \frac{1}{2}(1-(e)^2)\left\{\Upsilon\frac{d\Upsilon}{dt} + \Psi\frac{d\Psi}{dt}\right\}$$

dessen Integral ist

$$\frac{\left(\frac{a}{r}\right)}{a} = \text{const.} + \frac{h^2}{\left(\frac{h}{r}\right)^3} - (e)\frac{h}{\left(\frac{h}{r}\right)}\Upsilon - \frac{1}{2}(1-(e)^2)\left\{\Upsilon^2+\Psi^2\right\}$$

Da die linke Seite dieser Gleichung gleich Eins wird, wenn die störenden Kräfte verschwinden, und die rechte Seite in demselben Falle denselben Werth annimmt, so ist die hinzugefügte Constante gleich Null, und wir haben also

$$\frac{\left(\frac{a}{r}\right)}{a} = \frac{h^2}{\left(\frac{h}{r}\right)^3} - (e)\frac{h}{\left(\frac{h}{r}\right)}\Upsilon - \frac{1}{2}(1-(e)^2)\left\{\Upsilon^2+\Psi^2\right\}$$

Eliminiren wir hieraus Υ vermittelst der Gleichung

$$0 = \Sigma + \frac{1}{2}(e)\Upsilon^2 + 1 + \frac{\left(\frac{h}{r}\right)}{h} - 2\frac{h}{\left(\frac{h}{r}\right)}$$

dann ergiebt sich

$$\frac{\left(\frac{a}{r}\right)}{a} = 1 + \frac{3}{2}\Sigma + \frac{3}{2}\left(\frac{h}{\left(\frac{h}{r}\right)}-1\right)\Sigma - \frac{1}{2}\left(\frac{h}{\left(\frac{h}{r}\right)}-1\right)^2 - \frac{1}{2}(1-(e)^2)\left\{\Upsilon^2+\Psi^2\right\}$$

mit dem im Art. 22 auf eine andere Art gefundenen Ausdrucke für $\frac{\left(\frac{a}{r}\right)}{a}$ übereinstimmend.

Diese Gleichung dient mir unter anderm zur Controlle bei der Berechnung der Mondstörungen.

Hansen.

Altona 1841. Mai 27.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 426.

Auszug aus einem Schreiben Sr. Excellenz des Herrn Staatsraths *v. Struve* an den Herausgeber.

Heute sende ich Ihnen eine Note, die ich neulich bei der Akademie verlesen habe.

Sur les constantes de l'Aberration et de la Nutation; par M. *Struve* (lu le 29 Janvier 1841).

A une époque où, dans l'astronomie pratique, les efforts réunis des astronomes et des artistes tendent à pousser à la dernière exactitude possible l'observation des lieux des corps célestes, il est de la plus grande importance de voir les élémens de la réduction, savoir: la précession, l'aberration et la nutation, fixées avec une précision qui surpasse de beaucoup l'exactitude de l'observation isolée. C'est alors seulement qu'il devient possible de déduire d'une série d'observations les résultats vraie, c. à d., non altérés par l'incertitude des élémens de la réduction.

Par une communication que j'ai faite antérieurement à l'Académie, on sait que l'évaluation de la constante de l'aberration est l'objet d'observations soignées dont je m'occupe à l'aide du grand instrument de passages de *Repsold*. Cet instrument, établi dans le premier vertical, paraissait tout-à-fait propre à ce but, en ce que, par sa construction nouvelle et particulière, par ses dimensions et sa force optique, il promettait de fournir certaines distances zénithales avec une exactitude tout-à-fait distinguée. Et maintenant déjà, j'ai la satisfaction de pouvoir présenter à l'Académie un résultat tiré des observations de l'étoile α de la grande Ourse qui, en mois de Mai passé, était au maximum de l'aberration, ainsi qu'en Novembre au minimum. Voici le relevé de ces observations:

Distances au nord du zénith

	vers le maximum.			vers le minimum.	
1840.	Distances observées.	Distances réduites à 1840,00.	1840.	Distances observées.	Distances réduites à 1840,00.
Mai 3	65°69	55″11	Oct. 2	36°69	55″14
4	65,64	55,01	3	36,09	54,90
5	65,75	55,07	4	36,06	55,14
6	65,84	55,12	5	35,66	55,00
14	66,20	55,30	28	29,94	54,76
16	65,98	55,08	29	29,78	54,80
22	65,90	55,10	30	24,19	54,41
24	65,96	55,23	Nov. 1	28,99	54,61
Juin 1	65,86	55,07	2	29,17	54,98
4	65,24	55,21			

La réduction aux distances moyennes pour 1840,00 a été faite à l'aide des données du précieux catalogue de M. *Argelander*. En prenant seulement les moyennes des distances réduites, nous avons pour le maximum 55″120, et pour le minimum 54″860, dont la différence, de 0″270, indique immédiatement une correction positive pour l'aberration employée de 20″255. Pour évaluer cette correction au juste, je compare les distances réduites avec la formule $55''00 + e + mx$, dans laquelle x est la coëfficient de la correction de l'aberration 20,255, selon *Delambre*. De là je tire les équations suivantes:

Vers le maximum.	Erreur restante.	Vers le minimum.	Erreur restante.
$+0''11 = e + 13{,}6x$	$-0''02$	$+0''14 = e - 7{,}5x$	$+0''25$
$+0{,}01 = e + 13{,}7x$	$-0{,}12$	$-0{,}10 = e - 7{,}8x$	$+0{,}03$
$+0{,}07 = e + 13{,}8x$	$-0{,}06$	$+0{,}14 = e - 8{,}0x$	$+0{,}25$
$+0{,}12 = e + 13{,}9x$	$-0{,}02$	$0{,}00 = e - 8{,}3x$	$+0{,}14$
$+0{,}30 = e + 14{,}5x$	$+0{,}16$	$-0{,}24 = e - 12{,}6x$	$-0{,}07$
$+0{,}08 = e + 14{,}7x$	$-0{,}06$	$-0{,}20 = e - 12{,}8x$	$-0{,}02$
$+0{,}10 = e + 15{,}0x$	$-0{,}05$	$-0{,}59 = e - 12{,}9x$	$-0{,}40$
$+0{,}23 = e + 15{,}1x$	$+0{,}08$	$-0{,}03 = e - 13{,}1x$	$-0{,}21$
$+0{,}07 = e + 15{,}2x$	$-0{,}05$	$-0{,}02 = e - 13{,}1x$	$+0{,}16$
$+0{,}21 = e + 15{,}2x$	$+0{,}06$		

La solution de ces équations par la méthode des moindres carrés donne:

$$e = -0''028, \text{ avec le poids } 18{,}26,$$
$$x = +0{,}01177 \qquad 3061{,}80;$$

d'où suit

la distance moyenne au nord du zénith pour 1840,00 = 54″972, avec l'erreur probable 0″023;

la constante de l'aberration = 20″493, avec l'erreur probable 0″040.

Les erreurs qui restent dans les équations après la substitution des valeurs trouvées pour les deux inconnues, sont ajoutées aux équations, et nous fournissent l'erreur probable d'une distance zénithale isolée = 0″109. Mais voilà un point digne d'attention qui se manifeste. Le premier coup d'oeil nous fait apercevoir que l'accord des observations du maximum est beaucoup meilleur que celui du minimum. L'explication en est facile. Les observations du maximum tombent sur les six heures environ du soir, heure qui est la plus favorable de la journée, parce que les images des étoiles y sont

Digitized by Google

les plus précises et les plus tranquilles; tandis que pour le minimum l'observation matinale n'offre que très rarement des images de la même qualité. Les erreurs probables d'une distance zénithale sont, dans les deux époques séparées, 0"05 et 0"05, dans le rapport de 1 : 3, c. à d., qu'une seule observation du soir est équivalente à 9 observations matinales. En tous cas, nous voyons ici, dans la mesure de la distance zénithale l'exemple d'une exactitude qui, presque, n'est limitée que par les circonstances atmosphériques.

Quant à l'aberration = 20"493, quoique l'erreur probable n'en soit que de 0"04, je ne la regarde aucunement comme definitive. Elle n'est basée que sur un petit nombre d'observations d'une seule étoile, laquelle n'est pas même bien placée pour l'évaluation de l'aberration, dont le maximum n'atteint que 15"2. Elle est, en outre, influencée par les petites incertitudes de la nutation et du mouvement propre, ainsi que par une valeur possible de la parallaxe. Donc, pour avancer dans cette recherche, non seulement les observations de υ de l'Ourse seront continuées, mais un nombre d'autres étoiles plus propres, c. à d., plus proches au pole de l'écliptique, ont déjà été observées en Septembre passé dans le maximum, et j'attends à présent qu'elles passent au minimum au mois de Mars prochain. Néanmoins, j'ose avancer que l'augmentation de l'aberration me paraît déjà décidée, et que la valeur indiquée a le mérite d'être basée sur des observations tout-à-fait absolues, savoir, dans lesquelles toutes les erreurs de l'instrument sont éliminées par l'opération même de l'observation. Sous ce point de vue, cette nouvelle détermination l'emporte sur toutes les valeurs trouvées pour cet élément par différens astronomes, depuis un siècle.

La réduction d'observations aussi exactes fait sentir, comme je l'ai déjà indiqué, le besoin d'élémens de réduction plus sûrs que ceux dont nous nous servons à présent. Si, pour les mouvemens des étoiles fixes, un tems très-considérable n'a pu nous fournir que les premiers indices: dès à présent, le perfectionnement des observations et de la réduction seront les conditions de progrès plus rapides. Supposons que l'astronomie parvienne à décupler l'exactitude des positions des étoiles et des élémens de réduction: alors une perspective de progrès frappans s'ouvre à la science; vu que 30 ans suffiront pour faire connaître des mouvemens qui, sans cela, ne se seraient manifestés qu'après trois siècles. Il paraît certain que les observations des distances zénithales, continuées avec notre instrument, durant la révolution entière du nœud de la lune de 18⅔ ans, mèneront à une détermination presque definitive de la nutation. Heureusement il y a des observations antérieures qui, dès à présent, peuvent servir à la fixer plus exactement. M. le Baron *de Lindenau*, il y a plus de 25 ans, a eu le premier l'heureuse idée d'employer les ascensions droites de l'étoile polaire pour la détermination de la nutation, et il paraît que, dans aucun autre phénomène céleste, cette quantité ne se prononce d'une manière aussi frappante. Après avoir compulsé plus de 800 ascensions droites, observées dans l'espace de 60 ans par *Bradley*, *Maskelyne*, *Pond*, *Bessel* et lui-même, M. *de Lindenau* avait trouvé la constante de la nutation égale à 8"97707, considérablement plus petite que les valeurs trouvées et adoptées jusqu'alors. On sait que *Laplace*, dans sa Mécanique céleste, l'évalue à 10"056, quantité déduite par la théorie, en supposant la masse de la lune connue par d'autres actions. *Bessel*, dans ses Fundamenta, employa, d'après *Zach*, 9"648, *Maskelyne* avait trouvé, par ses propres observations, 9"55, *Bradley* lui-même la supposa en nombre rond 9". Entre les deux valeurs, celle de *Laplace* et celle de M. *de Lindenau*, il y a une différence de 1"079. Comment, a present, faire justement la réduction d'observations qui sont exactes à une très-petite fraction de la seconde près, si, sur un seul élément de réduction, il existe une incertitude semblable? Cette remarque fait ressortir tout le mérite du travail de M. *de Lindenau*. Aussi *Bessel*, dans ses Tabulæ Regiomontanæ, ouvrage unique dans l'histoire de l'astronomie, n'a-t-il pas hésité d'employer la constante de *Lindenau*. Mais, si nous considérons que, depuis le travail de ce savant, une révolution entière du nœud de la lune s'est accomplie, si nous apprécions le perfectionnement progressif des instrumens, nous sommes engagés à soumettre la nutation à un nouvel examen, en employant les observations de la même espèce, mais plus récentes. A Dorpat, le cercle méridien de *Reichenbach* fut placé en 1822, et jusqu'en 1838, époque où j'ai quitté l'observatoire, l'ascension droite de l'étoile polaire a été un objet principal de l'usage de cet instrument, tant pour moi, que pour feu M. *Preuss*, mon adjoint, qui s'occupait des observations méridiennes, depuis que je m'étais voué aux recherches sur les étoiles doubles, au moyen de la grande lunette de *Fraunhofer*. Les volumes IV à VIII des annales astronomiques de Dorpat renferment ces observations. L'été passé, M. *de Schidloffsky*, candidat de l'université de Kharkoff, et qui depuis a continué ses études astronomiques sous ma direction, me consulta pour le choix d'un objet de sa dissertation inaugurale. Je lui proposai d'entreprender l'évaluation de la nutation par les ascensions droites de l'étoile polaire observées pendant 16 années consécutives à Dorpat avec un seul et même instrument. M. *de Schidloffsky* vient de me communiquer les résultats de son travail. Il a employé en tout 601 ascensions droites de la polaire. Les différences entre les ascensions droites observées, et les positions d'après les tables de *Bessel*, lui ont fourni 601 équations de condition à 5 inconnues, savoir:

Digitized by Google

a. la correction moyenne des tables de *Bessel* en ascension droite;

b. la différence constante entre les AR. obtenues dans les deux différentes positions de l'instrument, le cercle à l'Ouest, ou à l'Est;

c.d. les corrections dépendantes: du défaut de la constante de l'aberration, selon *Delambre*, et de la parallaxe annuelle, ainsi que d'une période journalière dans la position de l'instrument, suivant la marche journalière de la température; quantités qui se réunissent toutes dans la forme $m \sin \odot + n \cos \odot$.

e. La correction de la constante de la nutation, selon M. *de Lindenau*.

M. *de Schidlofsky* n'a pas reculé devant le travail considérable de traiter toutes les équations isolées d'après la méthode des moindres carrés, et c'est ainsi qu'il est parvenu aux deux résultats principaux que voici:

correction moyenne des tables de *Bessel* en AR.
en tems $+ 0''624$, avec l'erreur probable $0''037$;
correction de la nutation de M. *de Lindenau*
en arc $+ 0''242$, avec l'erreur probable $0''020$.

Donc

la Constante de la nutation $9''219$ avec la probabilité $= \frac{1}{2}$ qu'elle se trouve entre les limites $9''20$ et $9''24$.

L'erreur probable d'une ascension droite détachée parmi les 601 s'est trouvée $0''643$ en tems, ce qui répond à environ $0''23$ pour le lieu absolu de l'étoile.

Il est très-remarquable que deux évaluations récentes de la nutation offrent un accord presque parfait avec la nôtre. Feu le docteur *Brinkley* à Dublin l'a fixée, en 1821, par un nombre très-considérable d'observations zénithales faites au grand cercle de *Ramsden*, à $9''25$. Mais cette valeur n'a été reçue et employée qu'en Angleterre, probablement, parce que les résultats douteux que le même instrument avait donnés pour la parallaxe des étoiles fixes, en rendirent l'exactitude suspecte. M. *Busch*, astronome adjoint de Königsberg, a déduit, par une nouvelle réduction des observations originales, faites par *Bradley*, depuis 1727 jusqu'en 1747, à Kew et Wansted, la valeur de la nutation $= 9''232$, quantité qui ne diffère de la nôtre que de $0''013$. Il paraît que le nombre $9''22$ peut être employé dans les réductions avec pleine confiance.

En dernier lieu, j'ai l'honneur d'annoncer à l'Académie que les astronomes de Poulkowa s'occupent à présent d'une réduction complète des observations faites au cercle méridien de Dorpat, sur les lieux absolus d'un nombre très-considérable d'étoiles fixes, principalement doubles, pour en dresser le catalogue quant aux positions moyennes, ouvrage qui servira à compléter les Mensurae micrometricae. D'abord, nous avons fait la réduction de toutes les étoiles de *Bradley* qui s'y trouvent. Comme le même instrument a donné une position des points équinoxiaux pour 1825, qui mérite toute confiance, ainsi que toutes les autres quantités fondamentales d'une manière indépendante: il m'a paru propre d'employer les positions correspondantes avec *Bradley* à une nouvelle évaluation de la constante dans la précession des équinoxes. C'est M. l'adjoint *Othon Struve* qui, secondé par M. le Dr. *Lundahl* de Helsingfors s'occupe de cette recherche. J'espère, sous peu, pouvoir en présenter les résultats à l'Académie.

Der 2te Stern, dessen Beobachtungen im Minimo der Declinationsaberration jetzt geschlossen sind, ε Draconis, hat eine erwünschte Bestätigung der durch ο im grossen Bären gewonnenen Resultate gegeben, indem aus ε Draconis nach einer vorläufigen Reduction die Aberrationsconstante $20''643$ mit dem wahrscheinlichen Fehler $0''036$ folgt. Das Mittel aus beiden Sternen wäre also $20''518$. Was die Nutationsconstante betrifft, so liegt H. v. *Schidlofskys* Arbeit jetzt vor mir. Ich werde Ihnen nächstens einen Auszug für die Astr. Nachr. senden, so wie das Resultat von dem Einflusse eines Umstandes befreit sein wird, in Bezug auf das zum Grunde gelegte Material, auf den ich erst jetzt aufmerksam gemacht habe. Uebrigens glaube ich, dass durch die gehörige Berücksichtigung desselben das Hauptergebniss kaum um wenige Hundertheile der Secunde geändert werden wird.

v. Struve.

Schreiben des Herrn Professors *Santini* an den Herausgeber.

Padova 1841. März 22.

Nei Nr. 406. 407 Astr. Nachr. ho letto con piacere le riflessioni del Sig^r Prof. *Bianchi* intorno alle rifrazioni astronomiche dedotte da alcune osservazioni fatte in Padova, in Milano, in Palermo, ed in Modena. È veramente singolare la piccola differenza da esso ritrovata fra le rifrazioni risultanti dalle mie osservazioni, e quelle degli altri Colleghi, come pure ingegnosa è la spiegazione, che egli cerca di darne. E primieramente io dirò, che le osservazioni furono da me fatte con tutta quella diligenza, che si richiede per simili circostanze; ma quanto alla flessione del Cannocchiale non è stata per anco

Digitized by Google

determinata direttamente; solo ho potuto argomentare, che non potesse esercitar niuna sensibile influenza dall' accordo plausibile, ma non perfetto, che si ottiene dal confronto del Polo instrumentale determinato con la Polare, e con altre stelle fondamentali si boreali, che australi. Trattandosi pertanto di una sì leggiera differenza, rimane ancora un dubbio per questa parte, che spero di poter togliere in breve tempo, avendo già fatto costruire i piccoli apparati necessarii per osservare la flessione dietro, il metodo del Sig^r *Bessel*. Venendo poi alla spiegazione indettata dal chiarissimo Amico mio, è di fatto, che la temperatura esterna viene da me osservata ad un termometro, il quale stà costantemente appeso a tramontana all' aria libera fuori dell' apertura meridiana ad un piedecina di distanza verso ponente, mentre il termometro, che segna la temperatura dal mercurio nel barometro è in cassato nel barometro stesso, e rimane costantemente appeso alla interna parete della Camera dalle parte di mezzodì. Un tale modo di osservare le temperature per il calcolo delle rifrazioni mi sembra più consentaneo alla teoria di quello di sospendere un termometro all' objettivo, o di tenerlo nell' apertura stessa meridiana; imperciocchè qualunque sia la ipotesi adottata per rappresentare la legge delle temperature, e delle densità dell' aria alle varie elevazioni, si escludono sempre i cambiamenti bruschi, e repentini nelle funzioni; la rifrazione finale inserita nelle tavole è il risultato della somma di un infinito numero di inflessioni continue, ed infinitamente piccole, a cui si perviene impiegando la temperatura, e la densità dell' ultimo strato, le quali con stabilita leggi sono legate a quelle degli strati superiori per via di cambiamenti continui, e piccolissimi. Se vi ha un cambiamento brusco tanto nella temperatura, quanto nella densità dell' aria nel passaggio del raggio luminoso dall' esterno entro le pareti della camera, non può questo essere compreso nella teoria; nè si potrebbe (a parer mio) impiegare la temperatura, in cui trovasi l'objettivo, per dedurre da essa la somma di tutte le esterne inflessioni sofferte dal raggio luminoso dal principio dell' Atmosfera fino all' apertura praticata nel tetto della Camera, poichè ciò sarebbe lo stesso, che rendere soggetta la maggiora, e più sensibile parte della rifrazione ad una legge di temperatura simile a quella, su cui è fondata la tavola, ma in cui, il primo termine avrebbe un valore erroneo, e che non condurrebbe alla temperatura degli strati superiori. Un tale sinistro può avvenire; ed in tale caso sembrerebbe opportuno calcolare a parte la piccola correzione da esso dipendente nel tragitto del piccolo spazio corrispondente all' interno della camera. Comunque però nè sia, parmi che convenga porsi nelle stesse circostanze, in cui si poneva l'autore delle tavole, instituendo le osservazioni, alle quali ei le appoggiò. Queste furono fatte dal Sig^r *Carlini* in Milano nel 1805, e nel 1806, allorchè io mi trovavo in quel celebre osservatorio in qualità di studente, ed ho presente alla memoria il luogo, in cui teneva appeso il termometro esterno, dietro la quale disposizione ho adottato il modo sopra indicato di osservare. Del resto l'Argomento è di molto interesse, e merita di essere confermato con un maggiore numero osservazioni, che non mancherò di intraprendere, quando avrò verificato, se esista o nò una qualche piccola flessione nel grande, e pesante Cannocchiale del circolo Meridiano.

Giovanni Santini.

Calcolo di un oculare Acromatico a tre lenti pei Cannocchiali Astronomici, in cui sono distrutte, o molto attenuate le aberrazioni secondarie di rifrangibilità, e di afericità riprodotte dalla rifrazione per le Lenti Oculari.

1. È noto, che quando con una conveniente disposizione siasi in un' cannocchiale reso acromatico l'objettivo, annullando le aberrazioni di rifrangibilità, e di figura, tornano queste a riprodursi nel passaggio dei raggi luminosi per le Lenti oculari, sebbene in misure molto più piccole, che (generalmente parlando) sono facilmente tolerabili all' occhio, il quale per l'Arcana sua costruzione può adattarsi senza il concorso della volontà alle piccole deviazioni, senza nocumento della chiara visione. Si possono facilmente riconoscere tre sorgenti di tali errori secondarii riprodotti nei cannocchiali dalle Lenti oculari, che per la chiara intelligenza gioverà qui rammentare. 1°. Supponendo l'objettivo perfettamente Acromatico, tutti i raggi che lo lovestono in una direzione paralella all' asse si riuniscono nel foco, producendovi l'immagine chiara e distinta di quel punto, che riguardato come radiante giace sul prolungamento dell' asse stesso ad una distanza infinita. Se il foco dell' oculare pei raggi di media rifrangibilità coincide col foco dell' objettivo, come richiedesi per la distinta visione, i raggi medii si rifrangono per modo, che sortano dall' oculare in una direzione paralella all' asse; ma i raggi estremi emergono facendo coi precedenti un piccolo angolo, che chiameremo $d\psi$; onde accade che non vadano questi a riunirsi esattamente coi medii nella retina, e producano alcune piccole ombreggiatura, che sparirebbero, se potesse $d\psi$ annullarsi, od almeno impiccolirsi al di sotto di un certo limita additato dall' esperienza. 2°. I raggi principali, che dalle estremità del campo visibile del cannocchiale si dirigono al centro dell' objettivo passano irrefratti, e dietro di questi modellando il loro corso gli altri

Digitized by Google

raggi ad essi paralelli, vanno tutti a riunirsi ad un punto determinato, ove dipingono l'immagine del punto da cui procedono; attraversando obliquamente l'oculare, per la diversa rifrangibilità dei raggi eterogenei si decompoogono, dirigendosi sotto diverse inclinazioni al luogo dell' occhio. Da ciò ne deriva che l'immagine principale è veduta con un contorno colorato, il quale, se l'oculare sia di una sola lente, è azurro all' esterno, rosso all' interno. Questo contorno può essere attenuato, ed anche distrutto del tutto negli oculari composti di più lenti, i quali per questa ragione acquistano il nome di oculari acromatici, se anche in essi sussistano gli errori della prima specie nei raggi paralelli all' asse. 3°. Finalmente si riproducono dagli oculari per la grande loro apertura gli errori di sfericità, i quali negli oculari composti di più lenti possono divenire più nocevoli degli errori di rifrangibilità, se non vengano adoperate le opportune avvertenze per diminuirne la influenza.

2. Per apprezzare in un' oculare composto la grandezza di queste aberrazioni secondarie, prenderemo a termine di confronto quelle riprodotte nei cannocchiali Astronomici avente l'oculare formato da una sola Lente, ritenendo le denominazioni seguenti adottate nella mia Teorica degli Stromenti Ottici, pubblicata in due volumi in 8° nel 1828 dalla Tipografia del Seminario in Padova.

Distanza focale dell' objettivo supposto acromatico $= p$, dell' oculare $= q$; indice medio di rifrazione $= m$; sua variazione per i raggi estremi $= dm$; semiapertura della Lente objettiva $= \chi$; semiapertura dell' oculare $= \varpi q$, angolo di residua aberrazione di rifrangibilità $= d\psi$; angolo sotto cui è veduta il contorno colorato delle immagini prodotte dai raggi medii $= di$; raggio della minima aberrazione di sfericità $= k$. Dietro le teorie esposte ai §§ 92—196—197 dell' opera citata si ha

$$d\psi = \frac{dm}{m-1}\cdot\frac{\chi}{p}; \quad di = \frac{\pi\, dm}{m-1}; \quad k = \frac{\mu\chi^3}{4p^3}\cdot\lambda'$$

dove μ è una funzione dell' indice di aberrazione definita al §. 104; λ' è un numero arbitrario positivo avente per minimo valore l'unità, da cui dipende il rapporto fra i raggi delle superficie di una Lente; nel caso di una lenta isoscele, quale d'ordinario adoperasi per gli oculari semplici si ha $\lambda' = 1{,}63$.

Assumendo $\frac{\chi}{p} = \frac{1}{28}$; $\varpi = \frac{1}{4}$; $\frac{dm}{m-1} = \frac{1}{55}$; $\mu = 0{,}94$ si ottiene in numeri

$$d\psi = 2'\,36''; \quad di = 16'; \quad k = 3''47; \quad \lambda' = 5''65.$$

Qui per altro sarà conveniente osservare, che i valori di $d\psi$, e di di si riducono alla loro quinta parte circa, se prendesi per dm soltanto la variazione di m relativa ai colori più risplendenti percettibili all' occhio, e che il valore di k riducesi ad $1''80.\lambda' = 2''93$ ristringendo l'objettivo fino a che sia $\frac{\chi}{p} = \frac{1}{70}$, come veniva praticato dal celebre *Fraunhofer*.

3. Sebbene queste aberrazioni secondarie siano piccole in se, e tolerate dall' occhio, pure non mancano di essere sensibili nei forti ingrandimenti, o fra esse sopratutto rimarcasi il contorno colorato delle immagini. È palese abbastanza, che non si possono togliere questi difetti facendo uso di una sola Lente oculare; ma grandamente migliorasi la condizione degli oculari pei cannocchiali astronomici con l'aggiunta di una nuova lente, mediante la quale si può raddoppiare il campo della visione e togliere per intero il contorno colorato alle immagini. La Teoria di questi oculari costruiti (io credo) per la prima volta dal celebre *Dollond* vedesi esposta al §. 216, e seguenti dell' opera superiormente citata; risulta da essa, che il vantaggio ottenuto coll' annullare il contorno colorato è in gran parte diminuito dall' aumento, che ricevono le altre due aberrazioni; imperciochè raddoppiasi il valore di $d\psi$. Quanto al valore di k, si ottiene per essi

$$k = \frac{\mu\chi^3}{32p^3}(\lambda' - 6\nu + 21\lambda'')$$

ove ν è una funzione dell' indice medio di rifrazione $= 0{,}23$ circa; λ', λ'' sono i numeri arbitrarii relativi alle due Lenti. Costruendo (come si suole praticare dagli ottici più rinomati, e come è raccommandato dalla teoria) la prima lente piano-convessa con la parte convessa rivolta all' objettivo, e rendendo isoscele l'ultima Lente situata presso occhio, si ottiene $\lambda' = 9{,}78$; $\lambda'' = 1{,}63$; i quali numeri (ponendo $\frac{\chi}{p} = \frac{1}{24}$) danno $k = 3''47.13{,}1 = 45''46$. Questo risultato rende abbastanza palese la ragione della non piccola confusione prodotta nei forti ingrandimenti da questi oculari, i quali sono d'altronde sommamente pregevoli per il gran campo di cui sono dotati.

Trovandomi in Firenze nel Settembre del 1839, il Chiarissimo Amico mio, e Collega Prof. *Amici* mi mostrò un' oculare di sua costruzione, in cui ebbi tosto a lodare la somma chiarezza delle immagini, la nitidezza del campo, la precisione di contorni, i quali vantaggi ei riferì di avere conseguiti coll' aggiunta di una nuova Lente di Flint, che lo rendesse perfettamente acromatico. I felici risultamenti ottenuti da questo celebre ottico dietro una sua particolare Teoria non per anco resa di pubblico diritto colle stampe, mi furono di incitamento a ricercare, quali norme venissero additate dalle formule fondamentali della diottrica per la costruzione di un' oculare a tre lenti colla mira di distruggere le aberrazioni secondarie, delle quali sopra si è fatto parola. Risulta dalle ricerche seguenti, e dagli esempii numerici dietro di essa calcolati, essere possibile di costruire un oculare con tre lenti, delle quali una sia

Digitized by Google

cancare e di Flint, in cui sia distrutto il contorno colorato, ed annullati gli errori di sfericità, rimanendo tuttavia una piccola traccia degli errori di rifrangibilità sempre meno pericolosi di quelli di sfericità; ma diminuirà in queste disposizioni il campo della visione in confronto di quello dei consueti oculari acromatici a due lenti. La circostanza però, che in essi siano distrutti gli errori di figura deve condurre in pratica ad una grande precialone... distinzione nei contorni delle immagini, ed a questa forse è dovuto il buon effetto degli oculari del Sig. *Amici*, che con ciò nuovo titolo si è acquistato alla pubblica estimazione già sì in alto salita per i suoi eccellenti Microscopi, e per tante, ma altre ingegnose produzioni nella dioptrica sì teorica, che pratica.

4. Per semplificare i calcoli, supporremo l'obiettivo già reso acromatico, e rappresentato da una lente fittizia avente la proprietà di riunire in un punto i raggi luminosi eterogenei ad essa provenienti da un punto unico situato in grande distanza. Dietro tale lente, un cannocchiale astronomico, avente un oculare composto di tre lenti, si potrà riguardare come un sistema di quattro lenti riunite intorno ad un asse comune, e disposte per la chiara visione degli oggetti lontani. Riprendendo dalla Teorica degli stromenti Ottici le equazioni generali per un sistema di quattro lenti, adotteremo le seguenti denominazioni.

Distanze focali delle lenti precedendo ordinatamente dall'obiettivo fino alla lente Prossima all'occhio $p : q : r : s$

Distanze determinatrici rispettive..... $a, \alpha ; b, \beta ; c, \gamma ; d, \delta$.

Semi-aperture delle Lenti oculari richieste pel libero passaggio di un raggio principale inclinato all'asse nel centro dell'obiettivo di un angolo ϕ rappresentante la metà del Campo visibile..... w_q, w_r, w_s.

Sia l'ingrandimento del sistema $= M$; l'indice medio di rifrazione nelle lenti costruite di Crowa sia $= m$; in quelle costruite di Flint $= m'$; la sua variazione per ricondurlo ai raggi estremi sia rispettivamente dm; dm'. - Poremo, come nella citata opera... $\frac{dm}{m-1} = Z$; $\frac{dm'}{m'-1} = Z'$; assumeremo inoltre, che le lenti oculari q, r siano costruite di Crown, e convesse; che l'ultima lente s sia di Flint; concava, ed a contatto colla precedente r. Per ultimo, siano $\lambda', \lambda'', \lambda'''$ i numeri arbitrarii, dai quali dipendono i raggi delle superficie delle lenti q, r, s dietro le equazioni dimostrate al §. 104.

Ciò premesso, le formole generali della dioptrica (osservando, che per il caso presente si ha $a = \infty$; $\delta = \infty$; $\alpha = p : d = s : \gamma + d = \delta$, ossia $\frac{\gamma}{s} = -1$) dovanno

(1) $\frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta}$. (2) $\frac{1}{r} = \frac{1}{c} + \frac{1}{\gamma}$.

(3) $d = -\gamma = s$. (4) $M = -\frac{\alpha\beta}{bc}$.

(5) $w_q = (\alpha + b)\phi$;

(6) $w' = \left(\frac{\alpha\beta}{bc} + 1\right) c\phi + w = -(M+1)c\phi + w$.

(7) $\phi = \frac{w' - w}{M+1}$.

La condizione, che debba essere distratto il contorno colorato darà

(8) $w \frac{dm}{m-1} + c \frac{dm}{\beta} - w' \frac{dm'}{m'-1} = 0$;

La condizione, che sia distrutto l'angolo di residua aberrazione $d\psi$ darà

(9) $\frac{dm}{m-1}\frac{1}{q} + \frac{dm}{m-1}\frac{1}{r}\frac{b^2}{\beta^2} + \frac{dm'}{m'-1}\frac{1}{s}\frac{c^2}{\beta^2} = 0$;

ovvero, se questa non potesse essere soddisfatta, l'angolo di residua aberrazione sarà dato dall' equazione

(9) $d\psi = \frac{M\chi dm}{(m-1)p}\left[\frac{b^2}{\beta^2}\left(\frac{1}{q} + \frac{c^2}{b^2}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{s}\cdot\frac{Z}{Z'}\right)\right)\right]$.

6. Prendendo a considerare il viaggio del raggio principale attraverso all'ideale sistema di Lenti, e confrontandolo con quello generale della teorica, a cui si appoggiano i segni delle superiori grandezze, si vedrà facilmente che le aperture w_q, w' e riusciranno nel caso presente positive, mentre $w'r$ rimane negativa; laonda fingendosi negativa la distanza focale s, mentre che si assumono positive le q, r, saranno negativi i rapporti w', $\frac{w'}{r}$ essendo w positivo. Chiamando ora α il massimo valore, che possono ricevere questi rapporti (che suole dai più riputati fabbricatori assumersi $= \frac{1}{4}$), affinchè il campo ϕ divenga il più grande possibile, poremo $w = w$; $\frac{w'}{r} = -\alpha$; $w'' = -i.w$, e l'equazione (7) darà

$$\phi = \frac{(2-i)w}{M+1} \quad \ldots\ldots (a).$$

Di qui appariscе, che la presenza della Lente concava diminuisce necessariamente il campo dei comuni oculari a due Lenti, e solo potendo prendere per i una piccola frazione, una tale diminuzione sarà tolerabile in confronto degli altri vantaggi di questi oculari.

In seguito, ponendo $\frac{c}{\beta} = Q$, l'equazione (8) relativa al contorno colorato, avendo riguardo alle stabilite denominazioni darà

$$Q = \frac{1}{1 - i.\frac{Z}{Z'}} \quad \ldots\ldots (b).$$

Frattanto osserveremo, che nei vetri dei quali fece uso *Fraunhofer* nei suoi celebri objettivi, che corrispondono a quelli messi in commercio dalla fabbrica di M. *Guinand*, l'avrasi

Digitized by Google

prossimamente $\frac{Z}{Z'} = \frac{1}{1,8}$. Prendendo pertanto per i una frazione non maggiore di $\frac{1}{2}$, per non diminuire sovercchiamente il Campo, risulterà dalla precedente equazione Q positivo; dovendo poi in un sistema di quattro Lenti destinato a rappresentare inverso gli oggetti risultare M positivo, si deduce dall' equazione (4) che sarà b negativo; quindi β, e e saranno numeri positivi, e l'immagine cadrà qui, come negli oculari a due Lenti del *Dollond* fra la prima lente oculare, ed il sistema riunito delle altre due. Assunto pertanto i ad arbitrio fra i limiti o ed $\frac{1}{2}$, fingendo inoltre dati p, ed M, le superiori equazioni daranno tutti gli opportuni elementi per il calcolo dell' oculare nel modo seguente. L'equazione (a) (ponendovi $\omega = \frac{1}{2} = 859'4$ circa) darà il semicampo φ; l'equazione (b) darà il rapporto Q, quando siansi convenientemente determinati gli indici di rifrazione, e di dispersione dei vetri impiegati nella costruzione delle Lenti, in seguito l'equazione (4) darà δ, dietro di che l'equazione (5) renderà noto q; l'equazione (1) darà β; ottenuto β, si avrà $e = Q - \beta$, e l'equazione (6) farà conoscere r. In fine l'equazione (2) renderà noto $\gamma = -\delta = -e$. Questi valori poi sostituiti nell' equazione (9) faranno conoscere $d\psi$, il quale se riuscirà $= 0$, o minore del valore per esso ottenuto cogli oculari di una sola lente, renderà commendevole l'adottato valore di i.

6. Se ora si eseguiscono le eliminazioni nell' ordine indicato, facilmente si otterranno le seguenti equazioni, che molto semplicemente raccolgono i precetti per il calcolo del proposto oculare.

$$(1)\quad \Phi = \frac{(2-i).859'4}{M+1} \qquad (2)\quad Q = \frac{e}{\beta} = \frac{1}{1-i\frac{Z}{Z'}}$$

$$(3)\quad b = -\frac{p}{MQ} \qquad (4)\quad q = \frac{(2-i)(p+b)}{M+1}$$

$$(5)\quad \beta = -\frac{b.q}{q-b} \qquad (6)\quad e = \beta.Q$$

$$(7)\quad r = (1-i)e \qquad (8)\quad \gamma = -\delta = -e = \frac{1-i}{i}e$$

$$(9)\quad d\psi = \frac{1}{1-i}\frac{M}{MQ-1}\frac{Q+1}{Q}\chi dm$$

ovvero prossimamente

$$(9)\quad d\psi = \frac{1}{1-i}\frac{Q+1}{Q}\chi dm = \frac{2}{(m-1)p}\chi dm.$$

La distanza dell' obbiettivo dal primo oculare sarà $= p + b$; del primo dal secondo oculare sarà $= \beta + e$; del secondo dal terzo oculare $= 0$; del terzo oculare dal diaframma a cui si applica l'occhio $= \frac{e'e}{Me'}$, che prossimamente riducesi $= \frac{-ie}{2-i}$.

Per ultimo, indicando con k il raggio del circolo di aberrazione sferica residùo in questo sistema, si troverà dalle formule generali esposte nel 1 volume dell' opera più volta citata, trascurando la parte relativa all' objettivo, che si annulla per le adempiute condizioni dell' acromatismo almeno prossimamente

$$(10)\quad k = \left(\frac{p}{M}\right)^3 \frac{\chi\chi}{4p}\left[\frac{\lambda'}{Q'^3q'} + \frac{\lambda''}{\mu'^3} + \frac{\lambda'''}{\mu'^3\mu''^3} + \frac{\lambda^{IV}}{\mu'^3\mu''^3\mu'''^3}\right]$$

che per il buon effetto dell' oculare dovrà annullarsi mediante una convenente determinazione dei numeri arbitrarii λ', λ'', λ'''.

7. Per mostrare più chiaramente i vantaggi, che in pratica si possono attendere da un sì fatto oculare, proponiamoci la costruzione di un Cannocchiale Acromatico, il quale con un' objettivo duplicato risulti dotato della chiarezza bisognèvole, e della ingrandire 60 volte. — Ritenendo i precetti esposti al principio del 2° Volume della Teorica, e prendendo il pollice di Parigi per unità di misura lineare, avremo $-M = 60$; $\beta = 30$; $\omega = \frac{1}{2}$.

Supponemo come nell esempio del §. 126 del 1° Vol. per il Crown-glass $m = 1,530000$; per il Flint $m' = 1,634494$ $dm = 0,009$ $dm' = 0,017787$

Quindi si formerà $\frac{\chi}{\chi'} = 0,650858$; $\frac{Z}{Z'} = 0,650747$

Le funzioni p, q etc., dalla quali dipende il calcolo delle aberrazioni di sfericità, e dei raggi delle superficie delle Lenti, avranno (come nel citato luogo) i seguenti ingarimi...

per $m = 1,53$ ... per $m' = 1,634494$

$\log q = 9,99454$ ... $\log q = 9,88836$

$\log q = 9,34184$ ... $\log q = 9,46350$

$\log b = 0,22014$ ... $\log q' = 0,17982$

$\log p = 9,85542$ ... $\log p = 8,80058$

$\log r = 9,96626$ ... $\log r = 9,92117$

Colla scorta dei precedenti elementi, fingendo $i = \frac{1}{3}$; $i = \frac{1}{4}$; $i = \frac{1}{5}$ sopo state calcolate le quantità tutte, che regolano la costruzione dell' oculare, contenute nella seguente tabella, nella quale in un' ultima colonna si sono aggiunte per gli opportuni confronti la distanze focale delle Lenti per costruire un' oculare a due Lenti alla maniera di *Dollond*.

	Oculare a tre Lenti.			Oculare a due Lenti.
Per $i =$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$
$Q =$	0,7283	0,8037	0,8571	0,4929
$q =$	0,07850	0,07746	0,08135	0,08754
$r =$	0,2236	0,2428	0,2612	0,2893
$d =$	−0,2235	−0,5828	−0,7835	−1,4465
$\beta =$	−0,0873	−0,1561	−0,2249	−0,3349
$\delta =$	+0,0780	+0,1299	+0,1762	+0,2422
$e =$	+0,4461	+0,4162	+0,3917	+0,3616
$\gamma =$	+0,2235	+0,5826	+0,7835	+1,4465
$p + b =$	29,9137	29,8439	29,7751	29,6651
$\beta + e =$	0,5241	0,5461	0,5679	0,5038
$\varphi =$	21' 5"	22' 19"	23' 29"	25' 22"
$d\psi =$	$0,41 d\psi$,	$0,70 d\psi$,	$0,98 d\psi$,	$1,40 d\psi$,

dove rappresentasi per $d\psi$, l'angolo residuo di aberrazione di rifrangibilità negli oculari semplici formati con una sola lente.

Digitized by Google

Per determinare la figura delle Lenti, si sostituiscano gli ottenuti valori nella equazione (10), e posendo uguale a zero il fattore fra le parentesi, che moltiplica la quantità $\left(\frac{p}{M}\right)^8 \frac{\mu \chi^8}{4p^3}$, si otterranno, fra i numeri arbitrarii λ', λ^{IV}, λ''' per ogni valore di i le infrascritte equazioni, che (soddisfatte opportunamente) assicurano essere distrutti gli errori residui di sfericità.

per $i = \frac{1}{3}$ 0,002334 $\lambda' +$ 89,600 $\lambda^{IV} -$ 8,771 $\lambda''' +$ 4,875 $= 0$
per $i = \frac{1}{4}$ 0,02042 $\lambda' +$ 69,902 $\lambda^{IV} -$ 3,970 $\lambda''' +$ 3,596 $= 0$
per $i = \frac{1}{5}$ 0,07597 $\lambda' +$ 56,140 $\lambda^{IV} -$ 1,6284 $\lambda''' +$ 2,4593 $= 0$
per $i = \frac{1}{6}$ 0,30013 $\lambda' +$ 41,300 $\lambda^{IV} -$ 0,25872 $\lambda''' +$ 0,8246 $= 0$

6. Appariscono ora dalle precedenti equazioni, che la figura della prima Lente ha una piccolissima parte nelle confusioni di sfericità, mentre la seconda, e la terza Lente vi esercitano una pericolosa influenza; ma essendo i coefficienti di λ'', λ''' di contrario segno, si possono annullare gli errori di figura. Prendendo pertanto ad arbitrario λ', λ^{II} si otterrà il valore di λ''', che rende nullo il valore di h, e quindi saranno dietro il par. 104 del 1° vol. determinati i raggi di tutte le superficie delle Lenti. Il più piccolo valore, che possono ricevere i numeri λ', λ^{II} è l'unità; ma ad esso corrispondono figure incomode per la pratica esecuzione. Si può dimostrare facilmente, che la figura piano-convessa per la prima Lente con la parte convessa rivolta all' oggettivo, e la figura isoscele per la seconda, sono in pratica le più convenienti. Assumendo pertanto queste figure, i numeri arbitrarii λ', λ'' ricevono valori determinati, che spettanti nelle equazioni superiori conducono alla cognizione di λ''' per ogni valore di i; dopo di che è facile ricavare il valore dei raggi delle due superficie della Lente concava dalle formule generali del luogo citato.

La tavoletta seguente contiene i valori di λ', λ^{II}, λ''' con che la raggio R della superficie della terza Lente rivolta all' oggettivo, ed il raggio R' di quella rivolta verso l'occhio, per ogni valore di i calcolati nelle assunte ipotesi, e nel modo indicato.

per i =	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$
λ' =	155,120	56,420	29,730	15,472
λ^{II} =	1,000	1,017	1,067	1,216
λ''' =	10,816	19,147	39,670	215,2
R =	— 0,1670	— 0,1611	— 0,1492	— 0,1179
R' =	+ 0,4063	+ 0,2856	+ 0,2133	+ 0,1353

Di qui appariace, che la Lente di Fliat prossima all' occhio risulta concavo-convessa con la parte convessa rivolta all' occhio; con che il sistema delle ultime due Lenti viene a presentare l'aspetto dei celebri objettivi di *Fraunhofer*. Osservando poi risultati ottenuti nella prima tabella, si vedrà che il valore di $d\psi$ và crescendo col diminuirsi di i, mantenendosi tuttavia minore, che nei consueti oculari a due Lenti. La disposizione corrispondente ad $i = \frac{1}{3}$ sarebbe pregevole per la semplicità dei rapporti; ma vi ha in essa una soverchia diminuzione di Campo; ed oltre a ciò, l'immagine resta in troppa vicinanza della prima lente per modo che non vi rimane spazio ad introdurvi quei fili micrometrici, dei quali talvolta si ha bisogno nell' osservare; e se il vetro non sia purissimo, ed il lavoro perfetto, possono le piccole bollicine, o le striscie della politura, commungue tenui, facilmente deturparla. L'ultimo valori di $i = \frac{1}{6}$ conduce nella costruzione dell' ultima lente a curvature opposte con raggi fra loro troppo poco differenti, per la quale circostanza richiedesi una troppo minuta esattezza nella sua costruzione, avendo nel risultato i piccoli errori una influenza troppo grande. Le disposizioni corrispondenti ad $i = \frac{1}{4}$, ed $i = \frac{1}{5}$ sembrano lodevoli anche per la pratica, e non vi ha dubbio, che non debba attenderai da un oculare costruito dietro quelle dimensioni un' ottimo risultato in grazia dell' assicentamento degli errori di sfericità. Ad ogni modo però la loro costruzione richiederà sempre una grande diligenza di lavoro, e non potrà essere affidata che ad ottici eminentemente instruiti nella teorica, e nella pratica.

Si potrebbe credere, che variando l'ordine delle Lenti si potessero ottenere disposizioni più vantaggiose; ma è facile assicurarsi col calcolo, che ciò non accade, almeno fino a che due di loro si tengono a contatto; imperciocchè coll' alternare la posizione della Lente di Flint rapporto alle altre due, si ottengono q disposizioni identiche nelle dimensioni alla già descritta, o di essa più svantaggiose.

Tali sono i risultamenti, ai quali sono pervenuto dietro le formule generali della diottrica, ignorando la via tenute dal Sig' Cav. *Amici* nella costruzione del suo oculare, nè tampoco conoscendo la interna sua composizione. Rilasciando pertanto a questo illustre mio Amico, e Collega tutto l'onore della sua invenzione, non ebbi altro in mira, che di riferire un supplemento alla Teoria degli oculari da me esposta al principio del secondo volume dell' opera più volte citata, che potrà in qualche circostanza riuscire di una qualche utilità, per coloro, che si occupano di simili delicati Argomenti.

Padova li 22 Marzo 1841.

Giovanni Santini.

(zu Nr. 423—426.) Ueber die Anwendung osculirender Elemente als Grundlage der Berechnung der Störungen eines Planeten, und über die unabhängigen Elemente der „Fundamenta nova etc." Von Herrn Professor und Ritter *Hansen*. p. 257.

(zu Nr. 426.) Auszug aus einem Schreiben Sr. Exc. des Herrn Staatsraths *v. Struve* an den Herausgeber. p. 289. — Schreiben des Herrn Professors *Santini* an den Herausgeber. p. 294. — Calcolo di un' oculare Acromatico a tre lenti pei Cannocchiali Astronomici, in cui sono distrutte, o molto attenuate le aberrazioni secondarie di rifrangibilità, e di sfericità riprodotte dalla rifrazione per le Lenti Oculari. Von Herrn Prof. *Santini*. p. 295.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 427.

Vergleichung der neuen Königsberger Bestimmung der Declinationen der Fundamentalsterne und einiger Circumpolarsterne mit anderen Verzeichnissen.

Von Dr. *A. L. Busch.*

In Nr. 422 der Astr. Nachr. hat Herr Geheime Rath *Bessel* das Verfahren angegeben, nach welchem ich die Beobachtungen am Meridiankreise gemacht und aus ihnen die Bestimmung der Declinationen von 62 Sternen für den Anfang des Jahres 1840 abgeleitet habe. Ich theile gegenwärtig eine Vergleichung dieser neuen Bestimmung der Declinationen mit denen mit, welche seit 1820 von anderen Sternwarten bekannt geworden sind. Diese Declinationen finden sich an folgenden Orten:

1) *Bessel.* VII Abth. der Königsberger Beobachtungen.
2) *Pond.* Berechnung der Greenwicher Beobachtungen von 1822, auf *Bessels* Veranlassung von *Olufsen* ausgeführt. Astr. Nachr. Nr. 73.
3) *Struve.* Observationes Dorpatenses Vol. VI.
4) *Argelander.* Stellarum fixarum positiones etc. Helsingforsiæ 1835.
5) *Airy.* The first Cambridge Catalogue of 726 Stars. Memoirs of R. Astr. Society Vol. XI. London 1840.
6) *Pond.* Catalogue of 1112 Stars. London 1833.
7) *Johnson.* Catalogue of 606 Principal fixed Stars. London 1835.
8) *Henderson.* Declinations of 172 Principal fixed Stars. Astr. Nachr. Bd. XIV. Nr. 318.

Mit der für jeden Stern in der angeführten Abhandlung des Herrn Geheimen Rathes *Bessel* angegebenen Præcession, eigenen Bewegung und Säcular-Aenderung habe ich die Positionen für 1840 auf das Jahr, für welches jeder dieser Cataloge gilt, reducirt und folgende Unterschiede erhalten. Das + Zeichen zeigt an, daſs der mit dem neueren verglichene ältere Catalog eine Declination nördlicher ergiebt, das — Zeichen das entgegengesetzte.

		Bessel 1820	*Pond* 1822	*Struve* 1824	*Argelander* 1830	*Airy* 1830	*Pond* 1830	*Johnson* 1830	*Henderson* 1833
Nr. 3	γ Cephei	— 0″09	———	+ 0″17	+ 0″46	+ 0″94	+ 0″76	———	———
4	β Ursæ min.	— 0,68	———	— 1,33	— 0,61	— 0,90	— 0,11	———	———
5	γ ———	— 0,04	———	— 0,57	— 0,22	———	— 0,92	———	———
6	β Cephei	— 1,31	———	— 0,88	— 0,79	0,00	— 0,49	———	———
7	α Ursæ maj.	— 1,23	———	— 1,66	— 1,04	— 1,10	— 0,34	— 1″84	———
8	α Cephei	— 1,34	———	— 0,93	— 0,47	— 0,04	— 0,57	— 4,07	———
9	α Cassiopeæ	+ 0,40	———	+ 1,16	+ 1,32	+ 1,27	+ 1,12	— 0,48	———
10	γ Ursæ maj.	— 1,15	———	— 0,69	— 0,47	— 0,08	+ 0,73	+ 1,93	———
11	κ Cygni	+ 0,92	———	———	———	———	+ 1,82	———	———
12	β Draconis	— 0,36	———	———	+ 0,46	— 0,76	+ 0,45	— 0,35	———
16	γ ———	+ 0,15	———	+ 1,45	+ 1,71	+ 2,23	+ 1,11	— 0,19	———
17	ι Cygni	— 0,06	———	———	———	———	+ 0,60	———	———
18	η Ursæ maj.	— 0,65	———	— 0,96	— 0,49	— 0,08	+ 0,11	———	+ 3,28
19	δ Cygni	+ 0,36	———	———	+ 0,94	———	+ 1,04	———	———
20	α Persei	+ 0,35	———	+ 0,49	+ 0,66	+ 1,61	+ 1,26	— 1,64	+ 2,84
21	δ ———	———	———	———	+ 1,14	———	+ 1,44	———	———
22	α Aurigæ	+ 1,15	+ 1″31	+ 1,41	+ 1,24	+ 0,62	+ 2,44	———	+ 2,67
23	α Cygni	— 0,63	— 0,49	+ 0,08	+ 0,57	+ 0,26	+ 0,37	— 1,03	+ 1,97
24	γ Andromedæ	— 0,46	———	— 0,30	+ 0,79	+ 1,62	+ 0,99	———	———
25	β Persei	— 0,15	———	— 0,31	———	+ 1,35	+ 1,87	———	———
26	γ Cygni	— 0,80	———	+ 0,62	+ 0,40	———	+ 1,20	———	———
27	ε Persei	— 0,38	———	———	———	———	+ 1,31	———	———
28	η Herculis	— 0,12	———	+ 1,06	+ 0,75	———	+ 1,85	———	———
29	γ Bootis	— 0,34	———	— 1,39	———	+ 0,45	+ 0,16	———	———
30	α Lyræ	— 0,97	+ 0,40	+ 0,10	+ 1,24	+ 2,40	+ 1,34	— 0,46	+ 0,53

		Bessel 1820	Pond 1822	Struve 1824	Argelander 1830	Airy 1830	Pond 1830	Johnson 1830	Henderson 1833
31	α Geminor.	+ 0″27	+ 0″63	+ 0″57	+ 0″21	+ 0″85	+ 2″31	— 0″69	+ 0″47
32	β Tauri	— 0,76	+ 0,38	— 0,73	— 0,12	+ 0,21	+ 1,68	———	— 0,30
33	β Geminor.	— 0,45	+ 0,15	— 0,51	+ 0,06	+ 0,56	+ 1,56	— 1,54	— 0,12
34	α Andromedæ	— 0,25	+ 0,12	+ 0,17	+ 0,29	— 0,13	+ 0,59	— 2,21	— 0,63
35	α Coronæ	— 0,65	— 0,18	+ 0,09	+ 0,39	+ 0,18	+ 0,89	— 1,51	— 0,79
36	α Arietis	— 0,36	+ 0,52	— 0,45	+ 0,51	— 0,12	+ 1,11	— 1,79	— 0,16
37	α Bootis	— 0,20	+ 0,46	— 0,13	+ 0,69	+ 0,70	+ 1,59	— 1,71	— 0,78
38	α Tauri	+ 0,07	+ 0,79	+ 0,40	+ 0,61	+ 0,29	+ 1,81	— 1,39	+ 0,80
39	β Leonis	+ 0,09	+ 0,63	— 0,07	+ 0,59	+ 0,31	+ 1,89	— 0,71	+ 0,94
40	α Herculis	— 0,53	+ 0,39	+ 0,94	+ 1,56	+ 0,84	+ 2,16	— 0,84	+ 0,94
41	α Pegasi	+ 0,12	+ 0,62	+ 0,54	+ 1,28	+ 0,95	+ 2,48	— 1,12	+ 1,08
42	γ ———	— 0,32	+ 0,39	+ 0,34	+ 0,85	+ 1,47	+ 1,45	— 1,55	+ 0,87
43	α Leonis	— 0,03	+ 1,72	0,00	+ 0,48	+ 0,75	+ 2,78	+ 0,88	+ 0,68
44	α Ophiuchi	— 0,06	+ 1,69	+ 0,90	+ 1,13	— 0,33	+ 2,51	———	+ 0,44
45	γ Aquilæ	— 0,68	———	+ 0,15	+ 0,80	+ 1,04	+ 1,60	— 1,10	— 0,01
46	α ———	— 0,42	+ 0,52	+ 0,78	+ 1,25	+ 2,40	+ 1,95	— 0,25	+ 1,10
47	α Orionis	— 0,19	— 0,21	+ 0,16	+ 0,35	+ 0,37	+ 1,75	— 1,15	+ 0,10
48	α Serpentis	— 0,70	+ 0,67	+ 0,96	+ 1,07	+ 1,49	+ 2,67	+ 0,17	+ 0,79
49	β Aquilæ	— 0,75	+ 0,47	+ 1,02	+ 1,30	+ 2,14	+ 2,60	— 0,70	+ 0,76
50	α Canis min.	— 1,64	— 0,42	— 0,61	— 0,22	+ 0,03	+ 1,38	— 1,32	+ 0,17
51	α Ceti	— 0,10	+ 1,65	+ 1,10	+ 1,39	+ 1,01	+ 1,89	— 0,01	+ 1,12
52	β Virginis	— 0,23	———	+ 1,17	+ 1,30	— 0,97	+ 2,10	———	+ 0,55
53	α Aquarii	— 0,15	+ 1,11	+ 1,45	+ 2,06	+ 1,71	+ 2,76	+ 0,46	+ 1,80
54	α Hydræ	— 0,42	+ 0,79	+ 0,39	+ 1,25	+ 1,08	+ 2,55	+ 0,28	+ 0,54
55	β Orionis	— 0,08	+ 0,65	+ 0,92	+ 1,31	+ 1,49	+ 2,11	— 0,49	+ 0,97
56	α Virginis	— 0,58	+ 0,68	+ 0,82	+ 1,18	+ 1,58	+ 2,28	— 0,42	+ 0,47
57	1 α Capricorni	+ 0,01	———	+ 0,21	+ 2,99	+ 4,12	+ 4,20	+ 0,99	+ 2,19
58	2 α ———	— 0,64	+ 2,24	+ 1,71	+ 1,97	+ 3,47	+ 3,97	+ 0,67	+ 1,38
59	1 α Libræ	+ 0,50	+ 1,61	+ 1,35	+ 2,90	+ 2,93	+ 3,80	———	+ 1,02
60	2 α ———	+ 0,61	+ 1,08	+ 1,53	+ 2,71	+ 2,16	+ 3,71	+ 0,81	+ 1,04
61	α Canis maj.	+ 0,03	+ 0,37	+ 0,30	+ 1,02	0,00	+ 1,82	— 1,28	— 0,39
62	α Scorpii	+ 0,87	+ 2,02	+ 3,38	+ 3,74	+ 3,43	+ 5,64	+ 2,44	+ 1,76

A. L. Busch.

Schreiben des Herrn *Rümcker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber.

Hamburg 1841. Febr. 17.

Ich habe die Ehre, Ihnen hiemit ein Register von in der Bahn des von Herrn *Bremiker* entdeckten Cometen gelegenen Sternen zuzusenden, welches vielleicht den Beobachtern dieses Cometen nicht ungelegen kommen mag.

Es bildet ein Bruchstück eines auf dieselbe Art eingerichteten Catalogen von etwa 8000 Sternen mehrentheils unter der 6ten Größe, welche ich auf der Hamburger Sternwarte mit dem *Repsold*schen Meridiankreise beobachtet habe, der, wenn andere Berufs-Geschäfte mir die Muße gestatten, in diesem Jahre zum Drucke befördert werden soll, daher ich mir jetzt die Freiheit nehme ihn den Freunden der Astronomie anzukündigen.

Dieser Catalog ist vom Jahre 1836, als das Jahr, in welchem ich den *Repsold*schen Meridiankreis erhielt, datirt. Der sehr gegründete Rath des Herrn Geheimen Rathes *Bessel*, ihn von einem Decimal-Jahre zu datiren, kam zu spät, wie die Reduction schon zu weit vorgerückt war.

Die Constanten sind von dem Herrn *Georg Weyer* berechnet. Sie sind in der Ordnung der analogen Logarithmen *A B C D* im Nautical Almanac geordnet. Wo nicht expreß das Zeichen — steht, ist + zu verstehen.

Nachträglich noch einige seitdem unterm Pole beobachteten Sterne in derselben Bahn, welche zur Identification dienen können.

AR. 1836.	Jährl. Ver.	Decl. 1836.	Jährl. Ver.	a	b	c	d	a'	b'	c'	d'
19h 21' 25"966	+ 0"830	60° 46' 39"87	+ 8"97	+8,6765	−9,1072	+9,9191	+8,6173	+0,0128	+9,4821	+0,8432	+9,9720
19 27 8,408	0,890	60 19 44,93	7,43	8,6985	9,0972	9,9494	8,6375	0,0094	9,5082	0,8711	9,9679
20 21 36,077	1,195	59 49 7,52	11,81	8,8856	9,0338	0,0775	8,8224	9,9651	9,6998	1,0849	9,9112
20 33 12,054	1,355	59 30 7,76	12,42	8,9022	9,0047	0,1254	8,8345	9,9523	9,7245	1,0941	9,8947
20 48 19,782	1,368	59 45 24,34	13,43	8,9480	8,9923	0,1359	8,8844	9,9344	9,7627	1,1281	9,8705

C. Rümker.

Verzeichnifs von Sternen in der scheinbaren Bahn des October 1840 im Drachen, entdeckten Cometen.

rée-ao.	Mittl. Rectasc. 1 Jan. 1836.	Z. d. Beob.	Jährl. Veränd.	Mittl. Decl. 1 Jan. 1836.	Z. d. Beob.	Jährl. Veränd.	Logarithmen der Constanten in Rectascens. a	b	c	d	Logarithmen der Constanten in Declination. a'	b'	c'	d'
7	18h 58' 15"474	5	+0"718	81° 11' 10"07	5	+ 5"04	+8,5414	−9,1267	+9,8581	+8,4838	+0,0241	+9,3429	+0,7024	+9,9858
	18 59 6,343	1	0,771	80 38 29,68	1	5,11	8,5401	−9,1189	9,8872	8,4804	0,0235	9,3469	0,7085	9,9854
9	19 1 11,042	2	0,758	60 49 18,20	2	5,29	8,5571	−9,1201	9,8797	8,4982	0,0228	9,3623	0,7232	9,9844
7	19 5 3,944	3	0,750	61 2 27,14	3	5,61	8,5862	−9,1212	9,8750	8,5282	0,0213	9,3893	0,7492	9,9823
	19 6 9,085	3	0,775	60 48 11,76	3	5,70	8,5900	−9,1173	9,8899	8,5310	0,0206	9,3953	0,7552	9,9816
	19 9 29,768	4	0,785	60 48 39,56	4	5,98	8,6109	−9,1155	9,8950	8,5519	0,0190	9,4151	0,7770	9,9797
7	19 15 57,655	8	0,821	60 39 25,83	7	8,52	8,5462	−9,1094	9,9142	8,5868	0,0158	9,4529	0,8144	9,9757
	19 21 54,160	3	0,821	60 52 48,47	3	7,01	8,6805	−9,1084	9,9142	8,6219	0,0127	9,4851	0,8457	9,9717
8	19 29 22,120	2	0,883	60 30 57,57	2	7,62	8,7118	−9,0979	9,9458	8,6515	0,0081	9,5198	0,8819	9,9661
	19 47 51,399	1	0,984	60 29 6,11	1	9,09	8,7881	−9,0815	9,9841	8,7277	9,9954	9,5953	0,9585	9,9500
	19 52 2,271	3	0,991	60 23 23,26	3	9,41	8,8019	−9,0761	9,9962	8,7412	9,9922	9,6110	0,9738	9,9459
	19 53 48,185	1	1,047	59 50 21,00	1	9,54	8,8008	−9,0869	0,0198	8,7374	9,9905	9,5146	0,9797	9,9441
	19 55 12,798	2	1,007	60 24 27,40	1	9,66	8,8132	−9,0729	0,0029	8,7525	9,9895	9,6222	0,9848	9,9426
6.7	19 57 13,114	1	1,017	60 24 24,19	1	9,81	8,8201	−9,0708	0,0072	8,7594	9,9879	9,6291	0,9917	9,9405
	19 59 43,359	1	0,856	64 21 45,89	1	9,99	8,8855	−9,1256	9,8189	8,8404	9,9865	9,6528	0,9997	9,9379
	20 0 48,363	2	1,022	60 34 0,42	2	10,08	8,8341	−9,0691	0,0994	8,7740	9,9850	9,6416	1,0035	9,9366
	20 3 54,240	1	1,067	60 12 20,78	1	10,31	8,8391	−9,0608	0,0283	8,7775	9,9822	9,6499	1,0134	9,9332
7	20 6 34,435	4	1,105	59 55 4,98	4	10,51	8,8438	−9,0539	0,0432	8,7808	9,9797	9,6570	1,0217	9,9301
	20 9 9,125	2	1,125	59 49 57,29	1	10,71	8,8505	−9,0498	0,0513	8,7872	9,9772	9,6645	1,0296	9,9270
	20 9 50,876	3	1,125	59 53 18,83	3	10,75	8,8532	−9,0497	0,0510	8,7902	9,9786	9,6667	1,0318	9,9282
6	20 10 26,229	6	1,108	60 8 25,77	8	10,80	8,8583	−9,0523	0,0445	8,7964	9,9762	9,6698	1,0334	9,9255
	20 13 50,116	1	1,103	60 26 38,77	1	11,05	8,8722	−9,0521	0,0424	8,8116	9,9730	9,6808	1,0433	9,9213
	20 14 29,863	2	1,157	59 47 47,00	2	11,10	8,8855	−9,0427	0,0634	8,8021	9,9722	9,6799	1,0452	9,9205
nec.	20 15 48,975	3	1,141	60 6 9,94	3	11,19	8,8733	−9,0451	0,0571	8,8113	9,9710	9,6850	1,0489	9,9188
	20 17 30,210	3	1,185	59 54 8,77	3	11,31	8,8753	−9,0402	0,0885	8,8124	9,9693	9,6888	1,0536	9,9166
	20 20 40,346	1	1,246	59 3 55,77	1	11,54	8,8734	−9,0254	0,0953	8,8068	9,9658	9,6939	1,0623	9,9125
	20 21 56,006	1	1,191	59 53 59,30	1	11,63	8,8874	−9,0344	0,0780	8,8245	9,9649	9,7009	1,0657	9,9108
	20 21 57,001	4	1,223	59 28 37,04	4	11,83	8,8819	−9,0288	0,0875	8,8171	9,9648	9,6990	1,0657	9,9107
	20 21 58,592	1	1,124	60 45 48,48	1	11,64	8,8991	−9,0459	0,0508	8,8400	9,9649	9,7047	1,0658	9,9107
	20 22 24,240	3	1,213	59 38 25,07	3	11,57	8,8854	−9,0304	0,0840	8,8212	9,9842	9,7009	1,0869	9,9101
7.8	20 25 3,217	1	1,224	59 42 43,31	1	11,85	8,8932	−9,0277	0,0878	8,8294	9,9615	9,7083	1,0739	9,9065
	20 27 34,498	3	1,267	59 19 12,17	2	12,03	8,8945	−9,0190	0,1029	8,8290	9,9587	9,7129	1,0803	9,9029
	20 27 37,754	2	1,175	60 33 22,21	2	12,03	8,9108	−9,0352	0,0701	8,8508	9,9589	9,7185	1,0804	9,9029
5.6	20 28 26,708	6	1,259	59 30 20,38	5	12,09	8,8990	−9,0202	0,0999	8,8344	9,9578	9,7159	1,0824	9,9017
	20 28 43,075	1	1,235	59 52 8,70	1	12,11	8,9045	−9,0245	0,0915	8,8414	9,9576	9,7183	1,0832	9,9013

Digitized by Google

Grös-se.	Mittl. Rectasc. 1 Jan. 1836.	Z. d. Beob.	Jährl. Veränd.	Mittl. Decl. 1 Jan. 1836.	Z. d. Beob.	Jährl. Veränd.	Logarithmen der Constanten in Rectascens. a	b	c	d	Logarithmen der Constanten in Declinatio a'	b'	c'	d'
	20h32' 45",746	1	+0",921	63°66' 21",91	1	+12",89	+8,9722	−9,0764	+9,9644	+8,9256	+9,9526	+9,7446	+1,0931	+9,895
	20 34 30,038	1	1,221	60 31 40,71	1	12,51	8,9272	−9,0247	0,0868	8,8670	9,9512	9,7351	1,0972	9,899
	20 36 16,899	6	1,333	59 7 33,16	6	12,63	8,9132	−9,0036	0,1249	8,8469	9,9488	9,7332	1,1015	9,899
	20 46 57,913	1	1,364	59 40 51,09	1	13,34	8,9442	−8,9936	0,1348	8,8803	9,9531	9,7595	1,1293	9,875
	20 49 5,282	2	1,450	58 34 11,01	2	13,48	8,9345	−8,9759	0,1614	8,8657	9,9333	9,7389	1,1297	9,866
6	20 50 51,559	1	1,397	56 17 18,24	1	13,60	8,9111	−8,9457	0,2032	8,8312	9,9305	9,7518	1,1334	9,866
	20 51 53,641	1	1,605	56 15 31,63	1	13,66	8,9128	−8,9436	0,2064	8,8326	9,9291	9,7534	1,1353	9,864
	20 53 5,945	2	1,501	58 11 5,39	2	13,74	8,9380	−8,9640	0,1763	8,8673	9,9281	9,7654	1,1380	9,862
	20 53 34,368	2	1,503	58 11 18,79	2	13,77	8,9390	−8,9633	0,1770	8,8683	9,9275	9,7663	1,1389	9,861
	21 0 22,741	11	1,566	57 52 4,87	11	14,19	8,9483	−8,9469	0,1948	8,8761	9,9184	9,7780	1,1521	9,848
	21 6 9,367	1	1,609	57 47 25,26	1	14,55	8,9581	−8,9347	0,2066	8,8855	9,9102	9,7883	1,1628	9,837
	21 7 18,204	9	1,617	57 47 22,77	8	14,62	8,9602	−8,9323	0,2088	8,8876	9,9085	9,7904	1,1649	9,835
	21 7 26,123	2	1,627	57 26 49,73	3	14,62	8,9581	−8,9300	0,2115	8,8847	9,9086	9,7897	1,1650	9,835
	21 8 44,121	3	1,629	57 44 58,91	1	14,70	8,9621	−8,9290	0,2118	8,8893	9,9066	9,7926	1,1673	9,833
9	21 8 54,067	1	1,627	57 48 58,40	1	14,71	8,9632	−8,9294	0,2113	8,8907	9,9062	9,7932	1,1676	9,833
dupl.	21 9 35,668	7	1,642	57 37 13,76	7	14,75	8,9620	−8,9256	0,2154	8,8886	9,9053	9,7935	1,1688	9,832
	21 11 36,626	1	1,655	57 38 30,52	1	14,87	8,9658	−8,9217	0,2187	8,8925	9,9023	9,7971	1,1723	9,829
	21 14 49,346	10	1,677	57 38 1,06	10	15,06	8,9711	−8,9148	0,2246	8,8977	9,8975	9,8025	1,1777	9,825
	21 15 41,768	1	1,709	57 8 5,26	1	15,11	8,9667	−8,9070	0,2328	8,8909	9,8961	9,8015	1,1792	9,817
	21 16 29,020	1	1,434	61 49 51,54	1	15,15	9,0284	−8,9658	0,1567	8,9737	9,8931	9,8238	1,1804	9,815
	21 20 16,742	4	1,729	57 22 27,97	4	15,37	8,9769	−8,8996	0,2377	8,9023	9,8890	9,8101	1,1866	9,807
	21 20 28,400	3	1,725	57 27 33,99	3	15,38	8,9782	−8,9002	0,2369	8,9040	9,8887	9,8108	1,1869	9,807
	21 20 50,132	2		57 34										
	21 23 23,674	1	1,832	55 40 39,11	1	15,54	8,9624	−8,8731	0,2629	8,8793	9,8844	9,8066	1,1915	9,800
	21 27 30,777	1	0,821	59 50 31,13	1	15,76	9,1823	−9,0771	9,9146	9,1548	9,8828	9,8682	1,1976	9,790
	21 33 16,266	1	1,862	56 30 13,88	1	16,07	8,9863	−8,8583	0,2700	8,9074	9,8678	9,8258	1,2061	9,776
	21 33 31,113	1	1,609	61 20 41,01	1	16,08	9,0475	−8,9188	0,2066	8,9908	9,8643	9,8477	1,2063	9,775
tripl.	21 33 52,539	1	1,855	56 44 58,22	1	16,10	8,9899	−8,8595	0,2684	8,9122	9,8666	9,8273	1,2069	9,774
	21 34 19,444	1	1,866	56 34 16,67	1	16,12	8,9885	−8,8564	0,2709	8,9100	9,8660	9,8271	1,2076	9,773
	21 34 21,619	1		56 44										
	21 35 17,671	1	1,978	54 7 42,88	1	16,18	8,9630	−8,8269	0,2962	8,8717	9,8648	9,8157	1,2089	9,770
	21 36 27,888	1		50 36										
	21 37 16,737	1	1,869	56 59 19,70	1	16,28	8,9974	−8,8536	0,2716	8,9209	9,8606	9,8332	1,2116	9,765
	21 38 10,379	2	1,907	56 16 25,19	2	16,32	8,9903	−8,8429	0,2804	8,9103	9,8594	9,8309	1,2128	9,763
	21 40 43,075	1	1,727	60 22 0,83	1	16,45	9,0461	−8,8864	0,2374	8,9832	9,8518	9,8534	1,2162	9,756
	21 42 19,846	1	1,931	56 24 43,56	1	16,53	8,9974	−8,8332	0,2857	8,9181	9 8518	9,8370	1,2183	9,752
	21 43 10,688	1	1,907	57 5 34,50	1	16,58	9,0066	−8,8387	0,2804	8,9306	9,8498	9,8417	1,2195	9,749
	21 44 57,978	1		55 1										
	21 44 58,426	1	2,007	55 1 42,43	1	16,66	8,9855	−8,8104	0,3026	8,8990	9,8476	9,8333	1,2217	9,744
	21 46 27,884	1	2,017	55 1 24,35	1	16,73	8,9873	−8,8081	0,3046	8,9009	9,8448	9,8352	1,2236	9,740
	21 46 28,596	2		55 1 42,30	2									
	21 47 35,796	10	2,009	55 26 29,96	11	16,79	8,9932	−8,8073	0,3029	8,9089	9,8425	9,8388	1,2250	9,737
	21 52 24,107	1	2,063	54 55 42,42	1	17,01	8,9934	−8,7875	0,3144	8,9064	9,8337	9,8419	1,2308	9,723
	21 53 47,028	1	2,105	54 2 9,68	1	17,08	8,9855	−8,7787	0,3232	8,8987	9,8314	9,8386	1,2324	9,718
	21 54 28,268	3		54 50 5,11	3									
	21 54 33,005	4	2,082	54 47 54,72	4	17,11	8,9945	−8,7795	0,3185	8,9058	9,8296	9,8437	1,2333	9,716
	21 55 27,942	1	2,103	54 25 26,09	1	17,16	8,9917	−8,7727	0,3228	8,9019	9,8280	9,8428	1,2344	9,713
	21 55 46,246	1		54 21										
	21 57 29,672	1	2,128	54 5 17,96	1	17,24	8,9903	−8,7627	0,3280	8,8987	9,8243	9,8431	1,2366	9,707
	21 59 6,568	1	2,133	54 17 1,54		17,32	8,9943	−8,7595	0,3289	8,9038	9,8208	9,8461	1,2385	9,701

Digitized by Google

22h	0'25"546	3	+2"186	64°26' 59"61	3	+17"37	+8,9974	−8,7569	+0,3297	+8,9078	+9,8180	+9,8484	+1,2899	+9,6975
22	1 45,9	1	2,157	54 7 40,42	1	17,43	8,9954	−8,7491	0,3338	8,9041	9,8156	9,8481	1,2413	9,6931
22	2 5,810	6	2,159	54 8 42,14	6	17,45	8,9950	−8,7482	0,3342	8,9047	9,8148	9,8485	1,2417	9,6930
22	2 20,264	1	2,140	54 44 16,33	1	17,46	9,0026	−8,7537	0,3304	8,9146	9,8140	9,8521	1,2420	9,6912
22	4 0,478	1	2,185	53 45 11,97	1	17,53	8,9939	−8,7376	0,3394	8,9005	9,8112	9,8484	1,2437	9,6855
22	4 48,318	1	2,185	53 54 7,43	1	17,56	8,9963	−8,7364	0,3395	8,9037	9,8095	9,8501	1,2446	9,6828
22	7 4,585	1	2,195	54 6 16,00	1	17,65	9,0008	−8,7307	0,3414	8,9093	9,8045	9,8535	1,2469	9,6749
22	7 20,600	1		54 5										
22	8 6,974	2	2,214	53 44 4,51	2	17,70	8,9980	−8,7231	0,3452	8,9045	9,8027	9,8526	1,2486	9,6712
22	11 58,109	1	2,219	54 27 45,50	1	17,85	9,0094	−8,7186	0,3461	8,9198	8,7936	9,8603	1,2517	9,6572
22	12 40,223	1	2,245	53 45 24,84	1	17,88	9,0027	−8,7067	0,3513	8,9093	9,7928	9,8571	1,2524	9,6545
22	14 5,576	2	2,182	56 5 42,92	2	17,94	9,0293	−8,7256	0,3388	8,9481	9,7868	9,8710	1,2538	9,6491
22	14 18,959	1	2,279	52 59 30,69	1	17,95	8,9965	−8,6927	0,3578	8,8987	9,7799	9,8544	1,2540	9,6483
22	15 9,776	1	2,282	53 4 44,41	1	17,98	8,9981	−8,6902	0,3584	8,9009	9,7880	9,8557	1,2548	9,6450
22	16 58,112	1	2,235	55 8 8,85	1	18,03	9,0214	−8,7048	0,3492	8,9354	9,7815	9,8587	1,2555	9,6380
22	21 21,212	3	2,348	52 8 0,35	2	18,21	8,9955	−8,6573	0,3707	8,8936	9,7749	9,8565	1,2604	9,6203
22	21 43,639	1	2,346	52 26 16,38	1	18,23	8,9975	−8,6575	0,3703	8,8967	9,7739	9,8579	1,2607	9,6188
22	22 49,171	7	2,360	52 11 18,17	7	18,26	8,9960	−8,6506	0,3729	8,8937	9,7717	9,8573	1,2616	9,6143
22	23 9,190	1		52 11										
22	25 30,289	2	2,378	52 11 21,51	2	18,36	8,9984	−8,6392	0,3762	8,8960	9,7654	9,8596	1,2639	9,6028
22	25 50,098	2	2,375	52 22 48,52	2	18,37	9,0005	−8,6397	0,3757	8,8994	9,7644	9,8611	1,2642	9,6014
22	26 49,930	2	2,381	54 24 51,59	2	18,41	9,0017	−8,6357	0,3768	8,9007	9,7620	9,8621	1,2650	−9,5971
22	28 22,497	1	2,399	52 8 40,13	1	18,46	9,0003	−8,6262	0,3800	8,8977	9,7586	9,8617	1,2662	9,5902
22	29 5,112	1	2,399	52 21 18,81	1	18,48	9,0029	−8,6250	0,3800	8,9015	9,7555	9,8635	1,2668	9,5870
22	30 24,537	1	2,438	51 3 8,52	1	18,53	8,9915	−8,6063	0,3871	8,8823	9,7551	9,8558	1,2679	9,5808
22	33 34,784	1	2,452	51 24 35,28	1	18,63	8,9975	−8,5955	0,3895	8,8902	9,7470	9,8614	1,2703	−9,5661
22	33 52,630	1	2,436	52 12 25,59	1	18,64	9,0052	−8,6012	0,3867	8,9029	9,7450	9,8664	1,2705	9,5646
22	34 1,212	1	2,473	50 31 49,87	1	18,65	8,9894	−8,5846	0,3933	8,8770	9,7472	9,8568	1,2706	9,5639
22	35 27,721	8	2,489	50 37 18,91	4	18,72	8,9918	−8,5732	0,3950	8,8798	9,7411	9,8585	1,2724	9,5519
22	37 25,015	10	2,495	50 35 14,74	10.	18,75	8,9924	−8,5585	0,3970	8,8804	9,7388	8,8592	1,2731	9,5473
22	38 28,638	1	2,502	50 35		18,78	8,9931	−8,5531	0,3983	8,8810	9,7360	9,8598	1,2738	9,5419
22	43 4,882	2	2,529	50 48 25,05	1	18,92	8,9983	−8,5409	0,4029	8,8876	9,7240	9,8644	1,2770	9,5177
22	43 8,963	7	2,548	49 48 34,84	7	18,92	8,9892	−8,5313	0,4062	8,8772	9,7254	9,8581	1,2770	9,5172
22	43 55,141	3	2,535	50 44 42,75	3	18,95	8,9983	−8,5357	0,4040	8,8872	9,7217	9,8645	1,2775	9,5130
22	45 12,416	1	2,543	50 49 10,59	1	18,98	8,9997	−8,5293	0,4053	8,8891	9,7182	9,8658	1,2783	9,5060
22	45 34,725	4	2,563	49 50 7,89	4	18,99	8,9910	−8,5181	0,4088	8,8742	9,7192	9,8599	1,2786	9,5038
22	47 42,840	4	2,573	50 5 30,92	5	19,05	8,9947	−8,5081	0,4104	8,8795	9,7128	9,8628	1,2799	9,4914
22	47 51,325	2		50 6										
22	50 23,509	1	2,579	50 47 18,98	1	19,12	9,0028	−8,4988	0,4114	8,8919	9,7041	9,8689	1,2816	9,4757
22	51 23,962	4	2,616	48 58 35,72	4	19,15	8,9864	−8,4762	0,4175	8,8647	9,7053	9,8579	1,2822	9,4695
22	51 37,114	1	2,597	50 8 19,40	1	19,16	8,9975	−8,4854	0,4145	8,8827	9,7023	9,8656	1,2823	9,4683
22	53 26,778	4	2,627	49 4 39,14	4	19,20	8,9890	−8,4645	0,4194	8,8673	9,6996	9,8597	1,2833	9,4569
22	54 47,366	1	2,631	49 19 19,41	1	19,24	8,9920	−8,4580	0,4202	8,8719	9,6953	9,8621	1,2841	9,4482
22	55 53,447	1	2,642	49 4 7,81	1	19,26	8,9963	−8,4484	0,4220	8,8686	9,6924	9,8610	1,2847	9,4409
22	56 50,422	7	2,647	49 9 43,66	7	19,28	8,9917	−8,4432	0,4228	8,8705	9,6899	9,8621	1,2852	9,4348
22	57 48,300	1	2,653	49 13 50,06	2	19,31	8,9928	−8,4371	0,4237	8,8721	9,6870	9,8631	1,2857	9,4281
23	5 3,365	2	2,709	48 30 41,85	2	19,47	8,9901	−8,3782	0,4328	8,8647	9,6577	9,8619	1,2893	9,3755
23	9 7,664	1	2,757	45 38 17,42	1	19,55	8,9764	−8,3299	0,4404	8,8379	9,6509	9,8507	1,2911	9,3427
23	13 57,477	4	2,787	46 27 12,26	5	19,64	8,9769	−8,2856	0,4452	8,8371	9,6470	9,8514	1,2931	9,2999
23	15 13,587	4	2,793	46 43 3,19	5	19,66	8,9795	−8,2758	0,4450	8,8416	9,6424	9,8538	1,2935	9,2880
23	19 21,955	1	2,818	46 41 48,61	1	19,72	8,9808	−8,2341	0,4499	8,8428	9,6293	9,8551	1,2950	9,2464
23	21 52,308	1	2,820	48 12 15,63	1	19,76	8,9840	−8,2095	0,4502	8,8665	9,6158	9,8664	1,2938	9,2195
23	22 19,540	1		48 14										
23	22 29,784	2	2,725	57 38 47,26	2	19,77	9,0897	−8,3874	0,4353	9,0164	9,5680	9,9209	1,2961	9,2119
23	24 6,882	1	2,860	44 59 8,03	1	19,80	8,9690	−8,1672	0,4564	8,8183	9,6203	9,8441	1,2966	9,1929

Digitized by Google

Grös.	Mittl. Rectasc. 1 Jan. 1836.	Z. d. Beob.	Jährl. Veränd.	Mittl. Decl. 1 Jan. 1836.	Z. d. Beob.	Jährl. Veränd.	Logarithmen der Constanten in Rectascens. a	b	c	d	Logarithmen der Constanten in Declinat. a'	b'	c'	d'
	23h 26′ 55″082	1	+2″868	45° 46′ 39″89	1	+19″82	+8,9756	−8,1509	+0,4571	+8,8309	+9,6115	+9,8505	+1,2971	+9,17
	23 28 51,692	1	2,903	42 24 9,80	1	19,86	8,9516	−8,0873	0,4628	8,7804	9,6147	9,8248	1,2979	9,13
	23 30 6,761	1	2,909	42 21 38,65	1	19,87	8,9516	−8,0693	0,4638	8,7801	9,6110	9,8248	1,2982	9,11
	23 32 22,500	1	2,916	43 25 34,00	1	19,89	8,9596	−8,0427	0,4648	8,7968	9,5997	9,8340	1,2987	9,07
5	23 39 3,894	1	2,934	47 44 12,81	1	19,96	8,9944	−7,9559	0,4674	8,8636	9,5556	9,8675	1,3001	8,95
	23 39 57,226	1	2,969	40 11 54,55	1	19,96	8,9392	−7,8823	0,4726	8,7491	9,5886	9,8082	1,3002	8,94
	23 42 44,625	2	2,983	40 15 6,67	2	19,98	8,9400	−7,8174	0,4747	8,7504	9,5796	9,8091	1,3007	8,87
	23 47 7,452	4	3,005	40 10 14,17	4	20,01	8,9400	−7,6892	0,4778	8,7496	9,5656	9,8089	1,3012	8,74
6	23 47 18,077	1	2,974	51 49 21,48	1	20,01	9,0322	−7,7763	0,4733	8,9276	9,4937	9,8948	1,3012	8,74
	23 48 49,230	2	3,012	40 18 55,26	2	20,02	8,9412	−7,6293	0,4789	8,7521	9,5592	9,8104	1,3014	8,68
	23 50 26,898	2	3,021	40 7 8,53	2	20,02	8,9400	−7,5601	0,4802	8,7494	9,5547	9,8087	1,3015	8,61
	23 50 17,984	1	3,022	40 17		20,02	8,9411	−7,5528	0,4803	8,7517	9,5533	9,8102	1,3015	8,61
	23 50 47,893	1	3,023	40 17 16,08	1	20,02	8,9412	−7,5451	0,4804	8,7517	9,5527	9,8102	1,3015	8,60
	23 61 40,070	1	3,030	37 66 47,55	1	20,03	8,9267	−7,4875	0,4814	8,7156	9,5618	9,7885	1,3016	8,56
	23 54 33,165	3	3,042	39 29 56,93	2	20,04	8,9364	−7,3118	0,4831	8,7399	9,5441	9,8034	1,3018	8,37
	23 57 38,941	6	3,056	39 30 17,53	6	20,04	8,9364	−6,9473	0,4852	8,7399	9,5334	9,8034	1,3019	8,01
	23 59 10,185	1	3,064	39 10 1,54	1	20,04	8,9344	−6,4947	0,4863	8,7348	9,5299	9,8004	1,3019	7,56
	23 59 11,741	2	3,064	39 14 9,37	2	20,04	8,9348	−6,4777	0,4863	8,7359	9,5294	9,8010	1,3019	7,54
	0 0 26,379	1	3,070	39 42 68,22	1	20,04	8,9879	+6,2145	0,4871	8,7433	9,5219	9,8055	1,3019	−7,27
	0 2 51,712	2	3,080	38 20 51,76	2	20,04	8,9295	6,9729	0,4885	8,7222	9,5231	9,7927	1,3019	−8,04
6	0 7 25,693	3	3,101	37 50 48,43	3	20,03	8,9268	7,4374	0,4915	8,7141	9,5089	9,7876	1,3017	−8,51
	0 8 32,524	3	3,107	37 46 13,84	3	20,03	8,9258	7,4978	0,4923	8,7131	9,5053	9,7870	1,3016	−8,57
7	0 11 26,653	7	3,119	37 19 41,09	7	20,02	8,9229	7,6218	0,4940	8,7057	9,4980	9,7822	1,3014	−8,69
	0 12 57,782	3	3,125	37 16 37,19	2	20,01	8,9224	7,6755	0,4949	8,7046	9,4930	9,7815	1,3012	−8,75
	0 16 58,719	2	3,138	35 34 29,47	2	19,98	8,9124	7,7830	0,4967	8,6772	9,4912	9,7635	1,3007	−8,86
	0 16 58,890	2	3,139	35 62 4,94	2	19,98	8,9140	7,7846	0,4968	8,6818	9,4890	9,7666	1,3007	−8,86
	0 17 48,545	1	3,125	28 55 32,12	1	19,98	8,8805	7,7716	0,4949	8,5650	9,5344	9,6832	1,3006	−8,88
	0 20 15,262	6	3,154	35 59 29,77	6	19,96	8,9142	7,8616	0,4988	8,6833	9,4761	9,7674	1,3002	−8,94
8	0 23 23,212	2	3,162	34 43 13,48	2	19,93	8,9068	7,9174	0,4999	8,6623	9,4360	9,7532	1,2996	−9,00
	0 23 41,464	1	3,162	34 33 30,72	2	19,93	8,9059	7,9220	0,5000	8,6597	9,4754	9,7535	1,2996	−9,01
6	0 26 45,296	5	3,176	34 45 14,29	6	19,90	8,9062	7,9753	0,5019	8,6622	9,4627	9,7529	1,2989	−9,06
5	0 28 8,366	2	3,173	32 48 67,37	2	19,89	8,8961	7,9874	0,5015	8,6301	9,4748	9,7307	1,2986	−9,08
6	0 28 35,336	2	3,182	34 29 45,40	3	19,88	8,9045	8,0028	0,5027	8,6576	9,4582	9,7497	1,2985	−9,09
7.8	0 33 1,595	6	3,192	32 57 50,35	5	19,83	8,8956	8,0574	0,5041	8,6314	9,4564	9,7312	1,2974	−9,13
7	0 35 33,862	5	3,200	32 43 9,67	6	19,80	8,8936	8,0880	0,5052	8,6264	9,4498	9,7275	1,2966	−9,18
	0 39 14,112	1	3,418	56 56 86,77	1	19,75	9,0807	8,3186	0,5338	9,0040	8,9731	9,9169	1,2955	−9,23
	0 37 16,378	1	3,206	32 38 16,26	1	19,77	8,8927	8,1077	0,5060	8,6245	9,4444	9,7060	1,2961	−9,20
	0 41 27,529	6	3,213	31 9 55,59	6	19,71	8,8844	8,1467	0,5069	8,6983	9,4445	9,7067	1,2947	−9,25
	0 41 59,790	1	3,215	31 9 24,56	1	19,71	8,8843	8,1522	0,5072	8,5981	9,4426	9,7065	1,2946	−9,26
	0 43 14		3,220	31 6 27,96		19,68	8,8835	8,1644	0,5078	8,5967	9,4389	9,7054	1,2941	−9,27
	0 46 57,701	3	3,529	59 28 25,25	3	19,62	9,1089	8,4264	0,5476	9,0441	8,6550	9,9260	1,2927	−9,30
	0 47 34,766	1	3,223	29 22 31,77	1	19,61	8,8743	8,1979	0,5083	8,5649	9,4426	9,6818	1,2925	−9,31
	0 49 5,870	6	3,228	29 25 49,07	6	19,58	8,8739	8,2115	0,5089	8,5653	9,4370	9,6814	1,2919	−9,32
	0 52 36,580	1	3,239	29 24 59,20	1	19,51	8,8723	8,2410	0,5104	8,5635	9,4252	9,6796	1,2903	−9,35
	0 53 18,039	2	3,240	29 16 43,06	2	19,50	8,8714	8,2458	0,5106	8,5608	9,4246	9,6774	1,2900	−9,36
	0 54 45,635	2	3,240	28 37 3,69	2	19,47	8,8680	8,2547	0,5106	8,5483	9,4275	9,6678	1,2894	−9,37
6.6	0 55 30,633	2	3,244	28 46 56,69	2	19,45	8,8683	8,2612	0,5111	8,5509	9,4231	9,6697	1,2890	−9,38
	0 57 17,812	2	3,241	27 37 26,88	2	19,42	8,8628	8,2699	0,5107	8,5290	9,4310	9,6525	1,2882	−9,39
7	0 58 4,948	1	3,257	29 21 14,81	1	19,40	8,8695	8,2829	0,5128	8,5598	9,4072	9,6763	1,2878	−9,39
	0 58 13,405	2	3,244	27 39 21,42	3	19,40	8,8624	8,2769	0,5111	8,5289	9,4276	9,6524	1,2877	−9,40

Rümker.

Digitized by Google

Schreiben des Herrn Professors *Argelander*, Directors der Sternwarte in Bonn, an den Herausgeber.

Bonn 1841. März 15.

Für die Aufnahme meiner Ihnen letzthin mitgetheilten Beobachtungen in die Astr. Nachr. danke ich ergebenst, bitte Sie aber um die Anzeige der folgenden kleinen Schreib- oder Druckfehler:

ag. 118.	Sept. 20.	statt η Aquilæ $<:\beta$ lies	$\eta>:\beta$
„ „	Nov. 25.	„ η Aquilæ $+>:$ „	$>+$
„ „	Dec. 14.	„ η Aquilæ $<:\beta$ „	$<:$ bis $+<\beta$
„ 126.	Zeile 10.	Werth von $\eta=s$, statt (4.5) lies	(2.5)
„ 128.	„ 10.	Mittel statt Oct. 3. 5 42,6 lies	Oct. 3. 5. 41,3
„ 130.	Febr. 22.	Corr. statt	$-24''7$ lies $-24'7$
„ 133.	Oct. 24.	statt. δ Cephei $<:$ lies	$:<:$
„ „	Nov. 26.	„ δ Cephei $>:s$ „	$:>s$
„ 142.	AR. des Sterns m	statt 319 58 57,5 lies	319 58 51,5.

Zugleich erlaube ich mir auch die beiden letzten Beobachtungen des Cometen hier anzugeben; er war schon sehr schwach, und erschien am ersten Tage bei dunstiger Luft, am weiten im hellern Zodiacallichte noch schwächer; daher war er schwierig zu beobachten, indefs stimmen die einzelnen Beobachtungen noch ganz gut überein.

1841.	M. Z.	AR.	Decl.	Beob.	
Jan. 23.	$6^h58'\ 6''6$	$34°10'51''4$	$+11°59'35''3$	6 o	N.S.
— 24.	7 0 28,1	34 45 54,6	+ 11 36 49,5	9 π.ρ	N.S.

Die scheinbaren Positionen der verglichenen Sterne habe ich hierbei angenommen:

o.	$34°59'28''4$	$+12°\ 2'29''0$	H. C. p. 39. Z. 126.
π.	34 48 52,5	+ 11 44 25,5	Z. 126.
ρ.	35 11 40,7	+ 11 32 58,2	Z. 126.

Bei der totalen Mondfinsternifs war es Anfangs am Monde dunstig, wurde aber zur Zeit der totalen Verfinsterung ganz klar; das Licht des verdunkelten Mondes erschien diesesmal nicht so dunkel kupferroth, als ich es sonst gewöhnlich gesehen habe, sondern viel heller und fast rosenroth; wir beobachteten

Febr. 5.	$12^h49'14''$ M. Z.	sehr starker Halbschatten.
	50 9 „	Anfang der Finsternifs.
	59 35 „	Eintritt Gassendi. *Kysaeus.*
	13 5 45 „	Eintritt Copernicus. *K.* — 9″
	7 35 „	Eintritt Copernicus. *K.* —31
	$13^h\ 8'32''$ M. Z.	Eintritt Tycho.
	9 37 „	Eintritt Tycho.
	20 50 „	Eintritt Manilius. *K.* —12″.
	23 20 „	Eintritt Dionysius? *K.*
	24 5 „	Eintritt Dionysius? ich.
	25 15 „	Eintritt Menelaus. *K.* — 4..
	28 0 „	Eintritt Plinius. *K.* + 5.
	38 35 „	Eintritt Proclus. *K.* —28.
	—46 50 „	Anf. d. tot. Finsternifs. *K.* +35
	15 34 30 „	Austritt Kepler.
	45 18 „	Austritt Tycho. *K.* + 8
	46 28 „	Austritt Tycho. *K.* —11
	56 25 „	Austritt Manilius.
	57 10 „	Austritt Manilius? *K.*
	59 40 „	Austritt Menelaus. *K.* + 9
	16 0 53 „	Austritt Dionysius? *K.*
	1 20 „	Austritt Dionysius? ich.
	3 28 „	Austritt Plinius. *K.* +13
	13 5 „	Austritt Proclus.
	22 21 „	Ende der Finsternifs.
	23 31 „	Ende gewifs schon vorbei.

Während der Finsternifs wurden mehrere Sterne bedeckt, von denen die meisten bei *Bessel* vorkommen; Herr *Kysaeus* hatte die Ein- und Austritte derselben sorgfältig voraus berechnet, indefs konnten wegen der dunstigen Luft im Anfange und dann auch wegen der Lichtschwäche mehrerer gegen den immer noch ziemlich hellen Mondrand nur die folgenden beobachtet werden:

	$14^h\ 6'31''8$	Austritt d:	zu spät.
	7 27,2	Eintritt x	*Kys.*
	21 4,9	Austritt e	
	28 52,3	Eintritt f	plötzlich *K.* + 0″4
	39 47,6	——— g	plötzlich „ — 0,2
	43 17,0	——— h	nicht ganz sicher.
	$15\ 24\ 20,8$	Austritt f	plötzlich *K.* + 0″3
	42 22,4	——— g	plötzlich „ + 0,3

Die mittleren Positionen dieser Sterne 1841 sind

d.	$9^m138°48'54''1$	$+15°10'25''0$	Z. 273	
e.	9 139 5 42,7	+15 31 44,2	Z. 278	
f.	8 139 31 6,1	+15 12 50,8	Z. 149	
g.	8 139 33 19,0	+14 59 26,6	Z. 149	H. C. p. 52 = P. IX. 84
h.	9 139 36 44,5	+15 14 16,2	Z. 273	
x.	9 139 13 —	+14 57 —	kommt nirgend vor.	

Fr. Argelander.

Schreiben des Herrn Hofraths *Mädler*, Directors der Sternwarte in Dorpat, an den Herausgeber.

Dorpat 1841. April 10.

Noch immer ist die Witterung hier in Dorpat sehr unbeständig und vorherrschend trübe geblieben, so dafs nur wenige Nächte dauernd benutzt werden konnten. Die heiterste war die des 5ten März, wo ich nicht allein von einigen 30 zum Theil als sehr schwach bezeichneten *Herschel*schen Nebelflecken keinen einzigen vergebens suchte, sondern auch noch einige neue auffand, die ich aber noch nicht wieder habe bestätigen und näher bestimmen können. Schon am 24sten Jan. begann ich die Beobachtungen der Marsoberfläche, allein der ganze Februar und die erste Märzhälfte fielen in dieser Beziehung aus.

Theil wegen seines zu tiefen Standes. Da er indefs bis in den Juni verfolgt werden kann, so hoffe ich noch auf eine gute Reihe von Beobachtungen, deren Resultat ich seiner Zeit mittheilen werde. Hier nur einiges über die weifsen Polarflecke, da es vielleicht Veranlassung werden könnte, noch in dieser Opposition auf südlicher gelegenen Sternwarten einige Untersuchungen anzustellen.

Am 24ten und 31ten Januar war noch an keinem der Pole etwas der Art wahrzunehmen. Erst am 22ten März gewahrte ich einen weifslichen Schimmer etwa 25° vom Nordpunkte der Scheibe nach Osten, doch glänzten noch mehrere Stellen des Randes und es war nichts mit Bestimmtheit zu entscheiden. Am 25ten März war der Rand rings herum ziemlich gleichmäfsig heller und weifser als die röthliche Mitte, von der sie durch schwärzliche Flecken getrennt war. Am 1ten April erschienen zwei weifse Flecke im NO. und SSW., der erstere kleiner aber bestimmter als der andere. Für den ersten *a* fand ich die Position (von N. durch O. gezählt)

14h 20′ St.Z.	27° 46′5	aus 5	Einstellungen
14 42′5	27 51,2	3	———

für den zweiten *b*

t4 10	252 40,5	5	———
14 35,5	256 20,7	4	———

Hierdurch ward es wahrscheinlich, dafs *b* in beträchtlicher Entfernung vom Südpole liege, da er schon in 25 Minuten eine Rotation verrieth. Dies bestätigte sich völlig am 5ten April.

Fleck *a*.	12h 11 St.Z.	29° t0′7	aus 5	Einstellungen.
	13 7	30 26,1	5	———
	13 35,5	31 19,3	5	———
b.	12 7,5	209 t3,3	5	———
	12 57,2	213 47,7	5	———
	13′ 21	220 4,3	5	———
	13 44,5	223 22,5	5	———

Zugleich glaubte ich wahrzunehmen, dafs *b* den eigentlichen Rand gar nicht berühre, sondern hinter ihm wieder ein sehr schmaler Streifen Gelb erscheine. Jedenfalls also ist in diesem der Polarfleck von 1830 und t832 nicht zu suchen, sondern eine andre helle Stelle, deren Mitte etwa in 50°—55° S. B. liegt. Ob auch *a*, der bestimmt in der Nähe des Nordpols liegt, eine Rotation verrathe, wage ich aus den geringen Abweichungen der obigen Beobachtungen noch nicht zu entscheiden, hoffe aber, da Mars sich bis zum 24ten April der Erde fortwährend nähert, noch in dieser Opposition hierüber gewifs zu werden.

So oft es die Witterung erlaubte, habe ich die Scheibe der Venus nach Flecken durchmustert, allein bis jetzt ohne allen sichern Erfolg.

Die bisherigen Beobachtungen der Doppelsterne werden zu manchen Verbesserungen der von mir berechneten Bahnen Veranlassung geben, doch will ich hierin nichts übereilen, und deshalb hier nur einige Bemerkungen mittheilen.

In Betreff von *a* Geminorum bestätigt sich meine 1836 gegebene Ephemeride (Astr. Nachr. Nr. 317) durch die Beobachtungen von *Struve*, *Kaiser* und meine eigenen so, dafs eine Verbesserung nicht angedeutet ist. Diese sind nemlich

	d	*p*	
1838,34	4″808	254°24′	*Struve* (Additamenta p. 3)
t840,06	4,713	253 58	*Kaiser* (A. N. Nr. 409)
1841,09	4,885	252 59	*Mädler*.

Die Ephemeride giebt, hiermit verglichen

	Δ*d*	Δ*p*
1838,34	— 0″135	— 41′
1840,06	— 0,013	— 45
1841,09	— 0,t67	— 28

wogegen die *Herschel*sche jetzt abweicht

1841,09	— 0″670	— 254′.

ζ Cancri hat jetzt seit *Herschels* erster Messung einen ganzen Umlauf vollendet. Die letzten Messungen sind

1840,15	6° 8′	*Kaiser* l. c.	
t840,29	6 9	*Struve* (A. N. Nr. 41t)	
1841,26	359 38	*Mädler*.	

Herschel der Vater fand

1781,90	3° 28′.

Hieraus folgt eine Umlaufszeit von 59,7 Jahren. Da aber aufser der angeführten ersten Beobachtung, nur aus den letzten 15 Jahren deren gefunden werden, so ist es noch nicht möglich die übrigen Elemente zu bestimmen. Um t834 ging er durch sein scheinbares Aphel.

Für φ^2 Cancri ist es noch unentschieden, ob eine bemerkbare Veränderung seit *Herschel I* Statt gefunden. Ich erhalte

t841,26	4″564	2t2° 52′

fast ganz mit dem Mittel aus den bisherigen Beobachtungen übereinstimmend.

γ Leonis ändert sich im Positionswinkel weniger rasch als die früheren Beobachtungen der beiden *Herschel* ergeben, und fast scheint es als müsse die erste von 1782,71 (83° 30′ ganz ausgeschlossen werden. Die Formel

$$p = 101°\,38'1 + (t - 1825{,}4)$$

entspricht den späteren Beobachtungen seit 1801,7 sehr gut, gibt aber für die erste 5° Abweichung. Die Distanz läfst noch gar keine Veränderung wahrnehmen. Meine letzte Beobachtung giebt 1841,26 2″588 105° 22′5.

Bedeutende Veränderung werden die für ζ Herculis (A. N. Nr. 363) und *a* Coronæ von mir gegebenen Bahnen erfahren. Für ersteren geben die Beobachtungen

1839,67	160° 24′	1″165	*Struve* (Pulkowa)
1841,25	149 16	1,296	*Mädler*.

Die Ephemeride dagegen

1839,67	169° 35′	1,2t1
1841,25	161 25	1,194.

Wahrscheinlich wird man bei künftigen Versuchen von den früheren Beobachtungen (vor 1822) gänzlich abstrahiren müssen.

Mädler.

Altona. t841. Juni 10.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 428.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *A. Erman* an den Herausgeber.

Berlin 1841. Mai 9.

In Beziehung auf die zwei Sternschnuppen- oder Asteroïdenströme (vom November und August) habe ich neuerlings wieder einige Nachrichten gefunden, die mir der Ansicht über dieselben, welche Sie mir erlaubt haben in den Astron. Nachrichten darzustellen, sehr günstig scheinen.

Es sind nämlich in früheren Jahrhunderten, sowohl 6 Monate nach dem November- (damals October-) Phänomen, als auch 6 Monate nach dem August-Phänomen, d. h. respective im April und Februar, ganz ausgezeichnete Sternschnuppenfluthen beobachtet worden, von denen mir scheint, dass man sie als Wirkungen der Conjunktionen jener beiden Ringe oder Ströme mit der Sonne zu betrachten hat, wenn man die November- und August-Erscheinungen deren Oppositionen zuschreibt.

Beide (Conjunction und Opposition) wären dann in jenen früheren Jahrhunderten sehr nahe an der Erde vor sich gegangen.

Folgendes ist eine kurze Uebersicht von den Daten der Beobachtungstage. — Die mit dem Namen *Charles* bezeichneten sind von diesem Französischen Schriftsteller in dem Compte rendu de l'Academ. des sciences 1841 Nr. XI und XII mitgetheilt. Ich habe nur solche gewählt, bei welchen ganz entschieden von ausserordentlicher Häufigkeit der Sternschnuppen die Rede ist und bemerke auch noch, dass Herr *Charles* von meiner Ansicht wegen Februar- und April- oder Mai-Erscheinungen nichts wusste.

Der Name *Frähn* steht neben Daten, von denen dieser Petersburger Orientalist nach Persischen und Arabischen Schriftstellern, Sternschnuppen-Regen berichtet.

Die übrigen Thatsachen sind in den Astronomischen Nachrichten erwähnt. —

Es scheint freilich der Ansicht von einem regelmässigen Ringe, dessen Ebene die Erde in ihrer Bahn zweimal jährlich durchschneidet, zuwider, dass die Daten der Erscheinungen innerhalb Grenzen von mehr als einer Woche, schwanken würden, wenn man sie wirklich alle als gleichartig betrachten wollte. Wir kennen indessen die ganze Sache wohl noch zu wenig, um die Möglichkeit eines solchen Schwankens völlig abweisen zu können. Im Jahre 1836, wo wir gewöhnlich November 12 als Datum des Sternschnuppenregens angegeben finden, waren doch auch:

November 11 in London,
November 12 in Newyork,
November 14 in Bremen,
November 12 bis 16 in Wien

etwa gleich ausgezeichnet erschienen, so dass eine Schwankung von einer Woche im Datum des stärksten Falles selbst durch dieses eine Ereigniss plausibel sein möchte.

Wirkungen des Novemberstromes bei

	Opposition.		Conjunction.	
585 Octbr. 21—23 a. St.	Sternschnuppen.	*Charles.*		
855 Octbr. 16	——	*Boguslawski.*		
855 Octbr. 17	——	*Charles* u. *Frähn.*		
856 Octbr. 17	——	*Charles.*		
902 Octbr. 25	——	*Frähn.*		
914 Octbr. 14	——	*Charles.*		
936 Octbr. 4	——	*Frähn.*		
			1095 April 4 a. St.	Sternschnuppen. *Charles.*
			1123 April 4 ——	—— *Charles.*
1199 Octbr. 23	——	*Frähn.*		
1202 Octbr. 19	——	*Frähn.*		
1366 Octbr. 24	——	*Boguslawski.*		
			1545 April 25 ——	Sonnenverdunkelung. *Erman.*
			1706 Mai 12 a. St.	—— *Erman.*

Digitized by Google

Opposition.			Conjunction.		
1799 Novbr. 11	n. St.	Sternschnuppen *v. Humboldt.*	1719		
1832 Novbr. 12	—	—			
1833 Novbr. 12	—	—			
1834 Novbr. 12	—	—			
1835 Novbr. 12	—	—			
1838 Novbr. 13	—	—			
1839 Novbr. 13	—	—			
			Mai 17 n. St.	Temperaturverminderung.	*Erman.*
			1840		

Wirkungen des Auguststromes bei

Opposition.			Conjunction.		
855 August	a. St.	Sternschnuppen. *Chasles.*	763 Februar	a. St.	Sternschnuppen *Chasles.*
			836 Februar	—	— *Chasles.*
			838 Februar	16	— *Chasles.*
			913 Februar	2	— *Chasles.*
			918 Februar	1	— *Chasles.*
			937 Februar	14	— *Chasles.*
			1106 Februar	12	Sternschnuppen und Sonnenverdunkelung. *Erman.*
1800			1208 Februar	28	Sonnenverdunkelung. *Erman.*
			1719		
August 9—12	n. St.	Sternschnuppen.	Febr. 5—19	—	Temperaturvermin derung. *Erman.*
1839			1839		

Die am stärksten aus der Reihe herauszuheben Daten sind

935 October 4 a. St. und 1095 April 4 a. St.
1123 April 4 a. St.

dennoch scheinen auch für diese die Angaben der Schriftsteller recht entschieden und unzweideutig. Ich will sie beispielsweise anführen:

935 October 4. Der arabische Schriftsteller, den Hr. *Frähn* übersetzt, sagt: „An diesem Tage waren die leuchtenden Sterne (d. i. die leuchtenden Meteore, *Frähn*) in heftiger Bewegung."

1094 April 4 u. 1095 April 4. Von diesen beiden Tagen führt Herr *Chasles* folgende Worte Fra zösischer Annalisten an:

„On vit des étoiles tomber du ciel aussi pressées que la grêle depuis le milieu de la nuit jusqu'à l'aurore." und: „Pendant plusieurs nuits des étoiles paraissent tomber du ciel aussi pressées que la pluie."

Auch vom folgenden Jahre führt Herr *Chasles* Folgendes an:

1096 April 4. „Presque toutes les étoiles courent comme le poussière emportée par le vent."

und ferner

1123 April 4. „Une quantité innombrable d'étoiles tombent du ciel et pleuvent de tous cotés sur la terre."

Ich schreibe die übrigen Stellen nicht her, weil sie in dem Compte rendu etc. 1841 Nr. XI. und in der Abhandlung von Herrn *Frähn* (Peterburger Mem. gelesen am 1. December 1837) vollständig zu finden sind. Die Arabischen Schriftsteller drücken sich namentlich sehr deutlich über die Sternschnuppenregen aus.

Auch die Convergenz der scheinbaren Bahnen der August sternschnuppen gegen einerlei Punkte der Himmelskugel, welche ich in den Astr. Nachr. erwähnt habe, ist neuerdings wieder bestätigt worden.

1840 hatten wir keine Beobachtungen, weil der helle Mondschein hinderlich schien. Mr. *Forshey* in Philadelphia ist aber glücklicher gewesen, und hat in Proceedings of the American philosophical society August—October 1840 pag. 263 folgende Zusammenstellung seiner Resultate (welche er nach den Formeln in Astr. Nachr. Nr. 385 berechnet hat) mit unsern früheren bekannt gemacht:

August-Meteore Beob. Ort und Tag.		AR. des Convergenzpunktes.	Decl. des Convergenzpunktes.	Anzahl der Beobb.	Wahrsch. Fehler des einzelnen Resultats.	Gesammt-Resultats.
1837 Berlin	August 10.	217°18	— 57°26	(46)	± 20°1	± 2°96
1837 Breslau	August 10.	221,76	— 51,41	(200)	19,5	1,38
1839 Berlin	August 9.	224,86	— 50,18	(50)	11,9	1,68
1839 Berlin	August 10.	225,88	— 52,39	(48)	13,3	1,92
1839 Berlin	August 11.	215,44	— 51,05	(43)	13,5	2,06

Digitized by Google

August-Meteore Beob.-Ort und Tag.					AR. des Convergenzpunktes.	Decl. des Convergenzpunktes.	Anzahl der Beobb.	Wahrsch. Fehler des einzelnen Resultats.	Wahrsch. Fehler des Gesammt-Resultats.
1839	Königsberg	August	10	.....	214°85	— 55°59	(75)	± 21°0	± 2°42
1839	Königsberg	August	11	.....	215,11	— 55,29	(74)	17,4	2,02
1840	Philadelphia	August	9	10h 57'	216,14	— 55,76	(12)	2,3	0,67
1840	Philadelphia	August	9	13 4	214,71	— 55,43	(15)	4,1	1,05
1840	Philadelphia	August	9	15 6	219,25	— 55,12	(29)	1,2	0,22

A. Erman.

Schreiben des Herrn Dr. *Max Weisse* an den Herausgeber.

Gracau 1841. April 24.

Ich nehme mir die Freiheit, Ihnen hiebei die im Jahre 1840 an der hiesigen Sternwarte gemachten Beobachtungen der Mondsterne und Sternbedeckungen zu übersenden; zugleich erlaube ich mir einige Worte über die in demselben Jahre hier gemachten meteorologischen Beobachtungen beizufügen.

Der mittlere Barometerstand war 27″ 5‴29 Paris. M.; der höchste Stand fiel auf den 26sten December mit 28″ 1‴93; der niedrigste auf den 19ten October mit 26″ 9‴64, so dafs die jährliche Schwankung 16‴29 betrug. Die mittlere Jahreswärme betrug + 4°8 R.; also bedeutend weniger, als sie aus vieljährigen Beobachtungen und genauen Untersuchungen folgt, die + 6°6 R. geben. Dieses Jahr mufs daher zu den sehr kühlen gezählt werden. Die gröfste Wärme war den 3ten Juli mit + 27°1 R., die kleinste den 17ten Decbr. mit — 22°5 R.; die jährliche Schwankung betrug also 49°6 R. Ausgezeichnet durch strenge anhaltende Kälte war der December; seit vielen Jahren war blofs im Jahre 1829 die mittlere Kälte gröfser, als im Jahre 1840. In diesem Monate war auch fast anhaltend ein sehr hoher Barometerstand; derselbe Fall hatte auch im Jahre 1829 statt. Der herrschende Wind war, wie gewöhnlich, von West; Stürme zählte man 19; im Jänner waren die meisten Stürme; heftige Winde wehten besonders im November und December. Ganz heitere Tage zählte man blofs 6, an 226 Tagen wechselte Sonnenschein mit Wolken, und 134 Tage waren ganz trübe. Nebel wurden 38, Gewitter 24, Hagel 8 verzeichnet; Schneetage zählte man 61, Regentage 151. Das erste Gewitter war den 23sten Jänner, das letzte den 16ten September. Der letzte Schnee im Frühjahr fiel den 3ten Mai, der erste im Herbste den 20sten November. Sonnensäulen und Nebensonnen wurden dreimal beobachtet; besonders schön war dieses Phänomen den 23sten April; Nordlichte wurden den 6ten Februar und den 21sten December beobachtet, und während ihrer ganzen Dauer der Gang der Magnetnadel notirt.

Die Beobachtungen mit dem *August*'schen Psychrometer gaben für die einzelnen Monate und das ganze Jahr folgende Resultate:

Monate.	Temperatur der Luft nach Reaumur.	Temperatur des Thaupunktes.	Der Thaupunkt unter der Luft-Temperatur.	Elasticität der Wasserdünste.	Sättigungsgrad der Luft.	Wasser in einem Paris. Cubikfufse Luft in Granen.
Jänner	— 3°17	— 4°08	0°91	1‴410	0,919	2,585
Februar	— 2,10	— 2,78	0,68	1,592	0,954	2,926
März	— 2,35	— 3,99	1,64	1,421	0,861	2,609
April	+ 4,85	+ 0,01	4,84	2,045	0,666	3,556
Mai	+ 8,76	+ 5,38	3,38	3,214	0,758	5,488
Juni	+ 12,74	+ 8,90	3,84	4,285	0,736	7,073
Juli	+ 14,33	+ 10,66	3,67	4,932	0,749	8,059
August	+ 12,36	+ 9,34	3,02	4,440	0,786	7,396
September	+ 12,13	+ 8,96	3,17	4,308	0,777	7,156
October	+ 4,57	+ 2,36	2,21	2,490	0,829	4,360
November	+ 3,79	+ 2,44	1,35	2,509	0,893	4,411
December	— 8,28	— 7,99	— 0,29	0,989	1,036	1,865
Jahr	+ 4,80	+ 3,02	1,78	2,804	0,974	5,201

Aus dieser Zusammenstellung ergiebt sich, dafs die Elasticität der Wasserdünste, und die Menge des in der Luft schwebenden Wassers zunimmt, so wie die Temperatur steigt; der Sättigungsgrad der Luft ist im April am geringsten, im December am gröfsten.

Die wenigen hier gemachten Beobachtungen des *Bremiker*schen Cometen werde ich erst später einsenden, da noch einige Vergleichungssterne nicht genau bestimmt sind.

Dr. *Max Weisse.*

Digitized by Google

Mondsterne auf der Cracauer Sternwarte im Jahre 1840 beobachtet.

Datum.	Gestirne.	Scheinb. AR.	Anzahl der Fäden.
1840 Jänner 10	Mond I	23h48′ 30″62	6
	41 d Piscium	0 12 22,25	4
13	6 β Arietis	1 45 49,18	6
	27 ψ Arietis	2 22 2,26	6
	Mond I	2 27 27,35	5
	57 d Arietis	3 2 30,41	6
	64 g Arietis	3 14 53,47	5
14	57 δ Arietis	3 2 30,67	5
	64 g Arietis	3 14 53,51	6
	Mond I	3 28 43,21	6
	37 A Tauri	3 55 16,17	4
	69 ν Tauri	4 16 46,13	5
15	69 ν Tauri	4 16 45,16	5
	Mond I	4 34 43,62	6
	112 β Tauri	5 16 13,02	5
	28 i Aurigæ	5 28 23,90	5
16	112 β Tauri	5 16 12,83	5
	28 i Aurigæ	5 28 23,88	4
	Mond I	5 43 42,96	5
	44 κ Aurigæ	6 5 12,66	5
	27 ε Geminorum	6 34 7,24	5
März 10	94 τ Tauri	4 32 40,04	3
	Mond I	4 57 50,29	5
	112 β Tauri	5 16 12,08	5
	126 C Tauri	5 43 17,61	5
11	112 β Tauri	5 16 11,97	5
	135 C Tauri	5 43 17,69	5
	Mond I	6 4 21,43	5
	27 ε Geminorum	6 34 6,88	5
	46 σ Geminorum	7 0 59,04	5
12	27 ε Geminorum	6 34 6,82	5
	46 σ Geminorum	7 0 58,82	5
	Mond I	7 9 15,52	5
	78 β Geminorum	7 35 33,07	5
	83 φ Geminorum	7 43 43,99	5
April 10	31 δ Cancri	8 22 29,71	3
	47 δ Cancri	8 35 36,77	5
	Mond I	8 50 27,32	5
11	14 ε Leonis	9 32 38,39	5
	Mond I	9 43 41,71	5
	32 α Leonis	9 59 52,93	5
	47 μ Leonis	10 24 25,18	4
12	32 α Leonis	9 59 52,57	5
	47 μ Leonis	10 24 24,80	5
	Mond I	10 33 11,93	5
	63 χ Leonis	10 55 47,77	5
	75 q Leonis	11 9 5,60	5

Datum.	Gestirne.	Scheinb. AR.	Anzahl der Fäden.
1840 April 13	63 χ Leonis	10h56′ 47″82	5
	76 q Leonis	11 9 5,54	5
	Mond I	11 20 11,97	5
	6 δ Virginis	11 42 24,17	5
	7 h Virginis	11 51 47,56	2
Mai 16	9 μ² Libræ	14 42 5,09	4
	20 γ Libræ	14 54 46,24	5
	Mond I	14 59 5,39	5
Juni 13	20 σ Scorpii	16 8 55,95	5
	21 α Scorpii	16 17 5,09	5
	Mond I	16 24 30,81	5
Aug. 8	42 δ Ophiuchi	17 12 18,23	6
	Mond I	17 38 24,94	6
9	22 λ Sagittarii	18 18 9,83	5
	Mond I	18 34 10,74	5
	40 τ Sagittarii	18 57 1,13	4
	47 χ¹ Sagittarii	19 16 36,22	6
Sept. 8	10 σ Capricorni	20 18 13,54	5
	15 υ Capricorni	20 31 0,42	6
	Mond I	20 52 47,72	5
9	32 ι Capricorni	21 13 25,92	5
	40 γ Capricorni	21 31 19,55	5
	Mond I	21 43 14,76	5
Oct. 31	34 ε Sagittarii	18 45 23,48	5
	41 π Sagittarii	19 0 17,82	3
	Mond I	19 16 15,04	5
	57 Sagittarii	19 42 56,90	3
	52 o Sagittarii	19 52 52,22	5
Nov. 2	Mond I	20 58 32,53	5
	49 δ Capricorni	21 38 15,95	5
3	40 γ Capricorni	21 31 16,98	4
	49 δ Capricorni	21 38 15,22	5
	Mond I	21 47 15,04	5
	43 δ Aquarii	22 8 27,04	5
	57 σ Aquarii	22 22 14,50	5
Dec. 1	51 μ Capricorni	21 44 37,29	6
	30 Aquarii	21 54 54,55	5
	Mond I	22 15 4,83	5
	53 κ Aquarii	22 29 31,62	5
29	Mond I	22 44 55,97	5
	90 φ Aquarii	23 6 5,56	5
	8 κ Piscium	23 18 47,59	5

Bemerkung: Die Beobachtungen des 10ten März sind etwas unsicher. — Den 13ten Juni und den 9ten Septbr. sind nicht die scheinbaren Rectascensionen, sondern blos die Durchgänge durch den Meridianfaden angegeben.

Sternbedeckungen auf der Cracauer Sternwarte im Jahre 1840 beobachtet.

Datum.		Sternzeit.	
1840 Jänner 13.	Eintritt eines Sterns 7.8 Gr. in den dunkeln Mondrand um	2h23′ 24″03	Sehr gut.
— —	34 μ Arietis — —	4 40 52,67	Sehr gut.
— —	eines Sterns 9. Gr. — —	4 55 40,18	Gut.

Digitized by Google

Datum.			Sternzeit.	
1840 Jänner 14.	Eintritt eines Sterns 8. Gr.	in den dunkeln Mondrand um	2h 8′ 43″60	Gut.
— ——	19 ε Plejadum	—— ——	5 59 22,78	Ganz scharf.
— ——	21 k ——	—— ——	6 16 59,80	Sehr gut.
— ——	22 l ——	—— ——	6 22 54,80	Sehr gut.
— Austritt	19 ε ——	aus dem erleuchteten Mondrande um	6 51 13,82	auf 2″ unsicher.
— Eintritt	III. 147 ——	in den dunkeln Mondrand um	6 54 50,82	Gut.
16. ——	236 Tauri	—— ——	8 11 54,52	Sehr gut.
April 11. ——	27 ν Leonis	—— ——	12 45 57,75	Sehr gut.
Septbr. 3. ——	23 τ Scorpii	—— ——	18 8 44,75	Sehr gut.
— Austritt ——	——	aus dem erleuchteten Mondrande um	19 26 13,79	Auf 2″ unsicher.

Schreiben des Herrn Dr. *J. K. Steczkowski* an den Herausgeber.

Cracau 1841. April 7.

Als ich im Jahre 1839 meine Untersuchungen über die geographische Länge von Cracau beendet hatte, die Sie in Ihre Astr. Nachr. Nr. 378 und 381 aufzunehmen die Güte hatten, glaubte ich, daſs wenigstens die Secunden dieser Länge stehend bleiben würden. Indessen folgte aus den Untersuchungen des Prof. *Hansen* in Nr. 395 eine Länge von Cracau, nemlich $1^h 10' 34''89$, die sich fast um 5^s von der unterscheidet, die ich aus 45 Bedeckungen erhielt. Daher faſste ich den Entschluſs, um dieses wichtige Element fest zu bestimmen, jährlich die hier beobachteten Sternbedeckungen zur Ermittelung der hiesigen Länge der Rechnung zu unterwerfen, wenn mir dazu correspondirende Beobachtungen aus gut bestimmten Orten zu Gebote stehen würden. Zur Erreichung dieses Zweckes habe ich auch die hier am 14ten Jänner 1840 beobachteten Plejaden-Bedeckungen berechnet, und diese Berechnung in den Astr. Nachr. Nr. 408 mitgetheilt. Als aber Prof. *Bogusławski* seine Beobachtungen in den Astr. Nachr. Nr. 412 bekannt gemacht hatte, nahm ich diese Berechnung wieder vor, und bemerkte sogleich, daſs ich bei der ersten Bedeckung einen kleinen Rechnungsfehler begangen habe, der aber einen sehr geringen Einfluſs auf das Endresultat hat. Ueberdieſs fand ich, daſs die Angabe des Austritts von 19 ε Plejadum in Cracau um 10^s gröſser, nemlich $6^h 51' 13^s82$ seyn sollte, welcher Fehler wahrscheinlich durch fehlerhaftes Zählen der Secunden entstanden seyn mag. Die neue Berechnung der Bedeckung

aus 21 k Plejadum die Länge von Breslau = $58'9104 + 0{,}02753\,\Delta\alpha + 0{,}00695\,\Delta\delta$
22 l —— —— —— $59{,}1121 + 0{,}02872\,\Delta\alpha - 0{,}01206\,\Delta\delta$
III. 147 —— —— —— $59{,}1674 + 0{,}03155\,\Delta\alpha - 0{,}02447\,\Delta\delta$

Werden die Gröſsen $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ durch Breslau und Hamburg $(30' 32^s4)$ bestimmt, so findet sich die Länge von Cracau aus

21 k Plejadum	$1^h 10' 29''44$
22 l ——	16,46
III. 147 ——	..... $70'4315 - 0{,}00880\,\Delta\delta$.

Das Resultat aus 22 l ist mir ganz unerklärbar, da ich von 19 ε Plejadum hat nun gegeben:

Länge von Breslau	E. =	$58'9918 + 0{,}02939\Delta\alpha - 0{,}01477\Delta\delta$	
	A.	$59{,}3941 + 0{,}01955\Delta\alpha + 0{,}02711\Delta\delta$	
Cracau	E. =	$70{,}7264 + 0{,}03028\Delta\alpha - 0{,}01858\Delta\delta$	$70'5003 = 1^h 10' 30''02$
	A.	$71{,}0470 + 0{,}01896\Delta\alpha + 0{,}02961\Delta\delta$	
Hamburg	E. =	$30{,}5025 + 0{,}02762\Delta\alpha - 0{,}00725\Delta\delta$	
	A.	$31{,}1685 + 0{,}02081\Delta\alpha + 0{,}02175\Delta\delta$	
Apenrade	E. =	$28{,}2340 + 0{,}02686\Delta\alpha - 0{,}00403\Delta\delta$	

Bestimme ich die beiden Gröſsen $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ durch Breslau $(58' 48^s0)$, indem die Rechnung gezeigt hat, daſs auch der Austritt ganz scharf beobachtet wurde, so erhalte ich die

Länge von Cracau	E. =	$70'5717$	$70'5003 = 1^h 10' 30''02$
	A. =	$70{,}4299$	
Hamburg	E. =	$30{,}5385$	$30\ 32{,}31$
	A. =	$30{,}6268$	$30\ 37{,}65$
Apenrade	E. =	$27{,}9391$	$27\ 56{,}35$

welche Resultate zeigen, daſs der Austritt in Hamburg etwas zu spät, aber dafür der Eintritt ganz scharf beobachtet wurde.

Die Berechnung der drei andern Bedeckungen sind in Nr. 408 der Astr. Nachr. ganz gut angegeben, aufser bei der Bedeckung von 22 l Plejadum, wurde ein Abschreibefehler begangen; es muſs nämlich die Länge von Cracau statt $70'5739$, $70'6230$ gelesen werden. Zu diesen drei Bedeckungen kommen noch die aus den Breslauer Beobachtungen gefundenen Längen und zwar:

Ich halte die Bestimmung aus der Bedeckung von 19 ε Plejadum für die beste, weil ich mit der Güte der Beobachtung innigst überzeugt bin. Zu der Bedeckung von 147 Plejadum hatte ich bloſs die correspondirende Beobachtung aus Breslau, daher auch $\Delta\delta$ unbestimmt bleibt. —

In dieser Zeit habe ich noch nach der nemlichen Methode zwei andere Bedeckungen berechnet, nemlich

Digitized by Google

1840 Jänner 13 Eintritt von 34 μ Arietis in Breslau um $8^h 51' 48''44$ M. Z.
Cracau 9 11 24,86 ——
Hamburg E. 8 8 9,41 ——
A. 9 9 45,61 ——

und 1840 April 11 Eintritt von 27 ν Leonis in Breslau um 11 10 26,17 ——
Cracau 11 26 14,57 ——
Hamburg 10 34 58,34 ——

Aus der ersten Bedeckung erhielt ich die Bedingungsgleichungen für die Längen

für Breslau $61'6652 + 0{,}03057\,\Delta\alpha - 0{,}00887\,\Delta\delta$
Cracau $74{,}4609 + 0{,}03230\,\Delta\alpha - 0{,}01157\,\Delta\delta$
Hamburg E. $31{,}4657 + 0{,}02755\,\Delta\alpha + 0{,}00143\,\Delta\delta$
A. $26{,}8306 + 0{,}01965\,\Delta\alpha + 0{,}02280\,\Delta\delta$

woraus die Größen $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ durch Breslau und Hamburg bestimmt, so wird

die Länge von Cracau $= 1^h 10' 29''89$.

Mit dem nemlichen Werthe von $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$, gibt der Austritt in Hamburg die Länge dieser Stadt $32''8961$, welche auf einen grösseu Schreib- oder Druckfehler hindeutet.

Die Bedeckung von 27 ν Leonis giebt die Bedingungsgleichungen

für die Länge von Breslau $59''3682 + 0{,}01439\,\Delta\alpha - 0{,}04086\,\Delta\delta$
Cracau $71\;0746 + 0{,}01360\,\Delta\alpha - 0{,}03813\,\Delta\delta$
Hamburg $31{,}0726 + 0{,}01064\,\Delta\alpha - 0{,}04930\,\Delta\delta$

Werden hier wieder, so wie oben, die Größen $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ bestimmt, so kömmt die Länge

von Cracau $= 1^h 10' 29''69$.

Läßt man die Länge aus der Bedeckung von 22 i Piejadum, als offenbar zu klein, und die aus Ill. 147 Plejadum, wo $\Delta\delta$ unbestimmt geblieben ist und doch einen ziemlich bedeutenden Einfluß zu haben scheint, aus, so erhält man die Länge von Cracau

aus 19 a Piejadum $1^h 10' 30''02$
21 k —— 29,44
13 μ Arietis 29,89
27 ν Leonis 29,69
im Mittel $1^h 10' 29''76$

also bloß um $0^s{,}2$ verschieden von der von mir früher (Astr. Nachr. Nr. 381) gefundenen.

Dr. *J. K. Steczkowski.*

Beobachtungen von Sternschnuppen zu Braunsberg in Ost-Preußen.

Von Herrn Professor *L. Feldt*...

Die am 10ten, 11ten und 12ten August, und am 11ten, 12ten und 13ten November 1839, und am 12ten August 1840 zu Braunsberg in Ost-Preußen von mir und Herrn Professor Dr. von *Ditterstorf* beobachteten Sternschnuppen werde ich im Nachstehenden etwas näher angeben.

In der Nacht vom 10ten auf den 11ten August 1839 betrug die Zahl der in 5 Stunden und 55 Minuten von zwei Beobachtern wahrgenommenen Sternschnuppen 197. Unter diesen Sternschnuppen erreichten 2 an Lichtglanz und Größe den Planeten Venus, 5 waren wie Jupiter, 33 glichen Sternen erster, 91 zweiter und dritter Größe, und 66 waren noch kleiner. Bei 17 von diesen Meteoren wurde ein sehr deutlicher Lichtschweif beobachtet; 3 Sternschnuppen hatten eine geschlängelte Bahn und 1 sprühete Funken. In den Sternkarten konnte der Anfangs- und Endpunkt von folgenden Bahnen verzeichnet werden.

Braunsberg $\varphi = 54°22'54''$, $1^h 5' 56''$ O. von Paris.

Nr.	M. Braunsb. Zeit 1839 Aug. 10.	Anfangspunkt. AR.	Anfangspunkt. Decl.	Endpunkt. AR.	Endpunkt. Decl.	Größe.
1	$9^h 25' 15''$	$292° 20'$	$+ 6° 30'$	$284° 30'$	$+ 5° 30'$	3
2	28 29	255. 15	+15. 0	246 30	+14 20	2—3
3	36 47	211 30	+18 40	214 30.	+14 0	1—2

Nr.	M. Braunsb. Zeit 1839 Aug. 10.	Anfangspunkt. AR.	Anfangspunkt. Decl.	Endpunkt. AR.	Endpunkt. Decl.	Größe.
4	$9^h 43' 28''$	$279° 30'$	$+12° 40'$	$274° 0'$	$+ 6° 30'$	wie Jupiter.
5	46 31	138 30	+52 40	161 15	+39 0	2
6	10 0 17					
7	12 30	294 0	+ 5 30	291 30	— 4 40	1
8	17 10	261 30	+51 40	246 30	+47 20	1
9	25 30	196 0	+67 0	205 30	+54 0	wie Jupiter.
10	34 30	330 30	+61 15	325 0	+73 0	1—2
11	36 10	195 0	+88 30	228 0	+52 0	1
12	49 40	280 30	+41 30	293 15	+40 15	1
13	54 45	149 30	+60 40	162 20	+46 30	3
14	11 1 45	54 30	+61 30	129 30	+55 40	3
15	6 20	247 0	— 7 15	242 30	—16 40	wie Jupiter.
16	20 30	225 30	+74 0	212 15	+66 40	3
17	21 20	279 30	— 2 40	273 0	—10 30	1
18	22 40	164 30	+45 40	172 30	+39 20	2
19	22 46	205 30	+50 30	210 0	+45 0	2
20	24 51	243 30	+ 5 15	245 30	— 2 40	2
21	28 15	262 30	+12 40	263 0	+ 6 20	1
22	35 50	188 0	+58 30	208 0	+53 0	3
23	45 45	76 30	+47 40	92 30	+50 30	1—2
24	47 0	170 30	+78 20	182 20	+58 30	3
25	53 20	7 30	+25 0	3 30	+23 0	1
26	53 24	22 15	+23 40	15 30	+22 0	1
27	12 0 9					

Digitized by Google

Nr.	M. Braunsb. Zeit 1839 Aug. 10.	Anfangspunkt AR.	Anfangspunkt Decl.	Endpunkt. AR.	Endpunkt. Decl.	Größe.
28	$12^h\ 1'\ 25''$	$310°\ 18'$	$+86°\ 20'$	$203°\ 20'$	$+66°\ 20'$	2
29	14 20	31 0	+22 15	27 30	+15 40	2—3
30	15 0	31 30	+36 40	25 30	+38 40	2—3
31	16 25	136 30	+70 15	115 30	+61 30	3
32	20 0	290 20	— 0 30	288 20	— 6 0	2
33	23 25	16 0	+61 0	8 30	+53 40	3
34	26 30	48 30	+27 40	44 30	+23 0	3—4
35	34 30	36 30	+21 0	22 30	+16 15	2—3
36	37 5	303 30	+12 30	300 0	+ 6 20	2—3
37	37 26	33 30	+24 0	26 15	+27 20	3
38	51 1	299 30	+25 30	295 20	+17 30	wie Jupiter.
39	13^h 4 49	261 0	+88 30	241 20	+81 0	4
40	8 29	226 0	+74 0	205 30	+66 40	3
41	14 19	312 30	+14 20	309 30	+ 9 20	2
42	32 29	201 15	+64 0	205 30	+53 20	2—3
43	41 11	306 30	+52 40	300 30	+47 30	wie Venus.
44	51 14	80 20	+30 40	84 30	+26 0	2
45	52 29	7 30	+79 20			2
46	14^h 0 19	290 30	+44 30	288 0	+37 40	1
47	2 44	276 0	+38 30	270 0	+29 0	1
48	8 34	88 30	+51 40	102 30	+54 0	1—2
49	8 49	277 30	+21 0	265 0	+13 0	3
50	13 54	297 0	+43 0	287 30	+35 0	2
51	15 24	292 20	+32 30	287 0	+26 30	2
52	24 39	298 30	+ 8 0	288 30	— 6 20	1
53	32 39	76 30	+46 40	80 0	+41 30	2
54	45 55	316 0	+29 20	305 0	+17 30	2

Von diesen im Vorstehenden angegebenen Beobachtungen scheinen die unter Nr. 6, 27 und 28 beobachteten Meteore mit denen in Altona am 10ten August unter Nr. 1, 29 und 30 vom Herrn Etatsrath *Schumacher* und Herrn Capitain *v. Nehüs* wahrgenommenen identisch zu sein. Vergl. das Schreiben des Herrn Geheimen Raths *Bessel* in diesen Nachrichten Nr. 884.

In der Nacht vom 11ten auf den 12ten August konnte nur von 9 Uhr 30 Minuten Abends bis gegen Mitternacht beobachtet werden, von Mitternacht bis 1 Uhr des Morgens unterbrachen Gewitter und Regen die weitere Beobachtungen, und von 1 Uhr bis nach 2 Uhr des Morgens heiterte sich der Himmel nur immer theilweise auf. Es wurden in dieser Nacht im Ganzen 58 Sternschnuppen angemerkt. Unter diesen war eine kleine Feuerkugel, 19 Sternschnuppen waren wie Sterne erster, 28 wie Sterne zweiter Größe, und 6 noch kleiner; 4 Sternschnuppen zeigten sich ganz so wie schnell fortfliegende Funken. Von 13 Sternschnuppen ist der Anfangs- und Endpunkt der Bahn in die Karten, wie folgt, eingetragen worden.

Nr.	1839 Aug. 11.					
1	$9^h 30'\ 20''$	$296°\ 30'$	$+42°\ 30'$	$286°\ 0'$	$+37°\ 0'$	2
2	35 14	274 30	+12 40	269 0	+ 7 30	2
3	48 2	304 0	+ 8 40	298 30	+ 3 20	1
4	48 3	167 30	+32 40	162 0	+60 0	1

Nr.	M. Braunsb. Zeit 1839 Aug. 11.	Anfangspunkt AR.	Anfangspunkt Decl.	Endpunkt. AR.	Endpunkt. Decl.	Größe.
5	$10^h\ 0'\ 39''$	$253°\ 30'$	$+8°\ 30'$	$235°\ 0'$	0	3
6	5 29	302 30	+ 9 20	293 30	+ $1°\ 40'$	1
7	13 13	311 0	+12 40	303 30	+ 5 0	2
8	15 58	296 30	+41 20	288 30	+34 30	1—2
9	21 18	221 0	+58 40	222 30	+45 40	1
10	42 41	257 30	+ 7 30	256 0	— 2 20	1
11	46 16	264 0	+13 20	259 0	+ 1 40	1
12	46 23	225 0	+73 0	200 0	+57 20	1
13	49 10	257 30	+81 0	242 0	+62 30	1
14	51 22	195 30	+56 20	198 30	+48 40	2
15	55 40	244 30	+38 0	228 0	+25 0	1
16	57 37	249 0	+28 40	257 30	+23 40	2
17	$11^h\ 3'\ 32''$	27 30	+37 0	20 0	+32 30	1
18	33 45	321 30	+11 20	292 30	+ 2 30	kl. Feuerk.

In der Nacht vom 12ten auf den 13ten August blieb der Himmel bis gegen 1 Uhr 40 Minuten des Morgens in dichte Wolken gehüllt, und erst nach 2 Uhr des Morgens heiterte es sich auf; die Zahl der in einem Zeitraume von 1 Stunde und 15 Minuten beobachteten Sternschnuppen betrug nur noch 19. Verzeichnet wurden, folgende:

Nr.	1839 Aug. 12.					
1	$13^h 54'\ 26''$	$258°\ 30'$	$+67°\ 0'$	$246°\ 0'$	$+48°\ 30'$	3—4
2	14 3 1	198 30	+57 30	207 0	+46 30	2—3
3	7 30	279 0	+66 0	246 30	+52 0	2
4	11 14	295 30	+11 0	292 30	+ 4 20	2—3
5	20 41	296 0	+ 7 30	292 0	0	1
6	25 30	304 0	+40 0	292 30	+29 0	1—2
7	34 31	276 0	+ 8 40	272 30	— 2 30	2

Die in den Nächten vom 11ten auf den 12ten, vom 12ten auf den 13ten und vom 13ten auf den 14ten November 1839 wahrgenommene Anzahl von Sternschnuppen war nur geringe. In der ersten Nacht wurden im Ganzen in 10 Stunden und 27 Minuten 28 Sternschnuppen, in der zweiten in 10 Stunden und 34 Minuten 64 dieser Meteore beobachtet. In der Nacht vom 14ten auf den 15ten November war der Himmel völlig bedeckt. In die Sternkarten wurden in den genannten drei Nächten folgende Bahnen eingetragen.

Nr.	1839 Novbr. 11.					
1	$7^h 20'\ 28''$	$29°\ 0'$	$+35°\ 30'$	$44°\ 30'$	$+45°\ 0'$	2—3
2	3 5 8,1	45 0	+46 40	34 0	+48 30	3
3	33 12,9	176 30	+79 0	177 30	+77 0	3
4	9 27 23,4	117 30	+29 0	127 0	+22 40	1
5	12 37 6,8	147 0	+64 0	138 30	+78 30	2
6	48 1,2	136 30	+57 40	127 0	+66 20	2
7	13 7 36,6	131 30	+60 30	155 0	+61 0	2
8	15 26 21,2	150 0	+26 0	154 30	+31 0	2
9	16 0 24,6	160 30	+57 30	180 0	+83 40	2—3
10	12 13,6	179 0	+67 0	197 0	+62 40	1—2
11	59 58,1	182 30	+21 40	200 30	+22 0	2
12	17 15 29,5	207 30	+22 30	221 30	+28 0	2—3
13	43 15,8	256 0	+33 40	268 0	+36 0	1

Digitized by Google

Nr.	M. Brannsb. Zeit 1839 Nov. 12.	Anfangspunkt. AR.	Anfangspunkt. Decl.	Endpunkt. AR.	Endpunkt. Decl.	Größe.
1	$5^h 42' 39''2$	208° 30′	+22° 40′	35° 30′	+24° 30′	1—2
2	50 41,6	76 30	+48 0	69 0	+43 30	2
3	7 0 25,0	81 30	+54 20	75 0	+49 0	2
4	8 46 53,3	275 30	+53 20	257 30	+51 20	1
5	10 25 16,7	158 0	+44 30	151 30	+36 30	1
6	34 41,1	112 30	+32 20	124 30	+28 0	1
7	50 14,0	114 30	+35 40	127 0	+32 40	2
8	11 20 9,3	161 0	+73 20	171 30	+58 0	1
9	26 28,6	220 30	+72 20	198 0	+48 30	wie Venus.
10	34 15,2	264 30	+77 0	225 30	+66 30	1—2
11	14 2 46,3	175 0	+55 0	151 30	+52 20	2
12	16 43 55,2	143 30	+ 7 40	144 0	— 5 0	2
13	52 25,1	141 0	+11 30	156 30	+12 0	2
14	54 25,1	129 30	+11 30	126 0	+ 1 40	1
15	17 4 45,6	131 30	— 2 0	138 20	— 5 30	3—4
16	10 24,5	119 0	—14 30	130 30	—12 30	1
17	20 10,9	157 30	+ 1 30	167 30	— 1 0	3—4

1839 Nov. 13.

1	10 0 4,4	145 30	+46 40	158 30	+43 40	3
2	4 51,8	87 30	+ 5 0	90 30	— 2 40	2—3
3	9 32,8	98 0	+20 30	111 0	+26 0	1—2
4	55 47,0	145 30	+47 20	152 30	+40 0	3
5	11 2 2,9	229 30	+72 30	222 20	+56 20	1
6	24 7,8	114 0	+23 30	113 0	+12 20	2—3
7	32 42,7	169 30	+72 20	152 0	+62 40	1
8	34 39,7	127 0	+35 0	143 0	+37 40	1
9	39 59,7	112 0	+25 0	102 30	+18 20	1
10	44 16,2	101 30	+12 0	113 0	+15 40	1—2
11	49 31,1	213 30	+78 0	169 30	+68 30	2—3
12	12 22 42,4	142 0	+21 20	153 30	+18 40	1
13	29 17,8	126 30	+23 30	118 30	+11 40	1
14	36 50,8	137 30	+21 40	151 0	+22 30	2

Nr.	M. Brannsb. Zeit 1839 Nov. 13.	Anfangspunkt. AR.	Anfangspunkt. Decl.	Endpunkt. AR.	Endpunkt. Decl.	Größe.
15	$12^h 41' 8''8$	190° 30′	+21° 30′	109° 0′	+12° 40′	3
16	46 31,2	116 0	+29 20	128 30	+33 0	1
17	13 46 38,8	180 0	+17 20	181 0	+ 5 0	1
18	16 10 15,9	218 0	+38 40	225 30	+40 0	2—3
19	14 9,4	192 0	+ 3 40	195 30	— 5 30	1—2
20	18 37,4	218 30	+38 20	225 30	+33 20	2—3
21	21 11,4	188 0	+25 0	199 30	+20 0	2
22	24 25,8	235 30	+38 30	244 30	+37 40	wie Jupiter
23	33 15,3	207 30	+48 30	202 0	+40 0	2
24	17 1 55,1	360 0	+86 20	323 30	+74 30	1
25	27 30,4	160 30	+ 1 30	163 30	— 5 30	1
26	45 12,3	299 0	+83 40	291 30	+72 30	1

Im August d. J. 1840 waren die Nächte vom 10ten auf den 11ten und vom 11ten auf den 12ten ganz trübe; in der Nacht vom 12ten auf den 13ten August wurden im Ganzen in 6 Stunden und 18 Minuten nur 15 Sternschnuppen beobachtet. Von diesen Sternschnuppen konnten folgende in den Sternkarten verzeichnet werden.

1840 Aug. 12.

1	$9^h 46' 58''8$	195° 0′	+44° 20′	186° 30′	+38° 0′	1
2	10 41 57,8	265 30	+50 0	275 0	+39 30	1
3	10 57 33,7	105 30	+45 40	76 20	+43 30	1
4	12 30 27,1	206 0	+63 0	200 30	+57 40	2
5	34 46,5	271 30	+48 40	275 0	+40 30	1
6	47 11,4	60 0	+87 0	119 30	+75 0	1
7	58 30,8	34 0	+23 0	28 30	+18 0	1
8	13 1 53,3	41 30	+36 0	39 0	+31 0	1—2
9	3 39,7	311 0	+85 40	282 0	+84 0	1
10	54 43,3	60 30	+44 0	66 0	+36 30	1
11	14 6 48,2	90 30	+48 30	96 30	+42 0	1

Die unter Nr. 3 angegebene Sternschnuppe durchlief ihren Weg langsam; die Dauer der ganzen Erscheinung dauerte über 10″.

Feldt.

Druckfehler in Nr. 422 der Astr. Nachr.

S. 219 Z. 23.... statt welchem	lese man welcher	
224 a Serpentis 4te Col. statt 59,82	——— 49,82	
225 Z. 21 statt Der	——— Den	
226 – 8 v. u. — $\mp\beta(1+\cos s)$	——— $\pm\beta(1+\cos s)$	
– 2 — — $\mp\beta(1-\cos s)$	——— $\pm\beta(1-\cos s)$	
S. 231 Z. 9 statt +0,155 a	lese man —0,155 a	
232 – 40 — (62)	——— (61)	
– 41 — (61)	——— (62)	
235 Nr. 37. a Bootis st. —0,967	——— —1,967	
236 Nr. 50. a Can. min. – —0,64	——— —1,64	

Inhalt.

(zu Nr. 427.) Vergleichung der neuen Königsberger Bestimmung der Declinationen der Fundamentalsterne und einiger Circumpolarsterne mit anderen Verzeichnissen. Von Dr. *A. L. Busch.* p. 305. — Schreiben des Herrn *Ramker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber. p. 307. — Verzeichniß von Sternen in der scheinbaren Bahn des October 1840 im Drachen entdeckten Cometen. p. 309. — Schreiben des Herrn Prof. *Argelander*, Directors der Sternwarte in Bonn, an den Herausgeber. p. 317. — Schreiben des Herrn Hofraths *Mädler*, Directors der Sternwarte in Dorpat, an den Herausgeber. p. 317.

(zu Nr. 428.) Antwg auf einem Schreiben des Herrn Professors *A. Braun* an den Herausgeber. p. 321. — Schreiben des Herrn Dr. *Max Weisse* an den Herausgeber. p. 325. — Mondsterne und Sternbedeckungen auf der Cracauer Sternwarte im Jahre 1840 beobachtet. p. 327. — Schreiben des Herrn Dr. *J. K. Steczkowski* an den Herausgeber. p. 329. — Beobachtungen von Sternschnuppen zu Brannsberg in Ostpreußen. Von Herrn Prof. *L. Feldt.* p. 331. — Druckfehler in Nr. 422 der Astr. Nachr. p. 335.

Altona 1841. Juni 17.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 429.

Schreiben des Herrn *Bianchi* an den Herausgeber.

Modène 1841. Mars 20.

Je vous dois depuis quelque temps une reponse au sujet de la variable de la Baleine et sur les observations en général par lesquelles on juge de la grandeur ou de l'intensité comparative de lumière des étoiles; et c'est ce dont je me propose de vous entretenir dans cette lettre. En commençant par les derniers changements que j'ai remarqués dans l'éclat de ο Ceti, en voici la petite suite de mes notations:

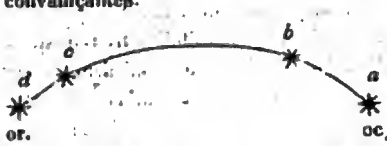
Dates.	Grandeur estimée ο Ceti.	Suivante.	Etat du ciel.
1839 Sept. 26	3—4me	11me	Serein très beau: clair de Lune: jug. sûr.
Oct. 1	4+	10—11	Serein.
9	4+	12	Sereiu: air humide: l'étoile rayonne.
20	4—	10—11	Serein beau: clair de Lune.
Nov. 8	4—	10—11	Serein.
24	5+	10—11	Serein légèrement voilé du brouillard.
Déc. 29	6	11—12	Serein.
1840 Janv. 8	6—7	11	Serein beau.
Nov. 24	6	11	Id.
Dec. 25	8	11	Serein.
27	8—9	11	Beau serein.
1841 Janv. 12	7—8	10—11	Serein avec des nuages éparses.
26	8—9	10—11	Serein avec legèr brouillard.

Je ne fis que ce petit nombre d'observations; car je me suis imposé de ne juger de la grandeur ou de l'éclat de l'étoile, lorsque à son passage méridien, avec ma lunette de *Fraunhofer* à grossissement toujours le même, dans l'état plus favorable et à peu-près bien établi ou permanent de l'atmosphère; et conséquemment en circonstances qui permettent de regarder les jugemens de la vue comparables entr'eux; comme l'hauteur de l'étoile à chaque observation c'est la même. A coté de la grandeur estimée de la variable j'ai cru bien de reporter aussi celle de sa petite compagne, parce que elle fournit un objet et un terme prèsque sûr de comparaison pour évaluer l'éclat de la précédente, dans la supposition que la petite ou suivante ne soit pas elle même variable. En effet est dans cette hypothèse je considère que la grandeur vraie et constante de la petite étoile, assez voisine de la variable pour que on les voit toutes les deux d'un coup d'oeil dans le milieu de la lunette, est de 10me à 11me; et cela veut dire pour moi que la suivante est tant-soit-peu visible dans le champ tout-à-fait éclairé; tandis que, si pour la voir il faut obscurcir le champ, alors je la juge d'une grandeur moindre jusqu'à la 12me par une étûme de simple exercice ou de pratique. Ses variations, telles que je les ai rémarquées et reportées ci-dessus, peuvent-elles bien s'attribuer à un degré plus grand ou moins de pureté et de transparence de l'air, ce qui surtout se rend sensible dans la visibilité des étoiles très-petites; et par cela on a même le critère, peut-être le meilleur, pour corriger les jugemens d'éclat des étoiles plus brillantes. Or, assignée de cette manière la grandeur apparente de la petite compagne de la variable, l'estime de la grandeur de cette dernière en découle avec une certaine confiance pour l'oeil exercé; comme pour l'oreille du musicien, donné un son entier ou demi de l'échelle, on juge aussitôt et exactement la valeur ou le ton d'une voix différente qui en même temps ce fait entendre. Voilà donc en ce peu de mots expliqué le principe et la système de mes jugemens photométriques, que je regarde comme plus raisonnables et moins fautifs, moyennant la lunette, que ceux donnés à la vue simple par une comparaison d'étoiles qui occupent au même instant des lieux plus ou moins différens en hauteur, en constitution atmosphèrique, et en autres circonstances qui peuvent alterer le jugement rélatif et les consequences qu'on en tire.

Maintenant si nous nous arrêtons un moment sur la tabelle ci-dessus des grandeurs estimées de la variable, je y vois avec plaisir: 1°. que le plus grand éclat de l'étoile dans l'année 1839 tomba, comme je vous l'avais annoncé quelque mois auparavant (A. N. Nr. 383. p. 376) vers la fin de Septembre ou au commencement d'Octobre; 2°. que cette époque à petite différence s'accorde avec les observations et conclusions de Mr le Prof. *Argelander* (A. N. Nr. 398 p. 218); ce qui pour moi est autant plus flattant et agréable que nous étions discordans sur ce point du grand éclat de l'étoile dans la période avant dernière de ses changemens (A. N. Nr. 377. pag 287); 3°. que nous nous sommes même accordés réellement sur la valeur ou le dégré du éclat maximum assigné par éstime à l'étoile; quoiqu'en apparence il y a eu celà parmi nous juge-

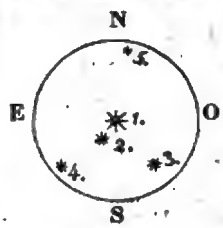
Digitized by Google

mens une discordance. Pour moi en effet je jugeais que l'étoile brillait le plus le 26 Septembre et qu'elle en avait la grandeur de 3.4me; ce qui je corrigerai en 3me, attendu que la suivante me parut de 11me: et cependant peu de jours après la Mira par Mr *Argelander* était jugée à son maximum de lumière et, pour son égalité à celle de β du Cocher, de la 2me grandeur. Or je dis qu'en cela nous nous accordons; parce que je trouve dans mes registres d'observation que j'ai plusieurs fois assigné la grandeur de 3.4me à β du Cocher, et dernièrement par un air le plus pur je n'ai cru la juger, à la lunette et tout-près du zénit, plus grande ou brillante que de 3me; ce qui ne s'accorderait pas ni avec Mr *Argelander* ni avec *Piazzi*, qui donnent la 2me grandeur à Menkalluan (A. N. Nr. 398. pag. 218). Mais que cette étoile ne soit elle à présent plus que de 3me grandeur, je vous en propose ici des experiences et des épreuves à l'oeil nu bien faciles et convaincantes.



Dans un beau soir levez vous les yeux à régarder les quatre étoiles, la Chèvre, β du Cocher, Castor et Pollux, disposées réspectivemant en arc dans la voute céleste, comme la figure ci-jointe les répresente. A l'extremité occidentale de l'arc *a* est la Chèvre, *b* Menkalinan, *c* Castor, et *d* à l'extrèmité orientale c'est Pollux. Vous verrez hors de doute que dans l'ordre de l'éclat ou de la grandeur on $a \ldots a > d > c > b$; en sorte que les deux étoiles plus brillantes se trouvent aux extrémités, et les deux moindres plus vers le milieu de l'arc. L'étoile *a* est aurement de première grandeur; je juge *d* de la 2me et *c*, très-belle double comme on sait, de 2.3me: donc *b* sera tout au plus de la 3me. Et déjà en comparant directement *b* avec *a* on pouvait en conclure qu'elles different au moins de deux ordres de grandeur de l'une à l'autre. Pour une autre comparaison tournez vos régards du β Cocher à l'étoile polaire et viceversa. Je demande quelle de deux c'est la plus éclatante? Pour moi, à la lunette ou à la vue simple, aurement la polaire; tout que β du Cocher soit elle bien plus elevée: mais généralement on admet que la polare est de 2.3me grandeur; donc de nouveau β du Cocher sera de la 3me, à beaucoup dire. C'est d'après cela que nous nous accordâmes, M. *Argelander* et moi, à juger de la même grandeur o Ceti dans sa grande phase de l'Octobre 1839.

A present si je ne conviens pas avec *Piazzi* sur la grandeur de β du Cocher (à moins que cette étoile ne soit elle aussi variable), au contraire je suis à mon aise avec lui sur l'estime de grandeur pour α Piscium, que je fais de 5me comme on la trouve assignée par la Catalogue du célèbre astronome de Palerme. Sur sa parole et sans en donner de raison Mr *Argelander* nous dit que cette indication de *Piazzi* est une faute d'impression dans son dernier Catalogue (je n'ai pas la première édition; mais dans le Livre VI du Royal Observatoire de Palerme on lit pour α Piscium la grandeur 4.5me page 25); et c'est la seconde fois que le distingué Astronome de Bonn relève de pareilles fautes (A. N. Nr. 398. pag. 220). Mais si l'étoile n'a pas des changemens soudains et irréguliers échapés jusqu'ici à l'observation, il me semble qu'on doit la rétenir constamment de 5me grandeur, au surplus de 4.5me; et pour moi je ne l'ai pas vue plus éclatante que ainsi. On sait qu'elle est double et, lorsqu'on l'observe à la lunette, la petite étoile des deux qui la composent parait à mon avis de 7me et la majeure de 5.6me grandeur; ce qui dans l'ensemble produit à l'oeil l'impression de la 5me à peu-près. Dans ma lunette du cercle, dont le champ a le rayon de 22′ en arc al on en ôte l'éclairage des fils pendant la nuit, l'espace visible du ciel autour de α Piscium et au méridien se présente comme dans la figure ci-dessinée et qui renverse les positions vraies. L'étoile 1 au centre c'est la grande, 2. la petite de α, 3. est une étoile de 8.9me, 4. de 9me, et la 5 c'en est une de 11.12me. En régardant même à l'oeil nu par l'ouverture méridienne tout-après le passage de α Piscium (le ciel étant magnifique la nuit 24 Novembre 1840) et en voyant toute à l'heure α du Belier et α des poissons, je me confirmais que la première de ces étoiles est de deux ordres en grandeur au dessus de la seconde; et je m'en ai toujours plus persuadé par les passages méridiens en plein jour le 10 Février de l'année courante. A l'égard des témoignages qu'on m'a objectées, l'expression indéterminée et poëtique d'Aratus ne décide nulle part la question, et même pourrait on admettre que l'étoile brillait-elle anciennement plus que aujourd'hui, et peut-être qu'elle aura diminué aussi en éclat dès l'age et les observations d'Evelius. Mais les yeux et les observations modernes sont ici les juges, pas les autorités anciennes. Donc *Piazzi* aura caractèrisée α Piscium de 5me grandeur comme il la voyait et je la vois, et il n'y a pas de raison de supposer en cela une faute de la presse. Donc la difficulté que je proposais à Mr *Argelander* au terminant ma lettre du 6 Juli 1839 (A. N. Nr. 383. pag. 376) n'a pas été résolue.



Pour l'amour du vrai, qui est mon seul but, je convien maintenant en ce que m'opposa Mr *Argelander* sur l'assignation de la 5me grandeur à l'étoile α des Poissons dans le Catalogue de *Bradley*, réduit et reporté par Mr *Bessel* dans son ouvrage classique des Fundamenta. Et de même je me hâte de lui accorder tout-sincèrement que mes expressions

Digitized by Google

sur la pénible visibilité d'une étoile de 5me grandeur, à l'hauteur de 40°, avec ma lunette et dans la pleine lumière crépusculaire, furent inexactes ou exagerées (A. N. Nr. 383. p. 375). Ce que je voulais dire à cette occasion-là, c'était que en jugeant alors la Mira de 3me grandeur, comme je venais de la marquer, je crûs de la distinguer bien de l'impression beaucoup plus faible d'une étoile de 5me dans les circonstances enoncées. Que au reste ma lunette aussi ne manque pas de force et de clarté à me faire apperçevoir les étoiles hautes de 6me et de 7me dans le crépuscule du jour; et à toute épreuve j'en ai vu au passage méridien le 10 Février de cette année la petite étoile de α Piscium; toutefois comme un point presque imperceptible et que je n'aurais pas apperçu sans en être avérti par l'étoile principale.

En révenant à la source des divergences dans ce genre d'observations, c'est à dire à la méthode de réconnaître et d'assigner les rapports de grandeur des étoiles par des comparaisons à la vue simple, ou par des excellentes lunettes et sur une échelle qu'on vient de se former après un long exercice, j'insiste qu'en général ce second moyen est plus recommandable plus sûr plus exact que le premier. Lorsqu'on observe une étoile au milieu du champ éclairé de la lunette, l'attention de notre ésprit est tournée tout directement avec la vue sur un objet unique, et elle y est pour ainsi dire bornée par un petit éspace qui la reserve ni laisse point qu'elle se divague à l'extérieur. Par la les images se gravent avec toute la force et la distinction dans l'âme, et nous pouvons nous les rappeller au souvenir avec une vivacité particulière, et presqun les voir. Au contraire si on regarde le ciel étoilé à la vue simple dans la nuit, l'oeil et en conséquence aussi l'attention est frappé par une multitude de points etincelans et très-différens en place, arrangement et éclat réspectif; et c'est pourquoi que dans les images individuelles que nous en recevons, dans les comparaisons et dans les jugemens que nous en faisons il est bien rare ou difficile qu'il ne s'y mêle un tant soit-peu de confusion et d'incertitude; et je crois qu'en observant de la sorte on ne peut assurer les rapports et les variations d'éclat que pour les étoiles des premiers deux ou trois ordres de grandeur. C'est ainsi que Sir *J. Herschel*, pas seulement avec ses moyens photométriques mais aussi à l'oeil nu, a-t-il bien réussi à découvrir et démontrer que, parmi les étoiles de première grandeur, α d'Orion est variable périodiquement (Journal, Finstitut. 1840. Nr. 346); et certainement que les conclusions d'un tel astronome ont été bien établies. Outre cela il faut prendre garde à déterminer l'eclat d'une étoile absolument ou réliativement selon qu'on y vise avec les yeux plus ou moins directement; et à ce propos je vous dirai, après mon expérience répétée et, à ce qui me semble d'avoir entendu, arrivée de même à M*r Herschel*, que les étoiles nous paraissent plus brillantes qu'elles ne le sont dès que nous les voyons un peu de coté ou obliquement. Je vous en donne ici un exemple tout récent. Le soir du 26 Février ci-dévant j'observais au centre de la lunette méridienne la 25 du Linx (221 H. VII. Piazzi) que je jugeais un peu plus que de 7me grandeur, ou de la 6.7me, et en voyant avec elle près du bord supérieur dans le champ la 26 (222. H. VII. P.) j'éstimais cette dernière de 5me. Trois jours après ou le soir t Mars (le temps étant superbe et l'air très pur dans l'un et l'autre de ces soirs) je plaçais au centre la 26 du Linx, qui me parut alors de 5.6me, pendant que la 25 visible en même temps au bord inférieur du champ dévint à mes yeux de 6me. Ces deux étoiles ont été signalées par *Piazzi* comme égales et chacune de 7me grandeur (voilà que en ce cas, comme en bien d'autres, j'excède avec mon éstime celle de *Piazzi*, et que je n'en suis pas toujours au dessous); elles pour moi sont réspectivement de 6.7me et de 5.6me, en croissant chacune d'une démie grandeur lorsqu'on la voit obliquement. De ce phénomène optique je pourrais vous rendre des raisons psico-phisiologiques; mais puisqu'elles sont faciles à ce presenter je les surpasse, et je demande plutôt: si l'obliquité des rayons visuels fait-elle changer le jugement de l'éclat propre des étoiles dans le petit espace du champ de la lunette, combien la même cause ne devra-t-elle alterer les jugemens parails qu'on fait à la vue simple? Cependant, puisqu'on ne peut pas viser en même tems directement à deux étoiles placées à distance plus ou moins grandes l'une de l'autre, pour bien juger leur éclat comparetif je pense qu'il est bon de diriger la vue au point intermédiaire du ciel, et que sans cette précaution il peut être aisé de se tromper dans le jugement. Ajoutes encore que par les Lunettes on s'apperçait mieux qu'à la vue simple et tout promptement des changemens soudains qui surviennent quelquefois dans la pureté et transparence de l'air; notre atmosphère ressemblant à une solution chimique très limpide qui se trouble dès qu'on y verse la goutte d'un alcali ou d'un acide; et cette goutte dans le langage météorologique c'étant, à quelque hauteur que ce soit, un courant qui ôte à l'air sa tranquillité ou qui en altère tout-à-coup la température et par ces cela on degage et en agite les vapeurs vésiculaires. Tout cela vient de se rendre sensible aussitôt avec les lunettes, ou que ce soit par les changemens d'éclat et de rayonnement des étoiles plus lumineuses, ou par la variation qui en arrive dans la visibilité des étoiles télescopiques. Pour exemple le soir du 28 Février dernier, pendant que j'observais au méridien *d* de la petite Ourse (de 5me grandeur comme la *d* de la grande Ourse, pas de 3me comme ces deux étoiles se trouvent marquées par les Catalogues), tout à coup l'étoile de la 6me grandeur passe sous mes yeux à la 6me, et toutefois en régardant hors de la

Digitized by Google

lunette le ciel se conservait-il à l'apparence très-beau et serein; mais peu d'instans ensuite il venait de se couvrir de brouillard et de nuages.

Après tous ces faits et réflexions, que je soumets au jugement des astronomes, o me pardonnera si je m'en tiens à ma manière de reconnaître les variations de o Ceti, et si je conçois quelque doute sur les conclusions autrement établies, en particulier sur l'époque dernière de l'éclat maximum de l'étoile déterminée par Mr *Kysaeus* (A. N. Nr. 416 p. 116); car c'est bien plus aisé de prescrire des équations et des probabilités que des vérités naturelles.

Joseph Bianchi.

Ueber die Bestimmung der Länge durch Höhen des Monds, insbesondere durch correspondirende oder überhaupt gleiche Mondshöhen.

Von Herrn Professor Dr. *Grunert* in Greifswald.

Mondshöhen sind zu Längenbestimmungen schon von des jetzigen Herrn Ministers von *Lindenau* Excellenz in einem in jeder Beziehung höchst lesenswerthen Aufsatze, der sich in der Monatlichen Correspondenz Bd. XII. S. 541 findet, sehr empfohlen worden, scheinen aber späterhin ganz in Vergessenheit gerathen zu seyn, obgleich sich diese Methode der Längenbestimmung insbesondere für Beobachter, die etwa bloß mit einem Sextanten ausgerüstet sind, vorzugsweise eignen dürfte. Wenn ich mir erlaube, dieselbe hier wieder zur Sprache zu bringen, so geschieht dies aus einem doppelten Grunde. Einmal werde ich versuchen, die Theorie auf eine dem jetzigen Stande der Wissenschaft entsprechendere Weise zu entwickeln, als dies vielleicht früher geschehen ist. Dann aber beabsichtige ich auch, auf eine Bemerkung aufmerksam zu machen, die man bis jetzt übersehen zu haben scheint, daß nämlich auch bloß aus correspondirenden, oder überhaupt auch bloß aus gleichen, an verschiedenen Tagen genommenen Höhen des Monds, deren Größe selbst man also nicht zu kennen braucht, die Länge hergeleitet werden kann, wodurch, wie es mir scheint, die Genauigkeit dieser Methode wesentlich erhöhet werden muß, da man sich auf diese Weise von den Fehlern des Instruments, und auch, wenn die Zustände der Atmosphäre zu den Zeiten der verschiedenen Beobachtungen als gleich betrachtet werden können, von der Refraction ganz unabhängig macht. Wie man sich bei sehr verändertem Stande des Barometers und Thermometers zu verhalten haben würde, braucht hier nicht besonders entwickelt zu werden. An geeigneten Tagen kann man also durch correspondirende Sonnenhöhen und durch Meridianhöhen der Sonne Zeit und Breite bestimmen, und dann durch correspondirende Mondshöhen auch noch zur Kenntniß der Länge gelangen.

Der Beobachtungsort sey A; der Ort, für welchen die Ephemeriden, welche man anzuwenden beabsichtigt, berechnet sind, sey E. Alle Zeiten seyen Sternzeiten und in Stunden ausgedrückt. Die AZeit des Moments, wo die Höhe des obern oder untern Mondrands gemessen wird, sey T. Die Länge des Orts A in Zeit in Bezug auf den Ort E als Anfang der Längen sey t, wobei wir bemerken, daß die Länge des Orts A von E an nach derselben Richtung hin, nach welcher sich die Erde um ihre Axe bewegt, von 0 bis 360° gezählt werden soll. Dies vorausgesetzt ist offenbar $T-t$ oder $24+T-t$, jenachdem $T-t$ positiv oder negativ ist, die EZeit der Beobachtung. Setzen wir also $T-t=\tau$ oder $24+T-t=\tau$, jenachdem $T-t$ positiv oder negativ ist, so ist jederzeit τ die EZeit der Beobachtung.

Man nehme nun im Moment der Beobachtung den Mittelpunkt der Erde als den Anfangspunkt eines rechtwinkligen Coordinatensystems der xyz an; der positive Theil der Axe der x sey vom Mittelpunkte der Erde nach dem Frühlingspunkte gerichtet und die Ebene der xy sey die Ebene des Aequators; der positive Theil der Axe der y habe eine solche Lage, daß man sich, um von dem positiven Theile der Axe der x durch den rechten Winkel (xy) hindurch zu dem positiven Theile der Axe der y zu gelangen, nach derselben Richtung bewegen muß, nach welcher von dem positiven Theile der Axe der x an die Rectascensionen gezählt werden; der positive Theil der Axe der z sey vom Mittelpunkte der Erde nach dem Nordpole derselben gerichtet.

Die Entfernung des Mittelpunkts des Monds vom Mittelpunkte der Erde, seine Rectascension, Declination und sein dem Mittelpunkte der Erde entsprechender scheinbarer Halbmesser zur EZeit τ seyen respective ρ, α, δ, Δ; so sind offenbar

$$\rho\cos\alpha\cos\delta,\ \rho\sin\alpha\cos\delta,\ \rho\sin\delta$$

die Coordinaten des Mittelpunkts des Monds im Moment der Beobachtung, d. h. zur EZeit τ.

Bezeichnet r den nach dem Beobachtungsorte A gezogenen Halbmesser der Erde, und φ die geocentrische Breite von A, welche 90° nicht übersteigt, aber als positiv oder als negativ betrachtet wird, jenachdem A in der nördlichen oder südlichen Hälfte der Erdoberfläche liegt; so sind, weil offenbar 15 τ

Digitized by Google

die sogenannte Rectascension der Mitte des Himmels für den Beobachtungsort A im Moment der Beobachtung ist,

$$r\cos\varphi\cos 15T,\quad r\cos\varphi\sin 15T,\quad r\sin\varphi$$

die Coordinaten des Beobachtungsorts in Bezug auf das angenommene System im Moment der Beobachtung.

Wir wollen nun ein zweites dem Systeme der xyz paralleles rechtwinkliges Coordinatensystem der $x_1y_1z_1$ annehmen, dessen Anfangspunkt der Beobachtungsort A ist; so haben wir nach den Principien der analytischen Geometrie zwischen den Coordinaten der Systeme der xyz und $x_1y_1z_1$ die folgenden ganz allgemein gültigen Gleichungen:

$$\begin{aligned} x &= r\cos\varphi\cos 15T + x_1 \\ y &= r\cos\varphi\sin 15T + y_1 \\ z &= r\sin\varphi + z_1. \end{aligned}$$

Ferner nehmen wir ein drittes rechtwinkliges Coordinatensystem der $x_2y_2z_2$ an, dessen Anfangspunkt ebenfalls der Beobachtungsort A ist. Die Ebene der x_2z_2 sey die Ebene des Meridians von A; der positive Theil der Axe der z_2 falle mit dem positiven Theile der Axe der z_1 zusammen; der positive Theil der Axe der x_2 liege über dem Horizonte von A, und folglich immer in der Hälfte des astronomischen Meridians von A, von welcher an die Stundenwinkel in entgegengesetzten Sinne der Bewegung der Erde um ihre Axe von 0 bis 360° gezählt werden; der positive Theil der Axe der y_2 werde so angenommen, dafs man sich, um von dem positiven Theile der Axe der x_2 durch den rechten Winkel (x_2y_2) hindurch zu dem positiven Theile der Axe der y_2 zu gelangen, ganz nach derselben Richtung hin bewegen mufs, nach welcher man sich bewegen mufs, wenn man von dem positiven Theile der Axe der x_1 durch den rechten Winkel (x_1y_1) hindurch zu dem positiven Theile der Axe der y_1 gelangen will. Dies vorausgesetzt, ist nach den aus der analytischen Geometrie bekannten allgemeinen Formeln für die Verwandlung der Coordinaten in der Ebene offenbar

$$\begin{aligned} x_1 &= x_2\cos 15T - y_2\sin 15T \\ y_1 &= x_2\sin 15T + y_2\cos 15T \\ z_1 &= z_2. \end{aligned}$$

Durch den Beobachtungsort A als Anfang legen wir zum endlich noch ein viertes rechtwinkliges Coordinatensystem der $x_3y_3z_3$. Die Ebene der x_3y_3 sey die Ebene des Horizonts, und die Ebene der x_3z_3 sey die Ebene des Meridians von A; der positive Theil der Axe der x_3 werde so angenommen, dafs er mit dem positiven Theile der Axe der x_2 einen spitzen Winkel einschliefst; der positive Theil der Axe der y_3 falle mit dem positiven Theile der Axe der y_2 zusammen; der positive Theil der Axe der z_3 sey von dem Punkte A nach dessen Scheitelpunkte oder Fufspunkte gerichtet, jenachdem A in der nördlichen oder südlichen Hälfte der Erdoberfläche liegt. Bezeichnet nun u die Polhöhe des Punktes A oder deren Ergänzung zu 180°, jenachdem A in der nördlichen oder südlichen Hälfte der Erdoberfläche liegt; so ist nach der Lehre von der Verwandlung der Coordinaten, wie man leicht findet, in völliger Allgemeinheit

$$\begin{aligned} x_2 &= x_3\sin u + z_3\cos u \\ y_2 &= y_3 \\ z_2 &= -x_3\cos u + z_3\sin u. \end{aligned}$$

Aus diesen Gleichungen erhält man leicht

$$\begin{aligned} x_3 &= x_2\sin u - z_2\cos u \\ y_3 &= y_2 \\ z_3 &= x_2\cos u + z_2\sin u. \end{aligned}$$

Nach dem obigen ist aber auf ähnliche Art

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1\cos 15T + y_1\sin 15T \\ y_2 &= -x_1\sin 15T + y_1\cos 15T \\ z_2 &= z_1 \end{aligned}$$

und folglich

$$\begin{aligned} x_3 &= x_1\sin u\cos 15T + y_1\sin u\sin 15T - z_1\cos u \\ y_3 &= -x_1\sin 15T + y_1\cos 15T \\ z_3 &= x_1\cos u\cos 15T + y_1\cos u\sin 15T + z_1\sin u. \end{aligned}$$

Weil nun ferner nach dem Obigen

$$\begin{aligned} x_1 &= -r\cos\varphi\cos 15T + x \\ y_1 &= -r\cos\varphi\sin 15T + y \\ z_1 &= -r\sin\varphi + z \end{aligned}$$

ist; so ist, wie man leicht findet,

$$\begin{aligned} x_3 &= -r\sin(u-\varphi) + x\sin u\cos 15T + y\sin u\sin 15T - z\cos u \\ y_3 &= -x\sin 15T + y\cos 15T \\ z_3 &= -r\cos(u-\varphi) + x\cos u\cos 15T + y\cos u\sin 15T + z\sin u. \end{aligned}$$

Führen wir nun in diese Gleichungen für x, y, z die oben gefundenen Coordinaten des Mittelpunkts des Monds im Moment der Beobachtung ein, und bezeichnen die Coordinaten des Monds im Moment der Beobachtung im Systeme der $x_3y_3z_3$ durch ξ, η, ζ; so finden wir nach einigen leichten Reductionen

$$\begin{aligned} \xi &= -r\sin(u-\varphi) - \rho\{\cos u\sin\delta - \sin u\cos(\alpha-15T)\cos\delta\} \\ \eta &= \rho\sin(\alpha-15T)\cos\delta \\ \zeta &= -r\cos(u-\varphi) + \rho\{\sin u\sin\delta + \cos u\cos(\alpha-15T)\cos\delta\}. \end{aligned}$$

Bezeichnen wir den, dem Beobachtungsorte A entsprechenden scheinbaren Halbmesser des Monds im Moment der Beobachtung durch Δ_1; so haben wir offenbar die Gleichung

$$\rho\sin\Delta = \sin\Delta_1 . \sqrt{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)},$$

und folglich

$$\sin\Delta_1 = \frac{\rho\sin\Delta}{\sqrt{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}}.$$

Aus dem Obigen erhält man aber leicht

$$\xi^2+\eta^2+\zeta^2 = r^2+\rho^2-2r\rho\{\sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\cos(\alpha-15T)\cos\delta\},$$

und folglich

$$\sin\Delta_1 = \frac{\rho\sin\Delta}{\sqrt{(r^2+\rho^2-2r\rho\{\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos(\alpha-15T)\cos\delta\})}}.$$

Digitized by Google

Würden nun in der nördlichen Hälfte der Erdoberfläche Höhen des Mondes über dem Horizonte als positiv, Höhen unter dem Horizonte als negativ, in der südlichen Hälfte der Erdoberfläche dagegen Höhen über dem Horizonte als negativ, Höhen unter dem Horizonte als positiv betrachtet; so ist, wenn H die Höhe des Mittelpunkts des Monds im Momente der Beobachtung bezeichnet, nach dem Vorhergehenden offenbar in völliger Allgemeinheit

$$\zeta = \sin H \sqrt{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)},$$

und folglich

$$\sin H = \frac{\zeta}{\sqrt{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}}$$

also nach dem Obigen

$$\sin H = \frac{r\cos(w-\varphi)-\rho\{\sin\omega\sin\vartheta+\cos\omega\cos(\alpha-15T)\cos\vartheta\}}{\sqrt{(r^2+\rho^2-2r\rho\{\sin\varphi\sin\vartheta+\cos\varphi\cos(\alpha-15T)\cos\vartheta\})}}.$$

Ist aber h die wegen der Strahlenbrechung corrigirte beobachtete Höhe des obern oder untern Mondrandes, wobei man in der nördlichen Hälfte der Erdoberfläche den Mondrand, welcher dem Scheitelpunkte am nächsten ist, als den obern, den andern als den untern, in der südlichen Hälfte der Erdoberfläche dagegen den Mondrand, welcher dem Fußpunkte am nächsten ist, als den obern, den andern als den untern zu betrachten hat; so ist offenbar in völliger Allgemeinheit

$$H = h \mp \Delta,$$

wo sich das obere Zeichen auf den obern, das untere Zeichen auf den untern Mondrand bezieht.

Die durch α, ϑ, ρ, Δ bezeichneten Größen sind sämmtlich Functionen der EZeit τ der Beobachtung. Mittelst der bekannten Interpolationsmethoden kann man diese Functionen immer wenigstens mit einem großen Grade der Annäherung finden, und unter verschiedenen Formen, namentlich aber immer unter der Form

$$\begin{aligned}\alpha &= A + B\tau + C\tau^2 + D\tau^3 + \ldots,\\ \vartheta &= A_1 + B_1\tau + C_1\tau^2 + D_1\tau^3 + \ldots,\\ \rho &= A_2 + B_2\tau + C_2\tau^2 + D_2\tau^3 + \ldots,\\ \Delta &= A_3 + B_3\tau + C_3\tau^2 + D_3\tau^3 + \ldots,\end{aligned}$$

wo die Coefficienten aller Glieder bekannte Größen sind, darstellen. Diese Ausdrücke von α, ϑ, ρ, Δ müßte man nun in die oben gefundenen Ausdrücke von $\sin\Delta$, und $\sin H$ für die in Reda stehenden Größen einführen, wodurch man in Verbindung mit der Gleichung $H = h \mp \Delta$, drei Gleichungen zwischen den drei unbekannten Größen τ, Δ_1, H erhalten würde, und also mittelst dieser drei Gleichungen die drei in Reda stehenden unbekannten Größen bestimmen könnte. Hat man aber τ, so hat man auch die gesuchte Länge ι des Orts A in Bezug auf den Ort E als Anfang der Längen, oder die Längendifferenz zwischen A und E, weil nach dem Obigen

$$T - \iota = \tau \text{ oder } 24 + T - \iota = \tau,$$

also

$$\iota = T - \tau, \text{ oder } \iota = 24 + T - \tau.$$

ist, jenachdem $T-\iota$ eine positive oder eine negative Größe ist. Daß die Aufgabe, in dieser Allgemeinheit gefaßt, nach den gegenwärtigen Zustande der Analysis nur mit der größten Weitläuftigkeit auflösbar seyn würde, fällt auf der Stelle in die Augen, und wir sind daher genöthigt, zu Näherungen unsere Zuflucht zu nehmen. Daher wollen wir jetzt von der Voraussetzung ausgehen, daß ι ein Näherungswerth der in Zeit ausgedrückten Länge des Orts A in Bezug auf den Ort E als Anfang der Längen, und folglich auch $\tau = T - \iota$ oder $\tau = 24 + T - \iota$, jenachdem $T-\iota$ positiv oder negativ ist ein Näherungswerth der EZeit der Beobachtung sey; so sind auch

$$\begin{aligned}\alpha &= A + B\tau + C\tau^2 + D\tau^3 + \ldots,\\ \vartheta &= A_1 + B_1\tau + C_1\tau^2 + D_1\tau^3 + \ldots,\\ \rho &= A_2 + B_2\tau + C_2\tau^2 + D_2\tau^3 + \ldots,\\ \Delta &= A_3 + B_3\tau + C_3\tau^2 + D_3\tau^3 + \ldots\end{aligned}$$

Näherungswerthe der Rectascension, Declination des Mittelpunkts des Monds, der Entfernung des Mittelpunkts des Monds vom Mittelpunkte der Erde, und des dem Mittelpunkte der Erde entsprechenden scheinbaren Halbmessers des Monds für den Moment der Beobachtung.

Bezeichnen wir nun den Fehler in der Länge des Orts A in Bezug auf den Ort E als Anfang der Längen durch $d\iota$ und die entsprechenden Fehler der EZeit der Beobachtung der Rectascension, Declination, Entfernung vom Mittelpunkte der Erde, und des scheinbaren Halbmessers des Monds im Moment der Beobachtung durch $d\tau$, $d\alpha$, $d\vartheta$, $d\rho$, $d\Delta$; so sind

$$\iota + d\iota,\ \tau + d\tau,\ \alpha + d\alpha,\ \vartheta + d\vartheta,\ \rho + d\rho,\ \Delta + d\Delta$$

die wahre Länge des Orts A in Bezug auf E als Anfang der Längen, die wahre EZeit der Beobachtung, und die wahre Rectascension, Declination, Entfernung vom Mittelpunkte des Erds und der wahre scheinbare Halbmesser des Monds im Moment der Beobachtung. Es ist aber

$$\begin{aligned}\alpha + d\alpha &= \alpha + \frac{d\alpha}{d\tau}d\tau,\\ \vartheta + d\vartheta &= \vartheta + \frac{d\vartheta}{d\tau}d\tau,\\ \rho + d\rho &= \rho + \frac{d\rho}{d\tau}d\tau,\\ \Delta + d\Delta &= \Delta + \frac{d\Delta}{d\tau}d\tau;\end{aligned}$$

oder, weil nach dem Obigen offenbar $d\tau = -d\iota$ ist,

$$\begin{aligned}\alpha + d\alpha &= \alpha - \frac{d\alpha}{d\tau}d\iota,\\ \vartheta + d\vartheta &= \vartheta - \frac{d\vartheta}{d\tau}d\iota,\\ \rho + d\rho &= \rho - \frac{d\rho}{d\tau}d\iota,\\ \Delta + d\Delta &= \Delta - \frac{d\Delta}{d\tau}d\iota\end{aligned}$$

Digitized by Google

der, wenn wir der Kürze wegen

$$\lambda = \frac{d\alpha}{d\tau} = B + 2C\tau + 3D\tau^2 + 4E\tau^3 + \cdots,$$
$$\mu = \frac{d\delta}{d\tau} = B_1 + 2C_1\tau + 3D_1\tau^2 + 4E_1\tau^3 + \cdots,$$
$$\varkappa = \frac{d\rho}{d\tau} = B_2 + 2C_2\tau + 3D_2\tau^2 + 4E_2\tau^3 + \cdots,$$
$$\theta = \frac{d\Delta}{d\tau} = B_3 + 2C_3\tau + 3D_3\tau^2 + 4E_3\tau^3 + \cdots,$$

etzen,

$$\alpha + d\alpha = \alpha - \lambda\, dt,$$
$$\delta + d\delta = \delta - \mu\, dt,$$
$$\rho + d\rho = \rho - \varkappa\, dt,$$
$$\Delta + d\Delta = \Delta - \theta\, dt;$$

der

$$d\alpha = -\lambda\, dt, \quad d\delta = -\mu\, dt, \quad d\rho = -\varkappa\, dt, \quad d\Delta = -\theta\, dt.$$

Weil nach dem Obigen

$\xi^2+\eta^2+\zeta^2 = r^2+\rho^2-2r\rho\{\sin\Phi\sin\delta+\cos\Phi\cos(\alpha-15T)\cos\delta\}$

st, so ist, wie man leicht findet,

$$\xi d\xi + \eta d\eta + \zeta d\zeta = -\varkappa\{\rho - r[\sin\Phi\sin\delta + \cos\Phi\cos(\alpha-15T)\cos\delta]\}dt - \lambda r\rho\cos\Phi\sin(\alpha-15T)\cos\delta\, dt + \mu r\rho\{\sin\Phi\cos\delta - \cos\Phi\cos(\alpha-15T)\sin\delta\}dt.$$

Ferner findet man, weil nach dem Obigen

$$\zeta = -r\cos(w-\Phi) + \rho\{\sin w\sin\delta + \cos w\cos(\alpha-15T)\cos\delta\}$$

st, leicht

$$d\zeta = -\varkappa\{\sin w\sin\delta + \cos w\cos(\alpha-15T)\cos\delta\}dt + \lambda\rho\cos w\sin(\alpha-15T)\cos\delta\, dt - \mu\rho\{\sin w\cos\delta - \cos w\cos(\alpha-15T)\sin\delta\}dt$$

Für H hat man nach dem Obigen die Ausdrücke

$$\sin H = \frac{\zeta}{\sqrt{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}}, \quad \cos H = \frac{\sqrt{(\xi^2+\eta^2)}}{\sqrt{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}},$$

aus denen

$$\tang H = \frac{\zeta}{\sqrt{(\xi^2+\eta^2)}} = \pm\frac{\zeta}{\xi\sqrt{\left(1+\left(\frac{\eta}{\xi}\right)^2\right)}},$$

wo das obere oder untere Zeichen genommen werden muss, jenachdem ξ positiv oder negativ ist, folgt. Berechnet man den Hülfswinkel ε mittelst der Formel

$$\tang\varepsilon = \frac{\eta}{\xi},$$

so ist unter der Bedingung, dass man das obere oder untere Vorzeichen nimmt, jenachdem ξ und $\cos\varepsilon$ gleiche oder ungleiche Vorzeichen haben,

$$\tang H = \pm\frac{\zeta}{\xi}\cos\varepsilon.$$

Hat man auf diese Weise H gefunden, so ergiebt sich Δ_1 leicht mittelst der aus dem Obigen ohne alle Schwierigkeit abzuleitenden Formel

$$\sin\Delta_1 = \frac{\rho}{\zeta}\sin\Delta\sin H.$$

Aus der Gleichung

$$\tang H = \frac{\zeta}{\sqrt{(\xi^2+\eta^2)}}$$

erhält man durch Differentiation ohne Schwierigkeit

$$\frac{dH}{\cos H^2} = \frac{-\zeta(\xi d\xi+\eta d\eta)+(\xi^2+\eta^2)d\zeta}{(\xi^2+\eta^2)\sqrt{(\xi^2+\eta^2)}}$$

und folglich, weil $\sqrt{(\xi^2+\eta^2)} = \zeta\cot H$ ist, nach einigen leichten Verwandlungen

$$dH = -\frac{\sin H^2}{\zeta^2\cot H}(\xi d\xi+\eta d\eta+\zeta d\zeta) + \frac{d\zeta}{\zeta\cot H}.$$

Aus der aus dem Obigen bekannten Gleichung

$$\rho\sin\Delta = \sin\Delta_1\cdot\sqrt{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}$$

folgt ferner durch Differentiation

$$\rho\cos\Delta\, d\Delta + \sin\Delta\, d\rho = \cos\Delta_1\, d\Delta_1\sqrt{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)} + \sin\Delta_1\frac{\xi d\xi+\eta d\eta+\zeta d\zeta}{\sqrt{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}}$$

und also weil

$$\sqrt{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)} = \frac{\rho\sin\Delta}{\sin\Delta_1}$$

ist,

$$\rho\cos\Delta d\Delta + \sin\Delta d\rho = \rho\sin\Delta\cot\Delta_1\, d\Delta_1 + \frac{\sin\Delta}{\rho\sin\Delta_1}(\xi d\xi+\eta d\eta+\zeta d\zeta)$$

woraus sich

$$\cot\Delta_1\, d\Delta_1 = \cot\Delta\, d\Delta + \frac{d\rho}{\rho} - \frac{\sin\Delta_1{}^2}{\rho^2\sin\Delta}(\xi d\xi+\eta d\eta+\zeta d\zeta),$$

oder, weil nach dem Obigen

$$\frac{\sin\Delta_1}{\rho\sin\Delta} = \frac{\sin H}{\zeta}$$

ist, auch

$$\cot\Delta_1\, d\Delta_1 = \cot\Delta\, d\Delta + \frac{d\rho}{\rho} - \frac{\sin H^2}{\zeta^2}(\xi d\xi+\eta d\eta+\zeta d\zeta)$$

ergiebt. Es ist nun

$$H+dH = h\mp(\Delta_1+d\Delta_1), \quad h-H\mp\Delta_1 = dH\pm d\Delta_1,$$

wo die obern Zeichen dem obern, die untern dem untern Mondrande entsprechen, und folglich, wenn man in diese Gleichung die aus dem Obigen sich ergebenden Ausdrücke von dH und $d\Delta_1$ einführt, nach einigen leichten Reductionen

$$h-H\mp\Delta_1 = \pm\cot\Delta\tang\Delta_1\, d\Delta \pm \tang\Delta_1\frac{d\rho}{\rho} + \tang H\frac{d\zeta}{\zeta} - \frac{\sin H\tang H\sin(H\pm\Delta_1)}{\zeta^2\cos\Delta_1}(\xi d\xi+\eta d\eta+\zeta d\zeta);$$

Mittelst dieser Gleichung kann man nun, wenn man in dieselbe die aus dem Obigen bekannten Ausdrücke von $d\Delta$, $d\rho$, $d\zeta$ und $\xi d\xi+\eta d\eta+\zeta d\zeta$ einführt, die Verbesserung dt der Länge ε bestimmen. Die zur Rechnung nöthigen Formeln wollen wir hier zusammenstellen, wollen dabei aber zugleich einige Hülfsgrößen einführen, ohne uns auf weitere Entwickelungen einzulassen, da dieselben nicht die mindeste Schwierigkeit haben, und daher sämmtlich dem eignen Nachdenken des Lesers anheim gestellt werden können. Die Formeln, nach denen die Rechnung am leichtesten geführt werden kann, schicken folgende zu seyn:

Digitized by Google

$$A = \sin(\omega-\varphi),$$
$$B = \cos(\omega-\varphi),$$
$$C = \sin(\alpha-15T)\cos\delta,$$
$$D = C\cos\omega,$$
$$E = C\cos\varphi,$$
$$\tang V = \cos(\alpha-15T)\cot\delta,$$
$$\tang W = \cos(\alpha-15T)\tang\delta,$$
$$F = \frac{\sin\delta\cos(\omega+V)}{\cos V},$$
$$G = \frac{\sin\delta\sin(\omega+V)}{\cos V},$$
$$I = \frac{\cos\delta\sin(\omega-W)}{\cos W},$$
$$K = \frac{\sin\delta\sin(\varphi+V)}{\cos V},$$
$$L = \frac{\cos\delta\sin(\varphi-W)}{\cos W},$$
$$M = -\varkappa G + \lambda D\rho - \mu I\rho,$$
$$N = -\varkappa(\rho-Kr) - \lambda Er\rho + \mu Lr\rho,$$
$$\xi = -Ar - E\rho,\quad \eta = G\rho,\quad \zeta = -Br + G\rho;$$
$$d\zeta = M\,dt,\quad \xi d\xi + \eta d\eta + \zeta d\zeta = N\,dt;$$
$$\tang\sigma = \frac{\eta}{\xi},\quad \tang H = \pm\frac{\zeta}{\xi}\cos\sigma,\quad \sin\Delta_1 = \frac{\rho}{\zeta}\sin\Delta\sin H.$$

Diese Formeln liefern Alles, was man zur Berechnung von dt braucht; in der vorletzten Gleichung ist das obere oder untere Zeichen zu nehmen, jenachdem die Grösen ξ und $\cos\sigma$ gleiche oder ungleiche Vorzeichen haben.

Zur Berechnung von dt ergiebt sich nun aber aus dem Obigen die Gleichung

$$h - H \mp \Delta_1 = \mp\theta\cot\Delta\tang\Delta_1\,dt \mp \varkappa\tang\Delta_1\frac{dt}{\rho} + M\tang H\frac{dt}{\zeta} - \frac{N\sin H\tang H\sin(H\pm\Delta_1)}{\zeta^2\cos\Delta_1}dt$$

oder

$$h - H \mp \Delta_1 = \mp\left\{\theta\cot\Delta\tang\Delta_1 + \frac{\varkappa\tang\Delta_1}{\rho} \mp \frac{M\tang H}{\zeta} \pm \frac{N\sin H\tang H\sin(H\pm\Delta_1)}{\zeta^2\cos\Delta_1}\right\}dt$$

wo sich immer die obern Zeichen auf den obern, die untern auf den untern Mondrand beziehen. Die Grösen λ, μ, $\varkappa$, θ müssen nach der oben gegebenen Anleitung mit Hülfe der bekannten Interpolationsmethoden berechnet werden.

Hat man nun correspondirende Höhen, oder auch an zwei verschiedenen Tagen gleiche Höhen des Monds genommen, so erhält man, jenachdem sich dieselben auf gleichartige oder ungleichartige Mondränder beziehen, nach dem Obigen jederzeit zwei Gleichungen von der Form

$$h - H \mp \Delta_1 = \mp\left\{\theta\cot\Delta\tang\Delta_1 + \frac{\varkappa\tang\Delta_1}{\rho} \mp \frac{M\tang H}{\zeta} \pm \frac{N\sin H\tang H\sin(H\pm\Delta_1)}{\zeta^2\cos\Delta_1}\right\}dt$$
$$h - H' \mp \Delta'_1 = \mp\left\{\theta'\cot\Delta'\tang\Delta'_1 + \frac{\varkappa'\tang\Delta'_1}{\rho'} \mp \frac{M'\tang H'}{\zeta'} \pm \frac{N'\sin H'\tang H'\sin(H'\pm\Delta'_1)}{\zeta'^2\cos\Delta'_1}\right\}dt$$

oder

$$h - H \mp \Delta_1 = \mp\left\{\theta\cot\Delta\tang\Delta_1 + \frac{\varkappa\tang\Delta_1}{\rho} \mp \frac{M\tang H}{\zeta} \pm \frac{N\sin H\tang H\sin(H\pm\Delta_1)}{\zeta^2\cos\Delta_1}\right\}dt$$
$$h - H' \pm \Delta'_1 = \pm\left\{\theta'\cot\Delta'\tang\Delta'_1 + \frac{\varkappa'\tang\Delta'_1}{\rho'} \pm \frac{M'\tang H'}{\zeta'} \mp \frac{N'\sin H'\tang H'\sin(H'\mp\Delta'_1)}{\zeta'^2\cos\Delta'_1}\right\}dt$$

aus denen man durch Subtraction die Höhe h leicht eliminiren kann, wonach eine blos dt als unbekannte Grösse enthaltende Gleichung übrig bleibt, mittelst welcher sich also dt bestimmen läst, ohne dass man die Höhe h selbst zu kennen braucht. Hätte man an mehr als zwei Tagen gleiche Höhen des Monds genommen, so würde man eine grösere Anzahl von Gleichungen zwischen den beiden unbekannten Grösen h und dt von der obigen Form bilden können, und müsste dieselben dann nach der Methode der kleinsten Quadrate auflösen.

Wenn man dt gefunden hat, so ist $t+dt$ die verbesserte Länge, die man dann wieder verbessern und dieses Verfahren überhaupt so lange fortsetzen kann, bis zwei auf einander folgende Näherungswerthe der Länge sich nicht mehr von einander unterscheiden.

Setzt man, wenn a den Halbmesser des Aequators der Erde bezeichnet,

$$\sin\pi = \frac{a}{\rho},$$

so ist $\rho = a\sin\pi^{-1}$, und folglich, wenn man π als veränderliche Grösse differentiirt,

$$\frac{d\rho}{d\pi} = -a\sin\pi^{-2}\cos\pi\frac{d\pi}{d\pi},$$

also, wenn der Kürze wegen

$$s = \frac{d\pi}{d\pi}$$

gesetzt wird,

$$\varkappa = -\frac{a s\cos\pi}{\sin\pi^2} = -s\rho\cot\pi,$$

und folglich

$$\frac{\varkappa}{\rho} = -s\cot\pi,$$

mittelst welcher Formel also der in den obigen Gleichungen, durch welche die Verbesserung dt der Länge t gefunden wird, vorkommende Bruch $\frac{\varkappa}{\rho}$ jederzeit durch s und π ausgedrückt werden kann.

Uebrigens wollen wir noch bemerken, dass die obigen Gleichungen sich vereinfachen, wenn es verstattet ist, das eine oder das andere Glied in denselben zu vernachlässigen. Wir beabsichtigten hier die vollständige und völlig genaue Entwickelung derselben. Endlich darf man auch nicht übersehen, dass bei dem Gebrauche der obigen Formeln natürlich immer Alles auf ein und dieselbe Einheit bezogen werden muss, welches weiter zu erläutern an diesem Orte unnütze Weitläufigkeit seyn würde. So wie wir die Formeln im Obigen dargestellt haben, ist Alles in Theilen des Radius als Einheit ausgedrückt gedacht worden.

Grunert.

Altona 1841. Juli 1.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

Nº. 430.

Verzeichniss von 53 Sternen der Plejaden, aus Beobachtungen mit dem Königsberger Heliometer abgeleitet.

Von Herrn Geheimen-Rath und Ritter *Bessel*.

In Nr. 387 der A. N. habe ich ein Verzeichniss der Oerter von 27 Sternen der Plejaden mitgetheilt, welches aus von mir und Herrn Dr. *Busch* gemachten Meridianbeobachtungen abgeleitet worden ist; jetzt kann ich ein zweites, von 53 Sternen desselben Gestirns bekannt machen, welches in sofern allein auf Heliometerbeobachtungen beruhet, dass es allein den Ort des Hauptsterns η als anderweitig bekannt geworden voraussetzt. Die helleren Sterne der Plejaden $g, b, e, c, k, l, d, a, f, h$ sind anhaltend und häufig, durch das Heliometer mit η verglichen worden, indem ich ihre Beobachtungen zur Grundlage der Bestimmung eines Theils der Elemente gemacht habe, von welchen die Reduction aller Anwendungen dieses Instruments abhängt; die übrigen 42 Sterne sind weniger häufig beobachtet. Die Beobachtungen der ersteren sind grösstentheils von mir gemacht, zum Theil auch von Herrn *Plantamour* (jetzt Professor in Genf) und Herrn *Schlüter*; die letzteren hat Herr *Schlüter* fast allein beobachtet und Herrn *Plantamours* und meine Theilnahme daran ist unbedeutend. Diese Sterne befinden sich, mit einziger Ausnahme des *Flamsteed*schen Sterns m, innerhalb eines mit einem Halbmesser von 47 bis 48′ um η beschriebenen Kreises. Unter den in diesem Raume befindlichen sind sie die hellsten, mit Ausnahme des durch 16 bezeichneten Sterns, welcher nicht heller ist als einige andere unbestimmt gebliebene. Alle diese Sterne, ausser m, sind unmittelbar mit η verglichen worden; dieser Stern aber, seiner zu grossen Entfernung wegen, nur mittelbar, nämlich durch die Hülfe der Sterne g, e, c, k und l.

In dem unter der Presse befindlichen ersten Bande meiner „*Astronomischen Untersuchungen*“ wird eine Abhandlung über die Plejaden erscheinen, aus welcher ich das Verzeichniss hier besonders bekannt mache, indem die jetzt häufig vorfallenden Durchgänge des Mondes durch dieses Gestirn die möglichst frühe Kenntniss desselben wünschenswerth erscheinen lassen. Die Abhandlung selbst wird die zur Beurtheilung seiner Genauigkeit erforderlichen Einzelnheiten enthalten; hier beschränke ich mich, als meine Meinung zu äussern, dass die Unterschiede der Rectascension und Declination der angeführten 10 helleren Sterne von η, bis auf ein Paar Zehntel einer Secunde sicher, und die übrigen nicht leicht ausserhalb einer halben Secunde fehlerhaft bestimmt sein werden. Den dem ganzen Verzeichnisse zum Grunde gelegten Ort von η Tauri für 1840, habe ich AR. $= 54^{\circ}\,29'\,46''72$ Decl. $= +23^{\circ}\,36'\,16''91$ 149 u. 144 Beobb. angenommen. Er ist das arithmetische Mittel aller Angaben des auf 1840 reducirten Verzeichnisses in Nr. 387, nach der Hinzufügung der durch das Heliometer bestimmten Unterschiede des Sterns η von den übrigen Sternen; er beruhet also auf einer viel grösseren Zahl von Meridianbeobachtungen als wir von η unmittelbar besitzen; in AR. ist er $1^{s}26$ grösser, in Decl. $0''48$ grösser, als der unmittelbar beobachtete dieses Sterns.

Verzeichniss von 53 Sternen der Plejaden.

	Gröfse.	AR. 1840.	Jährliche Precession. 1840.	Säc. Aend.	Eigene Bewegung.	Decl. 1840.	Jährl. Precession. 1840.	Säc. Aend.	Eigene Bewegung.	Zahl d. Beobb.	
16 g Celaeno	5.6	$53^{s}49'\,33''64$	$53''190$	$+0''273$	$+0''050$	$23^{\circ}46'\,49''56$	$11''838$	$-0''423$	$-0''078$	29	
17 g Electra	4.5	50 47,59	53,132	$+0,271$	$+0,028$	23 36 16,24	11,832	$-0,423$	$-0,062$	35	
18 m.....	7	54 25,52	53,386	$+0,277$	$-0,004$	24 19 52,36	11,815	$-0,425$		10	
19 e Taygeta	5	55 26,47	53,259	$+0,274$	$+0,015$	23 57 34,12	11,810	$-0,424$	$-0,058$	30	
Anonyma	1	59 14,52	53,119	$+0,270$		23 31 42,30	11,792	$-0,423$		4	
——	2	8.9 54 0 35,25	53,267	$+0,274$		23 57 25,09	11,784	$-0,425$		4	
——	3	9 1 30,81	53,139	$+0,270$		23 34 35,65	11,782	$-0,424$		4	
——	4	8 1 52,56	53,325	$+0,272$		23 49 45,23	11,780	$-0,426$		4	P. III. 185
——	5	9 2 11,22	53,325	$+0,275$		24 7 16,14	11,778	$-0,425$		4	
——	6	9 2 49,03	53,210	$+0,272$		23 46 57,30	11,775	$-0,424$		4	

Digitized by Google

	Grösse.	AR. 1840.	Jährliche Präcession. 1840.	Säc. Aend.	Eigene Bewegung.	Decl. 1840.	Jährl. Präcession. 1840.	Säc. Aend.	Eigene Bewegung	Zahl d. Beobb.	
20 c Maja...	5	54° 4′ 46″ 31	53″240	+0″272	+ 0″032	23°51′43″12	11″766	—0″425	— 0″062	29	
Anonyma 7	8	5 35,15	53,131	+ 0,270		23 32 0,41	11,762	— 0,424		4	
21 k Asterope	7.8	5 48,99	53,305	+ 0,274	+ 0,051	24 2 56,40	11,761	— 0,425	— 0,057	27	
22 l	7.8	7 56,33	53,300	+ 0,274	+ 0,011	24 1 21,97	11,751	— 0,425	— 0,054	24	
Anonyma 8	8.9	10 56,98	53,192	+ 0,271		23 41 26,36	11,737	— 0,425		6	
—— 9	8.9	11 31,24	53,191	+ 0,270		23 41 7,91	11,734	— 0,425		4	
23 d Merope	5	12 37,28	53,111	+ 0,268	+ 0,070	23 26 39,23	11,729	— 0,425	— 0,060	24	
Anonyma 10	8	14 15,83	53,217	+ 0,271		23 45 4,35	11,721	— 0,426		4	
—— 11	8.9	17 24,71	53,171	+ 0,269		23 36 0,60	11,706	— 0,425		4	
—— 12	7.8	22 1,14	53,319	+ 0,273		24 1 4,70	11,685	— 0,427		4	P. III. 147
—— 13	8.9	23 41,65	53,144	+ 0,268		23 29 37,12	11,676	— 0,426		4	
—— 14	9	25 11,96	53,069	+ 0,266		23 15 52,45	11,669	— 0,425		4	
—— 15	8.9	26 39,14	53,194	+ 0,269		23 37 37,49	11,662	— 0,426		4	
—— 16	9.10	26 58,66	53,089	+ 0,266		23 18 58,24	11,661	— 0,426		4	
—— 17	8	27 18,67	53,059	+ 0,266		23 13 29,57	11,659	— 0,426		6	
—— 18	8	27 20,05	53,198	+ 0,269		23 38 16,98	11,659	— 0,426		4	
24 p.....	7.8	27 46,26	53,191	+ 0,269	+ 0,011	23 36 55,12	11,657	— 0,427		4	
Anonyma 19	8	28 1,82	53,086	+ 0,266		23 18 9,11	11,656	— 0,426		6	
—— 20	8	28 5,45	53,353	+ 0,273		24 5 15,46	11,656	— 0,428		8	
—— 21	8.9	28 41,90	53,377	+ 0,273		24 9 22,06	11,653	— 0,428		6	
—— 22	8	28 47,57	53,124	+ 0,267		23 24 50,13	11,652	— 0,426		6	
—— 23	8.9	29 36,40	53,046	+ 0,265		23 10 40,14	11,648	— 0,426		6	
—— 24	8	29 42,52	53,253	+ 0,270		23 47 16,49	11,648	— 0,427		12	P. III. 151
25 η Alcyone	3.4	29 46,72	53,191	+ 0,268	+ 0,021	23 36 16,91	11,648	— 0,427	— 0,068	—	
Anonyma 25	8.9	32 5,30	53,027	+ 0,264		23 6 35,59	11,637	— 0,425		6	
—— 26	9	33 36,76	53,006	+ 0,263		23 2 35,89	11,629	— 0,425		6	
—— 27	8.9	40 39,14	53,280	+ 0,270		23 49 12,64	11,596	— 0,428		4	
—— 28	7	43 17,17	52,980	+ 0,262	— 0,003	23 55 25,93	11,583	— 0,426	— 0,061	6	
—— 29	8	44 45,04	53,296	+ 0,269	+ 0,021	23 50 53,36	11,576	— 0,429		6	P. III. 153
26 a.....	7.8	51 48,27	53,140	+ 0,265	+ 0,002	23 21 43,53	11,543	— 0,428		25	
27 f Atlas	4.5	54 53,68	53,212	+ 0,266	+ 0,013	23 33 30,41	11,528	— 0,429	— 0,077	25	
28 b Plejone	5.6	55 10,82	53,241	+ 0,267	+ 0,007	23 38 30,60	11,527	— 0,429	— 0,086	25	P. III. 151
Anonyma 30	8.9	55 39,24	53,156	+ 0,265		23 23 31,50	11,524	— 0,429		6	
—— 31	8	56 20,33	53,331	+ 0,269		23 54 4,70	11,521	— 0,430		6	
—— 32	8	57 35,11	53,328	+ 0,269		23 53 11,52	11,515	— 0,430		6	
—— 33	8.9	58 45,54	53,284	+ 0,268		23 45 12,36	11,509	— 0,430		6	
—— 34	7.8	55 3 35,72	53,109	+ 0,263		23 13 7,69	11,486	— 0,429		6	P. III. 163
—— 35	9	3 47,46	53,290	+ 0,267		23 45 2,15	11,485	— 0,430		6	
—— 36	9	5 59,14	53,285	+ 0,267		23 43 26,57	11,475	— 0,430		6	
—— 37	8	6 17,63	53,331	+ 0,268		23 51 22,51	11,473	— 0,431		6	P. III. 164
—— 38	8	7 6,69	53,161	+ 0,264		23 21 22,86	11,469	— 0,430		4	—— 165
—— 39	8	13 58,00	53,393	+ 0,269		24 0 13,63	11,436	— 0,432		6	—— 171
—— 40	7.8	20 31,97	53,220	+ 0,264		23 28 18,94	11,405	— 0,431		6	—— 172

Bessel.

Original-Beobachtungen des *Halley*schen Cometen auf der Altonaer Sternwarte 1835.

Von Herrn Observator und Ritter *Petersen*.

Die Beobachtungen sind mit einem *Fraunhofer*schen Fernrohr von 54 Pariser Zoll Brennweite und 43 Linien Oeffnung an einem gleichfalls *Fraunhofer*schen Kreismicrometer gemacht. Die Halbmesser des innern und äussern Randes des freischwebenden Stahlringes wurden mit dem Meridiankreise gemessen, und betrugen 808″83 und 759″68 ohne Refractions-Constante. Der Chronometer accelerirte täglich gegen Sternzeit ungefähr 8 Secunden.

1835 August 24.

Stern.	Aeufserer Ring. Eintritt.	Austritt.	Innerer Ring. Eintritt.	Austritt.	Vom Mittelpunkt.
Stern a	0h 1′ 44″	3′ 48″	1′ 55″	3′ 38″	
Comet	——	——	2′ 3	3′ 42	
Stern a	6 21	——	8 13	——	
Comet	6 28	——	8 19	——	
Stern a	8 47	11 30	——	11 14	
Comet	8 54	11 37	——	11 20	

Digitized by Google

Stern.	Aeußerer Ring. Eintritt.	Aeußerer Ring. Austritt.	Innerer Ring. Eintritt.	Innerer Ring. Austritt.	Vom Mittelpunkt.
Stern a	0h 13′ 28″	——	15′ 28″	——	
Comet	13 34	——	15 35	——	
Stern a	25 59	——	27 31	——	
Comet	26 5	——	27 38	——	
Stern a	29 12	——	30 58	——	
Comet	29 17	——	31 5	——	
Comet	40 47	42 27	41 3	42 10	Süd.
Stern b	43 12,5	45 5	43 22	44 55,5	Nord.
Stern a	46 24	48 7	——	——	Süd.
Comet	46 31	48 17	——	——	Süd.
Stern b	49 2	50 51	49 12	50 41	Nord.
Stern a	53 1	55 1	53 12	——	Süd.
Comet	53 7	55 10	53 20	——	Süd.
Stern b	55 59,5	57 23,5	56 12	57 9,5	Nord.
Stern a	1 0 8	2 19	——	——	
Comet	0 16	2 28	——	——	
Stern a	——	——	9 21	10 43	Süd.
Comet	——	——	9 30	10 55	Süd.
Stern a	12 34	14 52	——	——	Süd.
Comet	12 36	15 2	——	——	Süd.
Stern a	16 42	17 40	——	——	Nord.
Comet	16 53	17 47	——	——	Nord.
Stern a	19 44	21 54	——	——	
Comet	19 52	22 2	——	——	
Stern a	——	23 22	24 37	——	Nord.
Comet	——	23 38	24 41	——	Nord.
Stern a	——	29 7	30 17	——	Nord.
Comet	——	29 20	30 19	——	Nord.
Stern a	31 36	33 46	——	——	
Comet	31 44	33 56	——	——	
Stern a	34 54	35 4	——	——	
Comet	37 2,5	37 13	——	——	

Arnold Nr. 97. $2^h 7' \, dU = -20' 1''0$

Stündlicher Gang $= -0''33$.

Der Comet war, besonders Anfangs, so sehr schwach und schwer zu sehen, daß der kleine Stern a, etwa 9 bis 10^r Gr., ihn völlig verschwinden machte und ich mich damit begnügen mußte nur Eintritte zu beobachten, wo der vorangehende Stern beim Eintritt des Cometen hinter dem dunkeln Ringe stand. Da Comet und Stern a bis auf wenige Secunden auf demselben Parallel standen, und ich sie überdieß so viel wie möglich durch die Mitte der Ringe gehen ließ, so glaube ich, daß diese Beobachtungen zur Rectascensions-Bestimmung vollkommen brauchbar sind.

Scheinbare Oerter der Sterne.

a $= 5^h 44' 10''3 \quad +23° 55' 5''$

b $= 5 \; 46 \; 50{,}82 \quad +24 \; 13 \; 5''30$. *Bessels* Zone 348, Hist. cél. p. 315 und 196.

1835 August 26.

Stern.	Aeußerer Ring. Eintritt.	Aeußerer Ring. Austritt.	Innerer Ring. Eintritt.	Innerer Ring. Austritt.	Vom Mittelpunkt.
Comet	23h 16′ 37″	18′ 43″	16′ 45″	18′ 35″	
Stern b	17 29,5	19 40	17 39,5	19 30	

Stern.	Aeußerer Ring. Eintritt.	Aeußerer Ring. Austritt.	Innerer Ring. Eintritt.	Innerer Ring. Austritt.	Vom Mittelpunkt.
Comet	21′ 19″	22′ 54″.	21′ 38″	22′ 31″	Süd.
Stern b	22 5	23 57,5	22 18	23 45,5	Süd.
Comet	25 23	27 0	25 47	26 34	Nord.
Stern b	26 43	27 31	——	——	Nord.
Comet	30 50	33 4	31 6	32 53	
Stern b	31 47	33 58,5	31 57,5	33 48	
Comet	44 8	46 23	44 22	——	
Stern b	45 4	47 15,5	45 14,5	47 5	
Comet	48 19	49 43	48 38	49 10	Süd.
Stern b	49 3	50 47,5	49 16	50 34	Süd.
Comet	51 42	53 15	52 11	52 54	Nord.
Stern b	53 10	53 35	——	——	Nord.
Comet	55 22	57 32	55 36	57 22	
Stern b	56 20	58 18,5	56 31,5	58 7	
Comet	0 3 30	5 41	3 40	5 31	
Stern b	4 25	6 30,7	4 35,5	6 20	
Comet	7 50	9 18	8 11	8 51	Süd.
Stern b	8 31	10 18,5	8 44	10 5	Süd.
Comet	11 52	13 33	12 18	13 12	Nord.
Stern b	13 5	14 5	——	——	Nord.
Comet	19 18	21 29	19 29	21 18	
Stern b	20 10	22 21	20 20	22 11	
Comet	29 40	31 5	——	——	Süd.
Stern b	30 26	32 18	30 39	31 54	Süd.
Comet	33 35	35 0	34 18	34 34	Nord.
Stern b		berühren den Rand.			Nord.
Comet	36 51	38 58	37 4	38 46	
Stern b	37 39	39 50	37 49,5	39 40	
Comet	40 56	43 0	41 8	42 47	
Stern b	41 44	43 53,5	41 54	43 44	
Comet	45 55	47 48	46 12	——	Nord.
Stern b	46 58	47 27,5	47 16	48 11	Nord.
Comet	49 52	51 20	50 16	50 50	Süd.
Stern b	50 32	52 19	50 46	52 6	Süd.
Comet	53 35	55 16	53 56	54 55	Süd.
Stern b	54 20	56 13	54 33	56 1	Süd.
Comet	57 0	59 6	57 16	58 52	Nord.
Stern b	57 57	59 49	58 9,5	59 36	Nord.
Comet	1 1 6	3 2	1 24	2 46	Süd.
Stern b	1 52	3 55	2 3	3 46	Süd.

Stündlicher Gang $= -0''81$

Barometer 29,79 Engl. Zoll.

Thermometer am Barometer $= 66°$ Fahrenh.

Freies Thermometer $= 51{,}2$ ——

Der scheinbare Ort des Sterns b ist:

AR. $= 5^h 46' 50''88$ *Bessels* Zone 348, Hist. cél. p. 315

Decl. $= +24° 13 \quad 5{,}37$ — und 196.

1835 August 28.

Stern b	23h 29′ 1″	30′ 44″5	29′ 16″	30′ 31″
Comet	——	——	26 50	31 36
Stern b	34 19	35 50,5	34 35,5	35 34
Comet	34 48	37 1	35 0	36 49
Stern b	39 16	40 56	39 31	40 42
Comet	39 51	42 4	40 4	41 49
Stern b	44 5,5	45 55	44 18	45 42,5

Digitized by Google

Stern.	Aeusserer Ring. Eintritt.	Austritt.	Innerer Ring. Eintritt.	Austritt.	Vom Mittelpunkt.
Comet	23h 44′ 45″	46′ 55″	44′ 59″	46′ 42″	
Stern c	59 10	61 2	59 30	60 48,5	Südl.
Comet	0 0 14	2 16	0 28	2 1	Südl.
Stern c″	4 24	6 31	4 35	6 20	Nördl.
Comet	5 33	7 34	5 47	7 22	Nord.
Stern c	9 13,5	10 35	9 35,5	10 13	Südl.
Comet	10 8	11 53	10 27	11 32	Südl.
Stern c	12 40	14 4	12 5	13 45	Nordl.
Comet	14 0	14 57	——	——	Nordl.
Stern c	16 51	18 53	17 4	18 41,3	Nordl.
Comet	18 1	19 58	18 19	19 40	Nordl.
Stern c	20 58	22 15	21 23,5	21 50	Südl.
Comet	21 51	23 35	22 12	23 17	Südl.
Stern c	25 26	27 38,3	25 37	27 28	
Stern b	——	——	26 16,5	27 16,5	
Comet	26 33	28 48	26 47	28 33	
Stern c	30 36	32 50	30 48,3	——	
Stern b	31 13	32 45	31 29,7	32 29,5	
Comet	31 43	33 58	31 57	33 45	
Stern c	35 45,5	37 57,5	35 56	——	
Stern b	36 16,7	37 56	36 33	37 42,5	
Comet	——	——	37 6	38 54	
Stern c	39 57	42 8	40 8	41 58	
Stern b	40 24,8	42 0,5	40 37	42 12	
Comet	41 6	43 15	41 18	43 3	
Stern c	45 13,5	46 53	45 30	46 38	Nord.
Comet	46 35	47 52	streifte.		Nord.
Stern c	49 16	50 58,5	49 29	50 44	Südl.
Comet	50 14	52 14	50 29	51 58	Südl.

Arnold Nr. 97. $1^h\,15'$ dU. $= -20'\,31''8$

Stündl. Gang $= \quad -0,34.$

Barometer 30″09 } Therm. im Freien 48°3.
Th. am Bar. 63,3 }

Scheinbare Oerter der Sterne.

$b = 5^h 46' 50''94 + 24° 13' 5''45$

$c = 5\ 46\ 35 \quad +24\ 23$

1835 August 29.

Stern d	23h 52′ 20″	54′ 19″	52′ 33″	54′ 8″,5	Südl.
Stern e	52 43,5	54 44	52 55	54 32,5	Südl.
Comet	53 25	55 19	53 45	55 4	Südl.
Stern d	57 35	58 35	——	——	Nord.
Stern e	58 1	58 54,5	——	——	Nord.
Comet	58 21	59 52	58 54	59 20	Nord.
Stern d	0 1 24,5	3 5,5	1 38,5	2 51	Nord.
Stern e	1 49	3 28	2 5	3 12,5	Nord.
Comet	2 21,5	4 15	2 36	4 0	Nord.
Stern d	5 45	7 49	5 56,3	7 38,4	Südl.
Stern e	6 7,7	8 12,7	6 19,0	8 2	Südl.
Comet	6 49	8 50	7 6	8 36	Südl.
Stern d	9 40,2	11 29,7	9 53	11 17,5	Nord.
Stern e	10 4,5	11 52,5	10 17,5	11 38,5	Nord.
Comet	10 38	12 40,5	10 55	12 24	Nord.
Stern d	13 53	15 57	14 4,3	15 45,8	Südl.
Stern e	14 15,8	16 21	14 27	16 10,2	Südl.
Comet	14 59	17 0	15 5	16 43,5	Südl.
Stern d	18 35,5	18 47,2	18 46	18 37,4	
Stern e	18 59,5	21 10,6	19 9,8	21 0,5	
Comet	19 38	21 51	19 48	21 40,5	

Stern.	Aeusserer Ring. Eintritt.	Austritt.	Innerer Ring. Eintritt.	Austritt.	Vom Mittelpunkt.
Stern d	0h 22′ 49″,5	26′ 0″	22′ 59″,2	24′ 50″	
Stern e	23 12,7	25 23,4	23 23	25 12,5	
Comet	23 51	26 5	24 5	25 55	
Stern d	27 42	29 53	27 52,5	29 43,3	
Stern e	28 5	30 15,5	28 16	30 6,5	
Comet	28 44	30 59	28 57	30 46	
Stern d	31 42	33 51	31 52,5	33 41	
Stern e	32 6,2	34 14,4	32 16,3	34 3,5	
Comet	32 42	34 57	32 56	34 45	
Stern d	38 4,5	39 46,5	38 18	39 33	
Stern e	38 29	40 8,5	38 44	——	
Comet	39 5	40 58	39 21	40 42,5	Nord.
Stern d	42 3,5	44 1	42 15,5	43 49,2	Nord.
Stern e	42 25,5	44 25,2	42 38	44 13,7	Südl.
Comet	43 10,5	45 3	43 28	44 48	Südl.
Stern d	46 22	48 27	46 33	48′ 16″	
Stern e	46 46	48 49,2	46 57	48 38,8	
Comet	47 23,5	49 35	47 37	49 20	
Stern d	50 31,8	52 42	50 42	52 32,1	
Stern e	50 55	53 6,2	51 5,4	52 55,5	
Comet	51 37	53 46	51 48	53 36	

Arnold Nr. 97. $1^h\,4'$ dU. $= -20'\,40''5$

Stündlicher Gang $= \quad -0,36$

Barometer 29″97, Therm. am Barom. 63°
Freier Thermometer 49°2.

Scheinbare Oerter der Sterne

$d = 5^h 47' 30''14 + 24° 35' 1''67$ } *Bessels* Zone 348.
$e = 5\ 47\ 53,27 + 24\ 35\ 21,47$ }

1835 August 31.

Comet	23h 49′ 5″	51′ 4″	49′ 20″	50′ 51″	Südl.
Stern g	49 30	50 55	49 51	50 36,5	Südl.
Stern g	53 9	55 6,5	53 21	54 55	Nord.
Comet	53 16	54 44	53 41	54 15	Nord.
Comet	57 2	59 15	57 14	59 5	
Stern g	57 14	59 20	57 27	59 8,5	
Comet	0 2 28	4 32	2 41	4 18,5	Südl.
Stern g	2 51	4 25	3 8,5	4 8,5	Südl.
Stern g	6 4	7 41	6 19	7 25,5	Nord.
Comet	6 18	8 56	——	——	Nord.
Comet	9 8,5	11 9,5	9 19	10 58,5	Südl.
Stern g	9 30	11 3	9 47,5	10 46	Südl.
Comet	12 48	14 59	13 0	14 46,5	
Stern g	12 55,5	15 5,5	13 6	14 54	
Stern f	15 58	18 10	15 8	18 0	
Comet	17 50,5	20 0	18 3	19 46,5	
Stern f	25 0,7	26 51	25 14	26 38,8	Nord.
Comet	27 6	28 25	——	——	Nord.

Die letzte Vergleichung durch Wolken und schlecht.

Stern g	30 10	32 12	30 22,5	32 0	Nord.
Comet	30 16	31 49	30 40	31 29	Nord.

Hierauf bezog der Himmel.

Arnold Nr. 97. $0^h\,47'$ dU. $= -20'\,57''6$

Stündlicher Gang $= \quad -0,36.$

Barometer 30″05, Therm. am Bar. 61°
Thermometer im Freien 45°6.

Scheinbarer Ort des Sterns g ist:

AR. $= 5^h 50' 26''$
Decl. $= +24° 46'$

Digitized by Google

1835 September 1.

Stern.	Aeufserer Ring. Eintritt.	Aeufserer Ring. Austritt.	Innerer Ring. Eintritt.	Innerer Ring. Austritt.	Vom Mittelpunkt.
Stern h	23h 55′ 42″5	57′ 52″	55′ 54″	57′ 40″5	
Comet	56 54	58 54	57 10	58 38,5	
Stern h	0 0 41,3	2 34	0 54,5	2 21,5	
Comet	1 39	3 49	1 52,5	3 36,5	
Stern h	7 12,5	8 7	——	——	Süd.
Comet	7 56	9 20	8 14	9 37	Süd.
Stern h	11 26	13 30,2	11 38	13 19,2	Nord.
Comet	12 40	14 31	12 57	14 15	Nord.
Stern h	22 26,5	23 58	22 43	23 42	Nord.
Comet	23 59	24 42	——	——	Nord.
Stern h	26 27,5	28 23	26 40,5	28 10,5	
Comet	27 28,5	29 38,5	27 40,5	29 26	
Stern h	31 21,7	33 33,5	31 32,3	33 23,4	
Comet	32 31	34 40	32 44	34 28,5	
Stern h	36 7,7	38 19	36 17,9	38 9	
Comet	37 15,5	39 28,5	37 27	39 16	
Stern h	42 48	44 23,3	43 4	44 6,5	Süd.
Comet	43 45	45 45	43 59	45 32	Süd.
Stern h	47 15,5	48 51	47 32,5	48 36	Nord.
Comet	48 50	49 37	——	——	Nord.
Stern h	51 51,7	53 41	52 5	53 28,2	Nord.
Comet	53 16,5	54 25,5	53 48=	54 6=	Nord.
Stern h	56 45,5	58 18	57 1,8	58 1,4	Süd.
Comet	57 41	59 40,5	57 54	59 28	Süd.

Stern.	Aeufserer Ring. Eintritt.	Aeufserer Ring. Austritt.	Innerer Ring. Eintritt.	Innerer Ring. Austritt.	Vom Mittelpunkt.
Stern d	1h 1′ 50″	8′ 19″	2′ 7″5	——	Süd.
Stern e	2 11,5	8 43,5	2 28,5	8 27″5	Süd.
Stern g	4 25	6 37	4 35	6 26,5	Mitte.
Stern h	4 18	6 0	4 33	5 45	Nord.
Comet	5 46	6 49	——	——	Nord.
Stern d	10 24,3	11 48	10 44	11 29,8	Süd.
Stern e	10 46	12 13,5	11 5	11 55,5	Süd.
Stern g	——	15 9	13 7	14 58	Mitte.
Stern h	12 49	14 34	13 3	14 19	Nord.
Comet	14 17	15 24	——	——	Nord.
Stern h	32 6	34 12	32 17	34 1,5	Mitte.
Comet	33 12,5	35 26	33 25	35 15	Mitte.

Arnold Nr. 97. $2^h 4'$ dU. = $-21' 7''8$

Stündl. Gang = $-0,4$

Barometer 30″18; Therm. am Barom. 61°2

Thermometer im Freien 47°4.

Scheinbare Oerter der Sterne:

	AR.	Decl.
d	$= 5^h 47' 30''28$	$+ 24° 35' 1''75$
e	$= 5\ 47\ 53,36$	$+ 24\ 25\ 21,28$
g	$= 5\ 50\ 26$	$+ 24\ 46$ ——
h	$= 5\ 50\ 4,7$	$+ 24\ 56$ ——

Bessel Zone 348

Petersen.

Schreiben des Herrn Hofraths *Mädler*, Directors der Sternwarte in Dorpat, an den Herausgeber.

Dorpat 1841. Juni 9.

Die diesjährige Opposition des Mars gehörte zwar nicht zu den günstigen, da sowohl die Entfernung noch immer ziemlich bedeutend war (0,588 oder fast $\frac{4}{7}$ der möglichst kleinsten) als auch die südliche Deklination die Beobachtungen für einen so nördlichen Ort wie Dorpat sehr erschwerte. Nur kurze Zeit vor und nach dem Meridiandurchgange waren Beobachtungen möglich. Am 24sten und 31sten Januar machte ich die ersten Versuche, worauf sie fast 6 Wochen lang wegen des zu tiefen Standes ausgesetzt wurden. Mit Ende März nahm ich sie wieder auf und habe sie bis zum 2ten Juni fortgesetzt, überhaupt in 22 Beobachtungsnächten 36 Zeichnungen erhalten und eine Reihe von Messungen sowohl des Aequatoreal- und Polardurchmessers, als des Polar- und einiger andern Flecke ausgeführt. Die ersten sind nicht zahlreich genug, um über die Grösse oder Abplattung jetzt schon etwas abzuleiten, und ich werde künftige Oppositionen abwarten müssen, allein schon jetzt zeigt sich deutlich, dafs der Durchmesser für die Entfernung 1 erheblich gröfser als 9″ herauskommt und dafs eine etwanige Abplattung jedenfalls gering, vielleicht auch gar nicht wahrnehmbar ist. Die Messungen des Nordpolarflecks, der seit dem 25sten März fortwährend, und meist sehr deutlich, gesehen werden konnte, geben keine Veränderung seiner Lage mit Sicherheit zu erkennen, denn wenn ich auch sehr häufig und fast gewöhnlich Abweichungen von 2—3 Grade vom Mittel erhalte, so befolgen diese doch kein bestimmtes Gesetz und sind auch wohl durch die Schwierigkeit der Beobachtung hinreichend erklärt. Ich werde später diese Messungen vollständig mittheilen. Versuche mit einigen andern eben so bestimmten Flecken haben auch ähnliche Abweichungen gegeben. In der Gegend des Südpols zeigte sich eine ähnliche Helle, allein ihr fehlte die scharfe Begrenzung und sie veränderte auch ihren Ort auf der Marsscheibe sehr merklich; auch sonst am Rande herum waren mehrmals hellgelbe, weifslichte und bläulichte Stellen sichtbar. Rothe Regionen bemerkte ich häufiger und mit gröfserer Bestimmtheit als bei den frühern Oppositionen: die Mittelgegend der Scheibe war fast immer roth und auch zwischen den dunkeln Flecken, welche die nördliche Polarzone umlagerten, sah man deutlich das Roth hindurchschimmern. Wie viel die optische Kraft des Fernrohrs Antheil an dieser gröfsern Mannichfaltigkeit und Bestimmtheit der Farben habe, wage ich noch nicht zu entscheiden. Eben so habe ich allerdings einige Flecke wahrgenommen, die in meinen frühern

Digitized by Google

Beobachtungen seit 1830 nicht vorkommen; und andre in jenen wahrgenommene konnte ich diesmal nicht oder doch nicht sicher wiederfinden, allein es ist schwer, hieraus für oder gegen die Beständigkeit der Flecke etwas zu schliessen, da, wie bereits erwähnt, in jeder Nacht nur kurze Zeit (selbst in den günstigsten kaum 2 Stunden) beobachtet werden konnte. Mehrere früher beobachtete sind mit völliger Bestimmtheit diesmal eben so wieder erschienen.

Die erhaltenen Zeichnungen behalte ich mir vor, später in einem Stelodrucke mitzutheilen. Die beiden nächsten Oppositionen im Sommer 1843 und 1845 ereignen sich bei so tiefem Stande des Mars, dass für Dorpat keine Aussicht ist ihn mit Erfolg zu beobachten, wenn nicht vielleicht eine oder die andere Nacht durch eine ungewöhnliche Heiterkeit begünstigt wird. Erst 1847 stellen sich die Verhältnisse wieder günstiger.

Die meisten heitern Nächte, die mir bis jetzt hier zu Theil wurden, waren Mondscheinnächte, und deshalb bin ich auch mit meinen fortgesetzten Beobachtungen der Mondoberfläche verhältnissmässig am weitesten vorgerückt. Die Anzahl von etwa 90 Rillen, welche die Mappa Selenographica enthält, ist jetzt schon auf mehr als 150 angewachsen und leicht dürfte die Zahl 1000 für die durch das Dorpater Fernrohr sichtbaren Mondrillen nicht zu gross sein. Auch erscheinen mir mehrere, die mir früher von durchaus parallelen Rändern begränzt zu sein schienen, bei Anwendung starker Vergrösserungen sehr ungleich; einige bestehen fast ganz aus einer zusammenhängenden Kette in einander mündender rundlicher Oeffnungen, wie z. B. der grösste Theil der Higinusrille. Im Sinus Aestuum, den die Selenographie als ersterfrei bezeichnet, habe ich bereits mehrere Crater entdeckt und so dürfte noch Manches in jenem Werke Erwähnte durch meine hiesigen Beobachtungen eine nähere Bestimmung und theilweise Modification erfahren.

Noch setze ich einige Doppelsternbeobachtungen her.

γ Leonis.

1840 Oct. 28.	14h 10′ St. Z.	2″899	(3)	105° 19′8	(3)
1841 April 6.	6 58 ——	2,588	(3)	105 22,5	(4)
—— 13.	8 32 ——	2,599	(5)	104 45,7	(5)
—— 15.	9 8 ——	——		105 1,1	(5)
—— 20.	8 25 ——	2,586	(3)	109 10,9	(5)
—— 26.	8 46 ——	2,700	(3)	104 43,5	(3)
—— 30.	7 21 ——	2,642	(2)	104 57,8	(4)
Mai 7.	7 30 ——	2,741	(2)	103 6,8	(3)
Mittel 1841,26.		2,785 (21 B.)		105° 4′8 (34 B.)	

ξ Ursæ majoris.

1840 Nov. 1.	10h 0′ St. Zt.	2″677	(3)	152° 54′0	(5)
1841 April 14.	8 15 ——	2,089	(5)	149 25,7	(5)
—— 20.	10 30 ——	——		149 13,2	(3)
—— 16.	9 2 ——	2,419	(3)	148 44,1	(5)
Mai 22.	14 4 ——	2,906	(3)	149 25,0	(4)
Mittel 1841,31.		2,384 (11)		149° 11,1 (17).	

ζ Orionis.

1841 März 25.	6h 5′	2″547	(5)	149° 32′7	(5)
April 6.	4 18	2,239	(3)	149 47,1	(5)
1841,25.		2,431	(8)	149° 39′9	(10).

ζ Cancri. A. B.

1841 April 5.	8h 2′	0,942	(2)	359° 48′2	(5)
—— 6.	8 0	1,080	(3)	359 32,1	(5)
—— 25.	11 5	——		1 53,5	(1)
—— 28.	9 59	1,040	(2)	1 19,5	(5)
Mai 8.	11 22	1,139	(2)	2 7,6	(4)
—— 13.	9 4	——		1 25,5	(5)
1841,31.		1,053	(9)	0° 48,2	(25).

42 Comæ Berenices.

1841 April 14.	9h 50′	0″25 (Sch.)	6° 13′3	(4)
Mai 9.	11 28	0,25 (Sch.)	0 45,4	(5)
—— 11.	11 40	0,3 (Sch.)	3 39,8	(4)
—— 12.	11 50	0,4 (Sch.)	0 34,5	(2)
—— 18.	12 30	——	359 22,5	(2)
—— 24.	12 50	0,42 (Sch.)	5 39,3	(5)
—— 25.	13 8	——	0 54,9	(5)
Jun. 3.	13 20	——	9 59,3	(4)
1841,37.		0,324 (5)	3° 44′4	(31).

γ Coronæ.

1841 April 14.	18h 12′	0″4 (S.)	150° 46′8	(4)
Jan. 3.	15 22	0,5 (S.)	146 33,5	(2)
1841,35.		0″45 (2)	149 18,2	(6)

ε Bootis.

1841 April 18.	9h 50′	3″318	(3)	323° 12′5	(3)
Mai 22.	12 45	2,555	(3)	322 42,8	(3)
Jun. 3.	15 5	2,70	(1)	322 51,2	(3)
1841,37.		2,902	(7)	322 52,2	(9)

ρ Ophiuchi.

1841 April 18.	18h 36′	——		124° 28′8	(6)
—— 27.	18 52	6″428	(2)	125 14,8	(3)
Mai 8.	18 23	6,729	(3)	126 2,8	(5)
—— 9.	18 8	6,618	(3)	125 32,8	(3)
—— 12.	19 5	6,426	(3)	125 24,5	(3)
1841,34.		6″561 (11)		125° 17′3	(20).

ω Leonis.

1841 Mai 8.	12h 5′	203° 40′ (3)	0″3 (Schätzung)

Castor.

1840 Oct. 29.	12h 10′	5″140	(5)	252° 35′0	(5)
—— 30.	12 0	4,834	(5)	252 46,6	(5)
1841 April 5.	5 1	4,936	(5)	253 12,5	(5)
—— 14.	4 28	5,550	(5)	252 59,7	(4)
Mai 8.	10 37	4,856	(3)	252 37,3	(5)
Mittel 1841,11.		4,886	(23)	252 49,1	(24).

η Herculis.

1841 April 3.	19h 40′	1″156 (4)		155° 17′5	(4)
Mai 9.	19 10	0,770 (2 Schätz.)	152 30,0	(4)
—— 22.	19 27	0,813 (2 Sch.)	159 5,1	(5)
1841,34.		0″974 (8)		155 53,5	(13).

Digitized by Google

ζ Herculis.

1841 April	3.	19h20′	1″296	(5)	149°16′3 (5)
——	14.	19 0	1,061	(2)	148 49,1 (5)
Mai	9.	18 51	0,963	(3)	147 18,5 (4)
——	12.	19 25	0,919	(2)	147 53,2 (3)
——	22.	19 18	1,018	(3)	150 13,9 (5)
——	24.	19 27	——		149 15,5 (2)
Mittel 1841,35			1,092	(15)	148 52,5 (24).

ι Leonis.

1841 April	14.	8h36′	1″893	(5)	86°41′9 (5)
——	20.	11 5	2,385	(2)	85 37,5 (5)
——	26.	9 16	2,430	(3)	86 26,0 (3)
Mai	4.	11 5	2,218	(3)	87 50,8 (4)
——	22.	13 53	2,532	(2)	86 57,2 (3)
Mittel 1841,32			2,218	(15)	86 39,5 (20).

γ Virginis.

1841 April	20.	12h30′	2″156	(3)	20°41′2
——	26.	12 40	1,999	(2)	20 0,3
——	26.	10 10	1,747	(4)	19 54,3
——	29.	12 37	1,902	(3)	19 42,2
Mai	1.	9 35	1,674	(3)	20 5,2
——	3.	11 30	2,114	(1)	20 47,5
——	9.	11 6	1,633	(3)	20 51,5
——	11.	11 20	1,668	(3)	20 41,7
——	12.	11 37	1,463	(3)	20 15,2
——	18.	12 20	1,819	(3)	19 31,1
——	24.	12 38	1,487	(4)	19 40,9
Mittel 1841,36			1,728	(31)	20°10′7 (46).

2 1 7 3.

1841 April	27.	18h20′	0″864	(1)	169°24′3 (4)
Mai	4.	18 13	——		174 22,0 (4)
——	8.	18 2	0,5	(S.)	176 37,5 (4)
——	9.	18 38	0,503	(1)	169 29,8 (4)
——	12.	18 29	0,651	(2)	174 49,6 (4)
Mittel 1841,35			0″634	(5)	172°56′7 (20).

τ Ophiuchi.

1841 April	27.	18h40′	0,86	(1)	länglicht. —— *)
Mai	4.	18 44	0,7.	(1)	länglicht. ——
——	8.	18 10	——		scheint länglicht. ——

*) Dieser Doppelstern kann bei der geringen Höhe, die er hier erreicht, nur dann der Position nach bestimmt werden, wenn man jeden der beiden Sterne einzeln erblickt. An den ersten Abenden erhielt ich die vertikale Richtung; die Vergleichung mit den späteren Beobachtungen zeigte deutlich, dafs hier nur eine prismatische Verlängerung wahrgenommen wurde.

1841 Mai	9.	18h25′	0″773	(2)	best. getrennt. 37°18′9 (5)
——	12.	18 40	0,651	(1)	getrennt. 34 47,5 (3)
——	24.	18 28	——		Berührung. 36 0,5 (4)
Mittel 1841,37			0″751	(5)	36°14′9 (12).

1 7 3 4.

1841 Mai	9.	11h41′	1″041	(1)	196°40′5 (8)
——	11.	11 50	1,054	(1)	198 7,8 (4)
——	24.	13 33	1,049	(3)	202 36,0 (4)
——	25.	13 21	1,184	(3)	197 59′7 (4)
Mittel 1841,38			1″100	(8).	199° 2′6 (15).

1 7 5 7.

1841 Mai	9.	11h55′	1″872	(2)	36°47′3 (4)
——	11.	12 5	1,837	(3)	36 12,9 (5)
——	24.	13 47	——		35 49,5 (3)
——	25.	13 37	1,574	(3)	35 15,2 (4)
Mittel 1841,38			1″747	(8)	36° 2′7 (16).

ζ Bootis.

1841 Mai	9.	12h35′	1″386	(2)	308°33′5 (4)
——	12.	14 10	1,287	(2)	310 18,2 (3)
Jun.	2.	14 25	1,392	(1)	310 38,8 (4)
——	3.	14 35	1,150	(Sch.)	310 45,2 (4)
Mittel 1841,39			1″315	(6)	310° 2′9 (15).

α Herculis.

1841 Mai	9.	19h32′	4″237	(3)	118°47′8 (5)
——	12.	19 50	4,446	(2)	118 30,3 (5)
Mittel 1841,36			4″320	(5)	118°38′3 (10).

γ Coronae.

1841 April	14.	einfach.	(γ Coronae in Berührung.)		
Mai	22.	13h25′	0″18*)	keilförmig	328°51′8 (3)
Juni	3.	15 40	——	keilförmig	327 30,5 (2)
Mittel 1841,41			0″18.		328°18′6 (5).

*) Geschätzt aus dem Verhältnifs der Axen. Da die Sterne aber wahrscheinlich ungleiche Durchmesser haben, so ist diese Distanz wohl zu klein, und dürfte 0″26 bis 0″30 gesetzt werden müssen.

73 Ophiuchi.

1841 Mai	24.	18h40′	1″507	(4)	257°16′5 (5)
Juni	3.	13 46	1,30	(1)	256 24,5 (4)
Mittel 1841,41			1″456	(5)	256°53′3 (9).

ξ Bootis.

1841 Mai	22.	12h28′	6″848	(3)	325°20′3 (5)
Jun.	3.	15 12	7,300	(1)	328 20,3 (3)
Mittel 1841,41			6″961	(4)	324°29′5 (8).

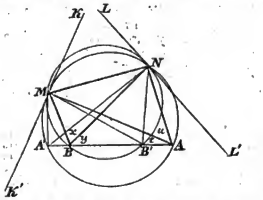
Mädler.

Digitized by Google

Geometrische Auflösung der *Hansen*schen Aufgabe: „Aus der Lage zweier bekannten Puncte die Lage zweier unbekannten Puncte zu finden.

Von Herrn *Thomas Clausen.*

Die äufserst schöne und einfache geometrische Auflösung der *Pothenot*schen Aufgabe von *Bessel* und *Kulenkamp* veranlafste mich für diese eine ähnliche einfache Auflösung zu suchen, die ich so glücklich war, sogleich zu finden.



Es seien M und N die beiden gegebenen Puncte; A und B die gesuchten. Man kann also unmittelbar die Winkel $MBN = x$, $NBA = y$, $BAM = t$ und $MAN = u$ messen. Man mache den Winkel $MNL = x$; $L'NB' = NMB' = y$; $KMN = u$; $K'MA' = MNA' = t$; so liegt der Durchschnitt von NB' und MB' auf der Linie AB, und eben so der Durchschnitt von MA' und NA'. Durch diese beiden Puncte ist also das Mefsbrett orientirt, und die Bestimmung der Puncte A und B keiner weitern Schwierigkeit unterworfen.

Beweis. Die vier Puncte $BMNB'$ liegen in einem Kreise. Die Grade LN tangirt diesen Kreis, da der Winkel zwischen ihr und der Chorde MN so grofs ist, als der Winkel MBN an der Peripherie, der auf derselben Chorde steht. Daher wird, wenn der Winkel $ABN = y$ ist, auch $LNB' = NMB' = y$ seyn, da die zwei an der Peripherie auf einer Chorde stehen und der dritte von derselben Chorde, und der Tangente an dem einen Ende derselben gebildet wird. Der Beweis gilt eben so für den Punct A' in dem Kreise $ANMA'$.

Altona März 24. 1841.

Thomas Clausen.

Sternbedeckung.

Herr Hofrath *Gauss* hat am 23sten Mai in Göttingen, da das ungünstige Wetter die Beobachtung des Eintritts verhinderte, den Austritt von 42 ω' Gemin. um $9^h 32' 10''6$ m. Z. beobachtet. Herr Dr. *Goldschmidt* beobachtete diesen Austritt $0''3$ früher.

Verbesserung.

In Nr. 418 pag. 74 Zeile 10 von oben lese man April 19 statt 17.

Inhalt.

(zu Nr. 429.) Schreiben des Herrn *Bianchi* an den Herausgeber. p. 337.

Ueber die Bestimmung der Länge durch Höhen des Monds, insbesondere durch correspondirende oder überhaupt gleiche Mondshöhen. Von Herrn Professor Dr. *Grunert* in Greifswald. p. 343.

(zu Nr. 430.) Verzeichnifs von 53 Sternen der Plejaden, aus Beobachtungen mit dem Königsberger Heliometer abgeleitet. Von Herrn Geh. Rath und Ritter *Bessel*. p. 353.

Original-Beobachtungen des *Halley*schen Cometen auf der Altonaer Sternwarte 1835. Von Herrn Observator und Ritter *Petersen*. p. 357.

Schreiben des Herrn Hofraths *Mädler*, Directors der Sternwarte in Dorpat, an den Herausgeber. p. 361.

Geometrische Auflösung der *Hansen*schen Aufgabe: „Aus der Lage zweier bekannten Puncte, die Lage zweier unbekannten Puncte zu finden." Von Herrn *Thomas Clausen*. p. 367.

Sternbedeckung. p. 367.

Verbesserung. pag. 367.

Altona 1841. August 5.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N°. 431.

Scheinbare Positionen des *Encke*schen Cometen bei seiner Wiederkehr im Jahre 1838 beobachtet auf der Hamburger Sternwarte.

Von Herrn *Ch. Rümcker.*

Datum 1838	Mittl. Zeit in Hamburg.	Scheinbare AR. des Cometen.	Scheinb. Decl. des Cometen.	Zahl der Beobb.	Scheinb. Oerter der verglichenen Sterne zur Vergleichungszeit. AR.	Decl.
Octbr.14	7ʰ37ᵐ30ˢ2	1ʰ57ᵐ54ˢ527	49°43′38″0	1	1ʰ53ᵐ28ˢ018	49°42′25″91
					1 53 53,833	49 43 43,62
					1 55 2,979	49 52 12,85
17	7 28 53,67	1 42 41,991	52 47 49,54	8	1 45 44,259	52 48 57,398
					1 46 10,358	52 30 47,74
19	7 36 39,28	1 28 38,939	55 3 2,64	4	1 29 22,832	54 57 49,17
					1 29 36,103	54 49 6,40
					1 31 41,272	55 16 31,66
20	7 31 9,88	1 20 33,972	55 13 53,37	6	1 21 50,679	56 7 0,97
					1 23 28,036	55 59 1,22
					1 26 30,812	55 12 46,52
					1 29 4,720	56 20 22,58
23	7 23 4,67	0 47 40,356	59 54 49,09	6	0 47 3,159 γ Cassiopeæ	59 50 44,33
27	7 38 55,34	23 34 26,394	54 27 10,12	10	23 30 38,382	54 32 45,08
					23 33 41,799	54 13 39,35
29	6 32 38,86	22 41 48,773	55 41 43,00	1	22 35 23,572	55 40 9,09
	12 11 53,91	22 34 58,678	55 49 41,75	5	22 43 53,895	55 42 21,13
					22 45 5,902	55 53 19,90
30	11 28 17,35	22 4 38,563	55 54 47,83	2	22 0 58,580	55 59 43,20
					22 1 41,152	55 55 0,32
					22 2 18,927	56 10 17,69
					22 6 6,377	56 6 59,22
					22 9 37,008	56 8 12,26
Novbr. 3	8 34 50,87	20 0 47,251	61 58 57,86	7	19 52 56,254	62 10 22,160
					19 58 50,037	61 56 46,605
An diesem Abende bedeckte der Comet den Stern a demnach					(a) 19 58 57,032	61 50 11,23
					19 59 23,605	62 11 34,30
	10 11 24,05	19 58 57,032	61 50 11,23	1	20 0 15,253	61 57 28,52
					20 3 52,816	62 16 22,85
Novbr. 4	8 25 17,02	19 38 34,112	59 45 56,61	1	19 30 26,845	59 49 3,24
					19 30 35,542	59 48 39,35
					dup. 19 31 25,099	59 55 29,96
5	5 53 3,73	19 11 51,401	57 36 5,19	3	19 8 0,882	57 29 44,34
	7 45 24,79	19 10 9,055	57 23 48,12	8	19 9 12,723	57 23 1,70
					19 10 8,146	57 50 6,84
					19 11 0,837	57 25 54,18
9	7 45 48,29	17 59 34,826	45 3 8,94	4	17 56 28,528	45 21 19,06
Der Stern b ward am selbigen Abende vom Cometen bedeckt, wonach					17 58 1,676	45 7 44,82
	8 32 3,9	17 59 9,796	44 57 27,57		(b) 17 59 9,796	44 57 27,57

Digitized by Google

Datum. 1838.	Mittl Zeit in Hamburg.	Scheinbare AR. des Cometen.	Scheinb. Decl. des Cometen.	Zahl der Beobb.	Scheinb. Oerter der verglichenen Sterne zur Vergleichungszeit. AR.	Decl.
Novbr. 10.	6h 47′ 29″84	17° 47′ 43″646	41° 52′ 19″98	1	17° 46′ 5″846	41° 48′ 19″50
	9 8 1,58	17 46 33,577	41 33 8,08	2	(c) 17 47 39,396	41 51 14,53

An diesem Abende bedeckte, wie auch A. N. Nr. 371 von Herrn Professor *Nicolai* bemerkt, der Comet den Stern c, woraus folgt:

	6 56 24,38	17 47 39,396	41 51 14,53			
Nov. 11	8 3 56,27	17 36 15,712	38 24 6,87	11	17 35 33,840	38 18 50 71
					17 35 48,941	38 20 57,62
					17 36 24,371	38 21 52,98
					17 36 46,318	38 8 47,04
					17 37 6,465	38 8 33,04
					17 39 25,131	38 23 33,68
12	6 15 8,32	17 27 24,141	35 25 10,92	13	17 23 40,985	35 4 9,01
					17 26 14,599	35 18 39,89
					17 26 58,071	35 18 51,88
					17 27 26,033	35 26 52,76
18	6 7 51,45	17 18 51,554	32 16 21,71	15	17 16 1,434	32 8 40,87
					17 17 44,579	32 7 47,32
					17 18 33,681	32 24 1,98
					17 18 36,918	32 26 18,37
19	5 38 29,57	16 42 34,899	16 0 20,41	8	16 42 38,060	15 39 36,43
					16 43 53,957	16 4 21,45
					16 45 29,873	15 53 3,98
					16 46 1,640	15 40 40,72
					16 46 51,685	15 53 27,62
20	5 38 4,96	16 38 12,844	13 45 11,30	8	16 37 6,924	13 54 49,65
					16 37 36,544	13 55 6,09
					16 39 59,502	13 57 24,95
					16 40 42,053	13 52 51,36
21	6 1 49,57	16 34 6,342	11 35 14,21	9	16 32 10,606	11 58 28,73
					16 32 47,024	11 47 7,75
					16 34 8,975	11 49 36,25
					16 34 37,241	11 21 50,98
					16 35 21,062	11 15 5,74
					16 35 46,715	11 37 39,65
					16 36 8,067	11 46 24,31
23	5 44 43,29	16 26 55,991	7 41 43,33	6	16 25 57,180	7 54 51,02
					16 27 7,876	7 44 17,20
24	5 34 37,70	16 23 42,494	5 54 9,59	8	16 23 41,904	5 47 5,81
					16 24 38,867	5 52 4,96
25	5 29 39,18	16 20 41,863	4 12 13,46	5	16 20 47,763	4 23 47,47
					16 22 31,908	4 35 38,57

Die Reductionen der Cometenbeobachtungen hat Herr *Funk* besorgt.

An den Abenden, wo ich den Cometen nur ein- oder zweimal habe beobachten können, war die Witterung ungünstig, und die Beobachtungen sind dann weniger scharf gewesen.

Die Bedeckung eines Fixsternes von einem lichtschwachen Cometen ist schwer zu beobachten, weil das Licht des Cometen in der Nähe eines auch nur kleinen Fixsterns unscheinlich wird, jedoch glaube ich, dafs die hier angegebenen sehr nahe central waren.

C. Rümker.

Digitized by Google

Schreiben des Herrn Regierungs-Registrators *Paschen* an den Herausgeber.

Schwerin 1841. Juli 5.

Ich habe am 26sten März d. J. eine Bedeckung der Venus vom Monde beobachtet, welche im Berliner Jahrbuche nicht angezeigt worden ist. Die Anzeige ist dort wahrscheinlich unterblieben, weil die für die Conjunction beider Gestirne p. 217. angegebene Declination des Mondes durch ein Versehen um 30′ zu groſs angesetzt ist. Wenn gleich die beobachteten Momente der Bedeckung, als zu ungenau, keinen Werth haben können, so lasse ich sie doch zur nähern Beglaubigung meiner Angabe hier folgen:

	Mittl. Schweriner Zeit.
1) Erste Berührung der Ränder	8h 45′ 49″ (wohl etwas zu
2) Gänzl. Verschwinden des Südhorns	48 5 spät?)
3) Austritt des ersten Randes	verfehlt.
4) ——— des Nordhorns	4 26 58

Das angewandte Fernrohr war ein Fraunhofer von 43L Oeffnung. Den Stand der Uhr konnte ich erst zwei Stunden später durch Höhen der Venus mit einem kleinen *Breithaupt*schen Theodolithen bestimmen, weil dies Instrument nicht früher zu meiner Disposition stand. Habe ich zwar Ursache anzunehmen, dafs die Zeitbestimmung an sich um weniger als 2″ unrichtig ist, so kann ich doch dem Gange der zur Beobachtung angewandten gewöhnlichen Taschenuhr nicht trauen, da dieser sich häufig, selbst in kurzen Zwischenräumen, als sehr ungleich ausgewiesen hat. Die Momente der Bedeckung werden also beträchtlich ungenauer seyn.

Um einigermaafsen über die Zuverlässigkeit der Beobachtung urtheilen zu können, habe ich den scheinbaren Abstand beider Himmelskörper für die Zeiten der ersten und letzten Ränderberührungen aus den Angaben des Berliner Jahrbuchs, mit Berücksichtigung der Aberration für die Venus, abgeleitet und dabei die Abplattung $\frac{1}{289}$ und die Breite von 53° 37′ 20″ zum Grunde gelegt, für die Länge Schwerins aber den wohl nicht erheblich unrichtigen Werth 8′ 17″ in Zeit westlich von Berlin angenommen. Ich finde den scheinbaren Abstand für die Zeit der ersten Ränderberührung

= 16′ 31″,3,

während die Beobachtung denselben zu

16′ 24″,8

ergiebt, wenn man den Durchmesser der Venus aus den Angaben von *Beer* und *Mädler* berechnet. Der für die Zeit der letzten Ränderberührung berechnete Abstand differirt beträchtlich mehr von dem beobachteten, er ist nämlich um 30″,1 gröſser als dieser. Es scheint daher besonders die Zeit des Austritts sehr fehlerhaft zu seyn.

F. Paschen.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn *C. v. Littrow*, Directors der Wiener Sternwarte.

Wien 1841. Juli 29.

Erlauben Sie, dafs ich Ihnen eine Kleinigkeit mittheile, zu der mich vor einigen Tagen die Lecture der Pariser Comptes rendus Nr. 22 veranlafste. Herr *Ed. Biot* führt dort mehrere sehr alte Sternschnuppen-Erscheinungen aus chinesischen Geschichtsbüchern an, und sagt unter anderen, dafs man vierzig sehr reichen Sternschnuppen-Fall in den Jahren 820 bis 841 nach Chr. und immer zwischen dem 20sten und 25sten Juli a. St., oder dem 24sten und 29sten Juli neuen Styles verzeichnet findet, und dafs der 27ste Juli a. St. oder 5te August n. St. 1451 ebenfalls durch eine aufserordentliche Menge solcher Phänomene ausgezeichnet war. Ich glaubte hierin nach *Bogusławsky's* Vorgange ältere Erscheinungen desselben Phänomenes vermuthen zu dürfen, dass man gegenwärtig um den 10ten August zu bemerken pflegt, und kam im weiteren Verfolge auf Umstände, welche die Wahrscheinlichkeit jener Muthmafsung wenigstens nicht umzustofsen scheinen. Combinirt man nämlich die Erscheinungen 820—841 nach Chr. mit der Erscheinung 1451, so erhält man beiläufig eine synodische Umlaufszeit des Phänomenes von 365 Tagen 6 Stunden 12 Minuten; aus der Verbindung aber der Erscheinung 1451 mit der des Jahres 1839, wo der Culminationspunkt des Phänomenes mit seltener Entschiedenheit am 10ten August gegen 3 Uhr Morgens von uns wahrgenommen wurde, ergibt sich jene Umlaufszeit gleich 365 Tagen 6 Stunden 8 Minuten, eine in diesem Falle gewifs hinreichende Uebereinstimmung. Rechnet man mit dieser Umlaufszeit auf das Jahr 1838 zurück, so findet man die Zeit der Haupt-Erscheinung am 10ten August gegen 9h Abends, und in der That beobachtete man an diesem Abende hier von 9h bis 10h gegen 70, von 10h bis 11h gegen 50 solcher Erscheinungen trotz trüben Himmels und Mondes, während die vorhergehenden sowohl als folgenden Tage das Phänomen offenbar viel schwächer war. Zur Verification dieser Vermuthung setze ich die Zeiten der nächsten Erscheinungen her, wie sich dieselben aus der zuletzt bestimmten, als der

weit sichereren Umlaufszeit ergeben. Das Phänomen soll seinen grössten Glanz erreichen im Jahre

1841 Aug. 10 um $8^h 16'$ Abends, am Tage des letzten Viertels.
1842 — 10 9 24 „ vier Tage nach dem Neumonde.
1843 — 11 3 32 Morgens, einen Tag nach dem Vollmonde.

Da der Mond die heurige Erscheinung nicht eben ganz unsichtbar macht, so ist schon in diesem, noch mehr aber im künftigen Jahre eine Prüfung jener Hypothese möglich.

C. L. v. Littrow.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Santini* R. v. D., Directors der Sternwarte in Padua.

Abbiamo osservato il piccolissimo Eclisse Solare del 18 Luglio. La parte del Sole oscurata fù qui circa 1′ d'Arco. Jo Le acclude gli estanti osservati del principio e fine, che potranno trovar luogo nelle Sue A. N. fra le osservazioni degli altri Colleghi.

principio $11^h 37' 18''4$ | Tempo sider. $8^h 52' 18''7$ | Tempo in Padova
fine 12 4 15,9 | 4 19 11,8 | del 18 Luglio 1841.

Santini.

Ueber die Bestimmung der Längen durch Azimuthe des Monds, insbesondere auch durch Monds-culminationen.

Von Herrn Professor Dr. *Grunert* zu Greifswald.

§. 1.

Die achte Methode der Bestimmung der Längen aus beobachteten Moodculminationen ist offenbar nur ein besonderer Fall der allgemeinern Methode der Bestimmung der Längen aus Azimuthen des Monds. Die Entwickelung dieser letztern allgemeinern Methode ist der nächste Zweck des vorliegenden Aufsatzes, woran wir aber auch einige der Aufmerksamkeit der Astronomen vielleicht nicht ganz unwerthe Bemerkungen über eine von der jetzt gewöhnlichen einigermafsen abweichende Methode zur Berechnung der Längendifferenzen aus beobachteten Moodculminationen anschliefsen werden.

§. 2.

Der Beobachtungsort sey A, der Ort, für welchen die Ephemeriden berechnet sind, sey E. Alle Zeiten seyen Sternzeiten und in Stunden ausgedrückt. Die AZeit der Beobachtung, d. h. die AZeit des Momenta; wo der eine Mondrand den Mittelfaden eines unter einem beliebigen, aber bekannten Azimuth aufgestellten Passagen-Instrumenta oder eines andern zu diesen Beobachtungen geeigneten Werkzeuges berührt, sey T, Die Länge des Orts A in Zeit in Bezug auf den Ort E als Anfang der Längen sey t, wobei wir bemerken, dafs die Länge des Orts A von E an nach derselben Richtung hin, nach welcher sich die Erde um ihre Axe bewegt, von 0 bis 360° gezählt werden soll. Dies vorausgesetzt, ist offenbar $T-t$ oder $24+T-t$, jenachdem $T-t$ positiv oder negativ ist, die EZeit der Beobachtung. Setzen wir also

$$T-t=\tau \quad \text{oder} \quad 24+T-t=\tau,$$

jenachdem $T-t$ positiv oder negativ ist, so ist in allen Fällen die EZeit der Beobachtung

§. 3.

Man nehme nun im Moment der Beobachtung den Mittelpunkt der Erde als den Anfang eines rechtwinkligen Coordinatensystems der xyz an; der positive Theil der Axe der x sey vom Mittelpunkte der Erde nach dem Frühlingspunkte gerichtet und die Ebene der xy sey die Ebene des Aequators; der positive Theil der Axe der y habe eine solche Lage, dafs man sich, um von dem positiven Theile der Axe der x durch den rechten Winkel (xy) hindurch zu dem positiven Theile der Axe der y zu gelangen, nach derselben Richtung bewegen mufs, nach welcher von dem positiven Theile der Axe der x an die Rectascensionen gezählt werden; der positive Theil der Axe der z sey vom Mittelpunkte der Erde nach dem Nordpole derselben hin gerichtet.

Die Entfernung des Mittelpunkts des Monds vom Mittelpunkte der Erde, seine Rectascension, Declination und sein aus dem Mittelpunkte der Erde gesehener scheinbarer Halbmesser zur EZeit τ seyen respective ρ, α, δ, Δ; so sind offenbar

$$\rho\cos\alpha\cos\delta,\quad \rho\sin\alpha\cos\delta,\quad \rho\sin\delta$$

die Coordinaten des Mittelpunkts des Monds im Moment der Beobachtung, d. h. zur EZeit τ, in Bezug auf das angenommene System der xyz.

Bezeichnet r den nach dem Beobachtungsorte A gezogenen Halbmesser der Erde und ϕ die geocentrische Breite von A, welche 90° nicht übersteigt, aber als positiv oder als negativ betrachtet wird, jenachdem A in der nördlichen oder südlichen Hälfte der Erdoberfläche liegt; so sind, weil offenbar $15\,T$ die sogenannte Rectascension der Mitte des

Digitized by Google

Himmels für den Beobachtungsort A im Moment der Beobachtung ist,

$$r\cos\Phi\cos 15\,T,\quad r\cos\Phi\sin 15\,T,\quad r\sin\Phi$$

die Coordinaten des Beobachtungsortes A in Bezug auf das angenommene System der xyz im Moment der Beobachtung.

Wir wollen nun ein zweites dem Systeme der xyz paralleles rechtwinkliges Coordinatensystem der $x_1 y_1 z_1$ annehmen, dessen Anfangspunkt der Beobachtungsort A ist; so haben wir nach den Principien der analytischen Geometrie zwischen den Coordinaten der Systeme der xyz und $x_1 y_1 z_1$ die folgenden ganz allgemein gültigen Gleichungen:

$$(1)\ldots\ldots\ldots\begin{cases} x = r\cos\Phi\cos 15\,T + x_1, \\ y = r\cos\Phi\sin 15\,T + y_1, \\ z = r\sin\Phi + z_1. \end{cases}$$

Ferner nehmen wir ein drittes rechtwinkliges Coordinatensystem der $x_2 y_2 z_2$ an, dessen Anfangspunkt ebenfalls der Beobachtungsort A ist. Die Ebene der $x_2 z_2$ sey die Ebene des Meridians von A; der positive Theil der Axe der z_2 falle mit dem positiven Theile der Axe der z_1 zusammen; der positive Theil der Axe der x_2 liege über dem Horizonte von A, und folglich immer in der Hälfte des astronomischen Meridians von A, von welcher an die Stundenwinkel im entgegengesetzten Sinne der Bewegung der Erde um ihre Axe von 0 bis 360° gezählt werden; der positive Theil der Axe der y_2 werde so angenommen, dafs man sich, um von dem positiven Theile der Axe der x_2 durch den rechten Winkel $(x_2 y_2)$ hindurch zu dem positiven Theile der Axe der y_2 zu gelangen, ganz nach derselben Richtung hin bewegen mufs, nach welcher man sich bewegen mufs, wenn man von dem positiven Theile der Axe der x_1 durch den rechten Winkel $(x_1 y_1)$ hindurch zu dem positiven Theile der Axe der y_1 gelangen will. Dies vorausgesetzt, ist nach den aus der analytischen Geometrie bekannten allgemeinen Formeln für die Verwandlung der Coordinaten in der Ebene offenbar

$$(2)\ldots\ldots\ldots\begin{cases} x_1 = x_2\cos 15\,T - y_2\sin 15\,T, \\ y_1 = x_2\sin 15\,T + y_2\cos 15\,T, \\ z_1 = z_2. \end{cases}$$

Führen wir in diese Gleichungen für x, y, z die oben gefundenen Coordinaten des Mittelpunkts des Monds im Moment der Beobachtung ein, und bezeichnen die Coordinaten

Durch den Beobachtungsort A als Anfang legen wir nun endlich noch ein viertes rechtwinkliges Coordinatensystem der $x_3 y_3 z_3$. Die Ebene der $x_3 y_3$ sey die Ebene des Horizonts, und die Ebene der $x_3 z_3$ sey die Ebene des Meridians von A. Der positive Theil der Axe der x_3 werde so angenommen, dafs er mit dem positiven Theile der Axe der x_2 einen spitzen Winkel einschliefst; der positive Theil der Axe der y_3 falle mit dem positiven Theile der Axe der y_2 zusammen; der positive Theil der Axe der z_3 sey von dem Punkte A nach dessen Scheitelpunkte oder Fufspunkte gerichtet, jenachdem A in der nördlichen oder südlichen Hälfte der Erdoberfläche liegt. Bezeichnet nun w die Polhöhe des Punktes A oder deren Ergänzung zu 180°, jenachdem A in der nördlichen oder südlichen Hälfte der Erdoberfläche liegt; so ist nach der Lehre von der Verwandlung der Coordinaten, wie man leicht findet, in völliger Allgemeinheit

$$\left.\begin{aligned} x_2 &= x_3\sin w + z_3\cos w, \\ y_2 &= y_3, \\ z_2 &= -x_3\cos w + z_3\sin w. \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots(3)$$

Aus diesen Gleichungen erhält man leicht

$$\left.\begin{aligned} x_3 &= x_2\sin w - z_2\cos w, \\ y_3 &= y_2, \\ z_3 &= x_2\cos w + z_2\sin w. \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots(4)$$

und aus (2) ergiebt sich auf ähnliche Art

$$\left.\begin{aligned} x_2 &= x_1\cos 15\,T + y_1\sin 15\,T, \\ y_2 &= -x_1\sin 15\,T + y_1\cos 15\,T, \\ z_2 &= z_1. \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots(5)$$

Also ist

$$\left.\begin{aligned} x_3 &= x_1\sin w\cos 15\,T + y_1\sin w\sin 15\,T - z_1\cos w, \\ y_3 &= -x_1\sin 15\,T + y_1\cos 15\,T, \\ z_3 &= x_1\cos w\cos 15\,T + y_1\cos w\sin 15\,T + z_1\sin w. \end{aligned}\right\}\ldots(6)$$

weil nun ferner nach (1)

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= r\cos\Phi\cos 15\,T + x, \\ y_1 &= r\cos\Phi\sin 15\,T + y, \\ z_1 &= r\sin\Phi + z. \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots(7)$$

ist; so ist, wie man leicht findet,

$$\left.\begin{aligned} x_3 &= -r\sin(w-\Phi) + x\sin w\cos 15\,T + y\sin w\sin 15\,T - z\cos w, \\ y_3 &= -x\sin 15\,T + y\cos 15\,T, \\ z_3 &= -r\cos(w-\Phi) + x\cos w\cos 15\,T + y\cos w\sin 15\,T + z\sin w. \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots(8)$$

des Mittelpunkts des Monds im Moment der Beobachtung im Systeme der x_3, y_3, z_3 durch ξ, η, ζ; so finden wir nach einigen leichten Reductionen

$$\left.\begin{aligned} \xi &= -r\sin(w-\Phi) - \rho\left\{\cos w\sin\delta - \sin w\cos(\alpha - 15\,T)\cos\delta\right\}, \\ \eta &= \rho\sin(\alpha - 15\,T)\cos\delta, \\ \zeta &= -r\cos(w-\Phi) + \rho\left\{\sin w\sin\delta + \cos w\cos(\alpha - 15\,T)\cos\delta\right\}. \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots(9)$$

Digitized by Google

Bezeichnen wir den, dem Beobachtungsorte A entsprechenden scheinbaren Halbmesser des Monds im Moment der Beobachtung durch Δ; so haben wir offenbar die Gleichung

$$\rho \sin \Delta = \sin \Delta_1 \sqrt{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}, \quad \ldots\ldots(10)$$

Aus dem Obigen erhält man aber leicht

$$\xi^2+\eta^2+\zeta^2 = r^2+\rho^2-2r\rho\{\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos(\alpha-15T)\cos\delta\};$$

also nach (11)

$$\left.\begin{aligned} \sin\Delta_1 &= \frac{\rho\sin\Delta}{\sqrt{\{r^2+\rho^2-2r\rho\{\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos(\alpha-15T)\cos\delta\}\}}} \\ \cos\Delta_1 &= \frac{\sqrt{\{r^2+\rho^2\cos\Delta^2-2r\rho\{\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos(\alpha-15T)\cos\delta\}\}}}{\sqrt{\{r^2+\rho^2-2r\rho\{\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos(\alpha-15T)\cos\delta\}\}}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots(12)$$

Bezeichnen wir nun das Azimuth des Passagen-Instruments durch Ω; so ist, wenn wir die Azimuthe in demselben Sinne wie die Stundenwinkel und von derselben Hälfte des Meridians wie diese an von 0 bis 360° zählen, die Gleichung der Verticalebene, welche die optische Axe des Passagen-Instruments beschreibt, unter den im Obigen gemachten Voraussetzungen in Bezug auf das vierte Coordinatensystem der $x_3\, y_3\, z_3$ offenbar

$$x_3 \tang\Omega + y_3 = 0. \quad \ldots\ldots(13)$$

und die Gleichungen der im Moment der Beobachtung von dem Beobachtungsorte A nach dem Mittelpunkte des Monds gezogenen geraden Linie in Bezug auf dasselbe Coordinatensystem sind

$$x_3 = \frac{\xi}{\zeta} z_3, \quad y_3 = \frac{\eta}{\zeta} z_3. \quad \ldots\ldots(14)$$

Das Quadrat des Sinus des Neigungswinkels dieser geraden Linie gegen die von der optischen Axe des Passagen-Instruments beschriebene Verticalebene ist nach den bekannten Formeln der analytischen Geometrie, wie man leicht findet,

$$\frac{(\xi\sin\Omega+\eta\cos\Omega)^2}{\xi^2+\eta^2+\zeta^2}.$$

$$0 = r\sin\Omega\sin(\alpha-\varphi)+\rho\left\{\begin{matrix}\pm\sin\Delta+\cos w\sin\Omega\sin\delta \\ -\cos\delta[\cos\Omega\sin(\alpha-15T)+\sin w\sin\Omega\cos(\alpha-15T)]\end{matrix}\right. \quad \ldots\ldots(15)$$

das obere oder untere Zeichen genommen, jenachdem die Größe

$$r\sin\Omega\sin(\alpha-\varphi)+\rho\{\cos w\sin\Omega\sin\delta-\cos\delta[\cos\Omega\sin(\alpha-15T)+\sin w\sin\Omega\cos(\alpha-15T)]\}$$

negativ oder positiv ist.

Für $\Omega = 0$, d. h. wenn die optische Axe des Passagen-Instruments genau die Ebene des Meridians beschreibt, haben wir nach dem Obigen die Gleichung

$$\sin\Delta = \pm\sin(\alpha-15T)\cos\delta, \quad \ldots\ldots(17)$$

und in dieser Gleichung muß das obere oder untere Zeichen genommen werden, jenachdem $\sin(\alpha-15T)\cos\delta$, d. i., weil $\cos\delta$ immer positiv ist, jenachdem $\sin(\alpha-15T)$ positiv oder negativ ist.

Die Größen α, δ, ρ, Δ sämmtlich Functionen der Zeit τ der Beobachtung, so daß also $\alpha = F(\tau)$, $\delta = f(\tau)$, und folglich

$$\sin\Delta_1 = \frac{\rho\sin\Delta}{\sqrt{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}} \quad \ldots\ldots(11)$$

und folglich nach (10) offenbar

$$\frac{(\xi\sin\Omega+\eta\cos\Omega)^2\sin\Delta_1^2}{\rho^2\sin\Delta^2}.$$

Weil aber im Moment der Beobachtung die von der optischen Axe des Passagen-Instruments beschriebene Verticalebene offenbar von der Mondkugel berührt wird; so ist, wie sogleich in die Augen fällt, der in Rede stehende Neigungswinkel dem aus dem Beobachtungsorte A im Moment der Beobachtung gesehenen scheinbaren Halbmesser Δ_1 des Monds gleich, woraus sich in Verbindung mit dem Vorhergehenden auf der Stelle die Gleichung

$$\rho^2\sin\Delta^2 = (\xi\sin\Omega+\eta\cos\Omega)^2,$$

oder, wenn man auf beiden Seiten die Quadratwurzel ausnimmt, die Gleichung

$$\pm\rho\sin\Delta = \xi\sin\Omega+\eta\cos\Omega \quad \ldots\ldots(15)$$

ergiebt, mit der Bedingung, daß man in dieser Gleichung, weil nämlich die Größe $\rho\sin\Delta$ offenbar immer positiv ist, das obere oder untere Zeichen nimmt, jenachdem die Größe $\xi\sin\Omega+\eta\cos\Omega$ positiv oder negativ ist.

Führen wir nun in die vorstehende Gleichung die oben gefundenen Werthe von ξ und η ein, so erhalten wir die folgende Gleichung:

$\rho = \psi(\tau)$, $\Delta = \chi(\tau)$ gesetzt werden kann. Mittelst der bekannten Interpolationsmethoden kann man diese Functionen immer wenigstens mit einem großen Grade der Annäherung finden, und unter verschiedenen Formen, namentlich aber immer unter der Form

$$\begin{aligned} \alpha &= F(\tau) = A+B\tau+C\tau^2+D\tau^3+\ldots\ldots, \\ \delta &= f(\tau) = A_1+B_1\tau+C_1\tau^2+D_1\tau^3+\ldots\ldots, \\ \rho &= \psi(\tau) = A_2+B_2\tau+C_2\tau^2+D_2\tau^3+\ldots\ldots, \\ \Delta &= \chi(\tau) = A_3+B_3\tau+C_3\tau^2+D_3\tau^3+\ldots\ldots, \end{aligned}$$

wo die Coefficienten aller Glieder bekannte Größen sind, dar-

Digitized by Google

stellen. Diese Ausdrücke von α, δ, ρ, Δ müfste man nun in die Gleichung (16) oder (17) für diese Gröfsen einführen, wodurch man eine blofs die eine unbekannte Gröfse τ enthaltende Gleichung erhalten würde, aus welcher diese unbekannte Gröfse τ zu bestimmen wäre. Hat man aber τ, so hat man, wie sich sogleich aus §. 2 ergiebt, auch die gesuchte Länge t des Orts A in Bezug auf den Ort E als Anfang der Längen, oder die Längendifferenz zwischen A und E.

Dafs die Aufgabe, in dieser Allgemeinheit gefasset, nach dem gegenwärtigen Zustande der Analysis unauflösbar ist, Gillt auf der Stelle in die Augen, und wir sind daher genöthigt, zu Näherungen unsere Zuflucht zu nehmen. Daher wollen wir jetzt annehmen, dafs t ein Näherungswerth der in Zeit ausgedrückten Länge des Orts A in Bezug auf den Ort E als Anfang der Längen, und folglich auch $\tau = T - t$ oder $\tau = 24 + T - t$, jenachdem $T - t$ positiv oder negativ ist, ein Näherungswerth der EZeit der Beobachtung sey; so sind auch

$$\begin{aligned} \alpha &= A + B\tau + C\tau^2 + D\tau^3 + \ldots, \\ \delta &= A_1 + B_1\tau + C_1\tau^2 + D_1\tau^3 + \ldots, \\ \rho &= A_2 + B_2\tau + C_2\tau^2 + D_2\tau^3 + \ldots, \\ \Delta &= A_3 + B_3\tau + C_3\tau^2 + D_3\tau^3 + \ldots. \end{aligned}$$

Näherungswerthe der Rectascension, Declination des Mittelpunkts des Monds, der Entfernung des Mittelpunkts des Monds vom Mittelpunkte der Erde, und des dem Mittelpunkte der Erde entsprechenden oder aus demselben gesehenen scheinbaren Halbmessers des Monds im Moment der Beobachtung.

Bezeichnen wir nun den Fehler in der Länge des Orts A in Bezug auf den Ort E als Anfang der Längen durch dt, und die entsprechenden Fehler der EZeit der Beobachtung, der Rectascension, der Declination, Entfernung vom Mittelpunkte der Erde, und des scheinbaren Halbmessers des Monds im Moment der Beobachtung durch $d\tau$, $d\alpha$, $d\delta$, $d\rho$, $d\Delta$; so sind

$$t + dt,\ \tau + d\tau,\ \alpha + d\alpha,\ \delta + d\delta,\ \rho + d\rho,\ \Delta + d\Delta$$

die wahre Länge des Orts A in Bezug auf E als Anfang der Längen, die wahre EZeit der Beobachtung, und die wahre Rectascension, Declination, Entfernung vom Mittelpunkte der Erde und der wahre scheinbare Halbmesser des Monds im Moment der Beobachtung, und man hat also nach (16) die folgende Gleichung:

$$0 = r\sin\Omega\sin(w-\varphi) + (\rho+d\rho)\left\{\begin{matrix}+\sin(\Delta+d\Delta) + \cos w\sin\Omega\sin(\delta+d\delta) \\ -\cos(\delta+d\delta)\left[\cos\Omega\sin(\alpha-15T+d\alpha) + \sin w\sin\Omega\cos(\alpha-15T+d\alpha)\right]\end{matrix}\right\} \quad \ldots\ldots(18)$$

das obere oder untere Zeichen genommen, jenachdem die Gröfse

$$r\sin\Omega\sin(w-\varphi) + \rho\left\{\cos w\sin\Omega\sin\delta - \cos\delta\left[\cos\Omega\sin(\alpha-15T) + \sin w\sin\Omega\cos(\alpha-15T)\right]\right\}$$

negativ oder positiv ist, wobei immer angenommen wird, dafs der absolute Werth von dt sehr klein ist, und also auch $d\alpha$, $d\delta$, $d\rho$, $d\Delta$ der Null sehr nahe kommende Gröfsen sind.

Es ist aber

$$\begin{aligned} \alpha + d\alpha &= \alpha + \frac{d\alpha}{d\tau}d\tau, \\ \delta + d\delta &= \delta + \frac{d\delta}{d\tau}d\tau, \\ \rho + d\rho &= \rho + \frac{d\rho}{d\tau}d\tau, \\ \Delta + d\Delta &= \Delta + \frac{d\Delta}{d\tau}d\tau; \end{aligned}$$

oder, weil nach dem Obigen offenbar $d\tau = -dt$ ist,

$$\begin{aligned} \alpha + d\alpha &= \alpha - \frac{d\alpha}{d\tau}dt, \\ \delta + d\delta &= \delta - \frac{d\delta}{d\tau}dt, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho + d\rho &= \rho - \frac{d\rho}{d\tau}dt, \\ \Delta + d\Delta &= \Delta - \frac{d\Delta}{d\tau}dt \end{aligned}$$

oder, wenn wir der Kürze wegen

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{d\alpha}{d\tau} = B + 2C\tau + 3D\tau^2 + 4E\tau^3 + \ldots, \\ \mu &= \frac{d\delta}{d\tau} = B_1 + 2C_1\tau + 3D_1\tau^2 + 4E_1\tau^3 + \ldots, \\ \varkappa &= \frac{d\rho}{d\tau} = B_2 + 2C_2\tau + 3D_2\tau^2 + 4E_2\tau^3 + \ldots, \\ \vartheta &= \frac{d\Delta}{d\tau} = B_3 + 2C_3\tau + 3D_3\tau^2 + 4E_3\tau^3 + \ldots, \end{aligned}$$

setzen,

$$\begin{aligned} \alpha + d\alpha &= \alpha - \lambda dt, \\ \delta + d\delta &= \delta - \mu dt, \\ \rho + d\rho &= \rho - \varkappa dt, \\ \Delta + d\Delta &= \Delta - \vartheta dt; \end{aligned}$$

und folglich nach (18)

$$0 = r\sin\Omega\sin(w-\varphi) + (\rho-\varkappa dt)\left\{\begin{matrix}+\sin(\Delta-\vartheta dt) + \cos w\sin\Omega\sin(\delta-\mu dt) \\ -\cos(\delta-\mu dt)\left[\cos\Omega\sin(\alpha-15T-\lambda dt) + \sin w\sin\Omega\cos(\alpha-15T-\lambda dt)\right]\end{matrix}\right\} \quad \ldots(19)$$

das obere oder untere Zeichen genommen, jenachdem die Gröfse

$$r\sin\Omega\sin(w-\varphi) + \rho\left\{\cos w\sin\Omega\sin\delta - \cos\delta\left[\cos\Omega\sin(\alpha-15T) + \sin w\sin\Omega\cos(\alpha-15T)\right]\right\}$$

negativ oder positiv ist. Entwickelt man die Gleichung (19) bis auf Gröfsen der ersten Ordnung genau, so wird dieselbe

Digitized by Google

$$(20)\ldots\ldots 0 = r\sin\Omega\sin(w-\varphi)$$
$$+\rho\left\{\cos w\sin\Omega\sin\delta-[\cos\Omega\sin(\alpha-15T)+\sin w\sin\Omega\cos(\alpha-15T)]\cos\delta\pm\sin\Delta\right\}$$
$$-\varkappa\left\{\cos w\sin\Omega\sin\delta-[\cos\Omega\sin(\alpha-15T)+\sin w\sin\Omega\cos(\alpha-15T)]\cos\delta\pm\sin\Delta\right\}dt$$
$$+\lambda\rho\left\{\cos\Omega\cos\vartheta(\alpha-15T)-\sin w\sin\Omega\sin(\alpha-15T)\right\}\cos\delta\,dt,$$
$$-\mu\rho\left\{\cos w\sin\Omega\cos\delta+[\cos\Omega\sin(\alpha-15T)+\sin w\sin\Omega\cos(\alpha-15T)]\sin\delta\right\}dt$$
$$\pm\vartheta\rho\cos\Delta\,dt$$

die obern oder untern Zeichen genommen, jenachdem die Größe

$$r\sin\Omega\sin(w-\varphi)+\rho\{\cos w\sin\Omega\sin\delta-\cos\delta[\cos\Omega\sin(\alpha-15T)+\sin w\sin\Omega\cos(\alpha-15T)]\}$$

negativ oder positiv ist. Setzt man

$$(21)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases}\cos M = \cos\Omega\sin(\alpha-15T)+\sin w\sin\Omega\cos(\alpha-15T)\\ \cos N = \cos\Omega\cos(\alpha-15T)-\sin w\sin\Omega\sin(\alpha-15T)\end{cases}$$

so wird unsere obige Gleichung

$$(22)\ldots\ldots 0 = r\sin\Omega\sin(w-\varphi)$$
$$+\rho(\cos w\sin\Omega\sin\delta-\cos\delta\cos M\pm\sin\Delta)$$
$$-\varkappa(\cos w\sin\Omega\sin\delta-\cos\delta\cos M\pm\sin\Delta)\,dt$$
$$+\lambda\rho\cos\delta\cos N\,dt$$
$$-\mu\rho(\cos w\sin\Omega\cos\delta+\sin\delta\cos M)\,dt$$
$$\pm\vartheta\rho\cos\Delta\,dt,$$

und in dieser Gleichung müssen die obern oder untern Zeichen genommen werden, jenachdem die Größe

$$r\sin\Omega\sin(w-\varphi)+\rho(\cos w\sin\Omega\sin\delta-\cos\delta\cos M)$$

negativ oder positiv ist. Setzt man

$$A = \sin(w-\varphi)\sin\Omega$$
$$B = \cos w\sin\Omega$$
$$C = B\sin\delta$$
$$D = B\cos\delta$$
$$\operatorname{tang} V = \sin w\operatorname{tang}\Omega$$
$$\cos M = \frac{\cos\Omega\sin(\alpha-15T+V)}{\cos V}$$
$$\cos N = \frac{\cos\Omega\cos(\alpha-15T+V)}{\cos V}$$
$$E = \cos\delta\cos M$$
$$F = \sin\delta\cos M$$
$$G = \cos\delta\cos N$$
$$H = \sin\Delta$$
$$I = \cos\Delta;$$

so wird die Gleichung (22)

$$(23)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots dr+(C-E\pm H)\rho = \{\varkappa(C-E\pm H)-\lambda G\rho+\mu(D+F)\rho\pm\vartheta I\rho\}dt,$$

also

$$(24)\ldots\ldots dt = \frac{dr+(C-E\pm H)\rho}{\varkappa(C-E\pm H)-\lambda G\rho+\mu(D+F)\rho\pm\vartheta I\rho}$$

und in dieser Formel müssen die obern oder untern Zeichen genommen werden, jenachdem die Größe $dr+(C-E)\rho$ negativ oder positiv ist.

Setzt man, wenn a den Halbmesser des Aequators der Erde bezeichnet,

$$(25)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\sin\pi = \frac{a}{\rho},$$

so ist $\rho = a\sin\pi^{-1}$, und folglich, wenn man nach τ differentiirt,

$$\frac{d\rho}{d\tau} = -a\sin\pi^{-2}\cos\pi\frac{d\pi}{d\tau},$$

also, wenn der Kürze wegen

$$s = \frac{d\pi}{d\tau}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(26)$$

gesetzt wird,

$$u = -\frac{as\cos\pi}{\sin\pi^2} = -as\cos\pi\cot\pi = -s\rho\cos\pi\ldots(27)$$

so daß also ρ und u aus π und s immer leicht gefunden werden können. Auch ist

$$\frac{u}{\rho} = -s\cot\pi,$$

und nach dem Vorhergehenden

$$\frac{r}{\rho} = \frac{r}{a}\cdot\frac{a}{\rho} = \frac{r}{a}\sin\pi.$$

(Der Beschluß folgt.)

Scheinbare Positionen des *Encke*schen Cometen bei seiner Wiederkehr im Jahre 1838 beobachtet auf der Hamburger Sternwarte. Von Herrn *Ch. Rümker*. p. 369.

Schreiben des Herrn Regierungs-Registrators *Paschen* an den Herausgeber. p. 373.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn *C. v. Littrow*, Directors der Wiener Sternwarte. p. 378.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Santini*, Ritters v. D., Directors der Sternwarte in Padua. p 375.

Ueber die Bestimmung der Längen durch Azimuthe des Monds, insbesondere auch durch Mondculminationen. Von Herrn Prof. Dr. *Grunert* zu Greifswald. p. 375.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N°. 432.

Ueber die Bestimmung der Längen durch Azimuthe des Monds, insbesondere auch durch Monds-culminationen.

Von Herrn Professor Dr. *Grunert* in Greifswald.

(Beschluss.)

Wird nun der Ausdruck (24) von dt im Zähler und im Nenner durch ρ dividirt, so wird derselbe

$$(28)\ldots dt = -\frac{C-E\pm H+\frac{r}{a}A\sin\pi}{\lambda(D+F)\mp\theta I+\varepsilon(C-E\pm H)\cos\pi'}$$

die obern- oder untern Zeichen genommen, jenachdem die Grösse $C-E+\frac{r}{a}A\sin\pi$ negativ oder positiv ist.

Ferner ist

$$\sin\Delta\mp\sin(\alpha-15T)\cos\delta = \mp\{\lambda\cos(\alpha-15T)\cos\delta-\mu\sin(\alpha-15T)\sin\delta\mp\theta\cos\Delta\}dt$$

und folglich

$$(30)\ldots dt = \mp\frac{\sin\Delta\mp\sin(\alpha-15T)\cos\delta}{\lambda\cos(\alpha-15T)\cos\delta-\mu\sin(\alpha-15T)\sin\delta+\theta\cos\Delta'}$$

die obern oder untern Zeichen genommen, jenachdem $\sin(\alpha-15T)$ positiv oder negativ ist.

Für $\Omega = 0$ haben wir nach dem Obigen die Gleichung

$$\sin(\Delta-\theta dt) = \pm\sin(\alpha-15T-\lambda dt)\cos(\delta-\mu dt)\ldots\ldots(29)$$

das obere oder untere Zeichen genommen, jenachdem $\sin(\alpha-15T)$ positiv oder negativ ist. Entwickelt man diese Gleichung nach den positiven ganzen Potenzen von dt und bleibt bei den, dt blofs in der ersten Potenz enthaltenden Gliedern stehen, so erhält man

$$\sin\Delta\mp\sin(\alpha-15T)\cos\delta = \mp\{\lambda\cos(\alpha-15T)\cos\delta-\mu\sin(\alpha-15T)\sin\delta\mp\theta\cos\Delta\}dt$$

Ist T die Zeit, wo ein Fixstern, dessen Rectascension α' ist und als bekannt angenommen wird, durch den Meridian von A geht, so ist $\alpha' = 15T'$, und man kann also den obigen Ausdruck von dt auch auf die Form

$$dt = \mp\frac{\sin\Delta\mp\sin\{\alpha-\alpha'-15(T-T')\}\cos\delta}{\lambda\cos\{\alpha-\alpha'-15(T-T')\}\cos\delta-\mu\sin\{\alpha-\alpha'-15(T-T')\}\sin\delta\mp\theta\cos\Delta}\ldots\ldots\ldots\ldots(31)$$

bringen, welche Formel nun blofs den Zeitunterschied $T-T'$ enthält. In dieser Formel sind die obern oder untern Zeichen zu nehmen, jenachdem $\sin\{\alpha-\alpha'-15(T-T')\}$ positiv oder negativ ist.

Dafs man im Vorhergehenden überhaupt das Azimuthe Ω berechnen kann, wenn man die Zeit des Durchganges eines Fixsterns von bekannter Rectascension und Declination durch die Vertikalebene, welche die optische Axe des Passagen-Instruments beschreibt, beobachtet hat, bedarf hier wohl kaum noch einer besondern Bemerkung.

§. 4.

Wir nehmen jetzt immer an, dafs das Instrument im Meridian des Beobachtungsorts A aufgestellt sey, und lassen allen bisher gebrauchten Symbolen ihre ihnen im Vorhergehenden beigelegte Bedeutung.

Der dem Mittelpunkte der Erde entsprechende oder aus demselben gesehene scheinbare Halbmesser des Monds im Moment der Beobachtung ist $\Delta-\theta dt$, und $\delta-\mu dt$ ist die Declination des Monds im Moment der Beobachtung. Ist nun Δ' der auf den Aequator reducirte scheinbare Halbmesser $\Delta-\theta dt$,

$$\tang\Delta' = \frac{\tang(\Delta-\theta dt)}{\cos(\delta-\mu dt)}\ldots\ldots\ldots(32)$$

oder näherungsweise

$$\Delta' = \frac{\Delta-\theta dt}{\cos(\delta-\mu dt)}\ldots\ldots\ldots(33)$$

Die Zeit des Durchgangs des Mittelpunkts des Monds durch den Meridian von A sey $T+dT$, wo dT positiv oder negativ ist, jenachdem der westliche oder erste, oder der östliche oder zweite Mondrand beobachtet worden ist. Bezieht man nun immer die obern Zeichen auf Beobachtungen des westlichen oder ersten, die untern Zeichen auf Beobachtungen des östlichen oder zweiten Mondrands, so gehen in der Zeit $\pm dT$ offenbar $\Delta'\pm\lambda dT$ Grade des Aequators durch den Meridian, wenn alle Bogen in Graden ausgedrückt angenommen werden, und wir haben also die Proportion

$$\Delta'\pm\lambda dT : 360 = \pm dT : 24,$$

woraus sich $\pm 15dT = \Delta'\pm\lambda dT$, und folglich

$$dT = \pm\frac{\Delta'}{15-\lambda}\ldots\ldots\ldots(34)$$

ergiebt. Also ist

Digitized by Google

$$T \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda}$$

die AZeit des Durchgange des Mittelpunkts des Monds durch den Meridian von A.

Für einen andern Ort A, habe man auf ganz ähnliche Weise

$$(35)\ldots\ldots\ldots tang\,\Delta_{,} = \frac{tang\,(\Delta,-\theta,dt_{,})}{cos\,(\delta_{,}-\mu,dt_{,})}$$

oder näherungsweise

$$(36)\ldots\ldots\ldots\ldots\Delta_{,} = \frac{\Delta,-\theta,dt_{,}}{cos\,(\delta_{,}-\mu,dt_{,})},$$

und

$$T_{,} \pm \frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}$$

sey die AZeit des Durchgangs des Mittelpunkts des Monds durch den Meridian von $A_{,}$.

Sey nun $A_{,}$ der Ort, welcher die gröfste Länge hat, so ist

$$t_{,}+dt_{,}-(t+dt) = t_{,}-t+dt_{,}-dt$$

die Länge des Orts $A_{,}$ in Bezug auf den Ort A als Anfang der Längen. Folglich ist

$$T_{,}-(t_{,}-t)-(dt_{,}-dt) \pm \frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}$$

oder

$$24+T_{,}-(t_{,}-t)-(dt_{,}-dt) \pm \frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}},$$

jenachdem die Gröfse

$$T_{,}-(t_{,}-t)-(dt_{,}-dt) \pm \frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}$$

positiv oder negativ ist, die AZeit des Durchgangs des Mittelpunkts des Monds durch den Meridian von $A_{,}$. Weil nun der Mond früher durch den Meridian von A, als durch den Meridian von A geht, so ist

$$T-T_{,}+(t_{,}-t)+(dt_{,}-dt) \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}$$

oder

$$T-T_{,}-24+(t_{,}-t)+(dt_{,}-dt) \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}},$$

jenachdem die Gröfse

$$T_{,}-(t_{,}-t)-(dt_{,}-dt) \pm \frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}$$

positiv oder negativ ist, die Zwischenzeit zwischen den Durchgängen des Mittelpunkts des Monds durch die Meridiane von A und $A_{,}$.

Setzen wir die Längendifferenz

$$t_{,}+dt_{,}-(t+dt) = (t_{,}-t)+(dt_{,}-dt) = x,$$

so ist

$$T-T_{,}+x \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}$$

oder

$$T-T_{,}-24+x \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}},$$

jenachdem die Gröfse

$$T_{,}-(t_{,}-t)-(dt_{,}-dt) \pm \frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}$$

positiv oder negativ ist, die Zwischenzeit zwischen den Durchgängen des Mittelpunkts des Monds durch die Meridiane von A und von $A_{,}$.

Man theile nun die Zwischenzeit

$$T-T_{,}+(t_{,}-t)+(dt_{,}-dt) \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}$$

oder

$$T-T_{,}-24+(t_{,}-t)+(dt_{,}-dt) \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}},$$

jenachdem die Gröfse

$$T_{,}-(t_{,}-t)-(dt_{,}-dt) \pm \frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}$$

positiv oder negativ ist, in eine gewisse Anzahl gleicher Intervalle, z. B. in n gleiche Intervalle, und bezeichne sowohl für den Anfang, als auch für das Ende eines jeden dieser Intervalle die stündliche Aenderung der Rectascension des Monds. Die Summe der den Anfängen der Intervalle entsprechenden stündlichen Aenderungen der Rectascension sey Σ und Σ' sey die Summe der den Enden der Intervalle entsprechenden stündlichen Aenderungen der Rectascension. Setzt man nun

$$L = \tfrac{1}{2}\left(\frac{\Sigma}{n}+\frac{\Sigma'}{n}\right) = \frac{\Sigma+\Sigma'}{2n}\ldots\ldots\ldots(37)$$

so ist offenbar

$$15x+L\left(T-T_{,}+x \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}\right)$$

oder

$$15x+L\left(T-T_{,}-24+x \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}\right),$$

jenachdem die Gröfse

$$T_{,}-(t_{,}-t)-(dt_{,}-dt) \pm \frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}$$

positiv oder negativ ist, der Bogen des Aequators, welcher in der Zwischenzeit zwischen den Durchgängen des Mittelpunkts des Monds durch die Meridiane von A und $A_{,}$, durch den Meridian von A geht. Also ist

$$15x+L\left(T-T_{,}+x \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}\right):15$$
$$= T-T_{,}+x \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}:1$$

oder

$$15x+L\left(T-T_{,}-24+x \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}\right):15$$
$$= T-T_{,}-24+x \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}:1;$$

d. i.

$$L\left(T-T_{,} \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}\right)+Lx$$
$$= 15\left(T-T_{,} \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}\right)$$

Digitized by Google

oder

$$L\left(T-T_1-24\pm\frac{\Delta'}{15-\lambda}\mp\frac{\Delta'_1}{15-\lambda_1}\right)+Lx$$
$$=15\left(T-T_1-24\pm\frac{\Delta'}{15-\lambda}\mp\frac{\Delta'_1}{15-\lambda_1}\right);$$

d. i.

$$(38)\ldots x=\left(\frac{15}{L}-1\right)\left(T-T_1\pm\frac{\Delta'}{15-\lambda}\mp\frac{\Delta'_1}{15-\lambda_1}\right)$$

oder

$$(39)\ldots x=\left(\frac{15}{L}-1\right)\left(T-T_1-24\pm\frac{\Delta'}{15-\lambda}\mp\frac{\Delta'_1}{15-\lambda_1}\right),$$

jenachdem die Größe

$$T_1-(t_1-t)-(dt_1-dt)\pm\frac{\Delta'_1}{15-\lambda_1}$$

positiv oder negativ ist.

Es sey nun T' die $\mathcal{A}$Zeit des Durchganges eines Fixsternes durch den Meridian von $\mathcal{A}$, und Z sey der Zeitunterschied zwischen dem Durchgange dieses Sterns und des beobachteten Mondrandes durch den Meridian von $\mathcal{A}$. Eben so sey T' die $\mathcal{A}_1$Zeit des Durchgangs dieses Fixsterns durch den Meridian von $\mathcal{A}_1$, und Z_1 sey der Zeitunterschied zwischen dem Durchgange dieses Sterns und des beobachteten Mondrandes durch den Meridian von $\mathcal{A}_1$.

Ist nun $T'>T$, $T'>T_1$; so ist $T'-T=Z$, $T'-T_1=Z_1$, und folglich $T-T_1=Z-Z_1$. Ist aber $T'<T$, $T'<T_1$; so ist $T-T'=Z$, $T_1-T'=Z_1$, und folglich $T-T_1=Z-Z_1$. Also ist $T-T_1=\pm(Z-Z_1)$, oder $T-T_1=\pm Z-(\pm Z_1)$, die obern oder untern Zeichen genommen, jenachdem der Stern früher oder später durch den Meridian geht als der Mond. Nehmen wir daher die Zeitunterschiede Z und Z_1 als positiv oder negativ an, jenachdem der Stern früher oder später als der Mond durch den Meridian geht; so ist immer $T-T_1=Z-Z_1$, und folglich nach dem Obigen

$$x=\left(\frac{15}{L}-1\right)\left(Z-Z_1\pm\frac{\Delta'}{15-\lambda}\mp\frac{\Delta'_1}{15-\lambda_1}\right)\ldots(40)$$

oder

$$x=\left(\frac{15}{L}-1\right)\left(Z-Z_1-24\pm\frac{\Delta'}{15-\lambda}\mp\frac{\Delta'_1}{15-\lambda_1}\right)\ldots(41)$$

jenachdem die Größe

$$T_1-(t_1-t)-(dt_1-dt)\pm\frac{\Delta'_1}{15-\lambda_1}$$

positiv oder negativ ist.

Wir können nicht unterlassen hier ausdrücklich darauf hinzuweisen, dafs der ganzen vorhergehenden Entwickelung die Voraussetzung zum Grunde liegt, dafs die Größen dz und dt_1 durch die in §. 3. gelehrte Methode berechnet worden sind, so dafs also, wo im Vorhergehenden diese Größen als bekannt vorausgesetzt werden, immer die durch die in Rede stehende Methode gefundenen Werthe derselben in die Rechnung einzuführen sind. Ist es nicht verstattet, die Voraussetzung, dafs die Größen dz und dt_1 durch die in §. 3. gelehrte Methode schon gefunden sind, als erfüllt zu betrachten; so mufs man im Vorhergehenden diese Größen da, wo dieselben als bekannt nothwendig vorausgesetzt werden, als verschwindend annehmen, welches zu der gewöhnlichen Methode der Berechnung der Längendifferenzen aus Mondsculminationen führen würde. Jedenfalls scheint aber die im Obigen gelehrte Methode, nach welcher man zuerst dz und dt_1 mittelst der in §. 3. entwickelten Formeln berechnet, und dann mit Hülfe dieser gefundenen Werthe von dz und dt_1 zu der Berechnung der Längendifferenz nach den vorher entwickelten Formeln übergeht, die richtigere zu seyn und zur gröfsern Genauigkeit der gesuchten Resultate wesentlich beizutragen.

Grunert.

Sternbedeckungen beobachtet auf der Sternwarte in Leiden.

Von Herrn *F. Kaiser*,
Professor der Astronomie und Director der Sternwarte daselbst.

Ich hatte gewünscht, die diesmaligen Plejaden-Bedeckungen so vollkommen als möglich zu beobachten, und berechnete dazu jede Bedeckung im voraus, immer meine Berechnungen über alle Sterne der Plejaden ausbreitend, welche von *Bessel*, *Lalande* und *Jeaurat* beobachtet sind. Niemals genofs ich aber die Freude meine Mühe belohnt zu sehen, denn bei keiner der diesmaligen Plejaden-Bedeckungen war die Luft ganz günstig, ausgenommen am 13ten Octbr. 1840, als eine heftige Krankheit mich allen Geschäften entzog. Meine Beobachtungen der Plejaden-Bedeckungen bis zum Ende des Jahres 1839 sind schon in Nr. 391 der Astr. Nachr. angeführt, die späteren sind gröfstentheils mifslungen. Am 7ten Decbr. 1840 und am 31sten Januar 1841 blieb die Luft gänzlich bezogen, und bei den übrigen Plejaden-Bedeckungen war der Mond nur bisweilen, und dann meistens nur durch Wolken, zu erblicken.

Plejaden-Bedeckung am 14ten Januar 1840.

An diesem Tage war die Luft günstig gewesen, aber kurz vor der Bedeckung, nachdem eine gute Zeit-Bestimmung erlangt war, breitete sich plötzlich ein Nebel über den Himmel aus, der sich bald wieder auflöste, aber auch bald aufs neue erschien und die meisten Beobachtungen vereitelte. Mir sind nur folgende Beobachtungen gelungen:

Digitized by Google

Eintritt * 9r Gr.	B. Z. 395.	unt.	$3^h 39' 55''04$	um	$3^h 43' 59''77$ Stzt.	$= 8^h 10' 35''28$ m. Z.	auf $0''5$ ungewiss.
Eintritt * 8.9r Gr.	H. C. p. 195.	unt.	3 31 26	—	3 54 11,37	—— 8 20 45,16 ——	auf $0''2$ ungewiss.
Eintritt * 9r Gr.	B. Z. 395.	unt.	3 34 38,00	—	4 8 58,15	—— 8 35 29,52 ——	auf $0''2$ ungewiss.
Eintritt e Plejad. (Taygeta)				—	4 31 53,04	—— 8 58 0,71 ——	auf $0''2$ ung. Durch Nebel.
Austritt e Plejad. (Taygeta)				—	5 32 18,28	—— 9 58 36,00 ——	auf $1''$ ung. Durch Wolken.

Plejaden-Bedeckung am 27ten Febr. 1841.

Obschon die Luft kurz vor den Bedeckungen zu einer guten Zeit-Bestimmung Gelegenheit gab, ward sie bald dergestalt herzog, dass es unmöglich war, mehr als die drei folgenden Beobachtungen zu erhalten.

Eintritt * 8.9r Gr.	H. C. p. 195.	unt.	$3^h 31' 26''$	um	$9^h 13' 35''24$ Stz.	$= 10^h 45' 17''27$ m. Z.	auf $0''2$ uns. Unter Wolken.
Eintritt * 9r Gr.	B. Z. 395.	unt.	3 34 38,00	—	9 28 47,92	—— 10 58 27,79 ——	auf $0''5$ uns. Unter Wolken.
Eintritt e Plejad. (Taygeta)				—	9 46 22,89	—— 11 15 0,04 ——	auf $0''2$ uns. Unter Wolken.

Seit dem Anfang dieses Jahres hatte ich beabsichtigt, an den ersten Abenden nach jedem Vollmond die sich ereignenden Bedeckungen kleinerer Sterne zu beobachten. Die Witterung hat mir aber auch in dieser Beziehung keine reiche Erndte gegönnt. Ich habe nur folgende Beobachtungen solcher Sternbedeckungen mitzutheilen, bei welchen ich, zur leichtern Auffindung, die genäherten Declinationen der Sterne, wie diese sich aus der Einstellung in der Mitte des Feldes und der verbesserten Ablesung des Declinationskreises unsers Refractors ergeben, hinzufüge.

1841 März 29.	Eintr. * 9r Gr.	Decl. $= +26°17'2$	um	$8^h 39' 32''82$ Stz.	$= 8^h 11' 23''53$ m. Z.	Sicher auf $0''1$.
	—— * 10r Gr.	—— $= +26\ 23,6$	—	9 15 14,55	—— 8 46 59,41 ——	Sicher auf $0''2$.
	—— * 11r Gr.	—— $= +26\ 12,9$	—	9 50 24,72	—— 9 22 8,82 ——	Sicher auf $0''1$.
—— 30.	—— * 9r Gr.	—— $= +23\ 40,5$	—	8 57 41,25	—— 8 25 33,08 ——	Sicher auf $0''1$.
—— ——	—— * 12r Gr.	—— $= +23\ 51,3$	—	8 58 46,74	—— 8 26 38,39 ——	Auf $0''5$ ungewiss.
April 27.	—— * 8.9r Gr.	—— $= +20\ 50,0$	—	10 43 3,91	—— 8 20 33,04 ——	Sicher auf $0''1$.
—— 28.	—— * 9r Gr.	—— $= +15\ 39,8$	—	10 59 3,67	—— 8 32 34,28 ——	Sicher auf $0''1$.
—— ——	—— * 8r Gr.	—— $= +15\ 35,4$	—	11 5 45,81	—— 8 39 15,82 ——	Sicher auf $0''1$.
—— ——	Austr. derselbe.	——	—	11 29 19,78	—— 9 2 45,43 ——	Auf $1''$ ungewiss.

Während der Mondfinsterniss am 5—6ten Febr. 1841 war der Himmel ganz bezogen. Als der Mond total verfinstert war, heiterte es sich für einen Augenblick auf, und der Mond zeigte sich sehr schön, ringsum von vielen kleineren Sternen umgeben. Bevor die Bedeckung einer dieser Sterne beobachtet werden konnte, war die Luft aufs neue ganz bezogen.

Am Tage der Sonnen-Finsterniss den 18ten Juli 1841 dauerte ein aussерordentlich heftiger Regen vom Morgen bis zum Abend, so dass auch bei dieser Finsterniss an keine Beobachtung zu denken war.

Leiden 1841. Juli 30.

F. Kaiser.

Sternbedeckungen vom Monde, beobachtet auf der Altonaer Sternwarte.

	Namen der Sterne.	Ein- oder Austritt.	Sternzeit.	Mittl. Zeit.	
1841 März 3.	82 H Geminorum	E. D.	$5^h 54' 45''15$	$7^h 9' 20''03$	scharf.
Mai 24.	Anonyma 8.9m	E. D.	13 34 5,06	9 25 0,18	scharf.
—— 28.	(126) Virginis	E. D.	15 13 50,30	14 48 45,44	scharf.
Juli 30.	34 σ Sagittarii	E. D.	18 29 13,87	9 55 54,52	scharf. *Schumacher.*
——	—— ——	——	18 29 13,78	9 55 54,43	scharf. *Petersen.*
——	—— ——	A. H.	19 51 47,3	11 18 14,4	zu spät. —— etwa 2 Secunden.
Aug. 10.	e Plejadum.	E. H.	21 5 17,11	11 48 17,18	gut, *Petersen.* Der Stern verschwand o
			14,10	14,18	unsicher, *J.* dem hellen Mondrand.
——	g ——	A. D.	21 19 45,47	12 2 43,16	gut, *P.*
			45,96	43,66	gut, *J.*
——	b ——	A. D.	21 22 54,98	12 5 52,16	gut, *P.*
			55,48	52,66	gut, *J.*

Digitized by Google

	Namen der Sterne.	Ein- oder Austritt.	Sternzeit.	Mittl. Zeit.	
1841 Aug. 10.	27 Plejadum	E. H.	21h33′ 9″14	12h16′ 4″64	gut, *P.* Der Stern verschwand an dem hellen Mondrande.
			10,04	5,54	gut, *J.*
———	4 Anonyma	A. D.	21 40 16,30	12 23 10,63	gut, *P.*
			17,80	12,13	gut, *J.*
———	10 ———	A. D.	22 2 27,4	12 46 18,1	zu spät, etwa 2 Secunden, *P.*
———	15 ———	A. D.	22 13 23,17	12 56 12,08	gut, *P.*
			23,57	12,48	gut, *J.*
———	24 p Plejadum	A. D.	22 13 32,19	12 56 21,08	gut, *P.*
———	17 ———	A. D.	22 14 37,37	12 57 26,08	unsicher, *P.*
			37,77	26,48	gut, *J.*
———	(151)———	A. D.	22 27 35,58	13 10 23,26	gut, *P.*
			37,48	24,06	gut, *J.*
———	h ———	A. D.	22 39 26,21	13 22 12,85	sehr gut. *P.*
			27,91	12,55	gut, *J.*
Aug. 13.	42 *a* Geminorum	E. H.	23 34 20,1	14 5 8,0	gut, *P.* Der Stern verschwand an dem hellen Mondrande.
———	——— ———	A. D.	0 10 25,40	14 41 7,40	sehr scharf, *P.*
Aug. 29.	28 *δ* Capricorni	E. D.	18 34 38,23	8 3 20,70	gut. *Schumacher.*
			38,38	20,85	gut. *J.*
			38,93	20,50	gut. *P.*

Die mit *J.* bezeichneten Beobachtungen sind von Herrn *G. U. F. Jürgensen* aus Copenhagen, einem jungen talentvollen Manne, der sich der höheren Uhrmacherkunst gewidmet und auf der Altonaer Sternwarte in astronomischen Beobachtungen geübt hat. *S.*

Schreiben des Herrn *Rümcker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber.

Ich nehme mir die Freiheit Ihnen hiemit meine zuletzt beobachteten Sternbedeckungen mitzutheilen. Sämmtliche Beobachtungen sind nach Mittl. Hamb. Zeit.

Datum.		Phase.	Rümker.	Funk.
1841 März 2.	37 Gemin.	E	11h54′43″47	11h54′42″90
3.	32 ———	E	7 9 29,82	7 9 30,10
28.	145 Tauri.	E	12 10 55,82	
April 24.	Anonyma.	E	8 58 8,68	8 58 8,90
27.	Anonyma.	E	9 12 48,31	9 12 48,14
27.	Anonyma.	E	9 54 0,71	9 53 59,74
28.	π^3 Cancri.	E		8 54 4,5
		A		9 35 5,0
Mai 9.	*σ* Sagittarii.	E	14 26 31,07	14 26 30,3
		A	15 26 39,09	
24.	Anonyma.	E	9 25 7,7	
Juli 30.	*σ* Sagittarii.	E	9 55 4,44	9 56 4,57
		A	11 18 19,45	11 18 17,15

Plejaden-Bedeckung August 10 (1841).

Bessels Bezeichnung.		Rümker.	Wyer.	Funk.
c	E	11h48′14″3	11h48′22″11	
d	E	11h57′23″1	11 57 24,8	11 57 24,08
g	A	12 2 50,71	12 2 51,8	12 2 51,07
b	A	12 6 0,58	12 6 0,9	12 6 1,06
i	A	12 14 11,82		
d	A	12 15 42,57		12 15 42,75
27	E	12 16 12,99	12 16 13,1	12 16 13,55
	A			12 16 52,0

Bessels Bezeichnung.		Rümker.	Wyer.	Funk.
7	A	12h22′ 4″58		
	A			12 22 17,04
4	A	12 23 18,58		
c	A	12 27 4,69	12h27′ 5″4	12 27 5,03
8	A	12 38 47,75		12 38 48,0
	A	12 39 19,90	12 39 19,90	12 39 19,0
9	A	12 39 26,64		
10	A	12 45 23,65	12 45 23,0	12 45 21,0
12	A	12 46 45,43		12 46 43,5
p	A	12 56 27,54	12 56 28,5	12 56 27,98
	A	12 56 30,77		
27	A	12 57 34,65		12 57 34,48
18	A	12 58 12,55		
24	A	13 10 31,51	13 10 32,1	
h	E			13 10 39,56
h	A	13 22 17,26	13 22 18,6	13 22 17,45
27	A	13 28 48,98		13 28 47,72
29	A	13 36 16,25	13 36 17,2	13 36 15,9
33	A	13 48 24,26		13 48 23,9
31	A	13 56 47,89	13 56 48,2	13 56 47,4
32	A	13 57 59,69	13 57 59,5	
37	A	14 8 43,67	14 8 44,6	14 8 43,22
39	A	14 29 46,21	14 29 48,3	14 29 46,62
Aug. 13.	E	14h 5′17″66	14h 5′15″7	14h 5′16″72
a Gemin.	A	14 41 14,76	14 41 15,3	14 41 13,42
Anonym.	A	14 37 50,32		14 37 40,9
Aug. 29.	E	8 3 32,15		31,6
δ Capr.	A	9 21 13,9		14,0

Digitized by Google

Verzeichniss der Plejaden.

Von Herrn *Ch. Rümker*, Director der Hamb. Sternwarte

Ich erlaube mir nun noch das folgende von mir, aus den mit dem *Repsoldschen* Meridiankreise gemachten Beobachtungen abgeleitete Verzeichniss beizufügen, in so fern es umfassender ist, als das Feld des Heliometers, und es interessant seyn möchte, unter sich unabhängige Bestimmungen mit den in anderer Hinsicht wichtigeren relativen zu vergleichen. In AR. bemerkt man bald eine constante Differenz von etwa $1\frac{1}{2}^s$ in Bogen von den Bestimmungen des Herrn Geheimenraths *Bessel*. Die Constanten der Aberration und Declination sind wie die correspondirenden im Nautical Almanac geordnet.

	Mittl AR. in Zeit 1835 Jan. 1.	Zahld. Beobb.	Jährl. Präcess.	Mittl. Decl. 1835 Jan. 1.	Zahld. Beobb.	Jährl. Präcess.	Constanten für Rectascension und Declination. a	b	c	d	a'	b'	c'	d'
	$3^h 30' 59''367$	4	3,560	$24°47'83''90$	4	12,13	8,6479	8,7668	0,5514	8,2704	8,7799	9,4045	1,0839	−9,9009
	3 31 42,518	2	3,519	22 57 15,29	2	12,08	8,6399	8,7617	0,5466	8,2310	9,9467	9,3712	1,0821	−9,9020
	3 31 48,900	1	3,527	28 16 6,6	1	12,07	8,6406	8,7628	0,5474	8,2372	9,9217	9,3765	1,0818	−9,9021
	3 32 26,399	1	3,507	22 19 38,49	1	12,03	8,6360	8,7607	0,5449	8,2157	9,9899	9,3579	1,0802	−9,9030
	3 32 37,629	2	3,506	22 16 29,30	1	12,01	8,6354	8,7609	0,5448	8,2140	9,9922	9,3564	1,0797	−9,9033
	3 32 38,155	1	3,505	22 15 23,46	1	12,01	8,6353	8,7607	0,5447	8,2135	9,9943	9,3560	1,0797	−9,9032
	3 33 10,911	2	3,544	23 57 52,01	2	11,98	8,6396	8,7671	0,5495	8,2483	9,8508	9,3852	1,0784	−9,9040
	3 33 51,054	1	3,506	22 12 35,85	1	11,93	8,6322	8,7624	0,5448	8,2097	9,9917	9,3522	1,0767	−9,9050
	3 33 51,860	1	3,537	23 36 29,30	1	11,93	8,6368	8,7666	0,5487	8,2393	9,8802	9,3774	1,0768	−9,9049
	3 33 58,915	1	3,542	23 60 57,73	1	11,92	8,6371	8,7678	0,5493	8,2438	9,8573	9,3811	1,0763	−9,9051
	3 34 0,058	4	3,527	23 7 25,41	4	11,92	8,6347	8,7655	0,5474	8,2286	9,9217	9,3684	1,0763	−9,9052
	3 34 1,168	1	3,526	23 4 11,56	1	11,92	8,6345	8,7653	0,5472	8,2276	9,9256	9,3675	1,0763	−9,9054
	3 34 15,281	2	3,547	24 1 54,93	2	11,91	8,6372	8,7687	0,5499	8,2471	8,8380	9,3838	1,0758	−9,9054
	3 34 16,250	1	3,532	23 21 27,80	1	11,90	8,6347	8,7665	0,5480	8,2328	9,9009	9,3718	1,0756	−9,9055
	3 34 39,956	2	3,537	23 36 83,71	2	11,87	8,6345	8,7679	0,5488	8,2370	8,8762	9,3751	1,0746	−9,9061
	3 35 4,022	3	3,542	23 46 1,29	3	11,84	8,6340	8,7691	0,5493	8,2392	8,8585	9,3765	1,0735	−9,9067
b	3 35 8,927	14	3,539	23 35 29,61	8	11,84	8,6333	8,7686	0,5488	8,2356	8,8739	9,3738	1,0734	−9,9068
	3 35 22,423	1	3,542	23 44 34,89	1	11,83	8,6332	8,7694	0,5493	8,2381	8,8565	9,3758	1,0729	−9,9071
	3 35 23,089	1	3,530	23 10 54,20	1	11,83	8,6314	8,7676	0,5478	8,2267	8,9084	9,3662	1,0729	−9,9070
c	3 35 27,293	4	3,549	23 56 46,35	4	11,82	8,6336	8,7702	0,5499	8,2419	8,8382	9,3789	1,0725	−9,9072
1	3 35 42,711	3	3,537	23 30 53,26	2	11,80	8,6316	8,7692	0,5487	8,2325	8,8768	9,3710	1,0719	−9,9076
	3 35 42,936	2	3,519	22 41 4,02	2	11,80	8,6288	8,7665	0,5464	8,2149	8,9479	9,3561	1,0718	−9,9076
2	3 35 49,135	1	3,547	23 56 37,40	1	11,79	8,6327	8,7707	0,5499	8,2410	8,8357	9,3780	1,0716	−9,9077
4	3 35 53,334	1	3,545	23 49		11,79	8,6321	8,7703	0,5496	8,2383	8,8480	9,3757	1,0715	−9,9078
	3 36 1,377	2	3,509	22 10 30,87	2	11,78	8,6264	8,7653	0,5451	8,2032	8,9846	9,3460	1,0711	−9,9080
c	3 36 4,531	3	3,546	23 60 54,82	2	11,77	8,6317	8,7707	0,5497	8,2384	8,8439	9,3757	1,0709	−9,9080
7	3 36 8,128	5	3,538	23 31 10,90	3	11,77	8,6305	8,7697	0,5488	8,2314	8,8751	9,3699	1,0708	−9,9081
	3 36 8,706	2	3,519	22 37 42,51	2	11,77	8,6276	8,7668	0,5464	8,2128	8,9504	9,3341	1,0708	−9,9081
k	3 36 9,086	1	3,550	24 2 9,30	1	11,77	8,6321	8,7715	0,5502	8,2420	8,8241	9,3787	1,0707	−9,9082
l	3 36 17,457	3	3,550	24 0 34,78	3	11,76	8,6316	8,7715	0,5502	8,2410	8,8267	9,3778	1,0703	−9,9083
8	3 36 29,130	3	3,543	$23\ 41\frac{1}{2}$		11,75	8,6301	8,7708	0,5494	8,2341	8,8663	9,3720	1,0699	−9,9086
9	3 36 31,718	1	3,543	23 40		11,74	8,6299	8,7707	0,5493	8,2335	8,8585	9,3714	1,0698	−9,9087
10	3 36 42,671	1	3,544	23 44 19,29	1	11,73	8,6297	8,7712	0,5495	8,2344	8,8513	9,3721	1,0695	−9,9089
	3 86 51,989	2	3,531	23 6 28,30	3	11,72	8,6272	8,7693	0,5479	8,2211	8,9080	9,3608	1,0689	−9,9091
	3 36 58,670	1	3,515	22 24 10,66	1	11,70	8,6246	8,7673	0,5459	8,2056	8,9638	9,3476	1,0685	−9,9093
12	3 37 13,750	1	3,551	24 0 17,90	1	11,69	8,6292	8,7728	0,5504	8,2285	8,8209	9,3753	1,0679	−9,9096
13	3 37 20,520	2	3,539	23 28 ——	1	11,69	8,6271	8,7712	0,5489	8,2272	8,8726	9,3658	1,0677	−9,9098
17	3 37 34,995	1	3,534	23 12 42,90	1	11,67	8,6256	8,7707	0,5483	8,2211	8,8943	9,3606	1,0669	−9,9101
p	3 37 36,797	1	3,543	23 36 8,21	1	11,67	8,6268	8,7720	0,5493	8,2293	8,8584	9,3674	1,0670	−9,9101
	3 37 37,700	1	3,536	23 17 21,74	1	11,66	8,6257	8,7710	0,5485	8,2227	8,8872	9,3619	1,0669	−9,9102

Digitized by Google

	Mittl. AR. in Zeit 1836 Jan. 1.	Zahl d. Beobb.	Jährl. Präcess.	Mittl. Decl. 1836 Jan. 1.	Zahl d. Beobb.	Jährl. Präcess.	Constanten für Rectascension und Declination. a	b	c	d	a'	b'	c'	d'
22	3h 37′ 40″,894	1	3,537	23° 24′ 5″,43	1	11,66	8,6260	8,7714	0,5487	8,2249	8,8768	9,3638	1,0667	—9,9102
24	3 37 44,497	4	3,546	23 46 29,42	4	11,66	8,6271	8,7727	0,5498	8,2326	8,8407	9,3702	1,0666	—9,9103
η	3 37 44,828	18	3,545	23 35 30,29	15	11,64	8,6259	8,7722	0,5494	8,2284	8,8573	9,3664	1,0660	—9,9106
25	3 37 54,046	2	3,532	23 5 49,25	2	11,64	8,6244	8,7708	0,5480	8,2180	8,9025	9,3576	1,0651	—9,9106
28	3 38 39,035	1	3,529	22 54 36,81	1	11,59	8,6218	8,7711	0,5476	8,2120	8,9154	9,3524	1,0641	—9,9115
29	3 38 44,746	3	3,549	23 50 5,32	2	11,59	8,6254	8,7743	0,5501	8,2311	8,8274	9,3685	1,0639	—9,9117
f	3 39 25,375	7	3,544	23 32 44,37	5	11,53	8,6214	8,7743	0,5495	8,2230	8,8488	9,3614	1,0617	—9,9127
h	3 39 26,409	1	3,540	23 37 41,00	1	11,53	8,6220	8,7745	0,5497	8,2250	8,8445	9,3630	1,0620	—9,9126
30	3 39 32,400	1	3,512	22 6 6,28	1	11,53	8,6168	8,7697	0,5455	8,1923	8,9754	9,3352	1,0617	—9,9127
	3 39 36,103	4	3,552	23 52 25,20	3	11,52	8,6223	8,7756	0,5505	8,2290	8,8176	9,3669	1,0616	—9,9128
33	3 39 46,597	2	3,549	23 44 25,25	1	11,52	8,6217	8,7752	0,5501	8,2264	8,8325	9,3641	1,0613	—9,9129
	3 39 58,800	1	3,529	22 50 7,97		11,49	8,6179	8,7726	0,5476	8,2068	8,9149	9,3475	1,0605	—9,9133
	3 39 59,597	1	3,511	22 1 39,10		11,49	8,6154	8,7702	0,5454	8,1895	8,9777	9,3327	1,0605	—9,9134
34	3 40 0,076	3	3,538	23 12 21,34	3	11,49	8,6192	8,7740	0,5487	8,2147	8,8808	9,3541	1,0605	—9,9134
37	3 40 10,686	1	3,552	23 51		11,48	8,6207	8,7762	0,5505	8,2272	8,8182	9,3646	1,0600	—9,9136
	3 40 22,650	1	3,513	22 5 14,51		11,47	8,6146	8,7710	0,5456	8,1898	8,9720	9,3328	1,0595	—9,9139
	3 40 40,497	1	3,515	22 10 22,05	1	11,45	8,6140	8,7716	0,5459	8,1908	8,9636	9,3335	1,0586	—9,9143
39	3 40 41,514	2	3,555	23 59 26,58	2	11,43	8,6198	8,7774	0,5509	8,2288	8,7983	9,3657	1,0586	—9,9143
40	3 41 8,039	4	3,545	23 27 32,64	2	11,41	8,6169	8,7763	0,5496	8,2168	8,8500	9,3555	1,0574	—9,9149
	3 42 23,706		3,574	24 40 14,22		11,32	8,6175	8,7820	0,5531	8,2379	8,6990	9,3725	1,0539	—9,9165

Endlich wollte ich Ihnen noch einige am 13ten August beobachtete Sternschnuppen mittheilen. Die voranstehenden Buchstaben bezeichnen die vorher erwähnten Beobachter.

	M. Hamb. Zeit.	
F.	9h 28′ 23″	Cassiop. — Aries.
R.	9 34 15,2	Leo minor.
R.	9 36 17,9	Androm.
F.	9 36 25	Urs. min, Urs. maj.
R.	9 49 21,7	Lyra.
F.	9 58 27	Urs. maj. Bootes.
R.	9 59 25,4	Urs. maj. Leo min.
F.	9 59 45,0	Urs. maj. Bootes.
R.	10 7 56,6	Cygnus. Aquil.
R.	10 9 20,4	Auriga.
R.	10 11 54,0	Ursæ maj.
F.	10 13 15	Antinous.
R.	10 13 20,7	Cygnus. Urs. min.
R.	10 18 43,9	Cassiop.
F.	10 19 1,0	Südlich vom Bootis.
R.	10 19 41,7	Ursæ minor.,
R.	10 23 23,1	Lyrae Draconi.
R.	10 24 2,0	Corona Bootes.
R.	10 26 51,5	Caput Serpentis.
W.	10 34 36,9	Andromeda.
R.	10 37 0,9	Serpentis.
W.	10 37 37,4	Cassiop.
F.	10 40 11,0	Aquil. Antin.
R.	10 45 49,4	Corona Bootis.
R.	10 49 39,0	Aquil. Serpentis.

	M. Hamb. Zeit.	
F.	10h 56′ 20″ 0	Arietis.
W.	11 1 15,4	infr. Cass. et And.
W.	11 5 31,0	Cetus.
F.	11 8 48,0	Cetus.
W.	11 21 2,1	γ Androm.
W.	11 28 15,6	infr. Pers. et Aries.
F.	11 30 48,0	Androm. Triang.
W.	11 33 30,1	Cassiop.
F.	11 35 34	Corona.
W.	11 38 39,2	Aurigæ.
W.	11 42 14,2	Aurigæ.
F.	11 47 43,5	Hercules. Urs. maj.
F.	11 53 18	Drac Urs. min.
F.	11 58 57	Aquila Sagittar.
W.	12 2 55,8	infr. Plej. et Aries.
W.	12 5 16,3	Perseus.
F.	12 6 46	Androm.
F.	12 19 19	Arietis Pisces.
W.	12 28 59,4	infr. Plej. et Aries.
W.	12 31 59,4	Auriga.
W.	12 41 17,9	Plej. et Aries.
F.	12 53 59	Cass. Ceph.
F.	13 12 18	Cygnus Pegasus.
F.	13 15 17	Corona Horizont.
W.	13 16 19	Taurus.
F.	13 18 54	Draco. Ceph.
W.	13 23 22	Plejades.
F.	13 24 39	Draco. Ursæ maj.

Rümker.

Digitized by Google

Bedeckung der Venus vom Monde in Altona beobachtet 1841 Sept. 11.

	Mittl. Zeit.		Sternzeit.	
Eintritt heller Rand, unteres Horn	19h 26′ 43″4	=	6h 51′ 8″4	nach Umständen gut.
—— —— oberes ——	19 26 58,3	=	6 51 23,4	
Völliges Verschwinden	19 27 30,45	=	6 51 45,55	sehr scharf.
Austritt dunkl. Rand, oberes Horn	20 29 15,0	=	7 53 50,3	zu spät.
erster Lichtpunkt	20 29 46 1	=	7 54 21,4	nach Umständen gut.

Schreiben des Herrn Directors *Rümker* an den Herausgeber.

Hamburg 1841. Sept 12.

Ich bin so frei Ihnen meine letzten Sternbedeckungen mitzutheilen.

		Rümker.	*Weyer.*	*Funk.*	M. Z.
Sept. 10. 179 Gemin.	E.	14h 1′ 47″23			
	A.	14 54 10,83		14h 54′ 12″0	
Anon.	A.			14 3 13,7	
Anon.	A.			14 41 34,1	
Anon.	A.	15 17 19,58	15h 17′ 16″6	15 17 9,5	

Bei dem letzten Austritte muß ich wohl 10″ verzählt haben. Die Beobachtung war übrigens scharf.

Sept. 11. Venus Eintr.	1. Horn	19 26 48,31	19 26 48,8	19 26 49,53	
	2. Horn	19 27 8,28			
	Verschwind.	19 27 31,93	27 30,9	27 31,53	
Austr.	erste Erscheinung	20 29 36,03	20 29 36,0	20 29 25,3	
	vollend. Austritt	20 29 58,3	29 55,9	20 29 51,3	

Rümker.

Berichtigung. S. 268. Anstatt Austritt ist zu lesen, Eintritt, und umgekehrt.

Anzeige.

Es ist schon in den früheren Bänden dieser Nachrichten bemerkt, daß ohne ausdrückliche Bestellung und Voreinsendung keine Nummer eines neuen Bandes versandt wird. Die Herren Abonnenten, welche diese Blätter fortzusetzen wünschen, werden also, um Unterbrechungen zu vermeiden, ersucht baldmöglichst ihre Bestellungen einzusenden.

Man pränumerirt mit 8 ℛ Hamburger GrobCourant, und von diesem Preise wird auch den Postämtern und Buchhandlungen kein Rabatt gegeben. Ueberhaupt sind alle in dieser Anzeige bemerkten Preise, Nettopreise.

Einzelne Nummern werden nur zur Completirung, wenn sie vorräthig sind, à 4 ggr. abgelassen.

Da sehr wenig Exemplare mehr gedruckt werden als bestellt sind, so kann ein Band, der schon geschlossen ist, nicht unter 12 ℛ Hamburger GrobCourant verkauft werden. Die einzige Ausnahme ist wenn alle schon geschlossenen Bände, vom 3ten (inclusive) an, auf einmal genommen werden, und wenn also, wie bei dem Verkaufe einzelner Bände, keines von den wenigen noch übrigen Exemplaren des ganzen Werks incomplet gemacht wird. In diesem Falle wird der Band auch nur zu 8 ℛ gerechnet. Der erste Band ist ganz vergriffen.

Die Anzeigen von Büchern, Instrumenten u. s. w. in den Intelligenzblättern, werden mit 2 ggr. die Zeile vergütet.

Ueber die Bestimmung der Längen durch Azimuthe des Monds, insbesondere durch Mondculminationen. Von Herrn Professor Dr. *Grunert* in Greifswald (Beschluß). p. 385. — Sternbedeckungen beobachtet auf der Sternwarte zu Leiden. Von Herrn *P. Kaiser*, Professor der Astronomie und Director der Sternwarte daselbst. p. 389. — Sternbedeckungen vom Monde, beobachtet auf der Altonaer Sternwarte. p. 391. — Schreiben des Herrn *Rümker*, Directors der Hamb. Sternwarte, an den Herausgeber. p. 393. — Verzeichniß der Plejaden von *Rümker* p. 395. — Bedeckung der Venus vom Monde in Altona beobachtet 1841. Sept. 11, p. 399. — Schreiben des Herrn Directors *Rümker* an den Herausgeber. p. 399. — Berichtigung. p. 399. Anzeige. p. 399.

Altona 1841. September 30.

Register.

A.

Aachen, Beobachtung einiger veränderlichen Sterne daselbst von *Heiss* 115.

d'Abbadie, Antoine, Beobachtungen auf dessen Reisen in Abyssinien 107.

Aberrations-Constante von *Struve* aus Beobachtungen von γ Ursæ maj. 159. Aus Beobachtungen von ι Drac. 294.

Abyssinien, Beobachtungen und Ortsbestimmungen daselbst von *d'Abbadie* 107.

Adwa in Abyssinien, Beobachtungen von Sternbedeckungen daselbst von *d'Abbadie* 109. 111.
Breite dieses Orts 112.

Airy, Professor, Director der Sternwarte zu Greenwich; magnetische Beobachtungen daselbst, so wie Reductionen der Greenwicher Beobachtungen von 1750 bis 1830. 81.

Alexander, S. Professor, Beobachtung von Sternbedeckungen in Princeton in Nord-Amerika 78.

Algol, (β Persei) Beobachtungen und Bemerkungen dieses veränderlichen Stern betreffend von *Argelander* 113. 129.

Altona, daselbst beobachtete Sternbedeckungen von *Schumacher*, *Petersen*, *Jürgensen* 32. 391.
Jupitersrabantenverfinsterungen beob. von *Petersen* 77.
Plejadenbedeckungen beobachtet von *Petersen*, *Clausen*, *Nehus* 79.
Sonnenflecke beobachtet von *Petersen* 151. 161.
Original-Beobachtungen des *Halley*schen Cometen 1835 von *Petersen* 355.
Venus-Bedeckung beobachtet von *Petersen* 399.
Längenunterschied mit Göttingen 161.

Anzeige die Astr. Nachr. betreffend 399.
von verkäuflichen Instrumenten von *Schwabe* 67.

Apesorade, daselbst beobachtete Sternbedeckungen und Feuerkugel von *Fischer*, 63.

Aquilæ γ oder Antinoi Beobachtung dieses veränderlichen Sterne von *Argelander* in Bonn und von *Heiss* in Aachen 117.
von *Pigott* 119, von *Goodricke* 125.

Argelander, Professor, Director der Sternwarte in Bonn, Beobachtungen der veränderlichen Sterne Mira Ceti 113,
γ Aquilæ oder Antinoi 117.
Algol (β Persei) 129.
β Lyræ 131.
δ Cephei 133.
Beobachtung von Sternbedeckungen und Jupitersrabantenverfinsterungen 135.
Positionen des Cometen von *Bremiker* 139. 317.
Mondfinsternifs den 5ten Februar 1841 und Sternbedeckungen 317.

Astronomische Oculare mit drei Linsen von *Soutini* 295.

Astronomische Nachrichten, Verbesserungen in selbigen 184. 191. 195. 317. 335. 367. 399.

Aufgabe aus der practischen Geometrie und deren Auflösung von *Hansen* 165.

Azimuth gemessen auf dem Schönberg in Mecklenburg von *Bertram* 181.

B.

Bache, Professor in Philadelphia, über magnetische Beobachtungen in Nordamerika 47.

Bullo, Beobachtung von Sternbedeckungen in Breslau 51.

Borfoss, Dr. in Welmar, über Fernröhre mit Glasspiegeln und deren Vorzüge 157.

Barometer- und Thermometerbeobachtungen während drei Jahre in Christiania von *Hansteen* 83; im Jahre 1840 in Cracau von *Weisse* 325.

Basis, gemessen in Holstein und bei München, Vergleichung derselben von *Gerling* 160.

Bedeckung der Venus vom Monde 1841 den 16ten März beobachtet von *Paschen* 373.
1841 den 11ten September beobachtet von *Funk*, *Petersen*, *Rümcker*, *Weyer* 399.

Bemerkungen über trigonometrische Nivellements, insbesondere über die terrestrische Strahlenbrechung von *Gruner* 25.

Beobachtungen siehe Comet, Doppelsterne, Feuerkugel, Jupitersrabanten-Verfinsterungen, Magnetische, Mond, Planeten, Sternbedeckungen, Sonnenflecke.

Berge Salodo und Samoyata in Abyssinien, Lage derselben gemessen in Adwa von *d'Abbadie* 112.

Berichtigungen in den Astr. Nachr. 184. 191. 195. 317. 335. 367. 399.

Bertram, Ingenieur-Geograph im Preufsischen General-Stabe, Breiten und Azimuth-Bestimmungen auf dem Schönberg in Mecklenburg 181.

Beschreibung eines neuen Micrometers von *Thomas Clausen* 95.

Bessel, Geheimerrath, Director der Königsberger Sternwarte
Ueber die Grundformeln der Dioptrik 97.
Neue Untersuchung der Reductionselemente der Declinationen, und Bestimmung der Declinationen der Fundamentalsterne 219.
Verzeichnifs von 53 Plejadensternen aus Beobachtungen mit dem Königsberger Heliometer abgeleitet 353.

Beweis der beiden ersten Hauptheoreme der Dioptrik von *Th. Clausen* 135.

Beweis des von *Jacobi* gefundenen Lehrsatzes, dafs ein Flüssiges sich um die eine Axe drehendes Sphäroid von drei verschiedenen Axen in Gleichgewicht seyn könne von *Th. Clausen* 145.

Bianchi, Director der Sternwarte in Modena, Refractionsbeobachtungen 89.
Ueber veränderliche Sterne 337.

Blickensderfer jun. J., Beobachtungen von Sternbedeckungen in Dover Ohio in Nord-Amerika 73.

Bogusławski, Professor in Breslau, Verzeichnifs von Sternschnuppenbeobachtungen 49.
Beobachtungen von Sternbedeckungen in Breslau 51.

Bond, Wm. Cranch, Beobachtungen von Sternbedeckungen in Dorchester in Nord-Amerika 73.

Bona, Beobachtung einiger veränderlicher Sterne daselbst von *Argelander* 113. 117. 129. 131. 133.
Von Sternbedeckungen und Jupitorstrabanten-Verfinsterungen 135. 317.
Von *Brorsens* Cometen 139. 317.
Der Mondfinsternifs am 5ten Febr. 1841. 317.

αBoetis, Doppelstern beobachtet von *Mädler* in Dorpat. 364.

ζBoetis, Doppelstern, beobachtet von *Mädler* in Dorpat 366.

ξBoetis, Doppelstern beobachtet von *Mädler* in Dorpat 366.

Boston, daselbst beobachtete Sternbedeckungen von *B. T. Paine* Esq. 73.

Bradley, Beobachtung von Sternbedeckungen in New-Haven in Nordamerika 73.

Braunsberg in Ostpreufsen, Beobachtungen von Sternschnuppen daselbst von *Feldt* und *Dütterdorf* 331.

Breite von *Roberts* Hause in Greifswald 51.
von Adwa in Abyssinien 112.
von Schönberg in Mecklenburg 181.

Bremiker in Berlin, Entdeckung eines Cometen am 26sten October 1840. 63.
Beobachtungen und Elemente desselben
von *Petersen* 63.
von *Rümker* 67. 193.
von *Encke* 69. 140.
von *Santini* und *Conti* 83.
von *Koller* 83. 184.
Positionen desselben aus Beobachtungen in Bonn von *Argelander* 139. 317.
Verzeichnifs der in der Bahn desselben gelegenen Sterne von *Rümker* 207.

Bronklyn in Nord-Amerika, daselbst beobachtete Sternbedeckungen von *J. Blickensderfer jun.* 73.

Busch, Dr., Observator in Königsberg, Vergleichung der neuen Königsberger Declinationsbestimmungen mit den Fundamental- u. einiger Circumpolarsterne mit andern Verzeichnissen 305.

C.

Cairo, Beobachtungen von Sternbedeckungen daselbst von *d'Abbadie* 109.

Calcolo di un Oculare acromatico a tre lenti pei Cannocchiali astronomici, in cui sono distrutte o molte attenuate le aberrazioni secondarie di rifrangibilità e di sfericità, riprodotto dalla rifrazione per le Lenti oculari *pr. Giovanni Santini* 295.

Cambridge Massachusets, Nord-Amerika, magnetisches Observatorium 47.

ζ Cancri, Doppelstern beobachtet von *O. Struve* in Pulkowa 42.
von *Mädler* in Dorpat 320. 364

Φ¹ Cancri, Doppelstern beobachtet von *Mädler* in Dorpat 363.

Castor, Doppelstern beobachtet von *Mädler* in Dorpat 79. 364.

δ Cephei, veränderlicher Stern, Beobachtungen und Bemerkungen über denselben von *Argelander* in Bonn 133.

Cerne, beobachtet 1839 in Kremsmünster von *Reslhuber* 189.

Ceti Mira. Veränderlicher Stern, Beobachtungen desselben von *Argelander* in Bonn und von *Heiss* in Aachen 140.

Christiania, Maximum, Minimum und Mitteltemperatur aus dreijährigen Beobachtungen des Barometers und Thermometers von *Hansteen* 83.

Chronometer 1314 Kessels, dessen Gang mitgetheilt von *Gerling* 45.

31 Hauth, für *Greig* verfertigt, dessen Mohat gehend, dessen Gang mitgetheilt von *Wrangelowsky* 71.

Circumpolarsterne, Königsberger Declinationen derselben, vergliehen mit andern Verzeichnissen von *Busch* 305.

Clausen, Thomas, Beobachtung von Planetenbedeckungen 1840 Febr. 7. 79.
Beschreibung eines neuen Micrometers 89.
Beweis der beiden Hauptlehrsatze der Dioptrik 135.
Beweis des von *Jacobi* gefundenen Lehrsatzes, dafs ein flüssiges sich um seine Axe drehendes Sphäroid von drei verschiedenen Axen in Gleichgewicht seyn könne 145.
Dessen Zusammenstellung der periodischen Gleichungen in den Mondstafeln findet sich in *Lubbocks* Theorie of the Moon 3r Theil 159.
Geometrische Auflösung der *Hansenschen* Aufgabe: Aus der Lage zweier bekannten Punkte die Lage zweier unbekannten Punkte zu finden 367.

42 Comæ Berenices, Doppelstern beobachtet von *Mädler* 364

Comet, *Halleyscher*, Original-Beobachtungen desselben im Jahre 1835 auf der Altonaer Sternwarte von *Petersen* 355.
Encksrcher. Scheinbare Positionen desselben aus Beobachtungen im Jahre 1838 auf der Hamburger Sternwarte von *Rümker* 269.
Von *Galle* in Berlin entdeckt am 2ten December 1839. Beobachtungen desselben
von *Rümker* in Hamburg 23.
von *Koller* in Kremsmünster 85.
Von *Galle* in Berlin entdeckt am 25sten Januar 1840. Beobachtungen desselben
von *Kaiser* in Leiden 15.
von *Koller* in Kremsmünster 85.
Von *Brorsen* in Berlin entdeckt am 26sten Octbr. 1840. 63.
Beobachtungen und Elemente desselben
von *Petersen* in Altona 63.
von *Rümker* in Hamburg 67. 193.
von *Encke* in Berlin 69. 140.
von *Santini* und *Conti* in Padua 83.
von *Reslhuber* in Kremsmünster 83. 184.
Positionen aus Beobachtungen in Bonn von *Argelander* 139. 317.
Verzeichnifs der in der Bahn desselben gelegenen Sterne von *Rümker* 207.

Constanten der Aberration und Nutation mitgetheilt von *Struve* 293. 294.

Der in der Bahn von *Bremikers* Cometen gelegenen Sterne berechnet von *Wagner* 307.

Conti, Dr. in Padua, Beobachtungen des Cometen von *Bremiker* und des 2ten *Gallischen* Cometen 83. 86.

γ Coronæ, Doppelstern beobachtet am grossen Refractor in Pulkowa von *O. Struve* 42. *von Müller* in Dorpat 364.

γ Coronæ, Doppelstern beobachtet von *Müller* in Dorpat 366

σ Coronæ, Doppelstern beobachtet von *Müller* in Dorpat 363.

Cracau, daselbst gemachte Beobachtungen von Mondsternen. Sternbedeckungen, die wir unbeobachtet gelassen 326. Längenbestimmung von *Sternkowski* 329.

D.

Davis, H. S., Major im 52ten Engl. Regiment, Beobachtungen von Sonnenflecken 65.

Declinationen des Mondes für dessen Durchgang durch den Meridian von Altona 17. 55.

Declinationen der Fundamentalsterne, Bestimmung derselben und Untersuchung der Reductionselemente von *Bessel* 219.

Declinationsbestimmungen der Fundamental- und einiger Circumpolarsterne in Königsberg. Vergleichung derselben mit andern Verzeichnissen von *Busch* 305.

Denzau, daselbst beobachtete Sonnenflecke von *Schwabe* 68. 150.

Dioptrik. Ueber die Grundformeln derselben von *Bessel* 97. Beweise der beiden Hauptlehrsätze derselben von *Th. Clausen* 136.

Dittersdorf, Professor in Braunsberg, Beobachtungen von Sternschnuppen 334.

Doppelsterne, beobachtet am grossen Refractor in Pulkowa von *O. Struve*, nemlich ζ Cancri, ξ Ursæ maj., γ Virginis, γ Coronæ 42. α Leonis, 2173 Str. 43.
in Dorpat von *Müller* γ Leonis, Castor, ξ Ursæ maj. 79. π Geminor., ζ Cancri, φ² Cancri, γ Leonis, ζ Herculis, σ Coronæ 320. γ Leonis, ξ Ursæ maj. 363. ζ Orionis, ζ Cancri, 42 Comæ Berenices, γ Coronæ, ε Bootis, ρ Ophiuchi, α Leonis, Castor, γ Herculis 364. ζ Herculis, ι Leonis, γ Virginis, 2173 Str., τ Ophiuchi 365. 1734 Str., 1757 Str., ζ Bootis, α Herculis, γ Coronæ, 73 Ophiuchi, ξ Bootis 366.

Dorchester in Nord-Amerika, daselbst beobachtete Sternbedeckungen von *Wm. Cranch Bond* 78.

Dorpat, *Müllers* Beobachtungen, der Doppelsterne daselbst 79. 320. 364.

Dorpater Beobachtungen, benutzt zur Ableitung der Nutations-Constanten von *Schidlofsky* 141.

Dover Obin Nord-Amerika, daselbst beobachtete Sternbedeckungen von *Blickenderfer jun.* 73.

Druckfehler in den Astron. Nachrichten 184. 191. 195. 317. 335. 367. 399.

Durchgangsinstrument von Gebrüder *Repsold* aufgestellt im ersten Vertical in Pulkowa 33.
Von *Ertel* aufgestellt im Meridian in Pulkowa 37.

E.

Eérste metingen met den Micrometer, volbragt op het Observatorium van Ryks Hogeschool te Leiden 16.

Elemente der von *Brémiker* in Berlin entdeckten Cometen, berechnet von *Petersen* in Altona 63.
von *Rümker* in Hamburg 67.
von *Encke* 69. 140.
von *Santini* 85.
von *Koller* 87.
Den 2ten *Gallischen* Cometen von *Koller* in Kremsmünster 88.

Encke Elemente und Beobachtungen des *Brémikerschen* Cometen 69. 140.

Encke's Comet, scheinbare Positionen desselben aus Beobachtungen auf der Hamburger Sternwarte von *Rümker* 369.

Engelhardt, Advocat in Gera, Beobachtung von Sternbedeckungen 31.

Entdeckung eines Cometen am 26ten October 1840, von *Brémiker* in Berlin 63.

Erman, Professor in Berlin, über Sternschnuppen 321.

Ertel in München, von demselben vervollständigtes Durchgangsinstrument, für Pulkowa aufgestellt im Meridian 37. Verticalkreis von demselben abgeändert, aufgestellt 38.

F.

Feldt, Professor in Braunsberg in Ostpreussen, Beobachtungen von Sternschnuppen daselbst 331.

Fernröhre mit Glasspiegel und deren Vorzüge von Dr. *Barfuss* 197.

Feuerkugel, beschrieben von *Fischer* in Aparade 53.

Fischer in Aparade, Beobachtung von Sternbedeckungen und Beschreibung einer Feuerkugel 53.

Fundamentalsterne, Bestimmung der Declination derselben und Untersuchung der Reductionselemente dieser Declinationen von *Bessel* 219.

Fundamentalsterne, Königsberger, Declinationen derselben verglichen mit andern. Verzeichnissen von *Busch* 305.

Funk, Beobachtung einer Plejadenbedeckung 1840 Febr. 7 in Hamburg 80. 393.
Positionen des Cometen von *Brémiker* 193.
Beobachtung einer Vennsbedeckung 1841 Sept. 11. 399.

G.

Galle, der Comet entdeckt am 2ten Decbr. 1839 beobachtet auf der Sternwarte in Hamburg von *Rümker* 23.
in Kremsmünster von *Koller* 85.
2ter Comet entdeckt am 25sten Januar 1840 beobachtet auf der Sternwarte in Leiden von *Kaiser* 15.
in Kremsmünster von *Koller* 85.

Gang des Chronometers Kessels 1314 mitgetheilt von *Gerling* 45.
eines *Houthachen* Chronometers, dem Admiral *Greig* gehörig, mitgetheilt von *Wisniewsky* 71.

Gauss, über den magnetischen Südpol 143.
Sternbedeckungen beobachtet in Göttingen 367.

Digitized by Google

α Geminorum, Doppelstern, beobachtet von *Mädler* 320.

Geometrische Auflösung der *Hansen*schen Aufgabe: aus der Lage zweier bekannten Punkte die Lage zweier unbekannten Punkte zu finden 367.

Gera, Beobachtung von Sternbedeckungen daselbst von Advocat *Engelhard* 31.

Gerling über das Chronometer Kessels 1314. 45.

Vergleichung der bei München und in Holstein gemessenen Basis 160.

Längenunterschied zwischen Altona und Göttingen 160.

Gillies, S. M., Lieutenant in der Nord-Amerikanischen Marine, Beobachtung von Sternbedeckungen in Washington 73.

Girard College in Philadelphia, magnetisches Observatorium 47.

Glasspiegel in Fernröhren, deren Vorzüge von *Doctor Barfuss* 147.

Göttingen, Beobachtung der Mondfinsternifs Febr. 5. 1841 von *Goldschmidt* 143.

Längenunterschied mit Altona 160.

Sternbedeckung 367.

Goldschmidt Beobachtung der Mondfinsternifs Febr. 5. 1841 in Göttingen 143.

Beobachtung einer Sternbedeckung 367.

Goodrike über den veränderlichen Stern η Aquilae 128.

Greenwich, magnetische Beobachtungen daselbst von *Airy* 81.

Astronomische Beobachtungen daselbst von 1750 bis 1830. Reductionen derselben 81.

Greifswald, Beobachtung einer Sternbedeckung daselbst, so wie Breite des Beobachtungsorts von *Nobert* 31.

Grofser Refractor von *Mers* und *Mahler* aufgestellt in Pulkowa 41.

Grundformeln der Dioptrik von *Bessel* 97.

Grunert, Professor in Greifswald, Bemerkungen über trigonometrische Nivellements und über terrestrische Strahlenbrechung 25.

Ueber die Bestimmung der Länge durch Höhen des Mondes, insbesondere durch correspondirende oder überhaupt gleiche Mondshöhen 343.

Ueber die Bestimmung der Länge durch Azimuthe des Mondes, insbesondere durch Mondculminationen 375. 385.

H.

Halleyscher Comet, Originalbeobachtungen im Jahre 1835 auf der Altonaer Sternwarte von *Petersen* 355.

Hamburger Sternwarte, Beobachtungen von *Rümker* da selbst des 1ten *Gallischen* Cometen 23.

des Cometen von *Brorsiker* 67. 193.

Sternbedeckungen von *Rümker* 68. 71. 80.

Sternbedeckungen von *Wyttenbach* und *Punk* 80.

Der Mondfinsternifs 1841 Febr. 5. 143.

Sternschnuppenbeobachtungen von *Rümker* 397.

Der Venusbedeckung 1841 Sept. 11 von *Rümker* 399.

Hansen, Professor, Director der Sternwarte auf dem Seeberg Eine Aufgabe aus der practischen Geometrie und deren Auflösung 165.

Ueber die Anwendung oscillirender Elemente als Grundlage der Berechnung der Störungen eines Planeten, und über die unabhängigen Elemente der Fundamenta nova 237.

Hansteen, Professor, Director der Sternwarte in Christiania, Ableitung des Maximums, Minimums, so wie der mittlern Temperatur daselbst aus 3jährigen Beobachtungen 83.

Hauth in St. Petersburg, von demselben verfertigte Pendeluhren aufgestellt in Pulkowa 38. 42.

Von demselben für Admiral *Greig* verfertigtes Chronometer Nr. 31; dessen Gang mitgetheilt von *Wisniewsky* 71.

Heise, Oberlehrer in Aachen, Beobachtungen der veränderlichen Sterne Mira Ceti und η Aquilae 115.

Heliometer von *Mers* und *Mahler* aufgestellt in Pulkowa 43.

Heliometer in Königsberg, Beobachtung der Plejaden mit selbigem, und daraus abgeleitetes Verzeichnifs von 53 Sternen 353.

ζ Herculis, Doppelstern, beobachtet von *Mädler* in Dorpat 320. 365.

η Herculis, Doppelstern, beobachtet von *Mädler* in Dorpat 364.

α Herculis, Doppelstern, beobachtet von *Mädler* in Dorpat 366.

Holcomb, A., Beobachtung von Sternbedeckungen in Southwick Mass in Nord-Amerika 73.

Holsteinische und Münchner Basis, Vergleichung derselben von *Gerling* 160.

Horizontalparallaxe des Mondes etc. für dessen Durchgang durch den Altonaer Meridian 17. 65.

Hudson, Nord-Amerika, daselbst beobachtete Sternbedeckungen von *E. Loomis* 73.

I.

Jacobi's Lehrsatz; dafs ein flüssiges sich um die eine Axe drehendes Sphäroid von drei verschiedenen Axen im Gleichgewicht seyn könne, bewiesen von *Th. Clausen* 145.

Instrumente auf der Hauptsternwarte Pulkowa, beschrieben von *Schumacher* 39.

verkäufliche, angezeigt von *Schwabe* 67.

Jürgensen, Urban, über höhere Uhrmacherkunst 195.

Jürgensen, U. J., Beobachtungen von Sternbedeckungen 391.

Juno, beobachtet 1839 in Kremsmünster von *Reslhuber* 191.

Jupiter, beobachtet 1839 in Kremsmünster von *Reslhuber* 189

Jupitersrabantenverfinsterungen beobachtet auf der Altonaer Sternwarte von *Petersen* 77.

in Bonn von *Argelander*, *Eyserus*, *Lundahl* und *v. Riese* 136.

Digitized by Google

K.

Kaiser, F., Professor, Director der Sternwarte in Leiden, über die dortige Sternwarte und die daselbst ausgeführten ersten Micrometermessungen 1.

Beobachtungen von Sternbedeckungen 391.

Kendall, E. O., Professor, Beobachtungen von Sternbedeckungen in Philadelphia 73.

Kessels in Altona, dessen Pendeluhr aufgestellt in Pulkowa 44.

Gang des Chronometers 1314 mitgetheilt von *Gerling* 45.

Kölgaberger Declinationsbestimmungen der Fundamental- und einiger Circumpolarsterne verglichen mit andern Verzeichnissen von *Bureh* 305.

Heliometer, Beobachtungen der Plejaden mit demselben und daraus abgeleitetes Verzeichniss von 53 Sternen von *Bessel* 353.

Koller, Director der Sternwarte in Kremsmünster, Beobachtungen und Elemente der Cometen von *Galle* und *Brenniker* 85. 87. 183.

Kremsmünster, Beobachtungen und Elemente der Cometen von *Galle* und *Brenniker* 85. 183.

Meridianbeobachtungen der Planeten, des Mondes und der Mondsterne von *Reslhüber* 187.

Kupfertafeln, vier über Sonnenflecke beobachtet und gezeichnet von Major *Darye* 65.

zu *TA. Clausen* Beweis der beiden ersten Hauptheoreme der Dioptrik 135.

Kysaeus, Dr., Beobachtungen in Bonn von Sternbedeckungen und Jupiterstrabantenverfinsterungen 135.

Beobachtungen des *Brenikerschen* Cometen 139.

Tafeln zur Reduction derjenigen Sterne auf den Anfang von 1790, welche in den Zonen Aug. 19 bis Aug. 26. 1789 in den Pariser Memoiren für 1789 vorkommen 177.

L.

Länge von Cracau, von *Steschkowsky* 329.

Längenbestimmung durch Höhen des Mondes insbesondere durch correspondirende oder überhaupt gleiche Mondeshöhen von *Gruneri* 343.

durch Azimuthe des Mondes, insbesondere durch Mondesculminationen von *Grunert* 375. 385.

Längenunterschied zwischen Altona und Göttingen von *Gerling* 160.

Leidco, Beschreibung der dortigen Sternwarte, so wie der ersten Micrometer-Messungen von *Kaiser* 1.

γ Leonis, Doppelstern, beobachtet von *Mädler* in Dorpat 79. 320. 363.

ι Leonis, Doppelstern, beobachtet von *Mädler* in Dorpat 365.

α Leonis, Doppelstern, beobachtet von *Mädler* in Dorpat 364.

v. Littrow, C., Director der Wiener Sternwarte, über Sternschnuppen 373.

Loomis, E. Professor, beobachtete Sternbedeckungen in Hudson Sternwarte in Nord-Amerika 73.

Lubbock, Theory of the Moon, enthält *TA. Clausens* Zusammenstellung der periodischen Gleichungen in den Mondstafeln 159.

Lundahl, Dr., Beobachtungen von Sternbedeckungen und Jupiterstrabantenverfinsterungen in Bonn 135.

β Lyrae, Beobachtungen und Bemerkungen, diesen veränderlichen Stern betreffend von *Argelander* 131.

M.

Mädler, Hofrath, Director der Sternwarte in Dorpat, Beobachtung von Doppelsternen daselbst 79.

Verzeichniss der Sternbedeckungen durch Planeten bis 1842. 141.

Beobachtung der Marsoberfläche, so wie der Doppelsterne α Gemlorum, ζ Cancri, Φ¹ Cancri, γ Leonis, ζ Herculis, σ Coronae, ξ Ursae maj., ζ Orionis, 42 Comae Berenices, γ Coronae, ε Bootis, ρ Ophiuchi, α Leonis, Castor, γ Herculis, ι Leonis, γ Virginis, 1734, 1757, 2173 Str., τ Ophiuchi, ζ Bootis, α Herculis, γ Coronae, 73 Ophiuchi, ξ Bootis 317. 361.

Magnetische Beobachtungen
in Nord-Amerika von Prof. *Bache* 47.
in Greenwich von *Airy* 81.

Magnetischer Südpol von *Gauss* 143.

Mars, beobachtet in Kremsmünster von *Reslhüber* 187.

Mason, E. P., Beobachtungen von Sternbedeckungen in New-Haven und Philadelphia in Nord-Amerika 73.

Massachusets, Nord-Amerika, magnetisches Observatorium in Cambridge 47.

Maximum und Minimum der Temperatur aus 3jährigen Beobachtungen in Christiania von *Hansteen* 83.

Aus 7jährigen Beobachtungen in Kremsmünster von *Koller* 184.

Aus Beobachtungen des Jahres 1840 in Cracau von *Weisse* 325.

Meridianbeobachtungen der Planeten des Mondes und der Mondsterne in Kremsmünster von *Reslhüber* 187.

Meridiandurchgangsinstrument von *Ertel* aufgestellt in Pulkowa 37.

Meridiankreis von Gebrüder *Repsold* aufgestellt in Pulkowa 36.

Merz und Mahler in München, von denselben verfertigter grosser Refractor aufgestellt in Pulkowa 41.

Von denselben verfertigtes Heliometer ebendaselbst aufgestellt 43.

Meteorologische Beobachtungen
in Christiania von *Hansteen* 83.
in Cracau von *Weisse* 325.
in Kremsmünster von *Koller* 184.

Micrometer-Messung von *Kaiser* in Leiden 1.

Micrometer, neues, von *Thomas Clausen* 95.

Mira Ceti, Beobachtungen dieses veränderlichen Sterns in Bonn von *Argelander* und in Aachen von *Heis* 113. 115.

Modeos, Refractionsbeobachtungen daselbst von *Bianchi* 89.

Digitized by Google

Mond, Rectascension, Declination und Horizontal-Parallaxe für den Durchgang durch den Altonaer Meridian für 1841 mit den Logarithmen und Coefficienten für die Reduction auf andere Meridiane 17. 55.
Beobachtungen desselben im Meridian, von *Reslhuber* in Kremsmünster 187.

Mond bedeckt die Venus, am 26sten März 1841 beobachtet von *Fr. Paschen* 373.
am 11ten Sept. 1841 beobachtet von *Petersen* u. *Rümker* 399.

Mondfinsternifs am 5ten Februar 1841 beobachtet
in Göttingen von *Goldschmidt* 143.
in Hamburg von *Rümker* 143.
in Bonn von *Argelander* 317.

Mondsterne, beobachtet
in Cracau von *Weisse* 327.
in Kremsmünster von *Reslhuber* 187.

Mondsazimuth, insbesondere Mondsculminationen zu Längenbestimmungen von *Grunert* 375. 385.

Mondshöhen, correspondirende, zu Längenbestimmungen von *Grunert* 343.

Münchener und holsteinische Basis, Vergleichung derselben von *Gerling* 160.

Muston in London, Pendeluhr von demselben aufgestellt in Pulkowa 35.

N.

Nachrichten über die Instrumente der Kaiserlichen Hauptsternwarte Pulkowa von *Schumacher* 33.

v. Nehus, Ingenieur-Capitain, Beobachtung von Plejadenbedeckungen in Altona 1840 Febr. 7. 79.

Neue Untersuchung der Reductionselemente der Declinationen und Bestimmung der Declinationen der Fundamentalsterne von *Bessel* 217.

New Haven in Nord-Amerika, Beobachtungen von Sternbedeckungen daselbst von *Mason* und *Bradley* 73.

Nivellement, trigonometrisches, und terrestrische Strahlenbrechung von *Grunert* 25.

Nobert in Greifswald, Beobachtung von Sternbedeckungen und Breite des Beobachtungsorts 31.

Nord-Amerika, magnetische Observatorien daselbst 47.
Daselbst beobachtete Sternbedeckungen mitgetheilt von *Walker* 73.

Normalpendeluhr von *Kessels*, aufgestellt in Pulkowa 43.

Notizen, gesammelt während des Aufenthalts in Pulkowa von *Schumacher* 33.

Nutations-Constanten, abgeleitet aus Dorpater Beobachtungen von *Schidloffsky* 141. 293.

O.

Observatorien, magnetische, in Nord-Amerika 47.

Ocular, achromatisches, von drei Linsen von *Santini* 295.

73 Ophiuchi, Doppelstern, beobachtet in Dorpat von *Mädler* 366.

h Ophiuchi, Doppelstern, beobachtet in Dorpat von *Mädler* 364.

τ Ophiuchi, Doppelstern, beobachtet in Dorpat von *Mädler* 365.

Original-Beobachtungen des *Halley*schen Cometen auf der Altonaer Sternwarte in 1835 von *Petersen* 355.

ζ Orionis, Doppelstern, beobachtet von *Mädler* 364.

P.

Padua, Beobachtungen daselbst und Elemente von *Bremikers* Cometen, von *Santini* und *Conti* 83.
Refractionsbeobachtungen von *Santini* 293.
Sonnenfinsternifs den 18ten Juli 1841 beobachtet von *Santini* 375.

Paine, R. T. Esq., beobachtete Sternbedeckungen in Boston und Philadelphia 73.

Pallas, beobachtet 1839 in Kremsmünster von *Reslhuber* 187.

Pariser Memoiren von 1789. Reductionstafeln von *Kyraeus* auf den Anfang von 1790 für die darin enthaltenen Zonen-Beobachtungen von Aug. 19 bis Aug. 26. 177.

Parallaxe, Horizontal, des Mondes für dessen Durchgang durch den Meridian von Altona von *Schumacher* 17. 55.

Paschen, Friedrich, Regierungs-Registrator in Schwerin, Beobachtung der Bedeckung der Venus vom Monde 1841 Mai 26. 373.

Pendeluhren in Pulkowa
von *Hauth* in St. Petersburg 38. 42.
von *Kessels* in Altona 44.
von *Muston* in London 35.
von *Tiede* in Berlin 36.

β Persei oder **Algol**, Beobachtungen und Bemerkungen diesen veränderlichen Stern betreffend von *Argelander* 129.

Peters, Dr., Observator in Pulkowa, beobachtet an *Ertels* Durchgangeinstrument im Meridian 37. Ferner an *Ertels* Verticalkreis 38.

Petersen, Observator an der Sternwarte in Altona, Beobachtungen von Sternbedeckungen 32. 391.
Jupiterstrabantenverfinsterungen 77.
Plejadenbedeckungen 79. 391.
Sonnenflecke 151. 161.
Venusbedeckungen 399.
Originalbeobachtungen des *Halley*schen Cometen im Jahre 1835. 355.
Elemente des *Bremiker*schen Cometen 63.

Philadelphia, magnetisches Observatorium daselbst 47.
Beobachtete Sternbedeckungen von *Walker*, *Kendall*, *Riggs*, *Mason*, *Paine* Esq. 73.

Pigott, Entdecker des Lichtwechsels von η Aquilæ 119.

Planeten.
Venus bedeckt 1842 Aug. 8 den Stern β Virginis 141.
Venusbedeckung 1841 März 26 beobachtet von *Paschen* 373.
1841 Sept. 11 beobachtet von *Petersen* und *Rümker* 399.
Mars, Juno, Pallas, Ceres, Jupiter, Saturn, Uranus beobachtet 1839 am Meridiankreise in Kremsmünster von *Reslhuber* 187.

Digitized by Google

Plejadenbedeckungen beobachtet
1839 April 26 in Philadelphia von *Kendall*, *Mason*, *Riggs*, *Walker* 75.
in Washington von *Gilliss* 75.
in Southwick von *Holcomb* 75.
in Boston von *Paine* 75.
1839 Juli 6 in Philadelphia von *Riggs* und *Walker* 74.
in Washington von *Gillis* 75.
in Hudson Obs. von *Loomis* 76.
1839 Sept. 26 in Southwick von *Holcomb* 75.
in Boston von *Paine* 75.
in Washington von *Gilliss* 75.
1840 Jan. 14 in Bonn von *Argelander*, *Kysaeus*, *v. Riese* 136.
in Leiden von *Kaiser* 390.
1840 Febr. 7 in Altona von *Petersen*, *Clausen*, *v. Nehus* 79.
in Hamburg von *Funk*, *Rümker*, *Weyer* 80
1841 Febr. 27 in Leiden von *Kaiser* 391.
Aug. 10 in Altona von *Jürgensen* und *Petersen* 391.
in Hamburg von *Funk*, *Rümker*, *Weyer* 393.

Plejaden-Verzeichniſs aus Beobachtungen mit dem Königsberger Heliometer abgeleitet von *Bessel* 353.
aus Beobachtungen mit dem *Repsold*schen Meridiankreise auf der Hamburger Sternwarte von *Rümker* 395.

Polhöhe von *Noberts* Hause in Greifswald 31.
von Adwa in Abyssinien 112.

Positionen des Cometen von *Bremiker* aus Beobachtungen in Bonn von *Argelander* und *Kysaeus* 139.
des *Encke*schen Cometen aus Beobachtungen auf der Hamburger Sternwarte 1838 von *Rümker* 369.

Preise von verkäuflichen Instrumenten angezeigt von *Schwabe* 67.

Princeton in Nord-Amerika, daselbst beobachtete Sternbedeckungen von *Alexander* 73.

Pulkowa, Hauptsternwarte in Rufsland, Nachrichten über die dortigen Instrumente von *Schumacher*, nemlich Durchgangsinstrument von Gebr. *Repsold* in Hamburg, im ersten Vertical, Beobachter Staatsrath *v. Struve* 33.
Pendeluhr von *Muston* in London 35.
Meridiankreis von Gebr. *Repsold* in Hamburg, Beobachter *Sabler* 36.
Pendeluhr von *Tiede* in Berlin 36.
Durchgangsinstrument von *Ertel* in München im Meridian, Beobachter *Peters* 37.
Pendeluhr von *Hauth* in Petersburg 38. 42.
Verticalkreis von *Ertel* in München, Beobachter *Peters* 38.
Grofser Refractor von *Merz* und *Mahler* in München, Beobachter *O. Struve* 41.
Normalpendeluhr von *Kessels* 44.
Cometensucher, vierfüfsiges Durchgangsinstrument von *Ertel* in München 44.
Beobachtungen der Doppelsterne ζ Cancri, ξ Ursæ majoris, γ Virginis, η Coronæ 42. ω Leonis, 2173 Str. 43.

R.

Rectascensionen des Mondes für dessen Durchgang durch den Altonaer Meridian von *Schumacher* 17. 55.

Reduction der Astron. Beobachtungen in Greenwich von 1750 bis 1830 von *Airy* 81.

Reductionselemente der Declinationen, neue Untersuchung derselben und Bestimmung der Declinationen der Fundamentalsterne von *Bessel* 219.

Reductionstafeln auf den Anfang von 1790 für diejenigen Sterne, welche in den Zonen Aug. 19 bis Aug. 26 1789 in den Pariser Memoiren vorkommen von *Kysaeus* 177.

Refractionsbeobachtungen
von *Bianchi* in Modena 89.
von *Santini* in Padua 293.

Refractor, grofser, von *Merz* und *Mahler* in München, aufgestellt in Pulkowa 41.

Repsold Gebrüder in Hamburg, von ihnen verfertigtes Durchgangsinstrument aufgestellt in Pulkowa im ersten Vertical 35.
Meridiankreis aufgestellt ebendaselbst 36.

Reslhuber in Kremsmünster Beobachtungen und Elemente der Cometen von *Bremiker* und *Galle* 85. 87.
Meridianbeobachtungen der Planeten, Mondsterne und des Mondes 187.

Riemann, Beobachtung von Sternbedeckungen in Breslau 53.

v. Riese, Prof. in Bonn, Beobachtungen von Sternbedeckungen und Jupiterstrabantenverfinsterungen 135.

Riggs, W. H. C., Beobachtung von Sternbedeckungen in Philadelphia 73.

Roscoe, Nord-Amerika, Beobachtung von Sternbedeckungen daselbst von *Blickensderfer jun.* 73.

Rümker, Charles, Director der Hamburger Sternwarte, Beobachtungen des 1sten *Galle*schen Cometen 23.
Beobachtungen und Elemente des *Bremiker*schen Cometen 67. 193.
Beobachtungen von Sternbedeckungen 68. 71. 79. 393.
Beobachtung der Mondfinsterniſs 1841 Febr. 5. 143.
Beobachtung von Sternschnuppen 397.
Verzeichniſs der in der Bahn des *Bremiker*schen Cometen gelegenen Sterne 307.
Scheinbare Positionen des *Encke*schen Cometen aus Beobachtungen auf der Hamburger Sternwarte im Jahre 1838. 369.

S.

Sabler beobachtet an *Repsolds* Meridiankreis in Pulkowa 36.

Saleda und Samayuto, Berge in Abyssinien, Lage derselben gemessen in Adwa von *d'Abbadie* 112.

Saturn, beobachtet 1839 in Kremsmünster von *Reslhuber* 189.

Scheinbare Positionen des *Encke*schen Cometen bei seiner Wiederkehr im Jahre 1838 beobachtet auf der Hamburger Sternwarte von *Rümker* 369.

Digitized by Google

Schildloffsky Ableitung der Nutations-Coestanten aus Dorpater Beobachtungen 141. 293.

Schöberg in Mecklenburg, daselbst gemachte Breiten- und Azimuth-Bestimmungen von *Bertram* 181.

Schumacher, Conferenzrath, Director der Altonaer Sternwarte, Nachrichten über die Instrumente der Pulkowoer Sternwarte 33.
Beobachtungen von Sternbedeckungen 391.

Schwabe, Hofrath in Dessau, Anzeige von verkäuflichen Instrumenten 67.
Beobachtungen von Sonnenflecken 68. 150.

Sonnenfinsterniss Juli 18. 1841 beobachtet von *Santini* in Padua 375.

Sonnenflecke, Beobachtungen und Zeichnungen derselben von Major *Davis* 69.
Beobachtungen in Dessau von *Schwabe* 68. 150.
Beobachtungen in Altona von *Petersen* 151. 151.

Sonnys, daselbst beobachtete Sternbedeckungen Dec. 19. 1839 von *d'Abbadie* 109.

Southwick, Mass, Nord-Amerika, Beobachtung von Sternbedeckungen daselbst von *A. Holcomb* 73.

Stenzkowski, J. D. Dr., Länge von Cracau 329.

Sternbedeckungen von Planeten bis 1842, berechnet von *Müller* 141.

Sternbedeckungen beobachtet
in Adwa von *d'Abbadie* (1840 April 6. 7) 109, (Mai 4. 5. 6) 111.
in Altona von *Petersen* (1837 Jun. 10. 20. Dec. 14. 1838 März 10. Decbr. 22. 1839 Febr. 19. 1840 März 15) 32.
von *Petersen*, v. *Nehus* und *Clausen* (1840 Febr. 7) 79
von *Schumacher*, *Petersen* und *Jürgensen* (1841 März 3 Mai 24. 28 Juli 30 Aug. 10. 13. 29) 391.
in Apenrade von *Fischer* (1840 Jan. 14 März 15) 53.
in Bonn von *Argelander*, *Kyneens*, *Lundahl* und v. *Biese* 1838 Novbr. 25 Decbr. 21. 22. Decbr. 11.
1839 April 17 Aug. 25 Octbr. 19.
1840 Jan. 13. 14 März 16 April 11 Dec. 13. 135.
1841 Febr. 5. 318.
in Boston von *Paine* (1839 April 19. 20. 26) 74.
in Breslau von *Boguslawski* (1839 Oct. 29 Dec. 11. 12. 1840 Jan. 11. 13. 14) 51, (Jan. 16 Febr. 14 März 15 April 7. 10. 11 Mai 3) 53.
in Cairo von *d'Abbadie* (1839 Nov. 10. 22) 108.
in Cracau von *Weiss* (1840 Jan. 10. 13. 14. 16 April 11 Sept. 3) 327.
in Dorchester von *Bond* (1838 April 19. 20. 26) 73.
in Dover Ohio von *Blickensderfer* (1838 Nov. 13) 73.
in Gera von *Engelhardt* (1840 Jan. 14) 51.

Sternbedeckungen beobachtet
in Göttingen von *Gauss* und *Goldschmidt* (1840 Mai 23. 367.
in Greifswald von *Nobert* (1840 Jan 14 März 15) 31.
in Hamburg von *Funk* (1840 Jan. 14) 71,
von *Rümker* (1840 April 11. 22 Mai 1. Juni 3 Aug. 24 Oct. 16) 68, (Nov. 16. 16) 71.
von *Rümker*, *Weyer*, *Funk* (1840 Febr. 7) 80
(1841 März. 23. 28 April 24. 27. 28 Mai 9. 24. Juli 30 Aug. 10. 13. 29) 393.
(Sept. 10. 11) 399.
in Hudson (Nord-Amerika) von *Loomis* (1838 Novbr. 13 1839 April 19. 20 Juli 6) 74.
in Leiden von *Kaiser* (1841 Jan. 14 Febr. 27) 389.
in New Haven (Nord-Amerika) von *Bradley* (1839 Oct. 1. Dec. 12) 74.
in Philadelphia von *Walker*, *Paine*, *Riggs* und *Kendall* (1839 Januar 21 April 19. 20. 25. 26 Juni 23. 30 Juli 6. 14 Septbr. 1. Oct. 1 Dec. 12) 73.
in Princeton (Nord-Amerika) von *Alexander* (1839 April 19) 73
in Roscoe (Nord-Amerika) von *Blickensderfer* (1839 Oct. 14) 75
in Sonnys (am rothen Meer) von *d'Abbadie* (1839 Dec. 19 109.
in Southwick (in Nord-Amerika) von *Holcomb* (1839 Jan 10. 21 Apr. 19. 26 Jun. 20 Sept. 26) 75
in Washington von *Gillies* (1839 April 26 Jun. 20. 23 Jul. 6 Sept. 26 Oct. 17. 28) 75.

Sternbedeckungen
1837 (Jun. 10. 20 Dec. 14) 32.
1838 (März 10 Dec. 22) 32. (Novbr. 13) 73. (Novbr. 21 Decbr. 21. 22) 135.
1839 (Jan. 10. 21) 73. (Febr. 19) 32. (April 17) 135 (April 19) 73. 74. (April 20) 74. 75. (April 25) 74 (April 26) 75. (Jun. 20. 32) 74. (Jul. 6) 74. 76 (Jul. 14) 74. (Aug. 25) 135. (Septbr. 14) 74 (Sept. 26 Oct. 14) 75. (Oct. 17) 75. 76. (Oct. 19) 135 (Octbr. 28) 76. (Octbr. 29) 51. (Novbr. 19) 109 (Novbr. 23) 108. (Dec. 11) 51. 135. Dec. 12) 51 (Dec. 19) 109.
1840 (Jan. 11) 51. (Jan. 13) 51. 136. 327. (Jan. 14) 51. 327 (Jan. 16) 53. 327. (Febr. 7) 79. (Febr. 14) 53 (März 15) 53. (März 16) 136. (April 6) 109 (April 7) 53. 11. (April 10) 53. (April 11) 53. 68. 327 (April 22) 68. (Mai 3) 51. (Mai 4) 68. 110 (Mai 6) 110. (Mai 6) 111. (Juni 3 Aug. 24) 68 (Sept. 3) 327. (Octbr. 16) 68. (Novbr. 15. 16) 71 (Dec. 13) 136.
1841 (Jan. 14) 391. (Febr. 5) 318. (Febr. 27) 391 (März 2) 397. (März 3) 391. 397. (März 28) 397 (April 24. 27. 28 Mai 9) 397. (Mai 23) 367 (Mai 24) 391. 397. (Mai 28) 391. (Juli 30 Aug. 10 13. 29) 391. 397. (Sept. 10. 11) 399.

Digitized by Google

Sterne, veränderliche, beobachtet in Bonn von *Argelander* und in Aachen von *Heis* 115. 129. von *Bianchi* in Modena 337.

Sternschnuppen-Erscheinungen in den Jahren 855, 1366, 1799, 1832, 1833, 1834, 1836, 1838, 1839, 1840, 1841, 1842 aufgeführt von *Boguslawski* 49.
von *Erman* 321.
Beobachtungen von *Feldt* in Braunsberg 331.
von *Littrow* in Wien 373.
von *Rümker* in Hamburg 397.

Sternwarte in Leiden, über deren Einrichtung und die ersten dort vorgenommenen Micrometer-Messungen von *Kaiser* 1.
in Pulkowa, Instrumente daselbst, beschrieben von *Schumacher* 33.

Strahlenbrechung, terrestrische, und trigonometrisches Nivellement von *Gruneri* 26.

Struve, Staatsrath Excellenz, beobachtet in Pulkowa an *Repsolds* Durchgangsinstrumente im ersten Vertical 33.
Aberrations-Constante aus γ Ursæ maj. 159.
aus Draconis 294.
Nutations-Constante von *Schidlofsky* gerechnet 293.

Struve, Otto, beobachtet in Pulkowa am grofsen Refractor von *Mars* und *Mahler* 41.

Struve 1734. 1757 Doppelsterne, beobachtet in Dorpat von *Mädler* 365.

Struve 2178 Doppelstern beobachtet
in Pulkowa von *Otto Struve* 43.
in Dorpat von *Mädler* 365.

Südpol, magnetischer, von *Gauss* 143.

T.

Tafeln zur Reduction derjenigen Sterne auf den Anfang des Jahrs 1790, welche in den Zonen Aug. 19 bis Aug. 26. 1789 der Pariser Memoiren für 1789 vorkommen von *Nyrens* 177.

Temperatur, mittlere, von Christiania aus dreijährigen Beobachtungen von *Hansteen* 83.
von Kremsmünster aus siebenjährigen Beobachtungen von *Koller* 184.
von Ofenen aus Beobachtungen im Jahre 1840 von *Weiser* 325.

The Moons Right-Ascension, Declination and Horizontal-Parallax for the time of her transit over the Meridian of Altona for the year 1841 with the logrithms of coefficients for facilitating the reduction to other Meridians 17.

Tiede in Berlin, von demselben verfertigte Pendeluhr für Pulkowa 36.

Trigonometr. Nivellement, und terrestr. Strahlenbrechung von *Gruneri* 25.

U.

Ueber die Sternwarte von Leiden und die ersten daselbst angestellten Micrometer-Messungen von *Kaiser* 1.

Ueber die Grundformeln der Dioptrik von *Bessel* 97.

Ueber Fernröhre mit Glasspiegeln und deren Vorzüge von *Barfuss* 197.

Ueber die Anwendung oculirender Elemente als Grundlage der Berechnung der Störungen eines Planeten und über die unabhängigen Elemente der Fundamenta nova von *Hansen* 237.

Ueber die Bestimmung der Länge durch Höhen des Mondes insbesondere durch correspondirende oder überhaupt gleiche Mondeshöhen von *Gruneri* 343.

Ueber die Bestimmung der Länge durch Azimuthe des Mondes, insbesondere durch Mondeculminationen von *Gruneri* 375. 385.

Uhrmacherkunst, höhere, Werk über selbige von *U. Jürgensen* 195.

Untersuchung der Reductionselemente der Declinationen und Bestimmung der Declinationen der Fundamentalsterne von *Bessel* 219.

Uranus, beobachtet 1839 in Kremsmünster von *Reslhuber* 191.

υ Ursæ maj., Beobachtung dieses Sterns zur Bestimmung der Aberrations-Constante von *Struve* 159.

ξ Ursæ maj., Doppelstern, beobachtet am grofsen Refractor in Pulkowa von *O. Struve* 42.
in Dorpat von *Mädler* 363.

V.

Venus bedeckt den Stern β Virginis 1842 Aug. 8 nach *Mädlers* Berechnung 141.

Venus-Bedeckung vom Monde beobachtet von *Friedr. Paschen* März 26. 1841. 373.
von *Petersen*, *Rümker*, *Weyer*, *Funk* Sept. 11. 1841. 399.

Veränderliche Sterne: Mira Ceti, η Aquilæ oder Antinoi, β Persei oder Algol, β Lyræ, δ Cephei beobachtet in Bonn von *Argelander* und an Anchen von *Heis* 113. 129.
o Ceti von *Bianchi* in Modena 337.

Verbesserungen in Astr. Nachr. 184. 191. 195. 317. 335. 367.

Vergleichung der in Holstein und bei München gemessenen Basis von *Gerling* 160.

Vergleichung der neuen Königsberger Declinationsbestimmungen der Fundamental- und einiger Circumpolarsterne mit andern Verzeichnissen, von *Bessel* 305.

Verkäufliche Instrumente angezeigt von *Schwabe* 67.

Vertical, erster, Durchgangsinstrument von Gebr. *Repsold*, aufgestellt in Pulkowa 33.

Verticalkreis von *Ertel*, aufgestellt in Pulkowa 38.

Verzeichnifs der Sternbedeckungen durch Planeten bis 1842 von *Mädler* 141.

Verzeichnifs von 53 Sternen der Plejaden aus Beobachtungen mit dem Königsberger Heliometer abgeleitet von *Bessel* 353.
Von Plejaden-Sternen aus Beobachtungen am *Repsoldschen* Meridiankreise auf der Hamburger Sternwarte von *Rümker* 395.

β Virginis wird nach *Mädler* am 8ten Aug. 1842 von der Venus bedeckt 141.

Digitized by Google

γ Virginis, Doppelstern, beobachtet am grofsen Refractor in Pulkowa von *O. Struve* 42.
in Dorpat von *Müdler* 365.

W.

Walker, S. C., Verzeichnifs der in Nord-Amerika beobachteten Sternbedeckungen 73.
dessen Beobachtungen von Sternbedeckungen in Philadelphia 73.
Washington, Marine-Observatorium, daselbst beobachtete Sternbedeckungen von *Gillis* 73.
Weisse, Prof., Director der Sternwarte in Cracau, Beobachtungen von Mondsternen, Sternbedeckungen, so wie des Barometers und Thermometers 325.
Westphal über den Lichtwechsel des veränderlichen Sterns γ Aquilae 119.
Weyer, Georg, Beobachtung von Plejadenbedeckungen in Hamburg 80.
Berechnung der Constanten zu *Rümkers* Verzeichnifs der Sterne in der Bahn des Cometen von *Bremiker* 307.
Beobachtung von Sternbedeckungen 393. 399.
Beobachtung der Venusbedeckung Sept. 11. 1841. 399.
Wiedemann, Beobachtung von Sternbedeckungen in Breslau 51
v. Wisniewsky, mitgetheilter Gang des dem Admiral *Greig* gehörigen *Hauth*schen Chronometers Nr. 31 einen Monat gehend 71.
Wurm, über den Lichtwechsel des veränderlichen Sterns γ Aquilae 119.

Z.

Zones in den Pariser Memoiren für 1789 von Aug. 19 bis Aug. 26. Reductionstafeln, um dieselben auf den Anfang von 1790 zu bringen, von *Kysarus* 177.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE

NACHRICHTEN,

herausgegeben

von

H. C. Schumacher,

Conferenzrathe, ordentlichem Professor der Astronomie in Copenhagen, Commandeur vom Dannebroge und Dannebrogsmann, Ritter des Königl. Preußischen Rothen Adlerordens zweiter Classe, des Kaiserl. Russischen St. Annen- und Stanislausordens zweiter Classe, des Königl. Schwed. Nordsternordens und der Ehrenlegion, Mitgliede der Königl. Gesellschaften der Wissenschaften in Copenhagen, London, Edinburgh, Stockholm, Göttingen und Upsala, der Königl. astron. Gesellschaft in London, der americanischen Gesellschaft der Wissenschaften in Philadelphia, der physiographischen Gesellschaft in Lund, und der naturforschenden Gesellschaft in Danzig, Ehrenmitgliede der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften in Dublin, der meteorolog. Gesellschaft in London, der Society of useful arts in Edinburgh, der mathematischen Gesellschaft in Hamburg und der naturforschenden Gesellschaft in Rostock, Correspondenten des Französischen Instituts, der Kaiserl. Academie der Wissenschaften in St. Petersburg, der Königl. Gesellschaften der Wissenschaften in Berlin, Brüssel, Neapel, Padua, Palermo und Turin.

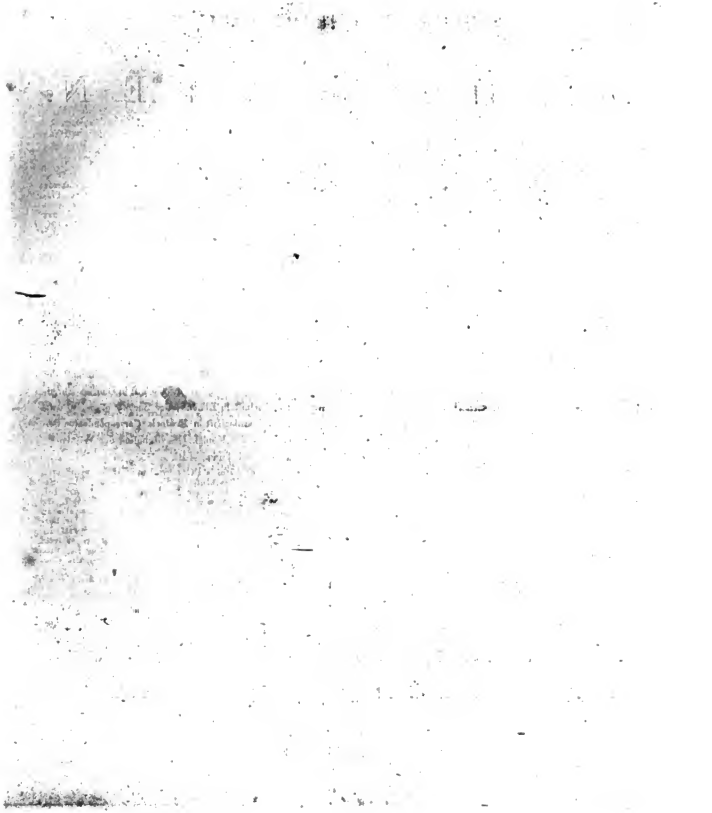
Neunzehnter Band.

Mit einem Inhaltsverzeichniss, Register und 3 Steindrücken.

Altona 1842.

gedruckt in der *Hammerich*- und *Lesser*'schen Buchdruckerei

Digitized by Google



Digitized by Google

I n h a l t.

Nr. 433.

Beobachtungen über die Excentricität der Saturnkugel im Ringe 1841. Von Herrn Hofrath *Schwabe* 1. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Hansen*, Directors der Sternwarte Seeberg 7. — Report of the Astronomer Royal to the Board of Visitors, Read at the Annual Visitation of the Royal Observatory, Greenwich, June 5. 1841. 7.

Nr. 434.

Astronomische Untersuchungen von *F. W. Bessel*. Erster Band. Königsberg 1841 im Verlage der Gebr. Bornträger. 4to. 17. — Physische Beobachtungen des Mars bei seiner Opposition im Jahre 1841. Von Herrn Hofrath *Mädler* in Dorpat 19. — Ueber die Bahnen mehrerer Sternschnuppen am 10ten August 1839. Von den Herren *A. Braun* und *H. Petersen*. 25. — Nahe Zusammenkünfte der älteren Planeten mit Zodiakalsternen, und Bedeckungen der letzteren, für 1843. Von Herrn Hofrath *Mädler* in Dorpat. 31.

Nr. 435—437.

Bemerkungen über die Behandlung der Theorie der Störungen des Mondes. Von Herrn Prof. a. Ritter *Hansen*, Director der Sternwarte Seeberg 33. — Extrait du procès verbal de l'Académie impériale des sciences de St. Pétersbourg du 24 Septembre (6 Octobre) 1841. 91. — Plejadenbedeckung am 31. Oct. 1841. Von Herrn Hofrath *Mädler* in Dorpat 95.

Nr. 438.

Ueber einen Fehler in der Berechnung der französischen Gradmessung und seinen Einfluß auf die Bestimmung der Figur der Erde. Von Herrn Geh. Rath und Ritter *Bessel*. 97.

Beil. zu Nr. 438.

Schreiben des Herrn Professors *v. Boguslawski*, Directors der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber. 117. — Sternbedeckungen beobachtet in Breslau von 1840 August 24 bis 1841 Juli 4. 117. — Berichtigung. 119.

Nr. 439—441.

Bestimmung der Bahn des Cometen von 1770. Von Herrn *Thomas Clausen* 121.

Nr. 442.

Ueber eine astronomische Aufgabe. Von Herrn Prof. Dr. *Grunert* in Greifswald 169. — Auszug aus einem Schreiben des Sir *J. F. W. Herschel* an den Herausgeber 175. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Th. Clausen* an den Herausgeber 177. — Oppositionen der Planeten Uranus, Ceres und Vesta im Jahre 1841. Von Herrn Dr. *Sawitsch* 177. — Beitrag zur Theorie der elliptischen Transcendenten. Von Herrn *Thomas Clausen* 181. — Schreiben des Herrn *Rümker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber 183.

Beil. zu Nr. 442.

Aufzug von Herrn *Rümkers* Sternkatalog (s. p. 183.)

Nr. 443.

Wiederkehr des *Pons*schen Cometen 1842. Von Herrn Professor *Encke* 185. — Tafel der allmählichen Verbesserungen der Planetenmassen 187. — Ephemeride des *Encke*schen Cometen 189. — Ueber die Bewegung der Apsidenlinie und der Knotenlinie des Mondes, etc. Von Herrn Prof. *Hansen* 191. Zweites Schreiben des Herrn Prof *Hansen*, Directors der Seeberger Sternwarte, an den Herausgeber 195. — Monddistanzmessungen am 26. Jun. 1842 etc. Von Herrn Hofrath *Mädler* in Dorpat 197. — Druckfehler in Nr. 423—426 u. Nr. 438. der Astron. Nachr. 199.

Nr. 444.

Ueber den Doppelstern p Ophiuchi. Von Hrn. Hofr *Mädler* 201. Partiale Sonnenfinsterniß am 18. Juli 1841 beobachtet am Dorpater Refraktor 209. — Schreiben des Herrn *Lamont*, Directors der Münchener Sternwarte, an den Herausgeber 211. Vermischte Nachrichten 215.

Nr. 445.

Ueber die Sonnenflecken im Jahre 1841. Von Herrn (Hofrath *Schwabe* 217. — Schreiben des Herrn *Rümker*, Directors der Hamb. Sternwarte, an den Herausgeber 219. — Fehler in *Burckhardts* Mondstafeln. Von Herrn *Thomas Clausen* 221. Suite des observations faites à l'Observ. Imp. de Vilna etc., par Mr. *Slawinsky* 227. — Vermischte Nachrichten 231.

Nr. 446.

Suite des observations faites à l'Observ. Impérial de Vilna etc., par Mr. *Slawinsky* (Beschluß) 233. — Meteorologische Beobachtungen auf der Dorpater Sternwarte. Von Herrn Hofrath *Mädler* 237. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Prof. *Hansteen*, Directors der Sternwarte in Christiania, an den Herausgeber 237. — Beobachtungen des Herrn Dr. *Bergius* auf der Altonaer Sternwarte mit einem Universal-Instrumente von *Repsold* 239. — Entwickelung der Wurzel einer cubischen Gleichung des irreduciblen Falles in einen Kettenbruch. Von Herrn *Thomas Clausen* 241. — Die Construction des Siebenneuecks der Lemniscate. Von Demselben 243. — Schreiben des Herrn Prof. *Gerling* an den Herausgeber 245. — Vermischte Nachrichten 247.

Nr. 447.

Monds-Ephemeride für die Zeit der Culmination in Altona für 1842. Von Herrn *Th. Clausen* 249. — Ueber die Bestimmung der geographischen Länge aus beobachteten Mondsazimuthen. Von demselben 259. — Geometrische Construction einer astronom. Aufgabe. Von demselben 261. — Ueber die Längenbestimmung durch beobachtete Mondshöhen. Von demselben. 263. — Anzeige. 263

Nr. 448.

Versuch einer neuen Methode, die Bahnen der Cometen zu berechnen. Von Herrn Prof. Dr. *Grunert* in Greifswalde. 255.

Digitized by Google

Nr. 449.

Avant-propos. 281. — Notice sur une révision de l'hémisphère céleste boréal, par rapport aux étoiles fixes jusqu'à la septième grandeur etc. Par *M. O. Struve* 283. — Mondculminationen in Altona 1842. Von Herrn *Th. Clausen* 287 — Ueber die täglichen Barometerbeobachtungen in Christiania und Dresden. Von Herrn Prof. und Ritter *Hansteen*, Director der Sternwarte in Christiania. 291. — Anzeige 303.

Nr. 450.

Schreiben des Herrn Prof. *Encke*, Directors der Sternwarte in Berlin, an den Herausgeber 305. — Bericht über die Bibliothek der Hauptsternwarte in Pulkova, nach deren Bereicherung durch den Ankauf der Büchersammlung des verstorbenen Dr. *Olbers* in Bremen; nebst einigen angehängten bibliographischen Notizen; von *W. Struve*. 307. — Vergleichung der *Gauss*ischen Theorie des Erdmagnetismus mit *A. Ermans* magnetischen Beobachtungen. Von Herrn *H. Petersen* 311.

Nr. 451.

Bericht über die Bibliothek der Hauptsternwarte in Pulkova, nach deren Bereicherung durch den Ankauf der Büchersammlung des verstorbenen Dr. *Olbers* in Bremen, nebst einigen angehängten bibliographischen Notizen. Von St. Excellenz dem Herrn Staatsrath und Ritter *v. Struve*. (Beschluss.) 321. Vermischtes 335.

Nr. 452.

Mondculminationen in Altona 1842. Von Herrn *Th. Clausen* 337. Vergleichung der *Gauss*ischen Theorie des Erdmagnetismus, mit *A. Ermans* magnet. Beobachtungen. Von Herrn *H. Petersen*. (Fortsetzung.) 341. — Ueber die terrestrische Refraction. Von Herrn *H. H. Denzler* 347. — Schreiben des Herrn Hofraths *Mädler*, Directors der Sternwarte in Dorpat an den Herausgeber 349. — Sternbedeckungen beobachtet auf der Hamburger Sternwarte 351. — Schreiben des Herrn Professors *v. Boguslawski*, Directors der Breslauer Sternwarte an den Herausgeber 451.

Nr. 453.

Bericht über die Küsten-Vermessung in Nord-Amerika 353.

Nr. 454.

Vergleichung der *Gauss*ischen Theorie des Erdmagnetismus mit *A. Ermans* magnetischen Beobachtungen. Von Herrn *H. Petersen*. (Beschluss.) 369. — Ueber eine Aenahme von einem allgemeinen von *Moebius* aufgestellten Satz. Von Herrn *Thomas Clausen*. 375. — Bericht über die Küsten-Vermessung in Nord-America. (Beschluss.) 377. — Anzeigen 383.

Nr. 455.

Mondculminationen in Altona 1842. Von Hrn. *Th. Clausen* 385. Beitrag zur Theorie der dreiseitigen Pyramide. Von demselben 389. — Schreiben des Herrn Professors *Argelander*, Directors der Sternwarte in Bonn, an den Herausgeber 393.

Nr. 456.

Versuch einer neuen Methode, die Bahnen der Cometen zu berechnen. Von Herrn Professor Dr. *Grunert* in Greifswald (Beschluss.) 401.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 433.

Beobachtungen über die Excentricität der Saturnkugel im Ringe. 1841.

Von Herrn Hofrath *Schwabe* in Dessau.

Als ich am 17ten December 1827 die Excentricität der Saturnkugel im Ringe fand, bemerkte ich in den darauf folgenden Beobachtungen auch sehr bald, daß nur allein der östliche dunkele, zwischen Ring und Kugel befindliche Raum, zwar stets größer, aber nicht immer von gleicher Größe bleibt. ich glaubte sogar eine Periode von ungefähr 3 Tagen gefunden zu haben, wo die äußerste Größe zurückkehrt; allein meine seit 14 Jahren fortgesetzten Beobachtungen scheinen diese Periode nicht zu bestätigen. Die größere oder geringere Durchsichtigkeit der Luft, die Schwirrungen und Wallungen des Bildes, ja selbst die Stimmung, worin man sich befindet kleine Unterschiede aufzufassen, üben einen wesentlichen Einfluß hierbei aus. Dagegen ist die eigentliche Hauptsache, die Stellung der Saturnkugel etwas westlich vom Schwerpunkte des Ringes, bei einiger Aufmerksamkeit meistens so leicht zu erkennen, daß ich sie mit einem 3½füßigen *Fraunhofer*schen Tubus 126mal. Vergrößerung entdeckte und daß sie von vielen Personen bemerkt wird, die im Beobachten der Art ungeübt sind.

Auch in diesem Jahre habe ich meine Beobachtungen in dieser Beziehung eifrig fortgesetzt und ich erlaube mir dieselben vorzüglich deswegen hier mitzutheilen, weil Herr *de Vico*, Director der Sternwarte zu Rom, mir versprochen hat, ebenfalls Beobachtungen über die Excentricität anzustellen und mir zu übersenden. Ich werde auch diese bekannt machen, um einen unbefangenen Vergleich mit den meinigen anstellen zu können.

Ein in meiner Nähe befindlicher Thurm verhinderte die Saturn-Beobachtungen vor dem 13ten Juli.

Juli 13. 10½ bis 10¾h Ab. 6füs. Fraunh. mit 216mal. Vergr. Die alte Ringspalte oft deutlich sichtbar; der östliche Zwischenraum sehr augenfällig größer, als der westliche; ein genauerer Vergleich konnte nicht gemacht werden.

Juli 15. 9½ bis 10h Ab. 6f. F. mit 216 u. 144mal. Vergr. konnte ich wegen starker Luftschwirrungen zwar kein scharfes Bild erhalten, dennoch war die Ungleichheit der Zwischenräume außerordentlich deutlich, so daß der östliche in seiner äußersten Größe zu sein schien.

Juli 16. 10h Ab. 6f. F. 216mal. Vergr. Der östliche Zwischenraum war bedeutend größer als der westliche, der Unterschied jedoch geringer als gestern.

Juli 25. 8½h Ab. 6f. F. mit 144mal. Vergr. Die Zwischenräume schienen fast gleich groß zu sein, wenigstens erschien der östliche nur wenig größer; um 9½h Ab. fand ich mit 216mal. Vergr. den Unterschied bedeutender. Die Ringspalte war sehr gut sichtbar, mit 288—360mal. Vergr. konnte ich die *Encke*sche Theilung nicht sehen.

Juli 26. 9—9½h Ab. Schon mit dem 3½f. F. 168mal. Vergr. fand ich die beiden Zwischenräume fast von gleicher Größe; die Ringspalte ungemein deutlich und scharf. Mit dem 6f. F. 216m. Vergr. bestätigte sich dieses alles, allein ich bemerkte nun, daß die Ringspalte auf der westlichen Anse viel deutlicher war, als auf der östlichen, jedoch konnte ich mit dieser Vergrößerung und mit der 288mal. keinen Unterschied in der Schärfe finden. Die *Encke*sche Theilung sah ich einigemal mit 288 u. 360mal. Vergr. sehr deutlich.

Juli 29. 9—9½h Ab. Mit dem 3½f. F. 126 u. 168mal. Vergr. sah ich fast keinen Unterschied in der Größe der Zwischenräume; mit dem 6f. F. 216mal. Vergr. unterschied ich den östlichen als ein wenig größer. Die Ringspalte war selten, die *Encke*sche Theilung nie sichtbar.

Juli 30. 10h Ab. 6f. F. mit 216mal. Vergr. Die Zwischenräume waren an Größe so verschieden, daß der östliche vielleicht seine äußerste Größe erreicht hatte. Die Ringspalte nur zuweilen sichtbar. Besonders auffallend war das mattere Gelb der Kugel gegen das hellere und glänzende des Ringes.

Aug. 6. 9—9½h Ab. Mit dem 3½f. F. mit 168mal. Vergr. fand ich den östlichen Zwischenraum so außerordentlich viel größer als den westlichen, daß der erste beinahe seine äußerste Größe erreicht haben konnte. Die Ringspalte war in der westlichen Anse zuweilen sehr deutlich sichtbar, in der östlichen hingegen fand ich nur eine undeutliche Spur von ihr. Der 6f. F. mit 216mal. Vergr. bestätigte die Verschiedenheit der Zwischenräume voll-

Digitized by Google

kommen und ich sah die Ringspalten in beiden Ansen, jedoch in der westlichen sehr augenfällig deutlicher als in der östlichen.

Aug. 8. 10^h Ab. 6f. F. Ungeachtet der Himmel so dunstig war, daß der Saturn roth erschien, so zeigte er sich doch in einem so deutlichen Bilde, daß ich mit 144 u. 216 mal. Vergr. die Ringspalte gut erkennen und sehr deutlich unterscheiden konnte, daß der östliche Zwischenraum wenig, doch mit Gewißheit größer war als der westliche.

Aug. 10. 8^h Ab. $3\frac{1}{2}$f. F. mit 168m. Vergr. Die Ringspalte gleich deutlich auf beiden Ansen. Der östliche Zwischenraum augenfällig größer als der westliche. Der 6f. F. 216m. V. bestätigte diese Beobachtung. $9\frac{1}{2}^h$ Ab. sah ich mit dem $3\frac{1}{2}$f. F. 168m. V. die Ringspalte noch deutlicher und der östliche Zwischenraum schien seine äußerste Größe erreicht zu haben. Der 6f. F. 216m. V. bestätigte dieses ebenfalls, jedoch unterschied ich deutlich, daß die Ringspalte auf der westlichen Anse verwaschener, weniger scharf und weniger schwarz zu sein schien. Zuweilen kam es mir mit 360mal. Vergr. sogar vor, als ob hier dicht auf beiden Seiten der Spalte eine äußerst feine dunkele Linie sichtbar wäre, wodurch die Grenzen der Spalte ihr verwaschenes Ansehen erhielten. Die *Encke*sche Theilung, die nicht mit diesen beiden Linien zu verwechseln ist, war zuweilen nur auf der östlichen Anse sichtbar.

Aug. 13. 10^h Ab. 6f. F. mit 216m. V. Der östliche Zwischenraum augenfällig größer als der westliche. Die Ringspalte nicht deutlich.

Aug. 17. 9^h Ab. 6f. F. mit 216m. V. Der östliche Zwischenraum war so außerordentlich viel größer, daß er wahrscheinlich seine äußerste Größe erreicht hatte. Die (alte) Ringspalte äußerst deutlich; obgleich die westliche breiter war, so erschien sie wegen ihrer verwaschenen Grenzen doch weniger augenfällig, als die sehr schwarze und scharfe östliche Ringspalte; auch heute glaubte ich mit 288 und 360m. V. eine Linie auf beiden Seiten der westlichen zu bemerken. Die *Encke*sche Theilung sah ich nur auf der östlichen Anse.

Aug. 18. 9^h Ab. 6f. F. mit 144 u. 216m. V. Saturn nur zuweilen deutlich. Der östliche Zwischenraum augenfällig größer als der westliche, jedoch war der Unterschied weniger groß als gestern. Die alte Ringspalte zuweilen sehr deutlich, jedoch konnte ich keinen genauen Vergleich machen.

Aug. 19. $8\frac{1}{2}^h$ Ab. mit 6f. F. 216m. V. Der östliche Zwischenraum schien seine äußerste Größe erreicht zu haben. Die Ringspalte ist auf der östlichen Anse sehr undeutlich und nur auf der westlichen deutlich sichtbar. Um 10^h Ab. konnte ich keine Veränderung wahrnehmen.

Aug. 20. 8^h Ab. 6f. F. mit 288mal. Vergr. Gegen meine Erwartung sah ich die scharfe Ringspalte auf der östlichen Anse deutlicher als auf der westlichen. Der östliche Zwischenraum war größer als der westliche, allein der Unterschied weit geringer als gestern. Um 9^h Ab., wo ich wieder mit der 216m. V. beobachtete, schien der Unterschied noch etwas geringer geworden zu sein, obgleich der östliche sehr augenfällig größer blieb.

Aug. 21. $9\frac{1}{2}^h$ Ab. 6f. F. mit 216m. V. Der östliche Zwischenraum größer als gestern. Die Ringspalte nur zuweilen sichtbar.

Aug. 22. Von $8\frac{1}{2}$ bis $8\frac{3}{4}^h$ Ab. fand ich mit dem $3\frac{1}{2}$f. F. mit 126 u. 168m. V. den östlichen Zwischenraum beträchtlich größer. Der Unterschied beider Zwischenräume schien beträchtlicher als gestern zu sein. Die Ringspalte auf der westlichen Anse sehr deutlich, auf der östlichen undeutlich. Mit dem 6f. F. 144 u. 216m. V. bestätigte sich die Ungleichheit der Zwischenräume. Die Ringspalte erschien auf der westlichen Anse sehr deutlich breiter, doch verwaschener, als auf der östlichen, wo sie feiner und schärfer sichtbar war. Stärkere Vergrößerungen zeigten nichts mehr.

Aug. 26. 7^h Ab. 6f. F. mit 144m. V. Der östliche Zwischenraum bedeutend größer; um $8\frac{1}{2}^h$ Ab. fand ich mit 216m. V. den östlichen Zwischenraum wahrscheinlich in seiner äußersten Größe. Die Ringspalte deutlich, auf der westlichen Anse deutlicher.

Aug. 27. 7^h Ab. 6f. F. mit 144m. V. Der Unterschied der beiden Zwischenräume gering; der östliche nur wenig größer. Die Ringspalte auf beiden Ansen ziemlich gleich und deutlich sichtbar.

Aug. 28. Von 8 bis 9^h Ab. fand ich mit dem $3\frac{1}{2}$f. F. 126m. V. den östlichen Zwischenraum so augenfällig größer, daß sich derselbe wahrscheinlich in seiner äußersten Größe fand. Die Ringspalte bemerkte ich deutlich nur in der westlichen Anse, in der östlichen war sie nur zuweilen sichtbar; mit 168 und 210m. V. fand ich dasselbe. Mit dem 6f. F. 216m. V. sah ich den großen Unterschied der Zwischenräume wie mit dem $3\frac{1}{2}$f. F. Die Ringspalte war auf beiden Ansen sehr gut sichtbar, auf der westlichen breiter nur etwas verwaschen, auf der östlichen feiner, schärfer und dunkler. Mit dieser und 288 u. 360m. V. sah ich von der *Encke*schen Theilung keine Spur.

Aug. 29. 7^h Ab. 6f. F. mit 216m. V. Der Unterschied in der Größe der Zwischenräume schien weniger beträchtlich

Digitized by Google

als gestern. Die Ringspalte ziemlich gleich und gut sichtbar. Von 8 bis $8\frac{1}{4}^h$ Ab. schien die Größe des östlichen Zwischenraumes etwas zugenommen zu haben, auch fand ich die Ringspalte auf der westlichen Ansa deutlicher als auf der östlichen. Eben so sah ich es auch mit dem $8\frac{1}{2}$f. F. 168m. V.

Aug. 30. 7 bis 8^h Ab. 6f. F. mit 144m. V. Der östliche Zwischenraum schien fast seine äußerste Größe erreicht zu haben. Dünste verhinderten eine genauere Beobachtung.

Aug. 31. $7\frac{1}{2}$ bis 8^h Ab. 6f. F. mit 144 und 216m. V. Der östliche Zwischenraum sehr augenfällig größer, der Unterschied schien etwas geringer als gestern.

Sept. 1. $7\frac{1}{2}^h$ Ab. 6f. F. mit 144m. V. Der Unterschied der Zwischenräume schien mir eben so beträchtlich zu sein wie gestern; der östliche hatte beinahe seine äußerste Größe erreicht. Die Ringspalte war auf der westlichen Ansa entschieden deutlicher als auf der östlichen, wo sie nicht immer gut sichtbar war. 8^h Ab. konnte ich keine Veränderung bemerken.

Sept. 2. $7\frac{1}{2}^h$ Ab. 6f. F. mit 144m. V. Der östliche Zwischenraum war deutlich, jedoch nur wenig größer als der westliche, so daß der Unterschied geringer als bei den Beobachtungen von Aug. 28. 29. 30. 31 und Sept. 1 war. Die Ringspalte war in ruhigen Momenten fast gleich gut auf beiden Ansen kenntlich. Um $8\frac{1}{2}^h$ Ab. war keine Veränderung eingetreten.

Sept. 3. 7 bis $7\frac{1}{2}^h$ Ab. $3\frac{1}{2}$f. F. mit 168 und 210m. V. Der Unterschied in der Größe der beiden Zwischenräume war so auffallend, daß ich den östlichen in seiner äußersten Größe erachtete. Die Ringspalte nur deutlich in der westlichen Ansa. Mit dem 6f. F. 144 u. 216m. V. fand ich die Beobachtung bestätigt, daß der östliche Zwischenraum seine äußerste Größe erlangt hatte. Die Ringspalte war in beiden Ansen gut sichtbar, in der westlichen jedoch entschieden deutlicher.

Sept. 6. $6\frac{1}{2}^h$ Ab. 6f. F. mit 96m. V. Beide Zwischenräume schienen gleich groß zu sein und in beiden Ansen die Ringspalte gleich gut kenntlich; nur mit 144m. V. unterschied ich den östlichen Zwischenraum als etwas größer.

Sept. 7. 8 bis $8\frac{1}{2}^h$ Ab. 6f. F. mit 144m. V. Auch heute konnte ich keinen bedeutenden Unterschied in der Größe der Zwischenräume und keine Veränderung seit gestern finden.

Sept. 9. $6\frac{1}{2}$ bis 7^h Ab. 6f. F. mit 144m. V. Beide Zwischenräume waren fast von ganz gleicher Größe; ich würde den östlichen kaum als größer erkannt haben. Die Ringspalte in beiden Ansen gleich deutlich, gleich breit und gleich scharf. Um $8\frac{1}{2}^h$ Ab. schien mir die Größe des östlichen Zwischenraumes etwas zugenommen zu haben.

Sept. 10. $6\frac{1}{2}$ bis $6\frac{3}{4}^h$ Ab. 6f. F. mit 96m. V. Ich konnte keinen Unterschied in der Größe der Zwischenräume finden. Die Ringspalte in beiden Ansen deutlich. Auffallend war mir das fast schneeweiße Licht des Planeten, denn selbst die Farbe der Kugel war nur etwas matter weiß, als die des Ringes. Mit 144m. V. bemerkte ich, daß ungeachtet der gleichen Größe der Zwischenräume, dennoch die Ringspalte auf der westlichen Ansa deutlicher war als auf der östlichen; auf der westlichen erkannte ich mit 216m. V. einigemal Spuren der *Encke*schen Theilung. 7^h Ab. konnte ich die 288 u. 360m. V. mit Vortheil anwenden, den östlichen Zwischenraum als etwas größer unterscheiden und die *Encke*sche Theilung auf der westlichen Ansa mit Gewißheit erkennen. Auch mit den stärksten Vergrößerungen hatte Saturn eine ungewöhnlich weiße Farbe. $8\frac{1}{2}^h$ Ab. fand ich mit 216m. V. den östlichen Zwischenraum zwar nur wenig, doch entschieden größer als den westlichen.

Sept. 11. $6\frac{1}{2}$ bis $7\frac{1}{2}^h$ Ab. 6f. F. mit 216m. V. Der östliche Zwischenraum deutlich größer, obgleich er seine äußerste Größe bei weitem nicht besaß. Die Ringspalte auf beiden Ansen gleich, scharf und deutlich. Das Licht des Planeten wie gewöhnlich gelb. $7\frac{1}{2}^h$ Ab. hatte ich mit 288m. V. ein ungemein reines und scharfes Bild; ich fand keine Veränderung und die *Encke*sche Theilung, so viel ich vergleichen konnte, in beiden Ansen gleich deutlich.

Sept. 12. 7 bis $7\frac{1}{2}^h$ Ab. 6f. F. mit 216m. V. Der östliche Zwischenraum war sehr deutlich als größer zu erkennen, jedoch hatte er sein Maximum nicht erreicht. Die Ringspalte war auf der westlichen Ansa entschieden deutlicher als auf der östlichen.

Sept. 14. 7^h Ab. 6f. F. mit 216m. V. Der östliche Zwischenraum nur sehr wenig größer als der westliche. Die Ringspalte in beiden Ansen deutlich.

Sept. 17. $6\frac{1}{2}^h$ Ab. 6f. F. mit 216m. V. Der östliche Zwischenraum augenfällig größer, hatte aber sein Maximum bei weitem nicht erreicht. Die Ringspalte nicht deutlich.

Sept. 20. $6\frac{1}{2}$ bis $6\frac{1}{2}^h$ Ab. 6f. F. mit 216m. V. Der östliche Zwischenraum war nur sehr wenig größer als der westliche; um 7^h Ab. fand ich keine Veränderung. Die Ringspalte gleichförmig und gleich breit in beiden Ansen.

Sept. 21. $6\frac{3}{4}$ bis 7^h Ab. 6f. F. mit 216m. V. Der östliche Zwischenraum war so augenfällig größer, daß er fast seine

Digitized by Google

äufserste Gröfse erreicht zu haben schien. Die Ringspalte war bei dem schönen scharfen Bilde wider Vermuthen undeutlich.

Sept. 27. $7\frac{1}{4}^h$ Ab. 6f. F. mit 181m. V. Der östliche Zwischenraum deutlich gröfser als der westliche. Die Ringspalte undeutlich.

Sept. 30. $6\frac{3}{4}$ bis $7\frac{1}{4}^h$ Ab. 6f. F. mit 144 u. 216m. V. Der östliche Zwischenraum sehr augenfällig gröfser als der westliche. Die Luftwallungen verhinderten eine genauere Beobachtung.

Oct. 1. $7\frac{1}{4}$ Ab. 6f. F. mit 144 u 216m. V. Der östliche Zwischenraum schien beinahe seine äufserste Gröfse erreicht zu haben. Starke Luftwallungen verhinderte einen genaueren Vergleich und die Sichtbarkeit der Ringspalte.

Oct. 10. $5\frac{1}{2}$ bis 6^h Ab. 6f. F. mit 144 u. 216m. V. Ich konnte den östlichen Zwischenraum sehr deutlich als gröfser erkennen, jedoch war der Unterschied nicht sehr beträchtlich. Die Ringspalte nicht recht deutlich, ich sah sie aber auf der westlichen Ansa besser als auf der östlichen.

Dessau, den 13ten October 1841.

S. H. Schwabe.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Hansen*, Directors der Sternwarte Seeberg.

Gotha 1841. Oct. 10.

Ich habe schon vor längerer Zeit zwei bisher unbekannte Störungsglieder des Uranus gefunden. Sie sind für die mittlere Länge

$$+ 31''5 \sin(3g'' - 6g' + 2g + 20^\circ 42')$$
$$- 7''6 \sin(2g'' - 6g' + 2g + 44\ 11)$$

Die Richtigkeit dieser Coefficienten kann ich indefs nicht auf ein paar Secunden verbürgen, da ich sie aus älteren Rechnungen entnommen habe. In der Bewegung des Jupiters und Saturns kommen ähnliche Glieder vor, deren Coefficienten aber bedeutend kleiner sind. Es bedeuten hier g'', g' und g resp. die mittleren Anomalien des Uranus, Saturns und Jupiters. Die Periode des ersten Gliedes ist nahe 1600 Jahre, die des zweiten nahe die Umlaufszeit des Uranus.

Hansen.

Report of the Astronomer Royal to the board of visitors, Read at the Annual Visitation of the Royal Observatory, Greenwich, June 5, 1841 *).

For the sixth time, I have the honour to present to the notice of the Board of Visitors some remarks, intended to explain to them the general state of the Royal Observatory, and the course of its current work. Although it is probable that in such a statement, given by a person who is much occupied with the routine duties, various matters will be omitted which might have considerable interest for the Visitors; yet I should hope that it will be found to possess some value, as a full account of all that appears to me worthy of mention, and as possessing for future history that degree of authenticity which nothing can give so completely as annals written by the officer in principal charge. I shall follow nearly the same order as in the preceding Reports.

1. Grounds and Buildings. — No alteration whatever has been made in the grounds of the Observatory since the last Report. No progress, so far as I am aware, has been made in the arrangements for the Chatham Railway, noticed in the last Report. I have, however, understood that a line a little more distant than that there alluded to is at present meditated. No other external circumstance occurs to me as worthy of notice.

The front wall of the North Terrace has been rebuilt: and a flagged pavement has been laid round the foundation of that part of the Court Wall which appeared to be in the greatest danger. The old Camera Obscura has been removed from the north-western turret of the Great Room, to make way for the Anemometer, which I shall mention further below. Some additional shelves have been fitted in the library, and some of the old ones have been altered, for the reception of additional books. A small wooden house, the property of Capt. *Fitzroy*, R. N., which was carried by him, in the Beagle, in his circumnavigation of the globe, has been planted in the southern part of the Magnetic Ground for observations of the dipping-needle, and any other observations which would be prejudiced by the action of the large magnets in the Magnetic Observatory.

*) Diesen interessanten Aufsatz, obgleich er schon besonders abgedruckt ist, habe ich hier eingerückt, da er wahrscheinlich den meisten Lesern dieser Zeitschrift nicht zu Gesichte kommen wird. S.

Digitized by Google

2. Moveable Property in general. — No addition has been made to this, excepting the furniture which was necessary for the convenience of the Magnetic Assistants, and which is placed in the ante-room of the Magnetic Observatory. Additions have been made in the classes of Instruments and Books, which will be hereafter mentioned.

3. Manuscripts. — The whole of the Manuscripts which I found in the Observatory have been arranged, marked, and catalogued; and I have the plasure now of laying before the Board a copy of the catalogue, to be deposited, if they shall think fit, among the papers of the Board. A few only of the books of the calculations made during my own superintendence of the Observatory are not yet duly entered.

Having ascertained that the Manuscripts of the late Board of Longitude were separated, some being in the custody of the Admiralty, and the others in that of the Royal Society, I had the honour of representing to the Lords Commissioners of the Admiralty and the President of the Royal Society respectively, the great inconvenience of this separation, and of suggesting that it would be advantageous that the whole should be lodged at the Royal Observatory. In consequence of these applications, the whole of the Board of Longitude papers have been transferred hither; and Mr. *Main*, my first assistant, is now engaged, at leisure times, in taking a list of them, in preparation for a complete arrangement of the whole.

4. Library. — No remarkable addition has been made to the books in our Library, although I have lost no opportunity of adding such as appeared necessary to keep up the series of works of which the first parts were already in the Library, and such as should be found in a collection whose character ought to be emphatically astronomical.

I ought not, however, to omit to state that, within a short time, the Royal Society of Edinburgh have presented the Observatory with a complete set of their valuable Transactions. For this we are indebted, I believe, in the first instance, to the intercession of Professor *Henderson*.

5. Instruments. — Confining myself for the present to the Astronomical department, I have only the following remarks to make: —

As regards the Transit, nothing worthy of notice has happened, except a change in the mounting of its object-glass. It will be in the recollection of the Board, that, at their last Visitation, I stated that it had been found necessary to separate the crown and flint lenses of the transit object-glass, for the purpose of cleaning them. The lenses were originally burnished into their cell: and after the cleaning, they were again burnished into their cell, but not so tightly as before. The performance of the object-glass was then most admirable. In no long time after this, the object-glass (from a fault in the abutters) was twice drenched with water; and on each occasion a considerable quantity insinuated itself between the two lenses. There were no means of getting rid of it, but by long-continued heating: an operation attended with some risk, and likely to interrupt those observations which above all others ought to be as little as possible interrupted — I mean the observations of the Moon. At length, I directed Mr. *Simms* to construct a new cell, in which the two lenses should be screwed together. The definition of stars, since the object-glass was mounted in this cell, though by no means bad, has not been so good as it was after its first cleaning. By a few trials (which can be attempted only on very fine evenings, and when there is no risk of losing observations of the Moon), I have no doubt of being able to restore the object-glass to its former excellence.

On *Troughton's* Circle I have nothing to remark. *Jones's* second Circle (that originally mounted at the Cape) has not yet been mounted here. The condition of this instrument deserves notice. I stated in my last Report, that observations had been made with a fluid-bebel for ascertaining the form of its large steel pivot. These observations being finished, it was thought desirable to proceed with the re-turning of the steel pivot, and Mr. *Simms* came to Greenwich to make the proper arrangements for that purpose. To our great astonishment, the steel collar was found to be so loose that the hand of a child could turn it. Mr. *Jones*, in explanation, has stated to me (verbally) that this part of the construction of the Circle was managed by Messrs. *Maudsley*; and that the steel collar, in stead of being pinned on, as is usual in such instruments, had been fastened only with soft solder. And thus, by the incompetency of some person who had the immediate charge of the work, an instrument has been produced which, I believe, may truly be said to have shortened the life of one zealous astronomer, and to have given years of vexation and labour to two others. The whole affair reflects little credit on the construction of English instruments. Mr. *Simms* has at present in charge to construct a new steel collar, and other necessary parts of the Circle; and I am in daily expectation of his coming here to attach them.

The results of the Zenith-Tube observations are not yet sufficiently examined to enable me to say whether the construction, to which I alluded in my last Report, has completely stopped the irregularities which I conceived to arise from the twist of the plumb-line. I perceive that there remain irregularities in the results at the stage to which they are at present arrived; but I cannot yet decide on the cause of them.

Digitized by Google

Nothing has yet been done to that quadrant of the Declination-Circle of the Eastern Equatoreal which had a small defect in its graduation. I have not, however, lost sight of this, and shall be prepared to attend to it as soon as leisure permits.

The old clock for observing Right-Ascensions in Arc, presented (I believe) by Sir *George Shuckburgh*, has lately been put in order.

The three large models of Chronometers, constructed by *Harrison*, which have been in the hands of Messrs. *Arnold* and *Dent* some years for examination and repair, have been restored to the Observatory. A detailed description of them, with elaborate plans, was transmitted by Messrs. *Arnold* and *Dent* to the Lords Commissioners of the Admiralty; by whose command the description and plans were lodged in the Safe-Room of the Observatory.

6. Observations. — The subjects of observation, since I last reported to the Board, have been principally the following: — With the Meridional Instruments: Observations on the stars of the Nautical Almanac list, determined in number by the rule which I some years ago laid down, that in any consecutive three years each star should, if possible, be observed twenty times with each instrument; Observations of the Sun, the Moon, and all the Planets, at every opportunity; Moon-culminating Stars in the Nautical Almanac lists, as far as 1843; Stars observed with *Galle's* second Comet, with *Bremiker's* Comet, and with Mars in the Opposition of 1841; Stars observed by Col. *Everest* at the stations of the Great Indian Arc of Meridian; Circumpolar Stars, intended for determination of low refractions; and some Stars remaining from former lists. With the Equatoreals: Transits of Moon's diameter; Observations of *Bremiker's* Comet and stars near it; Observations of Mars and stars near him at the late opposition; and Occasional Observations. With the Zenith-Tube: regular Observations of γ Draconis. With the Double-image-Micrometer: Observations of distance and position of circumpolar double stars to the end of 1840; and occasional Measures of the diameters of planets in 1841. With the detached Telescopes: Observations of the Occultations marked in the Nautical Almanac; and of the Eclipses, etc. of Jupiter's Satellites, at every opportunity. Of the Magnetic and Meteorological Observations I shall speak separately hereafter.

7. The Reductions are at present in the following state. The Transits are completely reduced, and their results entered in ledger, to the end of October 1830; the reduction as far as True Time of Transit is finished to the end of December. The Circle Observations are reduced and their results entered in ledger, to the end of 1840. The investigation of the difference between direct-results and reflexion-results, and that of the correction of latitude, are lately finished: the former seems to show (as has been remarked with *Troughton's* circle for several years past) that the difference in question is insensible: the latter gives the same quantity as in the last three years. The observations with the Zenith-Tube are nearly, but not quite, reduced. The computations of the Equatoreal Observations of 1840 are nearly finished. The computations of the observations of Eclipses and Occultations are scarcely begun. The distances observed with the double-image micrometer are completely reduced, but the angles of position are not yet fully reduced. Since the last Report, it will be perceived, we have not entirely kept up our reductions: this will be amply explained by circumstances to be mentioned hereafter.

8. Printing. — The state of the printing is nearly as follows. The Transits are printed to the extent of 80 pages (latter part of August 1840), and the Circle Observations to 64 pages (end of May). It is proceeding in the same form as in the last years: I propose, however, to make a small alteration in the arrangement of the mean places of stars in A. R. and in N. P. D., so that the results from observations of the two classes will be included in one form containing a complete catalogue both of A. R. and of N. P. D.

Several of the skeleton forms, used in the ordinary calculations, have been reprinted in the last year, and I have reserved copies for binding with the volume of Observations now in hand.

Application having been made by the President and Council of the Royal Society, for twenty-five copies of the printed Observations for distribution, I directed Mr. *Murray* (the Admiralty publisher) to supply the Society with that number of copies of the Observations from 1836 to 1839, and requested him to transmit to me a statement of the number of copies now in his hands. It appears that he has now in store 18 copies of the Observations for 1836, 16 of those for 1837, 22 of those for 1838, and 33 of those for 1839. About 20 copies of each are in my own hands. It may, perhaps, be a matter for the consideration of this Board, whether the impression, beginning with the volume for 1841, should be enlarged.

9. Chronometers. — The number of chronometers on hand for constant rating, from the beginning of the present year, has usually exceeded one hundred. When it is considered that each of these is rated twice every day, that the rates are regularly reported in duplicate, and that besides this there is the whole charge of selection of chronometers for purchase, and of repairs of the Government chronometers, with occasional

Digitized by Google

trouble in the issues of chronometers to the navy, it will be acknowledged that the labour of this department is a fearful load upon the energies of the Observatory. I do not speak of this with any bitterness for the arrangements made by the Lords Commissioners of the Admiralty and by the Hydrographer, since my accession to this office, have removed several of the inconveniences which caused so much personal annoyance to myself, and interfered so severely with my personal attention to the Observatory: but I am desirous that it should be known to this Board, and to the scientific world, that our establishment of Assistants, nominally large, is really not large: and that about one-third of our whole strength is employed upon the business of chronometers.

It was understood last year to be the wish of this Board, that steps should be taken for making public the relative merits of different chronometer-makers. For this purpose, two measures have been undertaken under my direction. The first is, the printing of an abstract of the rates of all the chronometers purchased by the Board of Admiralty, digested in the form in which I had usually arranged them for assisting my own judgment. This was done after the annual purchase in August last; and I propose, if it is approved by the Board, to continue it in future. The second measure is, a digest of the expence of repair of every chronometer whose repairs have passed through my hands. This has not been pressed, as it is hardly possible that the experience of this number of years can afford sure grounds for discrimination among the different makers: but the Board will see, from the prepared books now placed before them, that all the preliminary arrangements are completed and can be followed up at any time.

10. Magnetism and Meteorology. — It will be remembered by the Visitors that, in the beginning of 1836, a scheme for the erection of a Magnetical Observatory was by me brought before the Board of Visitors: and that, in consequence of the interest taken by the Board in this proposal, the Magnetical Observatory in the south-east part of the grounds was constructed, and in it were made the observations contained in the printed Volume for 1839. In the summer of last year I heard indirectly that the Council of the Royal Society had it in contemplation to recommend to the Government the prosecution of magnetical and meteorological observations at some place near to London, in general correspondence with the observations of Capt. *Ross's* expedition. I therefore addressed to the President of the Royal Society a statement, of the facilities which already existed at Greenwich for the prosecution of the proposed observations, and of the great reduction of expense which might, in my opinion, be insured by locating the observations there. These reasons weighed so strongly with the Council of the Royal Society, that they were induced to recommend to the Lords of the Treasury, that the plan which I had suggested should be followed out by their Lordships. On their Lordships assenting, measures were immediately taken by me for carrying out the whole plan; but it was not till November last that the new assistants were engaged in regular observation with the meteorological apparatus and the two principal magnetic instruments (that for declination or deviation, and that for horizontal force); and the third magnetical instrument (that for vertical force), was mounted only in time for the term-observations of last week. The following account will give the Visitors a general idea of the Magnetical and Meteorological Establishment. Three additional assistants were engaged (Mr. *Dunkin*, Mr. *Hind*, and Mr. *Paul*). Of these, Mr. *Paul* is usually employed in the astronomical department; Messrs. *Dunkin* and *Hind* are placed under the directions of Mr. *Glaisher*, who is entirely charged with the care of the magnetical and meteorological department, and is for the present withdrawn from the astronomical department. Occasional superintendence is intrusted to Mr. *Main*. The regular work of the establishment is, to observe the meridional needle, the bifilar needle (for variations of horizontal force), the horizontal needle mounted on knife-edges (for variations of vertical force), the barometer, and the wet and dry thermometers, every two hours (night and day) except on Sundays; to observe the dew-point four times every day; to observe the dipping-needle twice each week: to observe circumpolar stars occasionally for the verification of the zero of the theodolite; to pursue incessantly the magnetic observations when aurora, thunder-storm, or any other unusual circumstances seem to make it desirable; to observe two of the three instruments at intervals of five minutes during twenty-four hours on one term day in each month; to adjust the papers, etc. for the self-registering anemometer and rain-gauge every day; and to make occasional observations on the measure of radiation, etc. Indeed, I believe I may state that the whole of the observations recommended in the Report of the Royal Society are fully marked out, excepting only those which apply to electricity. Great care is taken in the periodical examination of the adjustments. The reduction of the observations is carried so far as to free them from arbitrary constants: thus the changes of deviation are expressed in minutes and seconds; the changes of horizontal force in parts of the whole horizontal force; and the changes of vertical force are to be expressed in parts of the whole vertical force. The whole of the reductions, and the exhibition of the results in a tabular form, are nearly complete to the present time, as well as the for-

Digitized by Google

mation of the curves, etc. for exhibiting to the eye the general law of results. The amount of work which has been done in this department is very great. My best thanks are due to Mr. *Main* and Mr. *Glaisher* for the steadiness and the vigour with which it has been carried on; but more particularly to Mr. *Glaisher*, whose energy and perseverance, displayed as well in his own share of the harassing observations and tedious reductions, as in the order which he has maintained in the operations of his subordinates, require my special acknowledgment. I am not yet prepared to describe the plan which I should propose to follow in printing these observations.

11. Personal Establishment. — I have already noticed the addition made to the regular party of Assistants. I have only to add, that I continue to have every reason to be satisfied with the regularity and zeal of every one of the Assistants. And in publicly acknowledging my obligations to those who are subordinate to me, I must not omit to state that I am deeply indebted to my official superiors for the readiness with which they have listened to my suggestions on points affecting the efficiency of the Observatory. The Board of Admiralty, on my representation of the interruption to our business caused by the labour of rating so many chronometers, and by my own employment on public business unconnected with the Observatory, immediately sanctioned the employment of an additional computer, and by his assistance only we have been able to keep the reductions to their present advanced state.

12. Reduction of Ancient Observations. — Although the subject to which I am now about to allude has not usually been noticed in my annual Reports, I trust it will be thought that the present is a fitting occasion for its mention. It is probably known to several Members of this Board, that, at my instance, the British Association applied several years since to the Government for pecuniary assistance, for the reduction of all the Greenwich Observations of Planets from 1750 to 1830; and the same body, at the instance of *Sir J. W. Lubbock*, applied at a later time for similar assistance for the reduction of the Lunar Observations. The superintendence of the computations was in both cases undertaken by me. The labour of this superintendence has probably been far greater than would be imagined by any one who has not had to rectify all the blunders made by old observers, who have never fully reduced their own observations. I am happy, however, to state, that the reduction of the Planetary Observations is now finished, and that the whole is written out for the press, wanting only some prefaces, etc., which must be written by myself. Every observation of every planet is completely reduced, with uniform elements of reduction, to longitude and latitude; and every one (except those of the small planets) is compared with the place computed from the best modern tables, altered in some places for better agreement with theory, and, finally, an equation is obtained in longitude, expressing the relation between the errors of heliocentric longitude and radius vector of the planet and the earth, and another expression is found for the absolute error of the heliocentric latitude. These are the most complete results possible, not proceeding to correction of the elements of the tables. The reduction of the Lunar Observations has been for some time in hand, but a much smaller comparative progress is yet made in it. This will not appear surprising when the total amount of labour is considered. Eight thousand places of the Moon are to be deduced from observation, under the same difficulties to which I have alluded as applying in the planetary observations, and with many others peculiar to the Moon: and eight thousand places are to be computed in duplicate, from tables exhibiting the complicated results of the most advanced modern theory. In extent and in importance this work may be considered comparable to any that has yet been undertaken in Astronomy.

I may, perhaps, be allowed to speculate one moment on the tendency of these works as affecting the character of this institution. Within the last few years we have advanced little, or perhaps nothing, in the extent of our observations; but we have advanced greatly in the extent of our reductions. It is not only in our printed books, but also in the habits of our minds, that we have learned to give an important place to the interpretation of our instrumental results, as bearing upon the grand questions of the system of the world. This feeling is greatly strengthened by the reduction of the ancient observations. In a word, we have made little or no progress in the character of Observers, but we have advanced very much in the character of Astronomers. The Board whom I am addressing will, I am confident, sympathize with me in satisfaction at this change.

Royal Observatory, Greenwich, June 3, 1841.

G. B. Airy.

Beobachtungen über die Excentricität der Saturnkugel im Ringe 1841. Von Herrn Hofrath *Schwabe*. p. 1.
Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Hansen*, Directors der Sternwarte Seeberg. p. 7.
Report of the Astronomer Royal to the Board of Visitors, Read at the Annual Visitation of the Royal Observatory, Greenwich, June 5. 1841. p. 7.

Altona 1841. November 4.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 434.

Astronomische Untersuchungen von *F. W. Bessel.* Erster Band. Königsberg 1841 im Verlage der Gebrüder Borntträger. 4to.

Wenn auch ein neues Werk *Besselt* keiner Ankündigung bedarf, sondern wie jede glänzende Erscheinung sich selbst verkündet, so glaubt der Herausgeber dieser Blätter doch, dafs eine kurze Anzeige seines Inhaltes denjenigen Lesern, die es noch nicht besitzen, angenehm seyn werde, und betrachtet sogar die Astronomischen Nachrichten, die dem berühmten Verfasser soviel verdanken, ebendeshalb als besonders berechtigt auf die Ehre, eine solche Anzeige zu geben, Anspruch zu machen.

Bessel giebt in der Vorrede, um den Zweck dieses Werkes zu erklären, in wenigen Worten das an, was er seit fast 40 Jahren durch seine astronomischen Arbeiten beabsichtigte. Ohne Vorliebe für eine oder die andere astronomische Beschäftigung zogen ihn immer nur die Resultate an. Um zu diesen zu gelangen, um entweder, einen bestimmten Gegenstand, vollständiger als er bekannt war, kennen zu lernen, oder ein deutlich hervortretendes Hindernifs wegzuräumen, welches der Kenntnifs mehrerer Gegenstände zugleich hindernd in den Weg trat, wefs Jeder, der auch nur seine Reduction der *Bradley*schen Beobachtungen und seine Zonen kennt, dafs er, weder ungeheuere Rechnungen noch die langwierigsten und ermüdendsten Reihen von Beobachtungen scheute. Er sammelte aber nie Material, ohne seine Benutzung zu beabsichtigen, überzeugt dafs eigenes Fortschreiten bis zu den Resultaten astronomischer Arbeiten, wenn auch nicht gradezu Bedingung ihres Gelingens, doch diesem die sicherste Bürgschaft gewähre, weil es ihre Mängel verräth, und die Veranlassung herbeiführt, zur Beseitigung derselben geeignete Mittel zu ergreifen. Bei dieser Richtung seiner erstaunenswerthen Thätigkeit mufste er nothwendig auf eine Menge von Untersuchungen geführt werden, welche, insofern sie nicht Theile einen Ganzen waren, dem ein eigenes Buch gewidmet wurde, zu zahlreichen Abhandlungen oder Aufsätzen meistens, wie ich mit Stolz bemerke, in diesen Blättern bekannt geworden sind, von denen die wenigsten mit dem Fortschreiten der Zeit an Interesse verloren haben. Die Veranlassung des gegenwärtigen Werks ist nun das Bedürfnifs, welches durch Vermehrung der Hülfsmittel zu einer Untersuchung, oder durch Erlangung besserer Einsichten in ihre Natur herbeigeführt ward, an früh-

here Arbeiten wesentliche Verbesserungen anzubringen; doch soll es mit den verbesserten älteren Arbeiten zugleich neue enthalten, die, wie mein hochverehrter Freund glaubt (ich weifs nicht, ob die Leser dieser Blätter derselben Meinung sind) zuviel Raum erfordern, um sie in den Astronomischen Nachrichten erscheinen zu lassen.

Der erste Band bezieht sich auf das Königsberger Heliometer und die damit erhaltenen Resultate, aber schliefst diese Untersuchungen nicht, die noch in dem zweiten Bande fortgesetzt werden sollen, der unter andern die Untersuchungen über die Jupiterstrabanten enthalten wird.

Die erste Abhandlung dieses Bandes handelt die Theorie des Heliometers im Allgemeinen ab, einen Gegenstand, den *Bessel* schon in der 15ten Abtheilung seiner Beobachtungen behandelt hat, der hier aber neu bearbeitet ist. Die zweite, welche hier zum erstenmal erscheint, und fast ein Drittel des Bandes füllt, bezieht sich besonders auf das Königsberger Heliometer, und steht deshalb in der engsten Verbindung mit allen durch das Instrument erhaltenen Resultaten. Aus dieser Abhandlung sind nur allgemeine dioptrische Untersuchungen (§. 13—16) in den Astronomischen Nachrichten früher bekannt gemacht und vor der Erscheinung des *Gauss*'schen Werkes, ein Umstand, der den Verfasser verhinderte die Verdienste des grofsen Geometers in Göttingen um diesen Gegenstand anzuführen.

Die dritte Abhandlung, über den Einfluss der Strahlenbrechung auf Micrometerbeobachtungen, ist auch die dritte, welche *Bessel* über diesen Gegenstand geschrieben hat. Die erste erschien im 17ten Bande der Mon. Corr., die zweite in Nr. 69 der Astronomischen Nachrichten. Diesesmal hat er die für alle Arten von Micrometerbeobachtungen nöthigen Vorschriften aus einem Principe abgeleitet, welches den Vortheil hat, dafs es zur leichten Uebersicht der Fehler führt, welche einige nicht völlig wahre, aber die Rechnung beträchtlich abkürzende Voraussetzungen erzeugen. Es geht daraus hervor, dafs die möglichst einfachen Näherungsformeln, welche die Abhandlung enthält, noch wenn die Punkte zwischen denen Micrometermessungen gemacht werden, eine Zenithdistanz von

Digitized by Google

85° haben, den wünschenswerthen Grad von Genauigkeit geben.

Die vierte Abhandlung entwickelt den Einfluss der Präcession, Nutation und Aberration auf die Resultate micrometrischer Messungen.

Die fünfte Abhandlung enthält Beobachtungen der Sterne in den Plejaden, die zur Bestimmung einiger zur Kenntniss des Heliometers nöthigen Elemente gedient haben und auf denen Cataloge der hellern Sterne dieses Sternbildes bis zur 9ten Grösse incl. gegründet sind. Diese Cataloge allein sind schon in den A. N. Nr. 387 und 430 abgedruckt.

Die sechste Abhandlung, über die scheinbare Figur einer unvollständig erleuchteten Planetenscheibe, ist hier eingerückt, weil ihre Resultate für die Berechnungen der Heliometerbeobachtungen der Jupitersatrabanten nöthig sind. Sie ist in Nr. 277 der A. N. gegeben, hier aber verbessert und durch Entwickelung der verschiedenen vorkommenden Fälle vervollständigt, abgedruckt.

Die siebente Abhandlung enthält Beobachtungen der gegenseitigen Stellungen von 38 Doppelsternen, die achte handelt von dem merkwürdigen Doppelsterne p Ophiuchi, und giebt eine wesentliche Erläuterung der mit dem Heliometer gemachten Beobachtungen der Doppelsterne im Allgemeinen.

Die erstere ist aus den Abhandlungen der Berliner Akademie der Wissenschaften für 1833 aufgenommen, weil die letztere (zuerst in den A. N. Nr. 343 abgedruckt) sich auf sie bezieht, beide sind hier gegeben, um in diesem Bande Alles zusammenzustellen, was zu der Kenntniss des Heliometers und der damit gemachten Beobachtungen erforderlich ist. An beiden sind hier einige Aenderungen angebracht

Schließlich bemerke ich, daß bei der Anzeige des Inhalts der einzelnen Abhandlungen, soweit es thunlich war, *Bessels* eigene Worte gebraucht sind.

Der Druck des 2ten Bandes ist schon angefangen und schreitet rasch vorwärts.

S.

Physische Beobachtungen des Mars bei seiner Opposition im Jahre 1841.
Von Herrn Hofrath *Mädler.*

Diese Beobachtungen sind als eine Fortsetzung derjenigen zu betrachten, welche seit 1830 zu fünf wiederholten Malen von Herrn *W. Beer* und mir veröffentlicht worden sind. Es ist die gegenwärtige Opposition also die 6te, welche ich zu diesem Zwecke beobachte, und in der Voraussicht, daß die beiden nächsten 1843 u. 45 für meinen gegenwärtigen Beobachtungsort keine, oder doch höchst unbedeutende Ausbeute versprechen, da Mars zu tief südlich steht, war ich diesmal bemüht, ihm so viel als möglich abzugewinnen.

... Das beiliegende Blatt *) giebt 40 Zeichnungen seiner Oberfläche, deren Datum ich hier, nach Pariser mittlerer Zeit geordnet, mit einigen die besondern Umstände der Beobachtung betreffenden Anmerkungen mittheile.

Nr.	Datum.	M. Par. Zt.	Bemerkungen.
1	Jan. 24	16h 39′	Der Fleck etwas unsicher. Therm. — 4°0 R.
2	31	16 40	Desgleichen. — 13°3 R.
3	März 22	11 14	In SO., NNW. und NNO. schwache ungewisse Spuren weißer Flecke.
4	25	11 19	Unglaublich Luft.
5	April 1	11 44	Sehr guter Luftzustand. Die ganze Mitte zwischen den stärkern Flecken roth; der NW.Rand bläulich, darüber im S. weißschimmernd, im NO. deutlich ein begrenzter weißer Fleck.
6		12 8	
7	5	9 13	Begrenzung beider weißer Flecke unbestimmt. Die Mitte, besonders nach NW. zu, stark geröthet.
8		10 13	Der nordöstliche Fleck kleiner und schwächer als der südwestliche.
9		10 55	Aehnlich wie 8.
10	12	9 28	Der graue Streifen sehr unbestimmt, andere Flecke gar nicht sichtbar.
11	14	9 20	
12	25	9 14	Weißer Fleck sehr bestimmt.
13		9 46	Das Weiß in SSW. sehr unbestimmt; der kleine schwarze Fleck daneben besser sichtbar.
14	26	9 12	Prachtvolle Deutlichkeit; etwas unter der Mitte eine helle Region.
15		9 52	Die Luft ward während des Zeichnens unruhig, und nur die nördliche Hälfte ist als gut gelungen zu betrachten.
16	29	8 50	Ziemlich heiter.
17	Mai 4	7 57	Ostrand bläulich, Mitte roth.
18		8 19	Ostrand und Südgrenze bläulich, Südwest lichtblau. Die Mitte, so wie die schmalen hellen Stellen in N. sämmtlich roth. Der Längendurchmesser des weißen Flecks in NO. = 0,11 und sein Querdurchmesser = 0,08 des Marsdurchmessers. (NB. Ein schmaler grauer Streif in NO. nach der Mitte zu, ähnlich der in Fig. 19, ist in der Figur vergessen.)

*) Ist nicht mitgekommen, und wird wahrscheinlich nachgesandt werden. *S.*

Digitized by Google

Nr.	Datum.	M. Par. Zt.	Bemerkungen.
19	Mai 5	8h 16′	Farben wie in 18, nur dafs auch der NW.Rand mattblau erschien.
20		9 4 6	Viel Blau am Rande herum, im O. am stärksten. Die Mitte mattroth, die nördlichen Theile stärkeres Roth. Das lichte Blau in SW. ist verschwunden.
21	8	8 4	Das stärkste Blau im WSW., die Mitte und der SO. roth.
22		8 41	Wie vorhin, nur dafs der Ost bläulich schimmert und in WSW. ein weifser Fleck, ähnlich dem constanten in NO., erscheint.
23	9	8 11	Nur geringe Spuren von Roth in der Mitte.
24	11	7 54	Von der Mitte aus nach SO. und NW. hin roth, nach NO. und SW. weifs.
25		8 18	Luftzustand besser als bei 24. Das stärkste Roth von der Mitte nach SO. hin. Der weifse Fleck in NO. bestimmter als je vorher, im Durchmesser $\frac{1}{12}$ des Mars, und links neben ihm ein sehr kleiner intensiv schwarzer Punkt.
26		8 45	Die Theile im NO. zwischen den Streifen erscheinen gelb, der SW. weifsgelb, das Uebrige roth. Der weifse Fleck 0,08; der schwarze Punkt 0,02.
27	12	7 26	Aehnlich wie 26, nur weniger deutlich.
28		8 55	Besser. Der schwarze Punkt (obgleich in der Zeichnung fehlend) noch sichtbar. Im SW. sehr starkes Weifsblau.
29	15	8 2	Weifsblau im SW., stark roth in der Mitte und gegen NW.; blafsroth in NO., SO. und SW. bis an die Grenze des weifsen Flecks.
30	18	7 23	Die Farben bleich. Das Weifs zunächst von Blau begrenzt, im S. gelbröthlich. Etwas windig.
31		7 34	Geringe Spur von Farben. Wind.
32	31	6 51	
33		7 16	
34	Juni 1	7 19	Die helle Dämmerung und ein nicht sehr günstiger Luftzustand liefsen zwar die Flecke ziemlich deutlich sehen, von den Farben aber wenig wahrnehmen.
35		7 33	
36	2	7 40	
37	11	7 20	
38	16	7 21	Der weifse Fleck schlecht begrenzt. Das Innere und der NW. roth, im SW. schimmert weifsgelb.
39	20	7 19	Fast alles roth, bis auf den weifsen Polarfleck.
40	21	7 32	Alles sehr schwach; der weifse Fleck kaum noch als solcher zu unterscheiden.

Die Beobachtungen mufsten hier aufgegeben werden, da Mars zu früh am Tage culminirte.

Aus den vorstehenden Bemerkungen ergiebt sich, dafs die Veränderlichkeit der Farben ziemlich stark, jedenfalls bedeutender war, als ich sie 1830, 1837 und 1839 wahrgenommen hatte. Dafs übrigens die bemerkten Farben gänzlich frei von jeder Einwirkung der Refraction gewesen seien, wage ich nicht zu behaupten, wiewol ich bemüht gewesen bin, mich von störenden Einflüssen möglichst frei zu erhalten, was aber bei dem tiefen Stande des Mars (einige Beobachtungen mufsten bei 75° Zenithdistanz gemacht werden) nicht durchaus gelingen konnte. Von einer meniskenartigen Einfassung der beiden Ränder, deren frühere Beobachter erwähnen, habe ich nichts wahrgenommen, als die oben bemerkten Andeutungen über den bläulichen, weifsbläulichen und gelblichen Rand. Nach der Mitte zu war sie eine andere Farbe als Roth wahrzunehmen und nur die Intensität desselben wechselte; oft aber erstreckte sich das Roth auch bis an eine oder die andere Stelle des Randes. Meist aber war die Farbe des letztern von der der Mitte sehr verschieden.

Den weifsen Fleck am Nordpole sah ich seit dem 1ten April fortwährend und ohne dafs die Gröfse sich merklich änderte, nur die Deutlichkeit seiner Begrenzung war sehr verschieden. Aus den Schätzungen, die ich an Abenden, wo er deutlich begrenzt erschien, machte, nemlich am 4ten Mai 0,110, am 11ten um 8h 18′...0,083 und um 8h 45′...0,080, folgt im Mittel 0,091, also ein Radius von 5° 14′ der Marskugel. An allen Abenden, wo er unbestimmter begrenzt war, würde ich ihn gröfser, bis zu 0,15, haben schätzen müssen. Merkwürdig war der kleine schwarze Fleck am 11ten und 12ten Mai westlich an der Grenze des weifsen, von dem ich weder vor- noch nachher eine Spur bemerkt habe.

Die Kürze der Zeit, wo Mars an jedem dieser Abende beobachtet werden konnte, liefs über seine Bewegung nichts entscheiden. Nur seine intensive Schwärze machte es möglich, ihn bei diesem geringen Durchmesser von 20 geogr. Meilen, etwa zu erkennen. Er schien mit keinem der übrigen in Verbindung zu stehen.

Bei den Beobachtungen von 1837 und theilweise auch denen von 1839 bemerkte ich eine dunkle Zone von ungleicher Breite und ziemlicher Intensität, welche den weifsen Fleck in scharfer Begrenzung umgab. Diesmal konnte ich nichts der Art mit Bestimmtheit erkennen. Die schwarzen zonenartigen Flecke in der Nähe des Polarflecks waren von ihm durch eine wenn auch oft sehr schmale, lichte, gewöhnlich rothe, Zone getrennt, oder berührten ihn doch nur in einzelnen Punkten.

Digitized by Google

Was nun die Vergleichung mit früher wahrgenommenen Flecken betrifft, so kommen fast alle in bestimmtern Umrissen wahrnehmbare in den Zeichnungen von 1830—39 vor. So der Fleck im Süden in den Zeichnungen 5 und 6, der sich in 18, 20, 21 und sonst noch einigemale, nur weniger bestimmt, wiederholt, und den ich 1830 eben so erkannte. Noch bestimmter ist dies der Fall mit dem sonderartigen Fleck am S.Rande in den Zeichnungen 10, 11, 16, 28, 29. 30. 31 und einigen andern. Den wellenförmigen in der nördlichen Halbkugel, welcher in 29 und 32 am deutlichsten, so wie in vielen andern erscheint, und der 1830 abgewandt sein mußte, sah ich 1837 deutlich und er kommt schon bei *Kunowsky* 1821 und 22 vor (Berl. Jahrbuch auf 1826). Gleichwohl scheinen andere, und nicht ganz schwache, früher nicht, wenigstens nicht so, wahrgenommen zu sein, und eben so ächte ich vergebens nach einigen andern, z. B. nach dem schwarzen Punkte in 8° südlicher Breite, der 1830 gewählt worden war, um den ersten Meridian durch ihn zu legen.

Indeß halte ich es für zu gewagt, aus Beobachtungen, die der südlichen Declination wegen in dieser Beziehung ungünstig genannt werden müssen, bestimmte Folgerungen über Constanz oder Veränderlichkeit einzelner Flecke zu ziehen. Dies wird bei künftigen Oppositionen von 1847 an besser geschehen können und ich setze bis dahin die speciellern Vergleichungen, so wie die Untersuchungen über die Rotation aus, indem ich nur noch die Messungen mittheile, welche in dieser Opposition über die Lage verschiedener Flecke, insbesondere des nördlichen Polarflecks angestellt wurden.

A. Positionen des weißen Flecks im NO.

	St. Z.				
April 1.	14ʰ20′	27°46′5	aus	5	Beobb.
	14 42,5	27 51,2	—	3	—
5.	12 11	29 10,7	—	5	—
	13 7	30 25,1	—	5	—
	13 35,5	31 19,3	—	5	—
6.	11 10	27 19,5	—	1	—
12.	12 20	31 55,2	—	5	—
14.	12 21,5	34 33,3	—	5	— Fleck sehr matt.
18.	11 55	32 11,1	—	5	—
20.	12 52	29 45,3	—	4	—
	13 6	32 1,3	—	5	—
25.	13 15	31 51,3	—	5	—
	13 45,5	34 32,7	—	5	—
	13 58	36 7,9	—	5	—
	14 8	35 55,7	—	5	—
26.	12 0,5	32 4,1	—	5	—
	13 36,5	35 5,5	—	5	— } unruhige Luft.
	13 57,5	37 22,5	—	5	— }
27.	13 5	33 16,8	—	3	—
	13 28	35 30,2	—	3	—
28.	13 47	33 44,1	—	5	—
	14 6	34 35,1	—	4	—
Mai 4.	12 18	33 25,5	—	3	—
	12 54	34 25,5	—	3	—
	13 6	34 21,2	—	3	—
5.	12 41,5	33 32,1	—	5	—
	13 12	34 38,5	—	4	—
	13 30,5	35 24,3	—	4	—
	13 41	35 9,0	—	4	—
8.	12 52,5	35 4,3	—	4	—
	13 10,5	34 7,0	—	4	—
	13 32,5	34 57,5	—	4	—
9.	13 8	34 13,5	—	3	—
	13 26	34 26,8	—	3	—
11.	12 55	33 53,8	—	4	—
	13 25	37 11,5	—	4	—
12.	13 46	36 41,3	—	4	—
	13 57	38 2,6	—	4	—
15.	13 24	36 26,8	—	3	—
	13 45	37 33,8	—	3	—
18.	12 50	35 4,1	—	5	—

Aus diesen 170 einzelnen Ablesungen folgt, daß die Excentricität des Flecks in Beziehung auf den Nordpol des Mars sehr gering, wo nicht gleich Null ist. Ihre wahrscheinlichen Grenzen sind 0° und 2°. Da die Ausdehnung des Flecks jedenfalls weit größer ist, so folgt, daß er den Nordpol einschließe. Die Beobachtungen vom 20—28ten April machen eine kleine Excentricität wahrscheinlich.

B. Positionswinkel der weißen oder weißblauen Region in SW.

	St. Z.			
April 1.	14ʰ10′	252°40′5	aus	5 Beobb.
	14 26,5	256 20,7	—	4 —
5.	13 7,5	209 13,3	—	5 —
	12 57,2	213 47,7	—	5 —
	13 21,0	220 4,3	—	5 —
	13 44,5	223 22,5	—	5 —
Mai 5.	12 54	246 25,8	—	4 —
	13 16	253 38,3	—	4 —
9.	13 5	231 23,5	—	3 —
	13 30	237 31,8	—	3 —
11.	12 58	222 40,5	—	3 —
	13 31	227 8,0	—	4 —

Es ist hieraus deutlich ersichtlich, daß diese weißliche Region an der Rotation Theil nahm und keineswegs am Südpol oder doch diesem nahe lag. Die Stellungsveränderung betrug am 1ten April in 25′5....8°40′; am 5ten in 97′....14°9′; am 5ten Mai in 22′...7°18′; am 9ten in 25′...6°6′; endlich am 11ten in 33′...4°28′; und die größte vorkommende Veränderung vom 1—5ten April ist 47°7′. Wir können also dem Mittelpunkt dieser Region keine höhere areographische Breite als etwa 55° ertheilen, und der Südpol des Mars mußte uns abgewandt sein.

Digitized by Google

2. Positionswinkel eines am 25 und 26sten wahrgenommenen schwärzlichen Punktes.

April 25.	13h52′	233°26′3 aus	5 Beobb.
	14 2	236 45,0 —	2 —
26	13 17,5	223 37,9 —	5 —
	13 42	227 21,5 —	3 —

Auch dieser dem SW.Rande ziemlich nahe Fleck hatte also eine Breite von höchstens 50° und deutet wie der vorige darauf hin, dass der Südpol des Mars diesmal abgewandt war, was mit der von *Herschel* bestimmten Axenstellung nicht ganz übereinstimmt.

Die Messungen des Durchmessers behalte ich für eine künftige Zusammenstellung vor.

Mädler.

Ueber die Bahnen mehrerer Sternschnuppen vom 10ten August 1839.

Von den Herren *A. Erman* und *H. Petersen.*

Unter den in Breslau 1839 August 10 beobachteten Sternschnuppen, von welchen Herr *v. Boguslawski* vor einigen Monaten ein Verzeichniss mittheilte, haben sich wieder mehrere correspondirende zu unseren, in den Astr. Nachr. Nr. 402 und 404 abgedruckten, Berliner Beobachtungen gefunden. Wir wollen hier die nach der *Bessel*'schen Methode berechneten Resultate derselben angeben, haben aber zuvor an die Zeiten in dem genannten Verzeichnisse unserer Beobachtungen eine Berichtigung anzubringen. Zur Bestimmung der Stände des Chronometers (K), nach welchem das Erscheinen der Sternschnuppen angeschrieben wurde, gegen mittl. Zeit (M) hatte man zuerst folgende directe Beobachtungen, zwischen denen die Uhr theils in Ruhe geblieben, theils auch, zwischen der zweiten und vierten, mehrmals getragen und gefahren wurde:

1839 Juni 29,38	$M-K = +6'30''88$
Juli 1,38	$= +6\ 22{,}21$
11,38	$= +6\ 19{,}28$
Aug. 9,38	$= +6\ 40{,}35$
14,38	$= +6\ 26{,}11.$

Ausserdem aber, so lange man die Identität zweier in Berlin gesehenen Sternschnuppen (August 10. Nr. 12 und 22) mit zweien in Altona gesehenen (August 10 Nr. 6 und Nr. 8) *) voraussetzte, die zwei Bedingungen:

1839 Aug. 10. 10° 5′	$M-K = +37'9''32 - L$
10. 10 20	$= +37\ 9{,}12 - L$

wenn L die Länge des Beobachtungsortes in Altona östlich von Paris bedeutet, die des Berliner aber, so wie früher angeführt, 44′ 19″22 gesetzt wird. Wir entschieden uns demnach für

$$\text{Aug. } 10{,}42 \quad M-K = +6'44''2$$

und nahmen für die folgenden Tage einen der Zeit proportionalen Uebergang von diesem Stande, bis zu dem für Aug. 14 beobachteten an. Diese Voraussetzung, welche

$$L = 30'\,25''$$

giebt, schien auch mit unsern directen Zeitbestimmungen sich noch vereinigen zu lassen. Da indessen in Altona gar keine Angabe über die scheinbare Bahn der genannten Sternschnuppen gemacht worden, so war doch deren Identität mit den Berlinern und somit auch die Richtigkeit des genannten Uhrstandes für Aug. 10 nicht entschieden.

Unter den zwischen 1839 August 10. 9h 40′ und 11h 12′ Berliner Zeit gelegenen Berliner und Breslauer Beobachtungen, haben wir aber jetzt 15 Paare gefunden, für welche die Identität auch aus der scheinbaren Lage der Anfangs- und Endpunkte hervorgeht, und welche, wenn man Breslau um L' Ost von Paris setzt, für $M-K$ folgende Bedingungen geben:

Nach der Berl. Beob.		$(M-K)+L'$
Aug. 10.	Nr. 1	$+65'\,26''52$
	9	$+65\ 26{,}52$
	11	$+65\ 24{,}12$
	13	$+65\ 25{,}52$
	19	$+65\ 26{,}02$
	22	$+65\ 25{,}32$
	23	$+65\ 28{,}52$
	27	$+65\ 23{,}52$
	29	$+65\ 25{,}22$
	31	$+65\ 27{,}22$
	33	$+65\ 25{,}12$
	36	$+65\ 25{,}22$
	38	$+65\ 25{,}62$
	46	$+65\ 28{,}22$
	50	$+65\ 26{,}62$

oder nach allen:

für August 10,43 $M-K = 65'\,26''03 - L' \pm 1''34.$

Wir glauben hiernach die zwei Altonaer Sternschnuppen August 10 Nr. 6 und 8 für verschieden von allen in Berlin gesehenen halten, und zu unsern früheren Zeitangaben, für ein zwischen August 10 und August 14 gelegenes Datum d:

$$-1''7 \text{ (August } 14{,}4 - d)$$

*) Diese sind von Herrn Conferenzrath *Schumacher* bekannt gemacht in Astr. Nachr. Nr. 383.

Digitized by Google

zulegen zu müssen. Diese Correction macht jene Angaben mit den zwei letzten der vorgenannten Uhrstände für August 9 und August 14 vollständig übereinstimmend, und giebt

$$L' = 58'\,48''67 \pm 1''34,$$

sehr nahe an der aus Herrn Professor *Hansen's* Berechnung von Sternbedeckungen hervorgehenden Länge von Breslau:

58′ 48″20.

Dieses Resultat scheint auch wiederum die Anwendbarkeit der Sternschnuppenbeobachtungen zu Längenbestimmungen zu bestätigen, denn wahrscheinlich wären die einzelnen Werthe für L' noch übereinstimmender ausgefallen, wenn sich nicht bisweilen die Aufmerksamkeit der Beobachter zwischen der Zeit der Erscheinung, und dem Orte derselben getheilt hätte.

Bei den folgenden Angaben über die Bahnen der correspondirend beobachteten Sternschnuppen sind die Bezeichnungen der *Besselschen* Abhandlung in Astr. Nachr. Nr. 384 und 381 angewendet, und zwar gelten die mit π bezeichneten Positionswinkel für die Breslauer Beobachtungsmomente, die mit p bezeichneten und die Coordinaten zweier Punkte in der Bahn aber für die Berliner.

Beobachtungen in

Berlin 1839 August 10.

Nr.	Mittl. Zeit.	Anfang. AR.	Anfang. Decl.	Ende. AR.	Ende. Decl.	Anmerken.
1	9ʰ40′52″4	11°6	+48°6	8°6	+36°5	
9	9 58 23,4	335,5	— 6,6	329,5	—14,6	
11	10 0 5,8	338,5	— 5,5	323,5	— 8,6	1Gr. m. Sp.
13	10 6 17,4	323,5	— 9,6	319,5	—18,0	
19	10 12 29,8	294,0	+′2,7	279,5	— 7,4	2Gr. m. Sp.
22	10 20 8,6	325,5	—14,6	318,5	—22,7	
23	10 20 22,4	2,5	+15,5	357,0	— 1,5	1Gr. m. Sp.
27	10 28 1,4	27,5	+43,4	22,5	+38,4	1Gr.
29	10 31 13,7	337,5	—12,6	329,0	—21,5	
31	10 33 6,5	311,0	—10,5	309,5	—15,7	— m. Sp.
33	10 35 57,8	302,0	— 8,8	298,5	—18,7	— m Sp.
36	10 40 15,7	18,6	+28,4	8,5	+15,5	— m. Sp.
38	10 43 28,3	336,4	+26,5	327,4	+17,4	1Gr. m. Sp.
46	10 59 22,7	338,0	+ 3,4	327,5	— 3,1	
50	11 11 26,5	325,5	+14,4	319,5	+ 7,4	1Gr. m. Sp.

Breslau 1839 August 10.

Mittl. Zeit.	Anfang. AR.	Anfang. Decl.	Ende. AR.	Ende. Decl.	Anmerken.	Dauer
9ʰ55′22″3	105°0	+68°0	118°0	+52°0	3 Gr.	1″
10 12 53,3	280,0	+ 4,0	267,0	—20,0		—
10 14 33,3	317,5	+ 9,0	303,0	—11,0	2 Gr.	1
10 20 46,3	291,0	+ 6,0	266,0	+ 4,0	wie 9	1,3
10 26 59,3	212,0	+19,0	219,0	+ 3,0	2 Gr.	2,7
10 34 37,3	261,5	+35,0	232,0	+ 6,0	1 Gr.	1,3
10 34 54,3	15,0	+53,0	5,0	+49,0	1 Gr.	1,0
10 42 28,3	36,0	+60,0	22,0	+50,0	1 Gr.	1
10 45 42,3	293,0	+ 4,0	287,0	—18,0	4 Gr.	1
10 47 37,3	261,5	0,0	244,0	—11,0	4 Gr.	0,7
10 50 26,3	215,0	+22,0	229,0	+10,0	1 Gr.	1
10 54 44,3	168,0	+70,0	192,0	+60,0	1 Gr.	1,3
10 57 58,3	277,0	+25,0	268,0	+ 5,0	1 Gr.	1
11 13 54,3	212,0	+37,0	213,0	+24,0	3 Gr.	1
11 25 56,3	306,0	+30,0	291,0	+12,0	1 Gr.	1,0

Resultate.

Nr.	f	f'	p	p'	π	π'	H	H'	$H-H$	$\log r$	$\log r'$
1	7°7	8°1	+16°2	+18°1	+33°4	+ 37°9					
9	6,3	7,2	—56,8	—82,3	—80,6	—108,0	17±12,4s	13±11,5s	+ 4±23,5s	1,6821	1,6864
11	1,2	4,2	—50,6	—74,8	—55,5	— 88,3	24± 1,6	48± 7,9	—24± 8,3	1,8215	2,0388
13	0,7	2,8	—77,1	—93,8	—75,0	— 86,0	18± 0,9	11± 0,3	+ 7± 1,2	1,7701	1,5993
19	2,4	5,4	—77,8	—93,1	—85,0	—106,4	14± 0,7	13± 0,7	+ 1± 1,4	1,3137	1,4019
22	11,2	2,6	—87,0	—89,5	—54,6	— 97,2	12± 0,1	8± 0,1	+ 4± 0,0	1,5201	1,5155
23	1,7	2,9	+ 4,7	— 8,8	+ 9,5	+ 3,7	30± 3,9	15± 1,5	+15± 4,2	1,8153	1,7105
27	1,4	2,4	+20,5	+19,3	+17,6	+ 14,0	46±29,2	44±11,8	+ 2±26,4	1,9130	1,9076
29	0,1	6,6	—79,2	—83,0	—78,8	—102,9	17± 0,9	21± 1,6	— 4± 2,1	1,7265	1,7626
31	2,6	5,4	—87,7	—88,5	—93,6	—101,2	32± 9,5	28± 4,5	+ 4± 9,4	1,8299	1,8486
33	3,2	1,5	—89,1	—98,9	—79,2	— 95,0	12± 0,6	12± 1,3	0± 1,9	1,1926	1,5278
36	2,3	4,0	+16,7	+ 7,2	+10,9	— 5,9	17± 1,2	13± 2,9	+ 4± 2,7	1,5575	1,4847
38	15,3	17,5	—32,2	—47,6	—66,8	— 87,6	44± 4,2	40± 2,7	+ 4± 2,7	1,8064	1,7736
46	3,3	0,1	—56,6	—73,5	—43,9	— 73,7	10± 0,3	9± 0,4	+ 1± 0,7	1,2643	1,2251
50	1,4	3,9	—55,7	—66,7	—52,5	— 75,2	73± 5,7	66± 5,0	+ 7± 9,9	1,9823	1,9629

Nr.	Anfang. Breite.	Anfang. Länge O. v. Par.	Ende. Breite.	Ende. Länge O. v. Par.
1				
9	50°4	14°7	50°0	14°3
11	49,8	16,2	46,9	17,0
13	50,0	13,7	50,1	13,0

Nr.	Anfang. Breite.	Anfang. Länge O. v. Par.	Ende. Breite.	Ende. Länge O. v. Par.
19	51°3	11°2	50°9	10°5
22	50,5	12,9	50,4	12,4
23	51,7	17,3	51,0	15,9
27	54,4	17,6	53,9	17,9

Digitized by Google

Nr.	Anfang. Breite.	Länge O. v. Par.	Ende. Breite.	Länge O. v. Par.
29	49°7	14°4	49°3	14°0
31	48,6	12,7	48,1	12,1
33	50,9	11,3	50,3	11,1
36	52,7	14,5	52,1	14,0
38	51,3	14,1	50,7	13,5
46	51,6	12,2	51,9	11,8
50	49,7	13,6	48,4	13,3

ir haben die Resultate über die Bahn der Sternschnuppen r. 1 nicht mit aufgenommen, weil sie auf eine, im Vergleich il allen übrigen, unwahrscheinlich grosse Geschwindigkeit der ewegung führen. Die Logarithmen der Abstände von Berlin Meilen ergeben sich namentlich

$$\log r = 3{,}5212$$
$$\log r' = 2{,}0600.$$

iese sind aber ebenso und aus demselben Grunde unsicher, ie die berechneten Höhen

$$H = 3702$$
$$H' = 64,$$

if welche Beobachtungsfehler von a° einen respective durch ± 165500.a und ± 102.a ausgedrückten Einfluß ausüben nnten. Die übrigen Bahnen, welche sicherer bestimmt schei- n, bestätigen die allgemeinen Thatsachen, welche aus den echnungs-Resultaten in Nr. 361 und 404 der Astr. Nachr. ervorgehen. Es ist keine einzige darunter, welche zur Au- ahme des von *Bessel* bezweifelten Aufsteigens der Stern- chnuppen veranlaßte, und ihre Höhen waren auch diesmal ieder, selbst wenn man nur die zuverlässigsten Resultate be- chtet, zwischen sehr weiten Gränzen, 73 und 8 geographi- chen Meilen, verschieden. Von zweien einander näher gele- enen Standpunkten würde man wohl auch noch niedrigere be- timmt haben. In Beziehung auf das Convergiren der schein- aren Bahnen, welchen grade an jenem Tage so auffallend ar, und auf Parallelismus der relativen Bewegungen (gegen ie Erde) und gleiche Geschwindigkeit derselben schließen ieße, schien es von Interesse zu sehen, ob sich diese letz- en Eigenschaften nun auch durch die Rechnungsresultate be- tätigen. Es beziehen sich hierauf die folgenden:

Längen und Richtungen der relativen Bewegungen.

Sternschn.	Meilen.	AR.	Decl.
Nr. 9	8,4	233,7	— 53°2
11	48,6	302,4	— 11,9
13	20,7	150,9	— 6,9
19	8,4	234,3	— 30,2
22	6,0	206,5	— 45,6
23	22,8	205,0	— 45,6
27	8,9	330,9	— 42,3
29	11,6	261,6	— 56,7
31	9,5	231,2	— 45,7

Sternschn.	Meilen.	AR.	Decl.
Nr. 33	10,0	287°9	— 36°2
36	10,7	260,2	— 56,9
38	14,0	237,7	— 50,8
46	4,0	216,6	— 26,8
50	15,6	220,8	— 51,0

Diese Richtungen zeigen nun wohl in der That die erwartete Annäherung an diejenige, welche zwischen allen scheinbaren Bahnen von Auguststernschnuppen, die man in dieser Beziehung verglichen hat, das Mittel hält, nämlich an: AR. 218° Decl. — 53°. Etwa die Hälfte derselben bleibt dagegen von diesem eben genannten Punkte weit entfernt. Bei näherer Untersuchung wird es aber sehr wahrscheinlich, daß viele dieser Abweichungen nicht wirklich vorgekommene sind, sondern nur von Beobachtungsfehlern an einem der beiden Orte herrühren. So namentlich bei Nr. 11 und 46, für welche die Richtung der scheinbaren Bahn nach den Angaben in Breslau, äußerst nahe an jenem mittlern Convergenzpunkt vorbeiführte, nach denen in Berlin aber beträchtlich davon abwich. Bei Nr. 22, 27 und 31 wurde umgekehrt der scheinbaren Bahn in Berlin fast genau die mittlere Richtung, in Breslau aber eine davon sehr verschiedene zugeschrieben. Der Wahrscheinlichkeit ist es aber wohl angemessen, nicht die Uebereinstimmungen einzelner Beobachtungen mit demjenigen besonderen Werthe, welcher sich im Mittel aus allen ergiebt, sondern vielmehr die unter sich ganz verschiedenen Abweichungen der übrigen von diesem besondern Werthe für die Folge zufälliger Beobachtungsfehler zu halten, und somit anzunehmen, daß sich aus fehlerfreien Beobachtungen ein noch weit vollständigerer Parallelismus der Bewegungen ergeben würde.

Wenn man aber endlich auch die gegen die Erde relativen Geschwindigkeiten jener Sternschnuppen, mit Hülfe der eben angeführten Längen ihrer relativen Bewegungen, beurtheilen will, so ist zunächst zu beachten, daß die in Berlin beobachteten Bahnstücke, für welche diese letzteren gelten sollen, nicht immer gleich lang waren mit denjenigen Stücken derselben Bahn, für welche in Breslau die Dauer der Bewegung geschätzt wurde. Nach Berücksichtigung dieses Umstandes, welche bei den meisten schon durch Vergleichung der Veränderungen der Positionswinkel, $\pi - \pi'$ mit $p - p'$, näherungsweise erfolgen kann, wird man aber dennoch auf sowohl äußerst ungleiche als auch anderweitig unwahrscheinliche Geschwindigkeiten der einzelnen geführt. So würde z. B. Nr. 11 mehr als 60 Meilen, Nr. 19 aber kaum 3 Meilen in der Sekunde beschrieben haben. Wenn man aber nur diejenigen berücksichtigt, deren scheinbare Bahn an beiden Orten dem Convergenzpunkte nahe kam, so fände man doch ihre mittlere relative Geschwindigkeit nach den in Breslau angegebenen End-

Digitized by Google

punkten und Dauern ihrer Bahnen, kaum unter 20 Meilen in der Sekunde, mithin mehr als zweimal so grofs als das Maximum der Geschwindigkeit, welches die Augustersternschnuppen in einer Bahn um die Sonne besitzen könnten (Astr. Nachr. Nr. 385). Man mufs wohl vermuthen, dafs die Schätzung der Dauern noch sehr unsicher geblieben ist.

A. Erman und *H. Petersen.*

Nahe Zusammenkünfte der älteren Planeten mit Zodiakalsternen, und Bedeckungen der letzteren, für 1843

Von Herrn Hofrath *Mädler* in Dorpat.

Für diese Untersuchungen wurden aus sämmtlichen Sternen des *Baily*schen Catalogs diejenigen ausgewählt, für welche ein beiläufiger Ueberschlag eine Zusammenkunft innerhalb 5' gab. Es fanden sich für Venus 10, für Merkur 6, für Mars 6 für Jupiter 1 Stern, und für diese 23 hat die genauere Untersuchung folgendes ergeben:

	Sterne.		Conjunction in AR. M. Par. Zeit.		AR. app.		Decl. app.		Das Centr. des Planeten steht nördl.(+)oder südl.(−)	Ständl. Bewegung des Planeten in AR.	in Decl.	
	4 Capricorni	6m	Jan. 11.	2h27	20h 8′ 47″77		−22° 17′ 18″46		− 62″3	+ 17″70	+ 51″9	
	k Tauri	5m	Mai 14.	19 34	4 48 33,38		+24 48 10,83		− 1,3	+ 15,55	+ 37,6	Bedeckung.
Merkur	5 Gemin.	7m	31.	3 33	6 1 55,55		+24 25 57,99		−372	+ 5,00	− 30,6	
	d Virginis	4m	Oct. 27.	10 20	13 1 51,93		− 4 41 59,50		+360	+ 5,61	− 7,2	
	[2199] Sagittarii	7	Dec. 24.	5 11	18 52 54,35		−25 3 21,40		− 14,2	+ 17,65	+ 18,1	
	[2282] Sagittarii	17m	28.	19 37	19 26 8,01		−24 11 22,92		− 45,4	+ 17,10	+ 41,8	
	[2104] Clyp.Sob.	7m	Febr. 5.	4 40	18 8 16,41		−18 30 45,67		−371	+ 8,13	− 9,1	
	[2128] Sagittarii	6m	8.	22 57	18 20 58,51		−18 49 17,15		− 5,3	+ 8,72	− 14,4	Bedeckung.
	[2592] Aquarii	7m	März 28.	11 29	21 41 12,36		−13 27 1,72		−233	+ 11,12	+ 43,3	
	[2639] Aquarii	7m	April 2.	14 2	22 3 53,72		−11 49 ——		(− 7″)	+ 11,08	+ 48,2	
Venus	81 Aquarii	6m	13.	18 59	22 53 14,65		− 7 53 55,30		−150	+ 11,16	+ 57,8	
	u Piscium	5m	24.	11 32	23 39 52,75		− 3 37 50,40		+ 90,5	+ 11,28	+ 63,2	
	a′ Tauri	6m	Juni 20.	17 5	3 59 49,34		+19 11 33,80		+ 35,2	+ 12,40	+ 40,4	
	4 Gemin.	7m	Juli 14.	5 38	6 0 59,42		+23 1 14,52		− 38,5	+ 13,19	+ 3,8	
	a^2 Gemin.	6m	24.	15 41	6 55 52,49		+22 51 58,48		− 21,9	+ 13,22	− 11,7	
	e^6 Oph.	5m	Nov. 29.	2 16	17 21 54,79		−23 50 2,34		+ 8,2	+ 13,54	− 18,2	Bedeckung.
	n Libræ	6m	Jan. 26.	8 28	14 57 53,56		−15 38 40,22		+150	+ 5,40	− 23,8	
	β Scorpii	2m	Febr. 23.	8 15	15 56 20,90		−19 22 15,54		+ 89,6	+ 4,97	− 16,2	
	δ Oph.	3m	Mai 22.	23 23	17 12 26,29		−24 50 11,22		+ 33,4	- 2,71	− 5,1	
Mars	A Oph.	4m	Aug. 23.	16 19	17 5 8,03		−26 22 2,05		+ 35,1	+ 5,00	− 3,9	
	[2349] Sagittarii	6m	Oct. 25.	21 49	19 52 4,31		−23 9 31,79		− 43,7	+ 7,37	+ 23,2	
	[2356] Sagittarii	6m	26.	18 12	19 54 29,61		−23 1 41,31		− 63,4	+ 7,37	+ 23,4	
Jupiter	d^2 Capricorni	6m	April 9.	19 54	21 34 31,13		−15 6 19,79		− 36,1	+ 1,71	+ 7,9	

Die Bedeckung von k Tauri durch Merkur erfolgt für Europa am Tage, indefs möchte eine Beobachtung mit sehr lichtstarken Instrumenten möglich sein. Die nördlichsten wie die südlichsten Gegenden der Erde sehen nur einen nahen Vorübergang.

Auch die Bedeckung von [2128] Sagittarii durch Venus tritt am Tage ein, da sie indefs ihrer gröfsten Elongation nahe steht, so dürfte die Beobachtung gelingen. Im nördlichen Europa ist es nur ein Vorübergang.

Dorpat im October 1841.

Die Bedeckung von e^6 Ophiuchi wird des tiefen Standes wegen im nördlichen Europa nur schwer beobachtet werden können. In den östlichsten Gegenden Europa's erfolgt sie Abends, westlicher am Tage. In den südlichen Gegenden der Erde wird nur ein naher Vorübergang statt finden.

Die neuen Planeten habe ich nicht untersucht, und auch für die ältern alle der Conjunction mit der Sonne zu nahe fallende Bedeckungen und Zusammenkünfte ausgeschlossen.

Mädler.

Astronomische Untersuchungen von *F. W. Bessel*. Erster Band. Konigsberg 1841 im Verlage der Gebrüder Bornträger. 4to. p. 17. — Physische Beobachtungen des Mars bei seiner Wiederkehr im Jahre 1841. Von Herrn Hofrath *Mädler* in Dorpat. p. 19. — Ueber die Bahnen mehrerer Sternschnuppen am 10ten August 1839. Von den Herren *A. Erman* und *H. Petersen*. p. 23. — Nahe Zusammenkünfte der älteren Planeten mit Zodiakalsternen, u Bedeckungen der letzteren, für 1843. Von Hrn. Hofrath *Mädler* in Dorpat. p. 31

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

Nº. 435 — 437.

Bemerkungen über die Behandlung der Theorie der Störungen des Mondes.

Von Herrn Professor und Ritter *Hansen*,
Director der Sternwarte Seeberg.

Herr *Lubbock* hat in dem 4ten Theile seiner Theory of the Moon ein Urtheil über meine Arbeiten in der Störungstheorie im Allgemeinen ausgesprochen, das deshalb gänzlich verfehlt ist, weil er den Hauptzweck derselben übersieht, ja diesen, wie es scheint, gar nicht ahnet. Seine Absicht bei seinen Arbeiten in dieser Theorie ist, vorhandene Rechnungen, namentlich *Plana's* analytische Ausdrücke für die Coefficienten der Mondstörungen, hinsichtlich ihrer Richtigkeit zu untersuchen, und diese Idee scheint ihn so zu erfüllen, dafs er keinen Raum für andere gewinnen kann. Denn nachdem er in der Vorrede ziemlich deutlich zu erkennen gegeben hat, dafs er eigentlich gar nicht wisse, was ich mit meinen Arbeiten in der Mondtheorie wolle, räth er mir ähnliche Arbeiten wie die seinigen vorzunehmen; er wünscht namentlich, dafs ich unternehmen möchte die Gröfsen *b* der Méc. cél. zu verificiren, und drückt in etwas starken Worten seine Ueberzeugung aus, dafs ich mich durch Theilnahme an diesen Arbeiten sehr um die Wissenschaft verdient machen könne. Für diesen gewifs wohlgemeinten Rath bin ich Hrn. *Lubbock* sehr dankbar, bedaure aber, dafs ich davon keinen Gebrauch machen kann, da wenigstens vom astronomischen Standpunkt aus betrachtet andere wesentliche Umstände zu erörtern übrig sind.

Seit den unsterblichen *Newtons* Zeiten augen wir Astronomen, dafs die von ihm entdeckte allgemeine Gravitation die einzige auf die Körper unsers Sonnensystems stets fortwirkende accelerirende Kraft sey, haben aber bis jetzt keinen vollgültigen Beweis dafür. Denn wenn diese Behauptung richtig ist, so müssen die Oerter den Mondes und der Planeten, die wir durch die allgemeine Gravitation berechnen, mit den durch die astronomischen Beobachtungen erlangten, bis auf Unterschiede übereinstimmen, die wenigstens nicht gröfser sind, wie die wahrscheinlichen Fehler dieser Beobachtungen, und das ist gegenwärtig nicht der Fall. Die durch Anwendung der allgemeinen Gravitation (aus den jetzigen Mond- und Planetentafeln) berechneten Oerter weichen oftmals von den beobachteten Oertern um Gröfsen ab, die weit gröfser sind, wie die wahrscheinlichen Fehler dieser. Unter den so bewandten Umständen sind zwei Annahmen möglich. Entweder wirken auf die Himmelskörper aufser der allgemeinen *Newtons*chen Gravitation noch andere accelerirende Kräfte fortwährend ein, oder unsere Tafeln geben die aus jenem Prinzip folgenden Oerter mit weniger Genauigkeit, wie die verfeinerte Beobachtungskunst der gegenwärtigen Zeit die beobachteten Oerter ins Reine zu kommen ist die Aufgabe, die ich mir gestellt habe, und ich mufs, um sie lösen zu können, vor allen Dingen alle Störungscoefficienten, die aus der allgemeinen *Newtons*chen Gravitation folgen, so genau berechnen, dafs der Fehler eines jeden derselben nur einen kleinen Theil Einer Secunde beträgt. Meine erste Arbeit dieser Art bezog sich auf den Jupiter und Saturn, darauf habe ich, durch andere Umstände mit veranlafst, die Erde vorgenommen, (eine Arbeit, die noch nicht, erschienen ist) gegenwärtig beschäftigt mich der Mond. Herr *Lubbock* wird hieraus erkennen können, dafs die Aufgabe die ich mir gestellt habe eine astronomische ist, und die Mathematik hiebei nur deshalb in Betracht kommt, weil sie ein unumgänglich nothwendiges Hülfsmittel zur Lösung derselben ist. Die Entwickelung und Berechnung analytischer Ausdrücke der Störungscoefficienten könnte somit nur in dem Falle für meinen Zweck eine wesentliche Vorarbeit seyn, wenn dadurch die numerischen Werthe derselben bis zum oben angeführten Grade der Genauigkeit einfacher und sicherer berechnet werden könnten, wie ohne diese Entwickelung. Wenn nun diese Entwickelung ein sicheres Mittel zur Berechnung der genauen numerischen Werthe der Störungscoefficienten seyn soll, so müssen die unendlichen Reihen, die sie für jeden Coefficienten giebt, convergiren, und man mufs von jeder derselben wenigstens eine hinreichende Anzahl von Gliedern berechnet haben. Nun ist aber keineswegs a priori bewiesen, ja es ist nicht einmal ein Versuch zu solchem Beweise vorhanden, dafs diese unendlichen Reihen convergiren müssen, und *Plana's* Resultate für den Mond zeigen eben so wenig a posteriori, dafs sie in allen Fällen für den in der Natur stattfindenden numerischen Werth des Verhältnisses der mittleren Bewegungen des Mondes und der Erde convergiren. Denn es kommt darin häufig vor, dafs Glieder einer gewissen Ordnung gröfser sind, als die Glieder niedriger Ordnung in demselben Coefficienten. Für

die von *Plana* nicht berechneten Glieder liegt dieser Umstand ganz im Dunkeln, denn die allgemeinen Glieder dieser unendlichen Reihen sind nicht gegeben worden, und werden schwerlich je gegeben werden. Ferner zeigen die von *Plana* aus seinen analytischen Ausdrücken berechneten numerischen Werthe, dafs man, um den oben ausgesprochenen Grad der Genauigkeit in den Störungscoefficienten zu erhalten, die analytischen Ausdrücke für fast alle Coefficienten viel weiter fortsetzen müfste, wie er gethan hat, wodurch aber die Arbeit in einem sehr grofsen Verhältnisse sich steigern würde. *Plana* selbst giebt zu erkennen, dafs die aus seinen analytischen Ausdrücken gefolgerten numerischen Werthe der Störungscoefficienten des Mondes für die Anwendung nicht hinreichend genau seyen, denn er fügt vielen derselben ein durch nichts weniger wie analytische Entwickelung erlangtes numerisches Glied, welches er mit „Induction" bezeichnet, hinzu.

Da es sich mit der analytischen Entwickelung der Störungscoefficienten des Mondes so verhält, so kann sie mir zur Erreichung meines oben ausgesprochenen Zweckes nicht dienen, und ich habe sie daher vermieden. Ich habe ein anderes Verfahren an die Stelle gesetzt, durch welches ich sogleich die numerischen Werthe der Störungscoefficienten, und zwar von Annäherung zu Annäherung immer genauer erhalte. Davon abzugehen habe ich um so weniger Grund, da sich bei demselben die geringe oder am Ende gar keine Convergenz der analytischen Ausdrücke in schnelle Abnahme der successive zu berechnenden numerischen Theile der Störungscoefficienten verwandelt.

Ich schliefse, um jeder Misdeutung vorzubeugen, das was ich hier im Allgemeinen über den *Lubbock*schen Angriff auf meine Arbeiten in der Mondstheorie gesagt habe, mit der Bemerkung, dafs ich *Plana's* Resultat in mathematischer Beziehung als schätzbar betrachte und die Ausdauer bewundere, die er, um es zu erhalten, hat anwenden müssen. Wenden wir uns nun speciell zum Inhalte des *Lubbock*schen Buches.

Herr *Lubbock* fängt den 4ten Theil seines Buchs (p. 355), in dem er sich besonders mit meinen Methoden beschäftigt, mit der folgenden Ueberschrift an: „Calculation of the first term in the longitude, appertaining to the arguments 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 and 7, in illustration of M. *Hansen's* equation." Nach diesem sollte man vor allen Dingen erwarten, dafs er nun die von mir gegebenen Gleichungen vornähme, und sie auch aus meinen Abhandlungen entlehnte. Aber dem ist nicht so. Der Text lautet anfänglich wie folgt: „M. *Encke*, in his paper entitled: Ueber die vom Director *Hansen* eingeführte Form die Störungen in unserm Sonnensystem vollständig zu entwickeln," has given an equation, which may be written as follows:

$$\frac{d.\delta\lambda}{dt} = -3(t-\bar{t})\frac{a.d\lambda}{dt}\frac{dR}{\mu} - \frac{a}{(1-e^2)}F(\xi,\bar{\xi})\frac{d\lambda}{d\bar{t}}\frac{dK}{\mu}$$
$$+\frac{a}{2(1-e^2)}\left\{\frac{d.F(\xi,\bar{\xi})}{d\xi}+\frac{\bar{r}^2}{a^2}+3(1-e^2)\right\}\frac{d\lambda}{d\bar{t}}\frac{rdR}{\mu dr}$$

und aus dieser Gleichung entwickelt er zuerst die in der Ueberschrift genannten Glieder. Da diese Gleichung in keiner meiner Abhandlungen, sondern nur im Laufe der *Encke*schen Ableitungen meiner Gleichungen vorkommt, so halte ich mich nicht mit der Beleuchtung der Anwendung auf, die Herr *Lubbock* von derselben macht, obgleich sie zu wesentlichen Erörterungen Anlafs geben würde. Er giebt auch zu erkennen, dafs ich anders verfahre, denn nach seiner Entwickelung fährt er (p. 361) folgender Maafsen fort: „Instead of proceeding in this manner, M. *Hansen* proposes *) to introduce auxiliary variables ζ and s, such that

$$\frac{d\zeta}{dt} = \left\{1+\frac{d\zeta}{d\bar{t}}\right\}\frac{\frac{d.\delta\lambda}{dt}}{\frac{d\lambda}{d\bar{t}}}$$

and s being the value of ζ, which arises when $\bar{t}$ is made equal to t in the expression for ζ, λ is the same function of $t+s$ in the disturbed which it is of t in the undisturbed motion."

Moreover M. *Hansen* assumes

$$P = \frac{d.\frac{d.\delta\lambda}{dt}}{\frac{d\lambda}{d\bar{t}}}$$
$$\frac{d\zeta}{dt} = \left\{1+\frac{d\zeta}{d\bar{t}}\right\}\left\{\int P d\bar{t} + Ft\right\}$$
$$\zeta = \int\left\{\left\{1+\frac{d\zeta}{d\bar{t}}\right\}\left\{\int P d\bar{t}+Ft\right\}\right\}dt$$

As $\frac{\frac{d\zeta}{dt}}{\left\{1+\frac{d\zeta}{d\bar{t}}\right\}} = 0$, when $\bar{t}$ is made equal to t, Ft may be found by making $\bar{t} = t$ in $\int P d\bar{t}$, Ft is equal to the quantity so obtained taken with a contrary sign."

Mit Ausnahme der Veränderungen, die Herr *Lubbock* damit vornimmt, sind dies allerdings Gleichungen, die in meiner Planetentheorie, so wie ich sie zuerst publicirt habe, vorkommen; allein es ist mir nie in den Sinn gekommen, diese Gleichungen auf den Mond anzuwenden, und zwar aus dem

*) Ich habe es nicht blofs vorgeschlagen, sondern auch ausgeführt

einfachen Grunde, weil sie in der Mondtheorie, in welcher die mit der Zeit ausserhalb der Sinusse und Cosinusse multiplicirten Glieder fortgeschafft werden müssen, gar nicht gelten. Belege dafür sind unter andern Stellen die ersten 11 Artikel des zweiten Abschnittes der Fundamenta. Die in diesem Werke, dem einzigen, in welchem meine Mondtheorie dargelegt ist, vorkommenden Gleichungen sind alle andere, aber Herr *Lubbock* hat sich dadurch nicht abhalten lassen die obigen Gleichungen zur Berechnung der in der Ueberschrift angeführten Störungscoefficienten anzuwenden. Die Folge davon ist, dass er zu ganz eigenen Mitteln seine Zuflucht hat nehmen müssen, um ein Resultat zu erhalten, welches mit dem früher von ihm auf anderem Wege erlangten, übereinstimmt, und nicht richtiger ist, wie dieses. Ich werde weiter unten hierauf zurückkommen, jetzt aber den Gang, welchen Herr *Lubbock* bei seiner sogenannten Erläuterung meiner Gleichungen einschlägt, weiter verfolgen. Er führt an der oben abgebrochenen Stelle also fort:

„M. *Encke*, p. 39 of the paper before referred to, gives an expression for T which may be written thus: (See also *Hansen's* Fundamenta, p. 130)

$$T = \frac{an}{\mu\sqrt{(1-e^2)}}\frac{dR}{d\lambda} - \frac{2an^2}{r\sqrt{(1-e^2)}}\cos(\bar{v}-v)\frac{dR}{\mu d\lambda}$$
$$-\frac{2r^2}{(1-e^2)\mathfrak{B}}\left\{\cos(\bar{v}-v)-1\right\}\frac{dR}{d\lambda} + \frac{2an^2}{r\sqrt{(1-e^2)}}\sin(\bar{v}-v)\frac{r}{\mu}\frac{dR}{dr}.$$

Die angeführte Einleitung, welche Herr *Lubbock* dieser Gleichung vorausendet, muss jeden Leser, der die Sache nicht bis in alle Einzelnheiten kennt, veranlassen zu glauben, dass mein hochgeschätzter Freund *Encke* diese Gleichung ursprünglich gegeben, und ich sie nach ihm in meinen Fundamentis aufgenommen habe. Sie ist aber, abgesehen von den Veränderungen, die sie erlitten hat, die Gleichung, welche ich unter andern in meiner ersten Abhandlung über die Störungstheorie (Astr. Nachr. Bd. 7. p. 437) gegeben habe. Schlagen wir die Fundamenta p. 130 nach, so finden wir einen Ausdruck für T, der von dem obigen wesentlich verschieden ist, indem er ausser den obigen Gliedern noch das Glied $-\frac{(n)\gamma h}{k(M+m)}\frac{dp^0}{dr}$ enthält, durch welches die mit der Zeit selbst multiplicirten Glieder fortgeschafft werden, und welches in der zweiten und den folgenden Approximationen den Störungscoefficienten bedeutende Glieder hinzufügt. Ohne darauf im geringsten Rücksicht zu nehmen, entwickelte Herr *Lubbock* nun den oben angeführten Ausdruck für T, nach den Potenzen der Excentricitäten der Mond- und Erdbahn. Hiebei habe ich erstens zu bemerken, dass ich bei der Ableitung meiner Gleichungen eine Entwickelung nach den Potenzen der Excentricitäten u. s. w. als beabsichtigt habe, wie meine Abhandlungen über die Störungstheorie zur Genüge beurkunden, zweitens dass Herr *Lubbock* bei seiner Entwickelung dieses Ausdruckes von andern Grundzügen und andern Hülfsgrössen ausgegangen ist, wie ich. Es kann deshalb mir nicht zur Last fallen, dass diese *Lubbock*sche Entwickelung von einigen wenigen Gliedern von T, 4½ zum Theil mit kleiner Schrift und kleinen Zahlen gedruckte Seiten seines Buches füllt. Nach so langer Rechnung kommt er endlich dahin, Tdt integriren zu können. Seinen Ausdruck für dieses Integral so wie die Fortsetzung des Textes seines Buches führe ich hier an, weil ich einige Bemerkungen daran zu knüpfen habe. Um die Uebersicht seines Resultats zu erleichtern, werde ich mir erlauben, die Glieder und Argumente seiner Ausdrücke, die in seinem Buche ohne Ordnung durch einander dastehen, zu ordnen, sonst aber mich jeder Abänderung enthalten. Herr *Lubbock* hat p. 366 u. f. gefunden:

$$\begin{aligned}
\int Tdt = {} & m^2\cos(\bar{\xi}-\xi) \\
& -\tfrac{1}{2}\,m^2 e\sin\xi + \frac{m^2}{2}e\cos(-\bar{\xi}+2\xi) - \tfrac{1}{2}\,m^2 e\cos\bar{\xi} + \frac{m}{4}e\cos(2\bar{\xi}-\xi) \\
& +\tfrac{1}{2}\,m^2 e,\cos(-\bar{\xi}+\xi-\xi_1) + \tfrac{1}{2}\,m^2 e,\cos(\bar{\xi}-\xi-\xi_1) \\
& -\tfrac{1}{2}\,m^2 e,\sin(2\tau+\xi_1) + \tfrac{1}{2}\,m^2 e,\cos(-\bar{\xi}+2\tau+\xi_1) - \tfrac{1}{2}\,m^2 e,\cos(\bar{\xi}-\xi+2\tau+\xi_1) \\
& -\tfrac{1}{2}\,\mathfrak{V}\,m^2 e\sin(2\tau-\xi) + \tfrac{1}{2}\,m^2 e\cos(-\bar{\xi}+2\tau) - \tfrac{1}{2}\,m^2 e\cos(-2\bar{\xi}+2\tau+\xi) \\
& \qquad -\tfrac{1}{2}\,\mathfrak{V}\,m^2 e\cos(\bar{\xi}+2\tau-2\xi) \\
& +\tfrac{1}{2}\,\mathfrak{V}\,m^2\sin 2\tau - \tfrac{1}{2}\,m^2\cos(-\bar{\xi}+2\tau+\xi) + \tfrac{1}{2}\,m^2\cos(\bar{\xi}+2\tau-\xi) \\
& +\tfrac{1}{2}\,\mathfrak{V}\,m^2 e\sin(2\tau+\xi) - 3\,m^2 e\cos(-\bar{\xi}+2\tau+2\xi) \\
& \qquad +3\,m^2 e\cos(\bar{\xi}+2\tau) + \tfrac{1}{2}\,m^2 e\cos(2\bar{\xi}+2\tau-\xi) \\
& +\tfrac{1}{2}\,\mathfrak{V}\,m^2 e,\sin(2\tau-\xi_1) - \tfrac{1}{2}\,m^2 e,\cos(-\bar{\xi}+2\tau+\bar{\xi}-\xi_1) + \tfrac{1}{2}\,\mathfrak{V}\,m^2 e,\cos(\bar{\xi}+2\tau-\xi-\xi_1)
\end{aligned}$$

When $\bar{t}$ is made equal to t, the preceding expression for $\int Tdt$ becomes:

$$\begin{aligned}
& \frac{m^2}{} \\
& -\tfrac{1}{2}\,m^2 e\sin\xi - \tfrac{1}{2}\,m^2\cos\xi\ldots\ldots\ldots\,^1) \\
& \qquad +3\,m^2 e,\cos(-\xi_1)
\end{aligned}$$

[1]) Dieses Glied müsste dem vorhergehenden zufolge heissen $-\frac{1}{2}\,m^2 e\cos\xi$. Die Weglassung von e scheint ein blosser Druckfehler zu seyn aber der Coefficient ist jedenfalls unrichtig berechnet, denn der Fehler pflanzt sich in den folgenden Rechnungen fort.

Digitized by Google

$$+ \tfrac{1}{4} m^2 e, \sin(2\tau + \xi,) + \tfrac{1}{4} m^2 e, \cos(2\tau + \xi,) \ldots\ldots\ldots\

Verfahren, welches er auf diese anwendet, nicht den geringsten Grund darbieten weshalb man dieses Glied weglassen könnte oder müfste. Verfolgen wir von dem angeführten Ausdrucke von $\int T d\bar{t}$ an die Rechnung strenge, so finden wir

$$\text{in } \zeta \text{ das Glied } -\tfrac{1}{2} t m^2 e \cos \bar{\xi}$$
$$\text{und in } ns \text{ das Glied } -\tfrac{1}{2} nt m^2 e \cos \xi,$$

denn $\bar{\xi}$, in meiner Bezeichnung γ, ist blofse Function von $\bar{\imath}$, in meiner Bezeichnung τ, also in dieser Integration constant. Der so entstehende Ausdruck für ns oder die Störungen der mittleren Länge des Mondes ist freilich grundfalsch, da die astronomischen Beobachtungen von diesem, wegen des Factors t bedeutenden Gliede keine Spur zeigen, aber eben so unrichtig ist es, aus einem analytischen Ausdrucke ein Glied, welches nicht ins Resultat pafst, ohne Weiteres wegzulassen. Herrn *Lubbocks* Resultat ist also schon um dieser Ursache willen falsch, denn einestheils stimmt wegen der unbegründeten Weglassung dieses Gliedes das Ende seiner Rechnung nicht mit dem Anfange zusammen, und anderntheils erhält man, wenn man diese Zusammenstimmung bewirkt, einen unzulässigen Ausdruck für die Mondstörungen. Es sind noch mehr Fehler darin. Durch Verwandlung von τ ($\bar{\imath}$ in den vorstehenden Ausdrücken des Herrn *Lubbock*) in t, wodurch $\bar{\xi}$ in ξ übergeht, mufs ζ in s übergehen, betrachten wir aber in dieser Beziehung die vorstehenden Ausdrücke von ζ und ns, so ergiebt sich, dafs Herr *Lubbock* bei dieser Verwandlung dem Ausdrucke für ns das Glied $2e \sin \xi$ hinzugefügt hat. Der Grund hievon ist gar nicht einzusehen, auch macht dieses Glied den Ausdruck für ns bedeutend falsch, denn es theilt ihm ein der Mittelpunktsgleichung des Mondes fast gleichkommendes Glied zu, welches gar nicht in den Störungen der mittleren Länge vorhanden ist, und bei richtiger Behandlung richtiger Formeln sich auch gar nicht zeigt. Ferner ist das Glied $\frac{1}{4} m^2 e \sin \xi$ falsch, es ergiebt sich statt dessen, wenn man Herrn *Lubbocks* Entwickelung ohne Fehler zu machen verfolgt $\frac{3}{4} m^2 e \sin \xi$, aber demungeachtet stimmt weder dieses noch das Glied $-m^2 nt$ mit meiner Mondtheorie überein, denn in dieser ist der Coefficient von nt in ns gleich Eins, und der vom Sinus der mittleren Anomalie des Mondes, das ist von $\sin \xi$, gleich Null. Ferner ist das Glied $\frac{9}{4} m^2 e \sin(2\tau - \xi)$ in ns unrichtig. Herr *Lubbock* meint, man könne dieses Glied erst in der zweiten Approximation richtig bekommen, und berechnet es weiter unten so, aber diese Behauptung ist in Bezug auf meine Methode unrichtig; sie giebt, wie ich weiter unten zeigen werde, nicht nur dieses Glied, sondern alle Glieder dritter Ordnung der in ns vorkommenden Coefficienten in der ersten Approximation richtig. Der Uebergang von ns zu λ durch die obigen Ausdrücke des Herrn *Lubbock* ist wenigstens unregelmäfsig, denn es ist gar kein Grund vorhanden λ zur Function von $t + 2$ zu machen, und aufserdem kommen in den obigen Ausdrücken mehrere Unregelmäfsigkeiten und kleine Unrichtigkeiten vor, bei deren Aufzählung ich mich aber nicht aufhalten will.

Herr *Lubbock* wendet sich nun zur Berechnung derselben Glieder des Logarithmus des Radius Vectors und wendet dazu die folgende Formel an:

$$\frac{d.\log(r)}{dt} = -\tfrac{1}{2} T - \frac{an}{2\mu} \frac{dR}{d\lambda}.$$

Einen mit diesem identischen Ausdruck habe ich im Laufe meiner Entwickelungen gegeben, ihn aber nie als Endresultat angeführt, noch zu würklichen Berechnungen dieser Störungen weder bei Planeten noch beim Monde angewandt. Aus diesem Grunde und weil die obige Darlegung der Berechnung der Störungen der mittleren Länge schon ein Bild von der Beschaffenheit der *Lubbock*'schen Entwickelungen meiner Gleichungen giebt, enthalte ich mich der weiteren Erörterungen dieser Rechnungen, und führe blofs an, dafs sie zwei Seiten in Herrn *Lubbock's* Buche einnehmen.

Diesen Rechnungen, die als Erläuterungen meiner Gleichungen dienen sollen, und die im Ganzen 16½ Seiten einnehmen, stellt Herr *Lubbock* eine Berechnung angeblich derselben Glieder nach seiner Methode gegenüber, und verwendet dazu nur 1½ Seiten. Da auch diese Berechnung zu Erörterungen Anlafs giebt, so werde ich sie hier vollständig anführen. P. 371 u. 372 liest man:

„I will now show how the same terms may be calculated by my methods founded upon the equations

$$\frac{d^2 r^2}{2dt^2} - \frac{\mu}{r} + \frac{\mu}{a} + 2\int dR + r\frac{dR}{dr} = 0$$
$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{h}{r^2} - \frac{1}{r^2}\int \frac{dR}{d\lambda}\, dt.$$

When e^2 is neglected $\frac{h}{a^2} = n$.

If r be the value of r which includes the arguments which occur in the elliptic theory, so that

$$\frac{a}{r} = a\left\{\frac{1}{r} + \delta\frac{1}{r}\right\}$$
$$r^3 = r^3 - 2r^3\delta\frac{1}{r} + 3r^4\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2 - \text{etc.}$$

and if

$$-r^3\delta\frac{1}{r} + \tfrac{3}{2}r^4\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2 - \text{etc.} = -a\delta\frac{1}{r} + r_1$$

$$a\delta\frac{1}{r} = r_0 + r_1\cos 2\tau + r_2 e\cos(2\tau - \xi) + r_3 e\cos(2\tau + \xi)$$
$$r_4 e_1 \cos\xi_1 + r_5 e_1 \cos(2\tau - \xi_1) + r_6 e_1 \cos(2\tau + \xi_1)$$

Digitized by Google

$$2\int dR + \frac{r dR}{dr} = \frac{\mu}{a}\Big\{-\frac{m^3}{2} - 3m^3\cos 2\tau + 2m^2 e\cos\xi + 9m^2 e\cos(2\tau-\xi) - 6m^2 e\cos(2\tau+\xi) - \tfrac{3}{2}m^2 e\cos\xi_1 - \tfrac{9}{4}m^2 e_1\cos(2\tau-\xi_1) + \tfrac{3}{2}m^2 e_1\cos(2\tau+\xi_1)\Big\}$$

$$r_0 = \frac{m^3}{2} \qquad r_1 = 3m^2, \qquad r_2 = m^2$$

$$\{[1-2m]^3-1\}r_3 = \tfrac{3}{2}m^3 - 9m^3, \qquad r_3 = \tfrac{9}{4}m$$

$$3r_4 = 9\times\tfrac{3}{2}m^3 + 6m^3, \quad r_4 = \tfrac{11}{4}m^2, \quad r_4' = -\tfrac{3}{2}m^2, \quad 3r_5 = \tfrac{9}{4}m^2$$

$$r_6 = \tfrac{3}{2}m^3, \quad 3r_7 = -\tfrac{3}{2}m^3, \quad r_7 = -\tfrac{3}{4}m^3$$

$$\frac{a^2}{r^2} = 1 - \frac{m^3}{3} + 2e\cos\xi + 2m^2\cos 2\tau + \tfrac{9}{4}m e\cos(2\tau-\xi) + \{\tfrac{9}{4}+1\}m^2\cos(2\tau+\xi) - 3m^2 e_1\cos\xi_1 + 7m^2 e_1\cos(2\tau-\xi_1) - m^2 e_1\cos(2\tau+\xi_1)$$

$$-\frac{na}{\mu}\int\frac{dR}{d\lambda}dt = \tfrac{3}{2}m^3\cos 2\tau - \tfrac{3}{2}m^2 e\cos(2\tau-\xi) + \frac{m^2}{2}e\cos(2\tau+\xi) + \tfrac{9}{4}m^2 e_1\cos(2\tau-\xi_1) - \tfrac{3}{2}m^2 e_1\cos(2\tau+\xi_1)$$

$$\lambda = n(1-m^2)t + \{1+\tfrac{9}{4}\}m^2\sin 2\tau + \tfrac{9}{4}m e\sin(2\tau-\xi) + \{\tfrac{9}{4}+\tfrac{3}{2}+\tfrac{3}{2}+\tfrac{3}{4}\}m^2 e\sin(2\tau+\xi) - 3m e_1\sin\xi_1 + \{\tfrac{3}{2}+\tfrac{3}{2}\}m^2 e_1\sin(2\tau-\xi_1) + \{-\tfrac{3}{2}-\tfrac{7}{2}\}m^2 e_1\sin(2\tau+\xi_1).$$

Beim ersten Anblick dieser Rechnung ist ein auffallender Unterschied mit der vorhergehenden in Bezug auf die Darlegung bemerkbar. Während Herr *Lubbock* bei den vorhergehenden Rechnungen, die die Erläuterung meiner Gleichungen vorstellen sollen, alle Entwickelungen, welche er um sein Ziel zu erreichen für nöthig gefunden hat zu machen, mit grosser Umständlichkeit auseinander gesetzt hat, hält er hier, wo er nach seiner Methode rechnet, die Darlegung so kurz, daß kein Zusammenhang darin ist. Niemand lernt durch dieselbe kennen, wie eigentlich die angeführten Coefficienten berechnet worden sind, da die Bildung der Bedingungsgleichungen die Zwischenrechnungen, so wie alle Erläuterungen weggelassen sind. Auch läßt er die Berechnung der beiden resp. mit $m^2 \sin\xi$ und $m^2 \sin(2\tau-\xi)$ multiplicirten Glieder ganz weg, während er im Eingange verspricht, dieselben Glieder zu berechnen, die er vorher berechnet hat. Da unter diesen Umständen eine unpartheiische Vergleichung unserer Methoden unmöglich ist, so wird Herr *Lubbock* es billig finden, daß ich die vollständige Berechnung der obigen Glieder nach seiner Methode, insoweit ich von ihr aus seinem Werke eine klare Vorstellung habe, hier gebe. In der Vorrede zum zweiten Theile seines Buches steht:

„I employ throughout the well-known equation

$$\frac{d^2r^3}{2dt^2} - \frac{\mu}{r} + \frac{\mu}{a} + 2\int dR + r\frac{dR}{dr} = 0$$

to determine the inequalities of the reciprocal of the radius vector in the following manner:

Making $\frac{a}{r} = a\left\{\frac{1}{\tau} + \delta\frac{1}{r}\right\}$

where τ is the ecliptic value of r or the same function of a and e as in the elliptic theorie, when the perturbations are neglected, and a is connected with n the observed mean motion, by the equation $\mu = n^2 a^3$

$$\frac{r^2}{2} = \frac{\tau^2}{2} - \tau^3\left(\delta\frac{1}{r}\right) + \tfrac{3}{2}\tau^4\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2 - 2\tau^5\left(\delta\frac{1}{r}\right)^3 + \text{etc.}$$

Since

$$\frac{r^2}{a^2} = 1 + \tfrac{3}{2}e^2 + \tfrac{3}{8}e^4 - 3e(1+\tfrac{3}{4}e^2)\cos\xi + \tfrac{3}{2}e^2\cos 2\xi + e^3\cos 3\xi + \frac{e^4}{8}\cos 4\xi + \text{etc.}$$

ξ being the mean anomaly,

$$\text{if } \frac{r^2}{2a^2} = -a(1+3e^2+\tfrac{3}{4}e^4)\delta\frac{1}{r} + \tau$$

$$\frac{a}{\mu}\left\{2\int dR + r\frac{dR}{dr}\right\} = P$$

and if $a\delta\frac{1}{r}$, τ and P are expressed in a series of cosines of angles of the form $int+q$, so that Σ being the sign of summation,

$$a\delta\frac{1}{r} = \Sigma E\tau_n\cos(int+q)$$

$$\tau = \Sigma E\tau_n\cos(int+q)$$

$$P = \Sigma EP_n\cos(int+q)$$

E being the product of certain powers of the eccentricities

Digitized by Google

nd inclinations and n the index of the argument, (see p. 23) ien generally *)

$$M) \ldots r_n \left\{ i^n \left(1 + 8e^2 + \frac{9}{8} e^4 \right) - 1 \right\} = i^n r_n - P_n$$

hich equation by continual approximation or methods of false osition serves to determine all the inequalities of the parallax. tc. etc.

Die obigen Gleichungen sind die einzigen allgemeinen, die h bei Herrn *Lubbock* habe finden können, alle seine übrigen leichungen sind speciel, und haben für jeden andern Störungsoefficienten, oder jeden andern Index eine andere Form. Man ufe daher, um die Berechnung irgend eines Coefficienten ollständig darzulegen, alles anführen, was außer der Abiei-

$$a d \frac{1}{r} = r_0 + r_1 \cos 2\tau + r_2 e \cos \xi + r_3 e \cos(2\tau - \xi) + r_4 e \cos(2\tau + \xi) + r_5 e^2 \cos(2\tau - 2\xi) + r_6 e^2 \cos 2\tau + r_7 e^2 + \text{etc.}$$

nd somit giebt die vorhergehende Gleichung mit alleiniger lücksicht auf die hier zu berechnenden Glieder

$$= \tfrac{1}{2} - e \cos \xi + 3 r_0 e \cos \xi + \tfrac{1}{2} r_1 e \cos(2\tau - \xi) + \tfrac{1}{2} r_1 e \cos(2\tau + \xi).$$

ietzen wir wieder mit Herrn *Lubbock*

$$= r_0 + r_1 \cos 2\tau + r_2 e \cos \xi + r_3 e \cos(2\tau - \xi) + r_4 e \cos(2\tau + \xi) + \text{etc.}$$

tung der obigen Gleichungen zu entwickeln und zu berechnen nöthig ist. Vor allen Dingen ist nun nöthig die Coefficienten r_n zu berechnen. Zu dem Ende geben die obigen *Lubbock*schen Gleichungen mit Weglassung der Quadrate der Störungen und der Excentricitäten einestheils

$$\frac{r^0}{2a^3} = \tfrac{1}{2} - e \cos \xi - a d \frac{1}{r} + 3 a d \frac{1}{r} e \cos \xi$$

und andertheils.

$$\frac{r^0}{2a^3} = -a d \frac{1}{r} + \tau$$

also

$$\tau = \tfrac{1}{2} - e \cos \xi + 3 e a d \frac{1}{r} \cos \xi$$

Ich setze nun mit Herrn *Lubbock*

$$a d \frac{1}{r} = r_0 + r_1 \cos 2\tau + r_2 e \cos \xi + r_3 e \cos(2\tau - \xi) + r_4 e \cos(2\tau + \xi)$$

so giebt die Vergleichung dieser beiden Gleichungen

$r_0 = \frac{1}{2}$, $r_1 = 0$, $r_2 = -1 + 3r_0$, $r_3 = \frac{1}{2} r_1$, $r_4 = \frac{1}{2} r_1$,
$r_5 = 0$, $r_6 = 0$, $r_7 = 0$.

Die Entwickelung der Störungsfunction R will ich als bekannt annehmen, und setze daher ohne Weiteres,

$$\frac{a}{\mu} R = -\tfrac{1}{4} m^2 - \tfrac{1}{8} m^3 \cos 2\tau + \tfrac{1}{2} m^2 e \cos \xi + \tfrac{1}{2} m^2 e \cos(2\tau - \xi) - \tfrac{1}{2} m^2 e \cos(2\tau + \xi) - \tfrac{3}{8} m^2 e_1 \cos \xi_1 - \tfrac{9}{8} m^2 e_1 \cos(2\tau - \xi_1) + \tfrac{1}{8} m^2 e_1 \cos(2\tau + \xi_1)$$

Da dR das Differential dieser Größe ist, wenn während der Differentiation bloß die Coordinaten des Mondes als veränderlich angesehen werden, und im vorliegenden Falle bei der auf diese Differentiation folgenden Integration, mit Ausnahme der von 2τ und $2\tau - \xi$ abhängigen Glieder auch die Coordinaten der Sonne constant gesetzt werden können, so sind für die obigen Glieder bei dieser Differentiation die Factoren der Reihe nach:

0, −2, −1, −1, −3, 0, −2, −2,

und bei der darauf folgenden Integration die Divisoren der Reihe nach:

fehlt, $-(2-2m)$, -1, $-(1-2m)$, -3, fehlt, -2, -2,

hieraus folgt:

$$\frac{a}{\mu} \int dR = (-\tfrac{1}{4} m^2 - \tfrac{1}{8} m^3) \cos 2\tau + \tfrac{1}{2} m^2 e \cos \xi + (\tfrac{3}{8} m^2 + \tfrac{1}{8} m^3) e \cos(2\tau - \xi) - \tfrac{1}{2} m^2 e \cos(2\tau + \xi) - \tfrac{3}{8} m^2 e_1 \cos(2\tau - \xi_1) + \tfrac{1}{8} m^2 e_1 \cos(2\tau + \xi_1).$$

Es ist ferner für die obigen Glieder $r \frac{dR}{dr} = 2R$, also

$$\frac{a}{\mu} \left\{ 2 \int dR + r \frac{dR}{dr} \right\} = -\tfrac{1}{4} m^2 + (-3m^2 - \tfrac{1}{8} m^3) \cos 2\tau + 2 m^2 e \cos \xi + (9 m^2 + 9 m^3) e \cos(2\tau - \xi) - 3 m^2 e \cos(2\tau + \xi) - \tfrac{3}{8} m^2 e_1 \cos \xi_1 - \tfrac{9}{8} m^2 e_1 \cos(2\tau - \xi_1) + \tfrac{1}{8} m^2 e_1 \cos(2\tau + \xi_1)$$

Hiemit haben wir

$P_0 = -\frac{1}{4} m^2$, $P_1 = -3m^2 - \frac{1}{8} m^3$, $P_2 = 2 m^2$, $P_3 = 9 m^2 + 9 m^3$,
$P_4 = -3 m^2$, $P_5 = -\frac{1}{8} m^2$, $P_6 = -\frac{9}{8} m^2$, $P_7 = \frac{1}{8} m^2$,

*) The exceptions are the Arguments 2. 8, 20, etc., which occur in the elliptic theory. See p. 136, p. 124, and p. 147, in which cases the equation is slightly modified by the terms which arise from the quantity

$$\frac{d^2 r^3}{2dt^2} = \frac{\mu}{r}.$$

Ich füge dieser Anmerkung hinzu, dass auch das mit dem Index 0 bezeichnete constante Glied der Störungen des Radius Vectors eine Ausnahme von dieser Regel macht.

Digitized by Google

endlich ist, wenn wir die Factoren von nt in den Argumenten, welche Herr *Lubbock* ohne Unterscheidungszeichen i nennt, mit i_n bezeichnen,

$$i_0 = 0, \quad i_1 = 2-2m, \quad i_2 = c, \quad i_3 = 1-2m,$$
$$i_4 = 3, \quad i_5 = m, \quad i_6 = 2, \quad i_7 = 2,$$

wo c das Verhältnifs der Bewegung der mittleren Anomalie des Mondes zur Bewegung der mittleren Länge bedeutet. Nun können wir durch die obige Gleichung (A) die Bedingungsgleichungen für die Störungscoefficienten r_n aufstellen, wobei jedoch jetzt noch die Gleichungen für r_0 und r_2 weggelassen werden müssen, weil sie Ausnahmen sind. Also:

$$r_1\{(2-2m)^2-1\} = 0+3m^2+\tfrac{9}{8}m^3$$
$$r_3\{(1-2m)^2-1\} = \tfrac{3}{2}(1-2m)^2r_1-9m^2-9m_3$$
$$r_4\{9-1\} = 9\times\tfrac{3}{2}r_1+3m^2$$

$$r_2 = \frac{(\frac{3}{2}-9=-\frac{15}{2})m^2+(\frac{15}{2}-6-9=-\frac{21}{2})m^3}{-4m+4m^2} = \tfrac{15}{8}m+\tfrac{21}{16}m^2$$

ferner

$$r_4 = \tfrac{15}{16}m^2, \quad r_5 = -\tfrac{3}{2}m^2, \quad r_6 = \tfrac{7}{2}m^2, \quad r_7 = -\tfrac{1}{2}m^2.$$

Um die noch fehlenden Bedingungsgleichungen für die Indices 0 und 2 zu erhalten, substituire ich die obigen *Lubbock*schen Ausdrücke für $\frac{a}{r}$, r^2, etc. in die Differentialgleichung für r^2, somit erhalte ich mit Weglassung des Quadrats der Störungen und der Excentricität

$$2-\frac{1}{n^2}\frac{d^2a\delta\frac{1}{r}}{dt}+\frac{1}{n^2}\frac{d^2\tau}{dt^2}-\frac{a}{r}-a\delta\frac{1}{r}+\frac{a}{a}+P=0.$$

Wendet man diese Gleichung auf die Indices 0 und 2 an, so ergiebt sich

$$-1-r_0+\frac{a}{a}+P_0=0$$
$$c^2r_2-c^2\tau_2-1-r_2+P_2=0.$$

Die erstere dieser giebt nach der Substitution des Werthes $-\frac{1}{2}m^2$ von P_0

$$r_0 = -\tfrac{1}{2}m^2+\frac{a}{a}-1$$

$$r_5\{m^2-1\} = 0+\tfrac{3}{2}m^2$$
$$r_6\{4-1\} = 0+\tfrac{21}{8}m^2$$
$$r_7\{4-1\} = 0-\tfrac{3}{8}m^2.$$

Die Glieder in r_1, welche von m^2 abhängen, habe ich hier aufnehmen müssen, um wo möglich in dieser ersten Approximation das in r_2 mit m^2 multiplicirte Glied richtig zu bekommen, welches Herr *Lubbock* dort, wo er von meinen Gleichungen handelt, berechnet, bei seiner Rechnung nach seinen Methoden aber übergeht.

Aus den vorstehenden Gleichungen ergiebt sich erstens

$$r_1 = \frac{3m^2+\frac{3}{8}m^3}{3-8m} = m^2+\tfrac{15}{8}m^3$$

Hiemit wird die Gleichung für r_2

und die zweite nach der Substitution der oben gegebenen Werthe von r_2 und P_2

$$c^2r_2+c^2-3c^2r_0-1-r_2+2m^2=0,$$

welche sich auf folgende Form bringen läfst,

$$(c^2-1)(r_2+1) = 3c^2r_0-2m^2$$

Da r_2 jedenfalls mit m^2 multiplicirt seyn mufs, so fällt diese Gröfse wenigstens in dieser ersten Approximation aus dieser Gleichung heraus, welche statt dessen c giebt. Da auch r_0 jedenfalls mit m^2 multiplicirt seyn mufs, so können wir bei dieser Bestimmung von c im Gliede $3c^2r_0$ gleich 1 machen und bekommen somit nach der Substitution des vorstehenden Werthes von r_0

$$c^2 = 1-\tfrac{7}{2}m^2+3\left(\frac{a}{a}-1\right); \quad c = 1-\tfrac{7}{4}m^2+\tfrac{3}{2}\left(\frac{a}{a}-1\right)$$

Das Verhältnifs $a:a$ so wie r_2 können wir erst bestimmen wenn die Störungen der Länge entwickelt sind.

Wir haben also jetzt erhalten

$$\frac{a}{r} = \frac{a}{r}+a\frac{M}{r} = 1-\tfrac{1}{2}m^2+\left(\frac{a}{a}-1\right)+(1+r_2)e\cos\xi+(m^2+\tfrac{15}{8}m^3)\cos 2\tau$$
$$+(\tfrac{15}{8}m+\tfrac{21}{16}m^2)e\cos(2\tau-\xi)+\tfrac{21}{16}m^2e\cos(2\tau+\xi)-\tfrac{3}{4}m^2e,\cos\xi,$$
$$+\tfrac{7}{2}m^2e,\cos(2\tau-\xi,)-\tfrac{3}{4}m^2e,\cos(2\tau+\xi,).$$

Für die Berechnung der den obigen correspondirenden Glieder der Länge nach Herrn *Lubbocks* Methoden müssen wir nun $\frac{dR}{d\lambda}$ berechnen. Wir finden diese Gröfse aus R, wenn wir darin die den Indices 0, 2 und 5 zugehörigen Glieder weglassen, die übrigen mit -2 multipliciren, und die Cosinusse in Sinusse verwandeln, oder mit andern Worten, wenn wir R nach τ differentiiren. Also

$$\frac{a}{\mu}\frac{dR}{d\lambda} = \tfrac{3}{2}m^2\sin 2\tau-\tfrac{3}{2}m^2e\sin(2\tau-\xi)+\tfrac{3}{2}m^2e\sin(2\tau+\xi)+\tfrac{21}{8}m^2e,\sin(2\tau-\xi,)-\tfrac{3}{4}m^2e,\sin(2\tau+\xi,).$$

Hiemit

$$-\frac{na}{\mu}\int\frac{dR}{d\lambda}dt = -\frac{1}{na}\int\frac{dR}{d\lambda}dt = (\tfrac{3}{4}m^2+\tfrac{3}{2}m^3)\cos 2\tau-\tfrac{3}{2}m^2e\cos(2\tau-\xi)$$
$$+\tfrac{3}{4}m^2e\cos(2\tau+\xi)+\tfrac{21}{8}m^2e,\cos(2\tau-\xi,)-\tfrac{3}{4}m^2e,\cos(2\tau+\xi,).$$

Digitized by Google

Ferner giebt der oben gefundene Werth von $\frac{a}{r}$, wenn man ihn ins Quadrat erhebt,

$$\begin{aligned}\frac{a^2}{r^2} &= 1-m^2+2\left(\frac{a}{a}-1\right)+\left(2+2r_2-m^2+2\left(\frac{a}{a}-1\right)\right)e\cos\xi\\ &\quad+(2m^2+\tfrac{1}{2}m^2)\cos 2\tau+\left\{\tfrac{1}{2}m+(\tfrac{1}{2}+1)m^2\right\}e\cos(2\tau-\xi)\\ &\quad+(\tfrac{1}{2}+1)e\cos(2\tau+\xi)-3m^2e,\cos\xi+7m^2e,\cos(2\tau-\xi,)\\ &\quad-m^2e,\cos(2\tau+\xi,).\end{aligned}$$

Substituirt man diese Werthe in die Gleichung

$$\frac{d\lambda}{dt}=\frac{h}{r^2}-\frac{1}{r^2}\int\frac{dR}{d\lambda}\,dt$$

und erlaubt sich in den von m abhängigen Gliedern der Kürze wegen sogleich n für $\frac{h}{a^2}$ zu substituiren, da sich nachher ergeben wird, daſs dieses erlaubt ist, so bekommt man

$$\begin{aligned}\frac{d\lambda}{dt}&=\frac{h}{a^2}\left\{1-m^2+2\left(\frac{a}{a}-1\right)\right\}+\frac{h}{a^2}\left\{2+2r_2-m^2+2\left(\frac{a}{a}-1\right)\right\}e\cos\xi\\ &\quad+n\left\{(2+\tfrac{1}{2})m^2+(\tfrac{1}{2}+\tfrac{7}{2})m^2\right\}\cos 2\tau+n\left\{\tfrac{1}{2}m+(\tfrac{1}{2}+1-\tfrac{9}{8}+\tfrac{7}{2})m^2\right\}e\cos(2\tau-\xi)\\ &\quad+n\left\{\tfrac{1}{2}+1+\tfrac{1}{2}+\tfrac{7}{2}\right\}m^2e\cos(2\tau+\xi)-3n\,m^2e,\cos\xi\\ &\quad+n(7+\tfrac{9}{2})m^2e,\cos(2\tau-\xi,)+n(-1-\tfrac{7}{2})m^2e,\cos(2\tau+\xi,)\end{aligned}$$

und nach der Integration, bei welcher der oben gefundene mit n zu multiplicirende Werth von e der Divisor des mit $\cos\xi$ multiplicirten Gliedes ist.

$$\begin{aligned}\lambda&=const.+\frac{h}{a^2}\left\{1-m^2+2\left(\frac{a}{a}-1\right)\right\}t+\frac{h}{na^2}\left\{2+2r_2+\tfrac{7}{2}m^2-\left(\frac{a}{a}-1\right)\right\}e\sin\xi\\ &\quad+\left\{\tfrac{1}{2}m^2+\tfrac{1}{2}\tfrac{7}{2}m^2\right\}\sin 2\tau+\left\{\tfrac{1}{2}m+1\tfrac{9}{8}m^2\right\}e\sin(2\tau-\xi)+\tfrac{1}{2}m^2e\sin(2\tau+\xi)\\ &\quad-3m^2e,\sin\xi,+\tfrac{7}{2}m^2e,\sin(2\tau-\xi,)-\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}m^2e,\sin(2\tau+\xi,).\end{aligned}$$

Die bei der Integration hinzugefügte Constante ist die mittlere Länge für den Zeitpunkt $t=0$, welche ich ε nennen will. Das in diesem Ausdrucke für λ mit t multiplicirte Glied soll in Herrn *Laubbocks* Bezeichnung n sein, wir haben also die Gleichung

$$\frac{h}{a^2}\left\{1-m^2+2\left(\frac{a}{a}-1\right)\right\}=n.$$

Machen wir in dieser die von der störenden Kraft abhängigen Glieder Null, so muſs n in η und a in α übergehen, sie giebt also

$$\frac{h}{\alpha^2}=\eta$$

und wenn wir hiemit h eliminiren,

$$\frac{\alpha^3}{a^3}\left\{1-m^2+2\left(\frac{a}{a}-1\right)\right\}=\frac{n}{\eta}.$$

Aber $\mu=\alpha^3\eta^2=a^3n^2$, also wenn wir hiemit $\frac{n}{\eta}$ eliminiren,

$$1-m^2+2\left(\frac{a}{a}-1\right)=\frac{\alpha^3}{a^3}$$

woraus

$$\frac{a}{a}=1+\tfrac{2}{3}m^2$$

folgt. Substituiren wir diesen Werth in die vorstehenden Ausdrücke, so bekommen wir

$$\varepsilon=1-\tfrac{1}{2}m^2,\qquad h=\mu\alpha^2(1-\tfrac{1}{2}m^2)$$

$$\begin{aligned}\frac{a}{r}&=1+\tfrac{1}{2}m^2+(1+r_2)e\cos\xi+(m^2+\tfrac{1}{2}m^2)\cos 2\tau\\ &\quad+(\tfrac{1}{2}m+\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}m^2)e\cos(2\tau-\xi)+\tfrac{1}{2}\tfrac{7}{2}m^2e\cos(2\tau+\xi)-\tfrac{1}{2}m^2e,\cos\xi\\ &\quad+\tfrac{7}{2}m^2e,\cos(2\tau-\xi,)-\tfrac{1}{2}m^2e,\cos(2\tau+\xi,)\\ \lambda&=\varepsilon+nt+(2+2r_2+\tfrac{7}{2}m^2)e\sin\xi+(\tfrac{1}{2}m^2+\tfrac{1}{2}\tfrac{7}{2}m^2)\sin 2\tau+(\tfrac{1}{2}m+1\tfrac{9}{8}m^2)e\sin(2\tau-\xi)\\ &\quad+\tfrac{1}{2}m^2e\sin(2\tau+\xi)-3me,\sin\xi,+\tfrac{7}{2}\tfrac{7}{2}m^2e,\sin(2\tau-\xi,)-\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}m^2e,\sin(2\tau+\xi,).\end{aligned}$$

Um die noch unbestimmte Gröſse r_2 zu bestimmen, bemerke ich, daſs Herr *Laubbock* bald die Störungen so einrichtet, daſs $2e$ der Coefficient von $\sin\xi$ in λ, (On the theory of the moon part 1 pag. 55 u. 56) bald daſs e der Coefficient von $\cos\xi$ in $\frac{a}{r}$ werde (ejusd. libr. Part. II. p. VIII.). Im ersten Falle erhalten wir durch den vorstehenden Werth von λ

$$2r_2+\tfrac{7}{2}m^2=0,\qquad r_2=-\tfrac{7}{8}m^2,$$

im zweiten Falle giebt der vorstehende Werth von $\frac{a}{r}$

$$r_2=0.$$

So steht die Rechnung der obigen Glieder nach Herrn *Laubbocks* Methode, wenn man, wie sich's gehört, nicht Wesentliches weglassen, und keine speciellen Relationen aus frü-

Digitized by Google

heren Rechnungen entlehnen will. Aber wir sind noch nicht zu Ende. Der Coefficient $\frac{1}{2}\mu m^2 e$ in der Länge und der correspondirende im Radius Vector sind durch diese Rechnung unrichtig gefunden worden, und wir müssen daher, um ihn richtig zu erhalten, noch folgende der zweiten Approximation angehörige Rechnung ausführen.

In der Gleichung für τ muss das Quadrat der Störungen berücksichtigt werden, also ist, da man hier r^2 übergehen und $r^2 = a^2$ setzen kann, einestheils

$$\frac{r^2}{2a^2} = -a\delta\frac{1}{r} + 3e\,a\delta\frac{1}{r}\cos\xi + \tfrac{3}{2}a^2\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2$$

und anderntheils

$$\frac{r^2}{2a^2} = -a\delta\frac{1}{r} + \tau$$

woraus

$$\tau = 3e\,a\delta\frac{1}{r}\cos\xi + \tfrac{3}{2}a^2\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2$$

folgt. In $a\delta\frac{1}{r}$ haben wir wie oben das Glied $r_1\cos 2\tau$ zu berücksichtigen, und für $a^2\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2$ die Glieder r_0 und $r_2\cos(2\tau-\xi)$ zu combiniren. Es ist also hiefür

$$a\delta\frac{1}{r} = r_1\cos 2\tau, \quad a^2\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2 = 2r_0 r_2\cos(2\tau-\xi)$$

also giebt der vorstehende Ausdruck

$$\tau_2 = \tfrac{3}{2}r_1 + 3r_0 r_2.$$

Ferner ist

$$dR = \left(\frac{dR}{da}\right)\frac{d\lambda}{dt} + \left(\frac{dR}{dr}\right)\frac{dr}{dt} + \left(\frac{dR}{de}\right)\frac{de}{dt}.$$

Das erste und dritte Glied dieses Ausdruckes können im gegenwärtigen Falle dem in der ersten Approximation gefundenen Werthe von dR nichts hinzufügen, das zweite giebt aber ein Glied, und zwar

$$-r\left(\frac{dR}{dr}\right)\frac{d\cdot r\delta\frac{1}{r}}{dt}$$

welches wir für die Berechnung des in Rede stehenden Coefficienten in folgendes abkürzen können:

$$-2R\frac{d.\delta\frac{a}{r}}{dt}.$$

Wir haben nun aus dem Vorhergehenden

$$\frac{a}{\mu}R = -\tfrac{1}{2}m^2, \text{ und } \frac{d.\delta\frac{a}{r}}{dt} = -n\tfrac{9}{4}m\,e\sin(2\tau-\xi)$$

Hieraus

$$-2\frac{a}{\mu}R\frac{d.\delta\frac{a}{r}}{dt} = -n\tfrac{9}{4}m^2 e\sin(2\tau-\xi)$$

folglich mit Zuziehung des betreffenden Gliedes der ersten Approximation

$$\frac{a}{\mu}dR = n(-\tfrac{3}{4}m^2 - \tfrac{1}{4}m^2)\,e\sin(2\tau-\xi).$$

Hieraus durch Division mit $-n(1-2m)$,

$$\frac{a}{\mu}\int dR = (\tfrac{3}{4}m^2 + \tfrac{9}{4}m^2)\,e\cos(2\tau-\xi).$$

Die Grösse $r\left(\frac{dR}{dr}\right)$ giebt nach der Entwickelung auch ein hieher gehöriges Glied, nemlich

$$r\left(\frac{d\cdot r\left(\frac{dR}{dr}\right)}{dr}\right)\frac{dr}{r}$$

welches in folgendes abgekürzt werden kann,

$$-4R\,\delta\frac{a}{r}.$$

Aus dem Vorhergehenden entnehme ich hier

$$\frac{a}{\mu}R = -\tfrac{1}{4}m^2, \quad \delta\frac{a}{r} = \tfrac{9}{4}m\,e\cos(2\tau-\xi),$$

also

$$-4\frac{a}{\mu}R\,\delta\frac{a}{r} = \tfrac{9}{4}m^2 e\cos(2\tau-\xi)$$

und somit, wenn wir das betreffende Glied der ersten Approximation hinzufügen,

$$\frac{a}{\mu}r\left(\frac{dR}{dr}\right) = \left\{\tfrac{3}{4}m^2 + \tfrac{9}{4}m^2\right\}e\cos(2\tau-\xi).$$

Hiemit wird

$$\frac{a}{\mu}\left\{2\int dR + r\left(\frac{dR}{dr}\right)\right\} = \left\{9m^2 + \tfrac{9}{4}m^2\right\}e\cos(2\tau-\xi)$$

und

$$P_2 = 9m^2 + \tfrac{9}{4}m^2.$$

Endlich ist jetzt

$$i_2 = 2 - 2m - e = 1 - 2m + \tfrac{3}{2}m^2$$

und die Gleichung $(\mathcal{A})$ giebt

$$r_2\{(1-2m+\tfrac{3}{2}m^2)^2 - 1\} = (1-2m)^2(\tfrac{3}{2}r_1 + 3r_0 r_2) - 9m^2 - \tfrac{9}{4}m^2.$$

Da nun in der ersten Approximation

$$r_1 = m^2 + \tfrac{9}{4}m^2, \quad r_0 = \tfrac{1}{2}m^2, \quad r_2 = \tfrac{5}{4}m$$

gefunden wurde, so ergiebt sich

$$r_2 = \frac{(1-4m)\{\tfrac{3}{2}m^2 + (\tfrac{9}{4}+\tfrac{1}{16})m^2\} - 9m^2 - \tfrac{9}{4}m^2}{-4m + \tfrac{9}{4}m^2}$$

$$= \frac{-\tfrac{9}{4}m^2 - \tfrac{39}{16}m^2}{-4m(1-\tfrac{9}{16}m)} = (1+\tfrac{9}{16}m)(\tfrac{9}{4}m + \tfrac{39}{16}m^2)$$

$$= \tfrac{9}{4}m + \tfrac{99}{16}m^2,$$

welches der richtige Werth dieser Glieder ist. Um das correspondirende Glied der Länge richtig zu bekommen, ist nun nichts weiter zu thun, wie diese Glieder in die obigen Ausdrücke für die Längenstörungen zu substituiren. Wir haben somit

$$\frac{a^2}{r^2} = \left\{\tfrac{9}{4}m + (\tfrac{11}{16}+1 = \tfrac{99}{16})m^2\right\}e\cos(2\tau-\xi).$$

Digitized by Google

und wie oben

$$-\frac{1}{r^2}\int\frac{dR}{d\lambda}\,dt = n\left(-\tfrac{3}{2}+\tfrac{3}{2}\right) = -\Psi)\,m^2 e\cos(2\tau-\xi).$$

Hieraus, und mit dem Werthe $h = a^2 n$

$$\begin{aligned}\frac{d\lambda}{dt} &= n\left\{\Psi m+(\tfrac{9}{8}\Psi^2-\Psi+\tfrac{15}{8}\Psi)m^2\right\}e\cos(2\tau-\xi)\\ \lambda &= (1+2m)\left(\Psi m+\tfrac{15}{8}\Psi m^2\right)e\cos(2\tau-\xi)\\ &= (\Psi m+\tfrac{15}{8}\Psi m^2)\,e\sin(2\tau-\xi),\end{aligned}$$

welches der richtige Werth dieser Glieder ist.

Pag. 50 im ersten Theile seines Buches giebt Herr *Lubbock* folgende abgekürzte Darstellung der Berechnung dieses Gliedes:

„The term $\frac{1}{2}\Psi m$ in r_2, already found, see p. 37 gives the term $\frac{1}{2}\frac{1}{8}m^2 e\cos(2\tau-\xi)$ in δR *)

$$\frac{(2-2m-e)^2}{2-2m-e)^3-1} = \frac{1-4m}{-4m+\Psi m^2} = -\frac{1}{4m}(1-4m-\Psi m)$$

$$= -\frac{1}{4m}+\tfrac{3}{4}\Psi.$$

Again,

$$-\frac{2}{(2-2m-e)^3-1}\left\{\frac{2-e}{2-2m-e}-1\right\} = \frac{2}{4m}(1+\Psi m)\left(\frac{1}{1-2m}+1\right)$$

$$= \frac{1}{m}(1+\Psi m)(1+m)$$

$$= \frac{1}{m}+\Psi.$$

Hence,

$$\begin{aligned}r_2 &= -\left(\frac{1}{4m}-\tfrac{3}{4}\Psi\right)\left(\tfrac{3}{2}m^2+\frac{19.3}{6.2}m^3\frac{3.15}{6.8}m^3\right)\\ &\quad+\left(\frac{1}{m}+\Psi\right)\left(\tfrac{3}{2}m^2+\tfrac{1}{2}\tfrac{5}{6}m^3\right)\\ &= \Psi m+\tfrac{15}{8}\Psi m^2\\ \lambda_2 &= \left(2r_2+r_1-\frac{(1+2r_2)}{(1-2m)}\tfrac{3}{2}m^2\right)\left(\frac{1}{1-2m}\right)\\ &= (\Psi m+\tfrac{15}{8}\Psi m^2+m^2-(1+2m+\Psi m)\tfrac{3}{2}m^2\,\frac{1}{1-2m}\\ &= \Psi m+\tfrac{15}{8}\Psi m^2-\tfrac{3}{2}m^2+\Psi m^2+\tfrac{3}{2}m^2\\ &= \Psi m+\tfrac{31}{8}\Psi m^2.\end{aligned}$$

Ich sehe mich genöthigt zu der obigen Darlegung zu bemerken, daß ich vielleicht bei der Bestimmung der Größen h, n und a : a von Herrn *Lubbocks* Verfahren etwas abgewichen bin. Aber es ist mir nicht möglich geworden genau aufzufinden, wie er eigentlich bei deren Bestimmung verfährt, da die dahin gehörigen Rechnungen zerstreut und abgekürzt dargestellt in seinem Buche vorkommen. So viel glaube ich bemerkt zu haben, daß er überflüssige Hülfsmittel und Gleichungen anwendet. Im ersten Theile ziemlich p. 48 sagt er: „The relation between the constants h and a may be obtained by means of the equations ...

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{h}{r^2}-\frac{1}{r^2}\int\frac{dR}{d\lambda}\,dt$$

$$(x)\ldots\ldots\ldots\frac{r^2 d\lambda^2+dr^2}{dt^2} = \frac{2\mu}{r^2}+\frac{\mu}{a}+2\int dR = 0.$$

und hiernach führt er eine Rechnung aus, die ich mich gescheut habe hier aufzunehmen, da sie gänzlich von der oben aus der Vorrede zum 2ten Theile entnommenen, und in der Originalsprache angeführten Beschreibung seiner Methode abweicht. Die hier angeführte Gleichung (x) ist bei Anwendung dieser Methode jedenfalls überflüssig, und die Bestimmung von h u. s. w. darnach würde die eben dargelegte Berechnung der in Rede stehenden Glieder verlängert haben.

Ich komme nun zur Berechnung derselben Glieder durch meine in den Fundamentis gegebenen Ausdrücke, habe aber in Bezug darauf folgendes zu bevorworten. Jeder der meine Fundamenta auch nur oberflächlich kennt, je der davon nur die Vorrede gelesen hat, wird wissen, daß ich die Störungscoefficienten des Mondes nicht nach den Potenzen und Producten gewisser darin vorkommenden Größen entwickele, sondern daß ich, wie ich schon beim Jupiter und Saturn ausgeführt habe, dieselben von Annäherung zu Annäherung sogleich numerisch berechne. Für diese Rechnungsart sind meine Formeln entwickelt; ich habe sie so gestellt, wie ich sie dafür am einfachsten und zweckmäßigsten halte. Wenn daher eine Entwickelung der Störungen nach den Potenzen und Producten der Excentricitäten, der Neigung und des Verhältnisses der mittlern Bewegungen des Mondes und der Sonne durch meine Gleichungen minder einfach ausfiele, wie durch irgend eine andere ausdrücklich auf diese Entwickelungsart eingerichtete Methode, so kann dieses keineswegs als ein gegründeter Einwurf gegen meine Methode betrachtet werden, da ich, wie gesagt, bei der Ableitung derselben einen ganz andern Gesichtspunkt vor Augen gehabt habe. Wenn ich solche Entwickelung beabsichtigt hätte, so würde ich vielleicht diese oder jene Formel andera gestellt, und diese oder jene Reihonentwickelung andera angeordnet haben. Die Sache verhält sich indeß so, daß meine, in den Fundamentis gegebenen Formeln und sonstigen Vorschriften auch diesen Prüfstein nicht zu fürchten brauchen, sondern sich wenigstens den *Lubbock*schen Methoden auch in dieser, ihnen im Grunde fremdartigen Beziehung ungescheut an die Seite stellen können.

Die oben berücksichtigten Argumente sind in meinen Bezeichnungen folgende, denen ich zur leichteren Vergleichung die *Lubbock*'schen zur Seite stelle.

*) Die Berechnung dieses Gliedes habe ich in Herrn *Lubbocks* Buche nicht finden können.

Digitized by Google

$$\begin{aligned}
&g \ldots\ldots\ldots\

und somit bekommen wir

$$\frac{1}{a}T = \qquad\qquad -u^3\sin(\gamma-g)$$

$$-\tfrac{3}{4}u^3e\sin g \quad +(1-1+\tfrac{1}{4}=\tfrac{1}{4})u^3e\sin(-\gamma+2g) \quad +\{(1+1-\tfrac{1}{4}=\tfrac{7}{4})u^3e-2e\gamma\}\sin\gamma\,.$$
$$+\tfrac{3}{4}u^3e'\sin(-\gamma+g-g') \qquad -\tfrac{3}{4}u^3e'\sin(\gamma-g-g')$$
$$-\tfrac{3}{4}u^3e'\sin(2g-g'+H_3) \quad +(\tfrac{3}{4}-\tfrac{3}{4}=\tfrac{0}{4})u^3e'\sin(-\gamma+3g-g'+H_3) \quad +(\tfrac{3}{4}+\tfrac{3}{4}=\tfrac{6}{4})u^3e'\sin(\gamma+g-g'+H_3)$$
$$-\tfrac{9}{4}u^3e\sin(g-2g'+H_3)+(\tfrac{3}{4}-\tfrac{6}{4}+\tfrac{9}{4}+\tfrac{3}{4}=\tfrac{9}{4})u^3e\sin(-\gamma+2g-2g'+H_3)+(\tfrac{3}{4}+\tfrac{3}{4}-\tfrac{3}{4}-\tfrac{3}{4}=\tfrac{6}{4})u^3e\sin(\gamma \quad -2g'+H_3)$$
$$+\tfrac{3}{4}u^3\sin(2g-2g'+H_3)+(-3+\tfrac{3}{4}=-\tfrac{9}{4})u^3\sin(-\gamma+3g-2g'+H_3)+(-3-\tfrac{3}{4}=-\tfrac{6}{4})u^3\sin(\gamma+g-2g'+H_3)$$
$$+\tfrac{9}{4}u^3e\sin(3g-2g'+H_3)+(-\tfrac{3}{4}+\tfrac{3}{4}-\tfrac{3}{4}+\tfrac{3}{4}=-3)u^3e\sin(-\gamma+4g-2g'+H_3)+(-\tfrac{3}{4}-\tfrac{3}{4}+\tfrac{9}{4}-\tfrac{3}{4}=-3)u^3e\sin(\gamma+2g-2g'+H_3)$$
$$+\tfrac{9}{4}u^3e'\sin(2g-3g'+H_3)+(-\tfrac{9}{4}+\tfrac{9}{4}=-\tfrac{9}{4})u^3e'\sin(-\gamma+3g-3g'+H_3)+(-\tfrac{9}{4}-\tfrac{9}{4}=-\tfrac{9}{4})u^3e'\sin(\gamma+g-3g'+H_3).$$

Die in den Fundamentis erklärte Bedingung, daſs der Coefficient von $\sin\gamma$ gleich Null seyn muſs, giebt uns sogleich

$$\gamma = \tfrac{3}{4}u^3,$$

welches das erste Glied des analytischen Ausdruckes des Verhältnisses der Bewegung des Perigäums des Mondes zur Bewegung der mittleren Anomalie desselben ist.

Den Gleichungen (*B*) zufolge muſs durch Integration des vorstehenden Ausdruckes von T die Gröſse $\mathcal{W}$ ermittelt werden. Die bei dieser Integration anzuwendenden Divisoren, die ich in den Fundamentis allgemein mit $i+i'u+\nu_n$ bezeichnet habe, sind nichts weiter wie die Coefficienten von nt in den resp. Argumenten. Sie sind für die Glieder, deren Berechnung hier bezweckt wird, mit wenigen Ausnahmen dem Coefficienten von g des betreffenden Arguments gleich. Die Ausnahmen sind: $1-u$; $-1-u$; $-2u+\frac{3}{4}u^3$ *); $2-2u$; $3-2u$; $1-2u$; resp. für die Glieder $-\gamma+g-g'$; $\gamma-g-g'$; $\gamma-2g'+H_3$; $2g-2g'+H_3$; $-\gamma+3g-2g'+H_3$; $\gamma+g-2g'+H_3$. Aufserdem müssen, weil im Differential die Sinusse der Bögen enthalten sind, die Zeichen aller Glieder umgekehrt werden. Hiemit bekommen wir also

$$\mathcal{W} = -b \qquad\qquad -u^3\cos(\gamma-g)$$
$$+\tfrac{3}{4}u^3e\cos g \quad -\tfrac{3}{4}u^3e\cos(-\gamma+2g) \quad +2\xi\cos\gamma$$
$$+(\tfrac{3}{4}u^3+\tfrac{3}{4}u^3)e'\cos(-\gamma+g-g') \quad +(\tfrac{3}{4}u^3-\tfrac{3}{4}u^3)e'\cos(\gamma-g-g')$$
$$+\tfrac{3}{4}u^3e'\cos(2g-g'+H_3) \quad -\tfrac{3}{4}u^3e'\cos(-\gamma+3g-g'+H_3) \quad -\tfrac{3}{4}u^3e'\cos(\gamma+g-g'+H_3)$$
$$+\tfrac{9}{4}u^3e\cos(g-2g'+H_3) \quad -\tfrac{3}{4}u^3e\cos(-\gamma+2g-2g'+H_3)+(\tfrac{9}{4}u+\tfrac{3}{4}u^3)e\cos(\gamma \quad -2g'+H_3)$$
$$-(\tfrac{3}{4}u^3+\tfrac{3}{4}u^3)\cos(2g-2g'+H_3)+(\tfrac{3}{4}u^3+\tfrac{3}{4}u^3)\cos(-\gamma+3g-2g'+H_3)+(\tfrac{3}{4}u^3+9u^3)\cos(\gamma+g-2g'+H_3)$$
$$-\tfrac{3}{4}u^3e\cos(3g-2g'+H_3) \quad +\tfrac{3}{4}u^3e\cos(-\gamma+4g-2g'+H_3) \quad +\tfrac{3}{4}u^3e\cos(\gamma+2g-2g'+H_3)$$
$$-\tfrac{9}{4}u^3e'\cos(2g-3g'+H_3) \quad +\tfrac{3}{4}u^3e'\cos(-\gamma+3g-3g'+H_3) \quad +\tfrac{9}{4}u^3e'\cos(\gamma+g-3g'+H_3)$$

Bevor ns und ω aus diesem Ausdrucke berechnet werden können, müssen die noch fehlenden Glieder durch Multiplication einiger der dastehenden mit $\eta^{(1)} = \frac{1}{4}e$ (Fundamenta p. 190),

$$-\tfrac{1}{4}u^3e\cos(2\gamma-g)+\tfrac{1}{4}u^3e\cos(-2\gamma+3g-2g'+H_3)+\tfrac{1}{4}u^3e\cos(2\gamma+g-2g'+H_3)$$

und entstehen durch die genannte Multiplication aus den drei obigen resp. von

$$\gamma-g; \quad -\gamma+3g-2g'+H_3; \quad \gamma+g-2g'+H_3;$$

abhängigen Gliedern in $\mathcal{W}$. Da nun zufolge des Theorems, welches in den Fundamentis p. 187 gegeben ist, berechnet werden. Sie sind

$$\frac{r^3}{a^3} = 1-2e\cos g, \quad \text{also } \gamma\frac{r^3}{a^3} = \tfrac{3}{4}u^3-\tfrac{3}{4}u^3e\cos g$$

ist, so bekommen wir, nachdem wir in $\mathcal{W}$ γ in g verwandelt haben, durch die zweite Gleichung (*B*)

$$\frac{ds}{dt} = 1-b-u^3-\tfrac{3}{4}u^3+\{(\tfrac{3}{4}-\tfrac{3}{4}-\tfrac{1}{4}+\tfrac{1}{4})u^3e+2\xi\}\cos g+\{(-\tfrac{3}{4}-\tfrac{3}{4})u^3-(\tfrac{3}{4}-\tfrac{1}{4})u^3\}e'\cos(-g')$$
$$+(\tfrac{3}{4}-\tfrac{3}{4}-\tfrac{1}{4})u^3e'\cos(2g-g'+H_3)+\{\tfrac{9}{4}u+(\tfrac{9}{4}-\tfrac{3}{4}+\tfrac{3}{4}+\tfrac{3}{4})u^3\}e\cos(g-2g'+H_3)$$
$$+\{(-\tfrac{3}{4}+\tfrac{3}{4}+\tfrac{1}{4})u^3+(-\tfrac{3}{4}+\tfrac{1}{4}+9)u^3\}\cos(2g-2g'+H_3)+(-\tfrac{3}{4}+\tfrac{3}{4}+\tfrac{3}{4}+\tfrac{1}{4})u^3e\cos(3g-2g'+H_3)$$
$$+(-\tfrac{9}{4}+\tfrac{1}{4}+\tfrac{9}{4})u^3e'\cos(2g-3g'+H_3).$$

Da die Gröſsen b und ξ so bestimmt werden müssen, (Fundamenta pp. 77 u. f.) daſs der Coefficient von nt in ns gleich Eins, und der von $\sin g$ gleich Null werde, so giebt der vorstehende Ausdruck sogleich

$$0 = -b-u^3-\tfrac{3}{4}u^3; \quad 0 = (\tfrac{3}{4}-\tfrac{3}{4}-\tfrac{1}{4}+\tfrac{1}{4})u^3e+2\xi,$$

*) $\frac{3}{4}u^3$ wegen $H = 2ny\,t+4k = \frac{3}{4}n^3nt+4k$.

Digitized by Google

woraus $b = -\frac{1}{4}u^2$ und $\xi = -\frac{1}{8}u^3 e$

folgt. Die Integration, bei welcher die Divisoren resp. folgende: $-u,\ 2,\ 1-2u,\ 2-2u,\ 3,\ 2$ sind giebt nun

$$ns = g + 3u\,s'\sin(-g') - \tfrac{1}{8}u^2 s'\sin(2g-g'+H_0) + (\tfrac{1}{2}u + \tfrac{3}{16}u^2)\,e\sin(g-2g'+H_0)$$
$$+(\tfrac{1}{2}u^2 + \tfrac{13}{48}u^3)\sin(2g-2g'+H_0) + \tfrac{3}{8}u^2 e\sin(3g-2g'+H_0) + \tfrac{13}{48}u^3 s'\sin(2g-3g'+H_0).$$

Um durch die Gleichung (B) ω zu erhalten, bekommen wir mit Berücksichtigung der oben gegebenen Werthe von b, ξ und $\gamma\frac{r^3}{a^3}$ aus obigem Ausdrucke für W unmittelbar

$$-\frac{2}{n}\frac{d\omega}{dt} = \{-\tfrac{1}{4}+\tfrac{3}{2}+1-\tfrac{3}{8}\}u^2 e\sin g + \{(-\tfrac{3}{4}+\tfrac{1}{2})u^2 - (\tfrac{3}{4}+\tfrac{1}{2})u^2\}s'\sin(-g')$$
$$+(-\tfrac{1}{4}+\tfrac{3}{2})u^2 s'\sin(2g-g'+H_0) + \{-\tfrac{1}{2}u + (-\tfrac{3}{8}-\tfrac{13}{16}+\tfrac{1}{2})u^2\}e\sin(g-2g'+H_0)$$
$$+\{(\tfrac{1}{2}-\tfrac{3}{8})u^2+(\tfrac{1}{2}-9)u^3\}\sin(2g-2g'+H_0) + (\tfrac{3}{2}-\tfrac{3}{8}-\tfrac{3}{8})u^2 e\sin(3g-2g'+H_0)$$
$$+(\tfrac{1}{2}-\tfrac{13}{16})u^2 s'\sin(2g-3g'+H_0).$$

Erwägen wir nun, daſs die vorhergehenden Ausdrücke

$$C = -\tfrac{3}{4}u^2;\quad \tfrac{1}{2}s = -\tfrac{3}{16}u^2 \quad \text{also}\quad C+\tfrac{1}{2}s = -\tfrac{15}{16}u^2$$

geben, so bekommen wir durch die Integration des vorstehenden Ausdruckes

$$W = -\tfrac{15}{16}u^2 + \tfrac{3}{8}u^2 e\cos g + \tfrac{3}{8}u^2 s'\cos(-g') + \tfrac{1}{4}u^2 s'\cos(2g-g'+H_0) + (-\tfrac{1}{2}u - \tfrac{13}{16}u^2)e\cos(g-2g'+H_0)$$
$$+(-u^2 - \tfrac{13}{16}u^2)\cos(2g-2g'+H_0) - \tfrac{3}{8}u^2 e\cos(3g-2g'+H_0) - \tfrac{3}{8}u^2 s'\cos(2g-3g'+H_0).$$

Dies ist die Berechnung der in Rede stehenden Glieder der ersten Approximation durch meine Gleichungen, und diese berechneten Werthe derselben sind alle richtig. Namentlich führe ich in dieser Beziehung das Glied $\frac{15}{16}u^2 e\sin(g-2g'+H_0)$ in ns und dess correspondirende in ω an, die Hr. *Lubbock* ersterer in seiner vermeintlichen Erläuterung meiner Gleichungen in der ersten Approximation unrichtig gefunden, und in Bezug darauf gesagt hat, man könne es erst in der zweiten Approximation richtig finden. Bei seiner vergleichenden Berechnung nach seiner Methode hat er dieses Glied ganz übergangen; nun habe ich aber oben gezeigt, daſs man es durch Hülfe seiner Methode erst in der zweiten Approximation richtig finden kann, und somit zeigt sich, daſs dieser Nachtheil *seine* und *nicht meine* Methode trifft.

Es giebt ausserdem noch mehr Glieder, die man durch meine Gleichungen der ersten Approximation findet, während man sie mit Herrn *Lubbock's* nicht durch dieselben finden kann, sondern die allgemeine Bedingungsgleichung und die Entwickelung der Störungsfunction *wesentlich* abändern muſs. Als Beispiel werde ich das erste Glied des Argumente $g+H_0$ in meiner, oder $\xi-2\pi$ mit dem Index 65 in Herrn *Lubbocks* Bezeichnung berechnen. Für dieses ist

$$a\frac{d\Omega}{dg} = -\tfrac{1}{4}e^1 u^2 n^2 \sin(g+H_0) - \tfrac{1}{8}u^3 n^2 \sin(2g+H_0)$$
$$ar\frac{d\Omega}{dr} = -\tfrac{1}{4}e^1 u^2 n^2 \cos(g+H_0) + \tfrac{1}{8}u^3 n^2 \cos(2g+H_0).$$

Multiplicirt man den ersten dieser beiden Ausdrücke mit den Gliedern $4\cos(\gamma-g) + e\cos(-\gamma+2g)$ und den zweiten mit den Gliedern $-2\sin(\gamma-g) + e\sin(-\gamma+2g)$ resp. der oben angeführten Factoren A_1 und B_1, so ergiebt sich

$$\frac{1}{n}T = \frac{1}{n}\frac{dW}{dt} = (\tfrac{3}{4}-\tfrac{1}{2}+\tfrac{3}{8}-\tfrac{3}{8}=\tfrac{1}{2})\,e^1 u^2 \sin(\gamma+H_0)$$

Nun ist

$$u = \gamma = \tfrac{3}{2}u^2,\quad H_0 = 2(\gamma+a)nt + 2(\nu+k) = 3u^2 nt + 2(\nu+k),$$

also der Divisor bei der Integration $3u^2$, hieraus

$$\overline{W} = \frac{dz}{dt} = -\tfrac{1}{4}e^1 \cos(g+H_0)$$
$$\left(\frac{\overline{dW}}{dy}\right) = -\frac{2}{n}\frac{d\omega}{dt} = \tfrac{1}{2}e^1 \sin(g+H_0)$$

und da nun der Integrationsdivisor der Einheit gleich ist,

$$ns = -\tfrac{1}{4}e^1\sin(g+H_0);\quad \omega = \tfrac{1}{2}e^1\cos(g+H_0).$$

Herr *Lubbock* führt von der Berechnung dieses Coefficienten im ersten Theile seines Buches p. 40 folgendes an:

$$r_{65}\{(e-2g)^2(1-3r_0)-1\} = (e-2g)^2 r_{65} - 2.2.m^2 R_{65}$$
$$r_{65} = \tfrac{1}{2}r_{65},\quad r_{65} = \frac{m^2}{2},\quad e = 1-\tfrac{1}{2}m^2,\quad g = 1+\tfrac{1}{2}m^2$$
$$r_0 = \frac{m^2}{6},\quad R_{65} = \tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}r_{65},\quad (e-2g)^2(1-3r_0) = 1+4m^2$$
$$r_{65} = \frac{3}{4.2.2} - \frac{2.2}{4}(\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}r_{65})$$
$$r_{65} = -\tfrac{1}{6}.$$

Diese Bedingungsgleichung (die erste der angeführten) ist wie man sieht wesentlich von der oben angeführten *Lubbock*schen allgemeinen Bedingungsgleichung (A) verschieden, denn der Factor $(1-3r_0)$ im Coefficienten von r_{65} ist in dieser nicht enthalten. Ferner ist in der Entwickelung der Störungsfunction das Quadrat der störenden Kraft berücksichtigt, denn sonst hätte in dem vorstehenden Werthe von R_{65} das Glied $\frac{1}{2}r_{65}$ nicht vorkommen können. Die hierauf sich beziehenden Entwickelungen, so wie die Berechnung des correspondirenden

Digitized by Google

Gliedes der Länge habe ich bis jetzt in Herrn *Lubbocks* Buche vergeblich gesucht.

Ich könnte außerdem noch viele Glieder namhaft machen, die man durch meine Gleichungen der ersten Approximation bestimmt, während Herr *Lubbock* zu deren Berechnung seine Gleichungen der zweiten Approximation anwenden muß, wogegen er kein einziges Glied anführen kann, welches seine Methode in der ersten Approximation giebt, und das meine Methode in derselben Approximation nicht giebt. Meine Gleichungen der ersten Approximation geben mit Ausnahme des Gliedes dritter Ordnung in der Bewegung des Perigäums, der Bewegung des Knotens, und dem constanten Gliede von w, welche drei Glieder der zweiten Approximation angehören, alle in der Bewegung des Mondes vorhandenen Glieder der zweiten und dritten Ordnung in Bezug auf u, s, s', l und $\left(\frac{a}{a'}\right)^{\frac{1}{2}}$ und ausserdem noch viele Glieder der vierten und höheren Ordnungen vollständig. Da nun Herrn *Lubbocks* Gleichungen der ersten Approximation nicht alle Glieder der dritten Ordnung geben, so folgt hieraus, daß die meisigen überhaupt eine größere Annäherung gewähren, und da dieses in der ersten Approximation der Fall ist, so darf ich schließen, daß dasselbe auch in den folgenden Approximationen statt findet. Meine Gleichungen namentlich der zweiten Approximation geben alle Glieder der vierten Ordnung, und bis auf sehr wenige Ausnahmen, auch alle Glieder der fünften Ordnung richtig.

Es ist noch ein Umstand zu erörtern. Meine Methode enthält Hülfsmittel, um die Richtigkeit der Rechnungen nach derselben zu prüfen. Die Bedingungsgleichung, welche zu diesem Zwecke dient, ist (Fundamenta p. 198) in Bezug auf die erste Approximation folgende

$$S + s = 2w + 4\frac{dz}{dt} + \gamma - 2\gamma s\cos g$$

und man findet durch dieselbe vermittelst der oben berechneten Werthe der rechten Seite derselben:

$$\begin{aligned} S + s = {} & (-\tfrac{3}{4} + \tfrac{3}{4} = -\tfrac{1}{4}\gamma)u^2 + (\tfrac{3}{2} - \tfrac{3}{2} = 0)u^2 s\cos g + (3 - 3 = 0)u^2 s'\cos(-g') + (1 - \tfrac{1}{2}\gamma = -\tfrac{1}{2})u^2 s'\cos(2g - g' + H_2) \\ & + \{-\tfrac{1}{2}\gamma + \tfrac{1}{2}\gamma = 0\}u + (-\tfrac{1}{16}\gamma^2 + \tfrac{1}{16}\gamma = -\tfrac{3}{16})u^3\}s\cos(g - 2g' + H_2) \\ & + \{(-2 + \tfrac{1}{2}\gamma = \tfrac{3}{2})u^2 + (-\tfrac{1}{2}\gamma + \tfrac{1}{16}\gamma^2 = \tfrac{3}{16})u^3\}\cos(2g - 2g' + H_2) + (-\tfrac{3}{4} + \tfrac{3}{8} = \tfrac{3}{8})u^3 s\cos(3g - 2g' + H_3) \\ & + (-7 + \tfrac{7}{2}\gamma = \tfrac{7}{2}\gamma)u^3 s'\cos(2g - 3g' + H_3). \end{aligned}$$

Rechnet man nun außerdem noch $S + s$ direct durch die Formel

$$S + s = s + \frac{f_s[i, i']_s}{i + i' n + \gamma_n}\cos(ig + i'g' + H_3)$$

(Fundamenta pp. 53 u. 180), wovon für $[i, i']_s$ der Reihe nach die oben gegebenen Coefficienten von $a\Omega$ substituirt werden müssen, und die übrigen Größen ebenfalls oben gegeben sind, so ergiebt sich

$$\begin{aligned} S + s = {} & -\tfrac{1}{4}\gamma u^2 - \tfrac{3}{8}u^3 s'\cos(2g - g' + H_2) - \tfrac{3}{8}u^3 s\cos(g - 2g' + H_2) \\ & + (\tfrac{3}{2}u^2 + \tfrac{3}{16}u^3)\cos(2g - 2g' + H_2) + \tfrac{3}{16}u^3 s\cos(3g - 2g' + H_3) \\ & + \tfrac{7}{2}u^3 s'\cos(2g - 3g' + H_3) \end{aligned}$$

derselbe Werth wie oben, wodurch also die Richtigkeit der berechneten Coefficienten von w und $\frac{ds}{dt}$ bestätigt wird. Es bleibt somit also nur die Berechnung von ns aus $\frac{dn}{dt}$ unconstrollirt; diese muß man, wenn man Fehler darin befürchtet, zweimal rechnen, sie ist aber an sich sehr einfach und verlangt wenige Zeit zur Ausführung.

Keine der anderen vorhandenen Methoden ist mit Hülfsmitteln zur Prüfung der Richtigkeit der Rechnung versehen, daß die meinige solche besitzt, bin ich geneigt für einen wesentlichen Vorzug derselben zu halten, und glaube mich wenigstens darin nicht zu irren.

Herr *Lubbock* ist in seinem Buche weiter gegangen, er hat noch zwei Glieder der zweiten Approximation, zur weiteren Erläuterung meiner Gleichungen (in further illustration of M. *Hansen's* equations) berechnet. Diese sind das mit u^4 multiplicirte Glied in $2g - 2g' + H_2$ und das homologe in $4g - 4g' + H_4$. Vermittelst einer Rechnung, die in seinem Buche 7½ (schreibe sieben und eine halbe) Seiten einnimmt, bringt er angeblich durch meine Gleichungen ein halb richtiges Resultat zu Wege. Ein halb richtiges im eigentlichsten Verstande, denn den einen Coefficienten rechnet er richtig und den anderen falsch. Er meint in Bezug auf diesen, man könne ihn durch meine Gleichungen erst in der dritten Approximation richtig finden. Hierauf rechnet er die beiden Glieder nach seiner Methode. Diese Rechnung werde ich erst hier vollständig anführen, und dann dieselben Glieder nach meinen Gleichungen berechnen.

Herr *Lubbock* fängt seine Darstellung p. 395 folgendermaßen an:

I will now show how the same terms may be calculated (see p. 56) by my methods founded upon the equations

Digitized by Google

$$\frac{d^2r^2}{2dt^2} - \frac{\mu}{r} + \frac{\mu}{a} + 2\int dR + r\frac{dR}{dr} = 0.$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{h}{r^2} - \frac{1}{r^2}\int \frac{dR}{d\lambda}\,ds$$

When a^3 is neglected $\frac{h}{a^2} = n$.

If r be the value of r which includes the arguments which occur in the elliptic theory, so that

$$\frac{a}{r} = a\left(\frac{1}{r} + \delta\frac{1}{r}\right)$$

$$r^2 = r^2 - 2r^2\,\delta\frac{1}{r} + 3r^2\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2 - \text{etc.}$$

and if

$$-r^2\,\delta\frac{1}{r} + \tfrac{3}{2}r^2\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2 - \text{etc.} = -a\delta\frac{1}{r} + \varepsilon$$

$$a\delta\frac{1}{r} = r_1\cos 2\tau + r_{1\,2\,1}\cos 4\tau$$

$$\frac{d^2.r^2}{2dt^2} - \frac{d^2.r^2\,\delta\frac{1}{r}}{dt^2} + \frac{3d^2.r^2\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2}{2dt^2} - \frac{2d^2.r^2\left(\delta\frac{1}{r}\right)^3}{dt^2} - \frac{\mu}{r} - \frac{\mu}{a}$$
$$+ 2\int dR + r\frac{dR}{dr} = 0.$$

Für die Berechnung von dR wendet Herr *Lubbock* die Gleichung

dR = the differential of R, supposing only nt variable
$$+\left(\frac{dR}{dr}\right)d.\delta r + \left(\frac{dR}{d\lambda}\right)d.\delta\lambda + \left(\frac{dR}{ds}\right)d.\delta s$$

an, bezeichnet man daher die hier erforderlichen Coefficienten von R mit R_1 und $R_{1\,2\,1}$ und die den übrigen Theils der rechten Seite der vorstehenden Gleichung mit $-mR'_1$ und $-mR'_{1\,2\,1}$ so bekommen wir

$$dR = -n(2R_1 + mR'_1)\sin 2\tau - n(4R_{1\,2\,1} + mR'_{1\,2\,1})\sin 4\tau.$$

also

$$\int dR = \frac{2R_1 + mR'_1}{2-2m}\cos 2\tau + \frac{4R_{1\,2\,1} + mR'_{1\,2\,1}}{4-4m}\cos 4\tau$$

und hiemit, da für die obigen Glieder $r\frac{dR}{dr} = 2R$ ist,

$$2\int dR + r\frac{dR}{dr}$$
$$= 2\left\{\left(\frac{2}{2-2m}+1\right)R_1 + \frac{m}{2-2m}R'_1\right\}\cos 2\tau$$
$$+ 2\left\{\left(\frac{4}{4-4m}+1\right)R_{1\,2\,1} + \frac{m}{4-4m}R'_{1\,2\,1}\right\}\cos 4\tau.$$

also

$$P_1 = 2\left\{\left(\frac{2}{2-2m}+1\right)R_1 + \frac{m}{2-2m}R'_1\right\}$$

$$P_{1\,2\,1} = 2\left\{\left(\frac{4}{4-4m}+1\right)R_{1\,2\,1} + \frac{m}{4-4m}R'_{1\,2\,1}\right\}$$ *).

Die oben angeführte allgemeine *Lubbock*'sche Gleichung (*A*) giebt uns also

$$r_1\left\{(2-2m)^2 - 1\right\} = (2-2m)^2 r_1 - 2\left\{\left(\frac{2}{2-2m}+1\right)R_1 + \frac{m}{2-2m}R'_1\right\}$$

$$r_{1\,2\,1}\left\{(4-4m)^2 - 1\right\} = (4-4m)^2 r_{1\,2\,1} - 2\left\{\left(\frac{4}{4-4m}+1\right)R_{1\,2\,1} + \frac{m}{4-4m}R'_{1\,2\,1}\right\}.$$

Um diese Gleichungen anwenden zu können, müssen wir vor allen Dingen die Relationen, welche im jetzigen Falle zwischen r_1 und $r_{1\,2\,1}$ und den Störungscoefficienten des Radius Vectors statt finden, berechnen. Zu dem Ende geben uns die obigen Gleichungen, da hier die Excentricität übergangen werden kann.

$$\varepsilon = \tfrac{3}{2}a^3\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2$$

und der Ausdruck

$$a\left(\delta\frac{1}{r}\right) = r_0 + r_1\cos 2\tau$$

giebt

$$a^3\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2 = 2r_0 r_1\cos 2\tau + \tfrac{1}{2}r_1^2\cos 4\tau$$

also

$$r_r = 3r_0 r_1, \quad r_{1\,2\,1} = \tfrac{3}{2}r_1^2$$

bei den Rechnungen nach den Formeln der ersten Approximation ergab sich

$$r_0 = \tfrac{1}{2}m, \quad r_1 = m^2.$$

Hiemit wird also

$$r_r = \tfrac{3}{2}m^2, \quad r_{1\,2\,1} = \tfrac{3}{2}m^2.$$

Ferner ist zu berechnen

$$\delta R = \left(\frac{dR}{d\lambda}\right)\delta\lambda + r\left(\frac{dR}{dr}\right)\frac{\delta r}{r}.$$

Hiefür nehmen wir aus den Ausdrücken der ersten Approximation

$$\frac{dR}{d\lambda} = -\tfrac{3}{2}m^3\sin 2\tau, \quad r\left(\frac{dR}{dr}\right) = -\tfrac{3}{2}m^3 - \tfrac{3}{2}m^3\cos 2\tau$$

$$\delta\lambda = \tfrac{1}{2}m^3\sin 2\tau, \quad \frac{\delta r}{r} = -a\left(\delta\frac{1}{r}\right) = -\tfrac{1}{2}m^3 - m^3\cos 2\tau,$$

woraus sich ergiebt

$$\delta R = \left(\tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{2}\right)m^4\cos 2\tau + \left(-\tfrac{1}{4}\tfrac{3}{2} + \tfrac{3}{2}\right) = -\tfrac{9}{8}m^4\cos 4\tau,$$

*) Ich habe hier den Factor $\frac{a}{\beta}$ übergangen, auf welchen es bei dieser Rechnung nicht ankommt, und welcher nur die Formeln weitläufiger wie nöthig wäre, machen würde.

Digitized by Google

addiren wir hiezu die betreffenden Glieder des Werthes der ersten Approximation von R, so bekommen wir

$$R = (-\tfrac{3}{4}m^3+\tfrac{3}{4}m^4)\cos 2r - \tfrac{1}{2}m^4\cos 4r$$

also

$$R_1 = -\tfrac{3}{4}m^3+\tfrac{3}{4}m^4, \quad R_{121} = -\tfrac{1}{2}m^4.$$

Die Grössen R_1 und R_{121} sind bei dieser Rechnung gleich Null, und kommen erst bei dieser Gattung von Gliedern in Betracht, wenn man die mit m^5 multiplicirten Glieder berechnen will. Substituiren wir nun die oben gefundenen Werthe von r_1, r_{121}, R_1 und R_{121} in die obigen Bedingungsgleichungen für r_1 und r_{121}, so erhalten wir

$$r_1(3-6m+4m^2) = 2m^4-2(2+m+m^2)(-\tfrac{3}{4}m^3+\tfrac{3}{4}m^4)$$

$$15r_{121} = \frac{16.3}{4}m^4+\frac{2.2.9}{32}m^4,$$

woraus

$$r_1 = \frac{3m^3+\frac{3}{4}m^4+\frac{3}{4}m^4}{3-6m+4m^2} = m^3+\tfrac{9}{4}m^4+\tfrac{15}{4}m^4$$

$$r_{121} = \tfrac{3}{8}m^4$$

folgt. Für die Berechnung der entsprechenden Längenstörungen durch die oben angeführte Gleichung ist erstens

$$\partial.\frac{dR}{d\lambda} = \frac{d\left(\frac{dR}{d\lambda}\right)}{d\lambda}\partial\lambda + r\frac{d.\left(\frac{dR}{d\lambda}\right)}{dr}\frac{\partial r}{r}$$

und die erste Approximation giebt

$$\frac{a}{\mu}\frac{d.\left(\frac{dR}{d\lambda}\right)}{d\lambda} = 3m^3\cos 2r, \quad \frac{a}{\mu}r\frac{d.\left(\frac{dR}{dr}\right)}{dr} = 3m^3\sin 2r$$

$$\partial\lambda = \tfrac{9}{4}m^3\sin 2r, \quad \frac{\partial r}{r} = -s\left(\partial.\frac{1}{r}\right) = -\tfrac{3}{4}m^3-m^4\cos 2r.$$

Hiemit

$$\frac{a}{\mu}\partial.\left(\frac{dR}{d\lambda}\right) = -\tfrac{1}{2}m^4\sin 2r+\left(\tfrac{15}{4}-\tfrac{3}{2}=\tfrac{9}{4}\right)m^4\sin 4r$$

und wenn man das Glied der ersten Approximation hinzufügt,

$$\frac{a}{\mu}\left(\frac{dR}{d\lambda}\right) = \left(\tfrac{3}{4}m^3-\tfrac{1}{2}m^4\right)\sin 2r+\tfrac{9}{4}m^4\sin 4r.$$

Hieraus durch die Integration

$$-\frac{a}{\mu}\int\left(\frac{dR}{d\lambda}\right)dt = -\frac{1}{na^2}\int\left(\frac{dR}{d\lambda}\right)d\lambda = (\tfrac{3}{8}m^3+\tfrac{3}{8}m^4-\tfrac{1}{4}m^4)\cos 2r+\tfrac{9}{16}m^4\cos 4r$$

Ferner muss berechnet werden

$$\frac{a^3}{r^3} = 1+2s\partial.\frac{1}{r}+s^2\left(\partial.\frac{1}{r}\right)^2$$

zu welchem Zwecke

$$s\partial.\frac{1}{r} = \tfrac{1}{2}m^3+(m^3+\tfrac{9}{4}m^3+\tfrac{15}{4}m^4)\cos 2r+\tfrac{1}{2}m^4\cos 4r$$

$$s^2\left(\partial.\frac{1}{r}\right)^2 = \tfrac{1}{4}m^6\cos 2r+\tfrac{1}{4}m^6\cos 4r$$

ferner da in der ersten Approximation $h = a^2n(1-\frac{1}{2}m^2)$ gefunden wurde

$$\frac{h}{r^2} = n(2m^2+\tfrac{9}{4}m^3+(1\tfrac{3}{4}-\tfrac{1}{2}=1\tfrac{1}{4})m^4)\cos 2r+n\tfrac{1}{4}m^4\cos 4r,$$

also der angeführten Gleichung zufolge

$$\frac{d\lambda}{dt} = n((2+\tfrac{3}{2}=\tfrac{7}{2})m^2+(\tfrac{9}{4}+\tfrac{3}{2}=\tfrac{15}{4})m^3+(1\tfrac{3}{4}+\tfrac{3}{2}=\tfrac{45}{16})m^4)\cos 2r$$
$$+n(\tfrac{1}{4}+\tfrac{3}{16}=\tfrac{7}{16})m^4\cos 4r.$$

und endlich hieraus, wenn wir mit *Lubbock* setzen,

$$\lambda = \lambda_1\sin 2r+\lambda_{121}\sin 4r$$

$$\lambda_1 = \frac{\frac{7}{2}m^2+\frac{15}{4}m^3+\frac{45}{16}m^4}{2(1-m)} = \tfrac{7}{4}m^2+\tfrac{29}{8}m^3+\tfrac{61}{16}m^4$$

$$\lambda_{121} = \tfrac{7}{32}m^4.$$

Ich werde nun dieselben Glieder durch meine Gleichungen der zweiten Approximation berechnen. Hiezu ist vor allen Dingen nöthig aus dem oben angeführten Werthe von $a\Omega$ durch Multiplication mit $f_0 = 2$ zu entnehmen,

$$-\frac{1}{n}\frac{dS}{dt} = -\frac{a}{n}\left(\frac{d\Omega}{da}\right) = \tfrac{3}{2}a^2\sin(2g-2g'+H_3)$$

und hieraus durch Hülfe von $E^{0,0} = 2$ und $E^{-1,1} = -1$, (Fundamenta p. 208), oder welches dasselbe ist durch Multiplication mit

$$2-2\cos(\gamma-g)$$

zu berechnen

$$V = 3a^2\sin(2g-2g'+H_3)-\tfrac{3}{4}a^2\sin(-\gamma+3g-2g'+H_3)-\tfrac{3}{4}a^2\sin(\gamma+g-2g'+H_3).$$

Hieraus und durch den oben in der ersten Approximation gegeben Werth von T, nemlich

$$\frac{1}{n}T = -a^2\sin(\gamma-g)+\tfrac{3}{4}a^2\sin(2g-2g'+H_3)-\tfrac{3}{4}a^2\sin(-\gamma+3g-2g'+H_3)-\tfrac{3}{4}a^2\sin(\gamma+g-2g'+H_3)$$

Digitized by Google

wird vermittelst der Gleichung (Fundamenta p. 210) *)

$$r\frac{dT}{dr} = T + V - \frac{dS}{ds}$$

berechnet,

$$\frac{1}{n}r\frac{dT}{dr} = -u^3\sin(\gamma-g) + 9u^5\sin(2g-2g'+H_2) - 3u^5\sin(-\gamma+3g-2g'+H_2) - 6u^5\sin(\gamma+g-2g'+H_2)$$

Der oben angeführte Werth von T giebt durch die Differentiation

$$\frac{1}{n}\frac{dT}{dg} = u^3\cos(\gamma-g) + 9u^5\cos(2g-2g'+H_2) - \tfrac{3}{2}u^5\cos(-\gamma+3g-2g'+H_2) - \tfrac{3}{2}u^5\cos(\gamma+g-2g'H_2)$$

Heben wir äußerdem aus den oben stehenden Rechnungen der ersten Approximation

$$\frac{dW}{dy} = u^3\sin(\gamma-g) + \tfrac{3}{2}u^5\sin(-\gamma+3g+2g'+H_2) - \tfrac{3}{2}u^5\sin(\gamma+g-2g'+H_2)$$
$$nds = \tfrac{1}{2}u^3\sin(2g-2g'+H_2); \quad w = -\tfrac{3}{4}u^3 - u^3\cos(2g-2g'+H_2)$$
$$S+s = -\tfrac{1}{16}u^3 + \tfrac{3}{2}u^3\cos(2g-2g'+H_2); \quad \gamma = \tfrac{3}{4}u^3$$

heraus, und erwägen, daß (Fundamenta p. 217) $2H_2 = H_1$ ist, so haben wir alle zur Berechnung der fraglichen Glieder nöthigen Data. Die Gleichungen der zweiten Approximation sind nun mit Uebergehung der Excentricität, welche hier nicht in Betracht kommt (Fundamenta pp. 206 u. 229)

$$(C)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases} W = \int\left\{T - 2V(S+s) + \dfrac{dT}{dg}nds + r\dfrac{dT}{dr}w + \gamma\dfrac{dW}{dy}\right\}dt \\ nds = n\int\left\{\overline{W} + \left(\dfrac{dW}{dy}\right)nds + \omega^2\right\}dt \\ w = -\tfrac{1}{2}n\int\left\{\left(\dfrac{dW}{dy}\right) + \left(\dfrac{d^2W}{dy^2}\right)nds - \left(\dfrac{dW}{dy}\right)w\right\}dt. \end{cases}$$

Nach Ausführung der Multiplicationen von $2V$ mit $S+s$, etc. ergiebt sich

$$\frac{1}{n}\frac{dW}{dt} = \{\tfrac{3}{2}u^3 + (\tfrac{3}{2}-6)u^5\}\sin(2g-2g'+H_2) + \{-\tfrac{3}{2}u^3 + (-\tfrac{3}{2}+\tfrac{11}{2}+2-\tfrac{3}{2}+\tfrac{3}{2})u^5\}\sin(-\gamma+(3g-2g'+H_2)$$
$$+\{-\tfrac{3}{2}u^3 + (-\tfrac{3}{2}+\tfrac{11}{2}+4+\tfrac{3}{2}-\tfrac{27}{4})u^5\}\sin(\gamma+g-2g'+H_2) + (-\tfrac{3}{2}+\tfrac{27}{2}-\tfrac{3}{2})u^5\sin(4g-4g'+H_2)$$
$$+(\tfrac{3}{2}+\tfrac{27}{2}+\tfrac{3}{2})u^5\sin(-\gamma+5g-4g'+H_2) + (\tfrac{3}{2}-\tfrac{27}{2}+3)u^5\sin(\gamma+3g-4g'+H_2).$$

In diesem Ausdrucke sind alle durch die Multiplicationen sich ergebenden Glieder einzeln, und in derselben Reihenfolge wie die Producte in dem algebraischen Ausdrucke für W angeführt. Addiren wir nun die einzelnen Theile jedes Gliedes, so ergiebt sich

$$\frac{1}{n}\frac{dW}{dt} = (\tfrac{3}{2}u^3 - \tfrac{3}{4}u^5)\sin(2g-2g'+H_2) + (-\tfrac{3}{2}u^3 + \tfrac{13}{2}u^5)\sin(-\gamma+3g-2g'+H_2) + (-\tfrac{3}{2}u^3 + \tfrac{1}{16}u^5)\sin(\gamma+g-2g'+H_2)$$
$$-\tfrac{9}{2}u^5\sin(4g-4g'+H_2) \qquad -\tfrac{13}{2}u^5\sin(-\gamma+5g-4g'+H_2). \qquad +\tfrac{13}{2}u^5\sin(\gamma+3g-4g'+H_2)$$

Die Divisoren für die Integration sind der Reihe nach folgende: $-(2-2u+\frac{3}{2}u^2)$, $-(3-2u\frac{3}{2}+u^2)$; $-(1-2u+\frac{3}{2}u^2)$; -4; -5; -3; oder statt dessen die Multiplicatoren

$$-\tfrac{1}{2}(1+u+\tfrac{3}{4}u^2); \quad -\tfrac{1}{3}(1+\tfrac{3}{2}u-\tfrac{1}{12}u^2); \quad -(1+2u+\tfrac{3}{2}u^2); \quad -\tfrac{1}{3}; \quad -\tfrac{1}{4}; \quad -\tfrac{1}{5}.$$

Also

$$W = (-\tfrac{3}{2}u^3 - \tfrac{3}{4}u^5 + \tfrac{1}{2}\tfrac{3}{2}u^5)\cos(2g-2g'+H_2) + (\tfrac{3}{2}u^3 + \tfrac{13}{2}u^5 - \tfrac{13}{12}u^5)\cos(-\gamma+3g-2g'+H_2) + (\tfrac{3}{2}u^3 + 9u^5 + \tfrac{13}{12}u^5)\cos(\gamma+g-2g'+H_2$$
$$+\tfrac{9}{2}u^5\cos(4g-4g'+H_1) \qquad +\tfrac{13}{3}u^5\cos(-\gamma+5g-4g'+H_1) \qquad -\tfrac{13}{4}u^5\cos(\gamma+3g-4g'+H_1.$$

wo blos die mit u^5 multiplicirten Glieder zu berechnen nöthig waren, da die übrigen schon in den obigen Rechnungen der ersten Approximation vorkommen. (Wir erhalten nun hieraus,

$$\left(\frac{dW}{dy}\right) = (\tfrac{1}{2}-)u^3\sin(2g-2g'+H_2) = -4u^3\sin(2g-2g'+H_2)$$

oder aus dem vorstehenden Werthe von $\frac{dW}{dy}$ der ersten Approximation

multipliciren wir dieses Glied mit dem eben angeführten Werthe von nds, und quadriren außerdem den nebenstehenden Werth von ω, so ergiebt sich

$$\left(\frac{dW}{dy}\right)nds = \tfrac{13}{2}u^5\cos(4g-4g'+H_1)$$
$$\omega^2 = \tfrac{9}{4}u^6\cos(2g-2g'+H_2) + \tfrac{3}{2}u^6\cos(4g-4g'+H_1)$$

*) Zwischen T und $\mathring{T}$ ist zu unterscheiden ist im gegenwärtigen Falle nicht nöthig.

Digitized by Google

Nun haben wir also vermöge der zweiten Gleichung (C) sogleich

$$\frac{d\delta\varepsilon}{dt} = \{\tfrac{1}{2}u^2+\tfrac{1}{2}\delta u^2+(\tfrac{1}{12}-\tfrac{1}{144}\delta+\tfrac{1}{12}\delta^2+\tfrac{1}{8}=\tfrac{1}{144}\delta)u^4\}\cos(2g-2g'+H_2)$$
$$+(\tfrac{1}{24}+\tfrac{1}{72}\delta-\tfrac{1}{12}\delta+\tfrac{1}{12}\delta^2=\tfrac{1}{72}\delta)u^4\cos(4g-4g'+H_4)$$

und hieraus nach der Integration, bei welcher ebenfalls nur die mit u^4 multiplicirten Glieder berechnet zu werden brauchen, da die übrigen bereits bei der ersten Approximation berechnet worden sind,

$$n\delta s = (\tfrac{1}{2}u^2+\tfrac{1}{2}\delta u^2+\tfrac{1}{144}\delta u^4)\sin(2g-2g'+H_2)+\tfrac{1}{288}\delta u^4\sin(4g-4g'+H_4),$$

welches der richtige und vollständige Werth dieses Gliedes ist. Wir haben ferner aus dem angeführten Werthe von $\frac{dW}{dy}$ der ersten Approximation

$$\left(\frac{dW}{dy}\right) = u^2+(-\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}=-\delta)u^2\cos(2g-2g'+H_2)$$

hiemit, und durch Hülfe der eben angeführten Werthe von $\left(\frac{dW}{d\gamma}\right)$, $n\delta s$ und ω,

$$\left(\frac{d^2W}{dy^2}\right)n\delta s = \tfrac{1}{2}u^4\sin(2g-2g'+H_2)-\tfrac{1}{12}\delta u^4\sin(4g-4g'+H_4)$$
$$-\left(\frac{d\delta W}{d\gamma}\right)\omega = -\tfrac{1}{2}u^4\sin(2g-2g'+H_2)-2u^4\sin(4g-4g'+H_4)$$

Wenn wir nun den eben gefundenen Werth von W nach γ differentiiren, und den dritten Gleichung (C) gemäfs addiren, so ergiebt sich

$$-\frac{2}{n}\frac{d\omega}{dt} = \{-4u^2-\tfrac{5}{2}u^2+(-\tfrac{11}{144}-\tfrac{17}{12}\delta+\tfrac{1}{12}\delta-\tfrac{1}{8}\delta=-\tfrac{17}{144}\delta)u^4\}\sin(2g-2g'+H_2)$$
$$+(\tfrac{1}{72}+\tfrac{1}{72}\delta-\tfrac{1}{12}\delta-2=-\delta)u^4\sin(4g-4g'+H_4)$$

und hieraus durch die Integration

$$\omega = (-u^2-\tfrac{1}{2}u^2-\tfrac{17}{144}\delta u^4)\cos(2g-2g'+H_2)-\tfrac{1}{72}u^4\cos(4g-4g'+H_4),$$

welches ebenfalls der richtige Werth dieser Glieder ist. Nicht nur diese, sondern auch die mit u^6 multiplicirten Glieder dieser Argumente, findet man unter andern durch die Gleichungen (C) der zweiten Approximation, und erst bei den mit u^6 multiplicirten Gliedern wird es nöthig sich der Gleichungen der dritten Approximation zu bedienen, während Herr *Lubbock* meint, man müsse schon bei der Berechnung der obigen mit u^4 multiplicirten Glieder zur dritten Approximation seine Zuflucht nehmen.

Es kostet wenig Mühe auch die eben berechneten Glieder vierter Ordnung durch meine Methode zu controliren. Zu dem Ende haben wir erstens (Fundamenta p. 232)

$$S = 2\omega+\delta\frac{ds}{dt}-\tfrac{1}{2}\left(\delta\frac{ds}{dt}\right)^2-\gamma\delta\frac{ds}{dt}$$

und die oben berechneten Coefficienten der ersten Approximation geben

$$\frac{1}{n}\frac{d(S)}{dt} = -\tfrac{1}{2}u^2\sin(2g-2g'+H_2);$$
$$\frac{1}{n}\frac{d^2(S)}{ds\,dg} = -3u^2\cos(2g-2g'+H_2);$$
$$\frac{1}{n}r\frac{d^2(S)}{ds\,dr} = -3u^2\sin(2g-2g'+H_2);$$
$$\tfrac{1}{2}\left(\delta\frac{ds}{dt}\right)^2 = \tfrac{1}{144}u^4\cos(4g-4g'+H_4)$$
$$\gamma\delta\frac{ds}{dt} = \tfrac{1}{12}u^4\cos(2g-2g'+H_2)$$

also mit Zuziehung der Werthe von ω und $\delta\frac{ds}{dt}$, die in der zweiten Approximation gefunden wurden,

$$S = (-1\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{144}\delta-\tfrac{1}{12}\delta=-\tfrac{3}{2})u^4\cos(2g-2g'+H_2)$$
$$+(-\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{72}\delta-\tfrac{1}{72}\delta=0)u^4\cos(4g-4g'+H_4)$$

Zweitens mufs S durch die Formel (Fundamenta p. 150)

$$S = \int\left\{\frac{d(S)}{dt}-\frac{d(S)}{ds}(S+\varepsilon)+\frac{d^2(S)}{ds\,dg}n\delta s+r\frac{d^2(S)}{ds\,dr}\omega\right\}dt$$

berechnet werden. Hiefür haben wir in Bezug auf die obigen Glieder aus dem vorhergehenden

$$S+\varepsilon = -\tfrac{7}{12}u^2+\tfrac{3}{2}u^2\cos(2g-2g'+H_2)$$
$$n\delta s = \tfrac{1}{2}u^2\sin(2g-2g'+H_2)$$
$$\omega = -\tfrac{3}{2}u^2-u^2\cos(2g-2g'+H_2),$$

Digitized by Google

also der vorstehenden Gleichung zufolge

$$\frac{1}{n}\frac{dS}{dt} = \{-\tfrac{3}{2}u^2+(-\tfrac{3}{2}+2=\tfrac{1}{2})u^2\}\sin(2g-2g'+H_2) + (\tfrac{3}{2}u-\tfrac{15}{8}+\tfrac{1}{2} = 0)u^4\sin(4g-4g'+H_4).$$

Hieraus durch die Integration, mit Uebergehung der Glieder zweiter und dritter Ordnung, die schon oben berechnet worden sind,

$$\mathcal{S} = -\tfrac{1}{4}u^2\cos(2g-2g'+H_2)+0u^4\cos(4g-4g'+H_4)$$

wie oben, wodurch die Richtigkeit der Rechnung bestätigt wird.

Werfen wir nun einen Rückblick auf den mich betreffenden Theil von Herrn *Lubbock's* Buche, so ergiebt sich im Wesentlichen Folgendes. Er bekümmert sich bei seiner Erläuterung meiner Gleichungen durch Anwendungen derselben auf die Mondtheorie um das Werk, worin diese bis jetzt einzig und allein vorgetragen ist, die Fundamenta nova investigationis etc., so gut wie gar nicht. Denn zwei Citate desselben kommen nur vor; davon bezieht sich das Eine (p. 361) auf eine Gleichung, die in meiner Mondtheorie gar nicht gilt, und am angeführten Orte mit einer wesentlichen Veränderung, von welcher er keine Notiz nimmt, vorkommt, und das andere (p. 373) betrifft nur die an sich geringfügige Feststellung der Bedeutung eines Buchstabens, nemlich, daſs ich in meiner Mondtheorie die Gröſse $\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}$ mit dem Buchstaben h bezeichnet habe.

Dagegen entlehnt er seine Hauptgleichungen und einen Theil von deren Entwickelungen aus einer zwar schätzbaren Relation eines anderen Verfassers (des Herrn Professors *Encke*) über den Theil meiner Arbeiten in der Planetentheorie, der sich auf die erste Potenz der Massen bezieht, der aber auf meine Mondtheorie nicht angewandt werden kann. Den bei weitem gröſseren Theil der Entwickelungen führt er nach eigener Erfindung, wenigstens nicht auf meine Art aus, wendet zum Theil andere Hülfs- und Zwischengröſsen, andere Nebengleichungen an wie ich und bringt ein Resultat daraus zu Wege, das noch dazu zum Theil unrichtig ist. Keine Spur ist in jenem Buche von den wesentlichen Punkten meines Verfahrens zu finden, keine Spur unter andern von der Integrationsmethode, die ich bei der Darlegung meiner Mondtheorie in den Fundamentis gegeben habe. Folge dieses Verfahrens ist, daſs er Seiten lange Rechnungen zu machen genöthigt gewesen ist, wo eine Rechnung von ein paar Zeilen hinreichend gewesen wäre, daſs er Mängel findet, wo keine vorhanden sind, ja daſs er, um nicht ein augenscheinlich gänzlich unrichtiges Resultat zu erlangen, genöthigt ist zu einem den Grundsätzen der Mathematik gradezu widerstreitenden Verfahren seine Zuflucht zu nehmen, daſs er mit andern Worten aus seiner Differenzialgleichung ein Glied ohne Weiteres weglassen muſs, um nicht ein jedenfalls unrichtiges Integral zu erhalten. Kurz seine Erläuterung meiner Gleichungen ist grade das Gegentheil von dem, was man von solcher zu erwarten berechtigt ist.

Wenden wir uns nach dieser Beleuchtung des Textes von Herrn *Lubbocks* Buche zur Vorrede desselben. Hier finden wir nach einigen Behauptungen, auf die ich weiter unten zurückkommen werde, p. XI Folgendes:

„The most advantageous method of calculating the perturbations of the small planets is that described by M. *de Pontécoulant*, Théor. Anal. Vol. III. p. 505, which I shall here briefly recapitulate. If

$$P = 2\int dR + \frac{rdR}{dr}$$

$$\delta r = \frac{na^2}{\mu}\frac{sino}{1-e\,cosu}\int P(e-cosu)dt - \frac{na^2}{\mu}\frac{e-cosv}{1-e\,cosu}\int P sinu\,dt.$$

The coefficients in $\frac{aR}{\mu}$ and $\frac{ar\,dR}{\mu}$ must be obtained by mechanical quadratures in the manner described by M. *de Pontécoulant*, Théor. Anal. Vol. III. p. 492.

$\delta\lambda$ being the perturbation of longitude in the orbit,

$$\delta\lambda = \frac{2r}{h}\frac{ddr}{dt} + \frac{dr}{hdt}\delta r + \frac{3}{h}\iint dR\,dt + \frac{2}{h}\int r\frac{dR}{dr}dt$$

$$= \frac{n^2a^2}{\mu h}\left\{\frac{2(cosv-e)}{(1-e\,cosu)^2} + \frac{e\,sin^2v}{(1-e\,cosu)^3}\right\}\int P(e-cosu)dt$$

$$+ \frac{n^2a^2}{\mu h}\left\{-\frac{2sinv(1-e^2)}{(1-e\,cosu)^3} - \frac{(e-cosv)e\,sinv}{(1-e\,cosu)^3}\right\}\int P sinu\,dt$$

$$+ \frac{3}{h}\iint dR\,dt + \frac{2}{h}\int r\frac{dR}{dr}dt\ *).$$

If this method be compared with M. *Hansen's*, it will be seen that both require the determination of the coefficients in developments of R and $r\frac{dR}{dr}$, but the formations of the products

$$P(e-cosv),\quad P\,sinu$$

is far easier than the operations required in Mr. *Hansen's* method, in consequence of the great quantity of arguments which occur in $F(\xi,\xi')$, from the necessity of distinguishing between ξ and ξ'."

Also die vortheilhafteste Methode, die Störungen der kleinen Planeten zu berechnen, ist von Herrn *Pontécoulant* beschrieben, und in den vorstehenden Formeln enthalten. Schlagen wir nun bei *Pontécoulant* nach, so finden wir nach Verbesserung der darin befindlichen Fehler, allerdings Formeln,

*) This equation ought to be identical with the equation *C* of M. *de Pontécoulant* Vol. III p. 507.

Digitized by Google

lie mit den obigen identisch sind, es ist jedoch dafs die wahre Anomalie angewandt, wie bei den Auctoren, die diese Formeln zuerst gegeben haben, während oben bei Herrn *Lubbock* v die excentrische Anomalie bedeutet. Herr *Lubbock* hat also für nöthig befunden, die vortheilhaftesten, also die besten Formeln zu verändern. Ich würde gerne; ist seine Ideen eingehend, diese Veränderung eine Verbesserung nennen, wenn es mir nur möglich wäre zu begreifen, wie man die besten Formeln verbessern könne.

Es sollen nun nach Herrn *Lubbock* $\frac{aR}{\mu}$ und $a\frac{rdR}{\mu dr}$ durch mechanische Quadraturen auf die Art entwickelt werden, die von *Pontécoulant* a. a. O. beschrieben ist. Betrachten wir diese Art, so finden wir, dafs es dieselbe ist, die ich bereits vor 11 Jahren auf Jupiter und Saturn angewendet habe, auch die von *Pontécoulant* angeführten Vorschriften über die bei diesen beiden Planeten hiefür nöthigen Kreistheilungen, nemlich 32 und 16, sind bis auf einen Fehler, den er dabei begeht, indem er die Anomalie selbst für die Differens der Anomalien setzt, die von mir gegebenen und angewandten; numerische Werthe, die er als Resultat einer solchen Berechnung giebt, stimmen bis auf die letzte Decimale mit denjenigen, die ich unter andern als Resultat dieser Rechnung in meiner Preisschrift über die Störungen des Jupiters und Saturns gegeben habe. Deshalb habe ich gegründete Ursache zu glauben, dafs Herr *G. de Pontécoulant* diese Angaben und Resultate aus meinen Arbeiten entnommen hat, obgleich er meiner dabei mit keiner Sylbe erwähnt, und ich könnte mehrere Beispiele anführen, wo er meine Arbeiten benutzt hat, während er sich nicht minder wie *Lubbock* bemühte sie zu verdächtigen.

Also die Art, die Gröfsen R und $r\frac{dR}{dr}$ durch mechanische Quadraturen zu entwickeln, welche Herr *Lubbock* die vortheilhafteste nennt, nicht dem Verfahren, welches ich zuerst, und bereits vor einer Reihe von Jahren beim Jupiter und Saturn angewandt habe, so ähnlich wie ein Ei dem andern, und somit hat er, indem er das Gegentheil zu bewirken sich bemühte, wenigstens diesen Theil meiner Arbeiten selbst gerechtfertigt. Es ist in der That interessant, dafs er, während er meine Arbeiten tadelt, mir unter anderm Namen meine eigenen Arbeiten zum Muster vorhält.

Wir wollen nun untersuchen, wie es um die übrigen, in dem angeführten Passus enthaltenen, Behauptungen des Herrn *Lubbock* steht. Es sollen nach ihm die Producte

$$P(e-\cos v) \quad \text{und} \quad P\sin v$$

durch Hülfe der Entwickelungen der Factoren $e-\cos v$ und $\sin v$, welche er nach *Encke* anführt, ausgeführt werden, und er sagt dazu, wie oben in der Originalsprache angeführt worden ist, dafs die Bildung dieser Products weit leichter sey, wie die Operationen, welche meine Methode erfordert, wegen der grofsen Anzahl von Argumenten, die durch die Nothwendigkeit der Unterscheidung zwischen ξ und $\overline{\xi}$ als $F(\xi,\overline{\xi})$ erzeugt werden *).

Gewifs müssen nach der Berechnung der Coefficienten von R und $r\frac{dR}{dr}$ durch mechanische Quadraturen, und der Berechnung der Gröfse P aus diesen, die genannten Producte $P(e-\cos v)$ und $P\sin v$ berechnet werden, aber hiemit ist die Rechnung noch nicht zu Ende, denn hierauf und nach der Integration dieser beiden Producte, d. h. nach der Division der einzelnen Coefficienten derselben mit gewissen Gröfsen, müssen für die Längenstörungen nothwendig auch die Producte

$$\left\{\frac{2(\cos v-e)+e\sin^2 v}{(1-e\cos v)^2}\right\}\times\int P(e-\cos v)\,dt$$

und

$$\left\{\frac{2\sin v(1-e^2)+(e-\cos v)e\sin v}{(1-e\cos v)^2}\right\}\times\int P\sin v\,dt$$

so wie für die Störungen des Radius Vectors die Producte

$$\frac{\sin v}{1-e\cos v}\times\int P(e-\cos v)\,dt$$

und

$$\frac{e-\cos v}{1-e\cos v}\times\int P\sin v\,dt$$

berechnet werden. Davon schweigt Herr *Lubbock* still; in der That, wenn die Berechnung dieser Producte nicht nöthig wäre, so stände meine Methode freilich sehr im Nachtheil gegen diese angeblich *Pontécoulant*'sche, da in den Factoren $e-\cos v$ und $\sin v$ allerdings weniger Glieder enthalten sind, wie in meiner Methode in den den Gröfsen $\frac{d\Omega}{ds}$ und $r\frac{dR}{dr}$ zukommenden Factoren, welche Functionen von γ und g sind. Da somit die Vergleichung, welche Herr *Lubbock* zwischen den obigen Gleichungen und den meinigen angestellt hat, unrichtig und unvollständig angefallen ist, so werde ich mir, der Richtigkeit und Vollständigkeit wegen, erlauben hier auch eine Vergleichung anzustellen.

Ich nehme an, dafs man, nachdem aR und $ar\frac{dR}{dr}$ durch mechanische Quadraturen entwickelt worden sind, gefunden habe:

---

*) Ich bemerke hier, dafs ich keine hieher gehörigen Gröfsen mit ξ, $\overline{\xi}$ oder $F(\xi,\overline{\xi})$ benannt habe, bin indefs überzeugt, dafs Herr *Lubbock* mit jenen die Gröfsen meint, die ich g und γ genannt habe, und unter dieser die Coefficienten von $\sigma\frac{d\Omega}{ds}$ und $ar\frac{d\Omega}{dr}$ in meinen Formeln versteht.

Digitized by Google

$$\frac{\partial R}{\partial r} = \Sigma K^{1,s}_{s} \cos(ig+i'g') + \Sigma K^{1,s}_{s} \sin(ig+i'g')$$

$$\frac{a\,dR}{dr} = \Sigma L^{1,s}_{s} \cos(ig+i'g') + \Sigma L^{1,s}_{s} \sin(ig+i'g')$$

wo g und g' die mittleren Anomalien des gestörten und störenden Planeten, i und i' ganze positive oder negative Zahlen, die Null eingeschlossen, und $K^{1,s}_{s}$, $K^{1,s}_{s}$, $L^{1,s}_{s}$, $L^{1,s}_{s}$ numerische Coefficienten sind. Es seyen ferner berechnet

$$\begin{aligned} e-\cos v &= E_0 + 2E_1 \cos g + 2E_2 \cos 2g + 2E_3 \cos 3g + \text{etc.} \\ \sin v &= 2F_1 \sin g + 2F_2 \sin 2g + 2F_3 \sin 3g + \text{etc.} \end{aligned}$$

$$\frac{n^2a^2}{\mu^2}\left\{\frac{2(\cos v - e) + e\sin^2 v}{(1-e\cos v)^3}\right\} = G_0 + 2G_1 \cos g + 2G_2 \cos 2g + 2G_3 \cos 3g + \text{etc.}$$

$$\frac{n^2a^2}{\mu^2}\left\{\frac{2\sin v(1-e^2) + (e-\cos v)e\sin v}{(1-e\cos v)^3}\right\} = 2H_1 \sin g + 2H_2 \sin 2g + 2H_3 \sin 3g + \text{etc.}$$

$$\frac{na}{\mu}\frac{\sin v}{1-e\cos v} = 2M_1 \sin g + 2M_2 \sin 2g + 2M_3 \sin 3g + \text{etc.}$$

$$\frac{na}{\mu}\frac{e-\cos v}{1-e\cos v} = N_0 + 2N_1 \cos g + 2N_2 \cos 2g + 2N_3 \cos 3g + \text{etc.}$$

wo die Coefficienten E_m, F_m, etc. Functionen der Excentricität des gestörten Planeten sind, und zwar dergestalt, daſs die mit dem Index 0 von der ersten, die mit dem Index 1 von der nullten, die mit dem Index 2 von der ersten, die mit dem Index 3 von der zweiten Ordnung u. s. w. in Beziehung auf diese Excentricität sind.

Ich werde nun, um in dieser vergleichenden Darstellung alles Ueberflüssige zu vermeiden, nur die in R und $\frac{dR}{dr}$ mit dem Cosinus von $ig+i'g'$ multiplicirten Glieder berücksichtigen; die Abkürzungen, die dadurch entstehen, sind für beide zu vergleichenden Methoden einander proportional, denn es wird dadurch jedenfalls in jeder derselben die Hälfte der vorhandenen Glieder weggelassen. In Folge dessen lasse ich im Folgenden auch den Index s weg. Ich werde ferner, um den Entwickelungen ein bestimmtes Ziel zu setzen, annehmen, daſs in den zu entwickelnden Störungscoefficienten von $\delta\lambda$ und δr $i = -i'$ sey, (wodurch die gröſsten Glieder derselben von der nullten Ordnung in Bezug auf Excentricitäten und Neigungen werden) und diese Störungscoefficienten bis auf Gröſsen zweiter Ordnung incl. entwickeln. Da in den hiezu nöthigen Rechnungen der Index i' immer derselbe bleibt, so werde ich denselben gleichfalls bei den Entwickelungscoefficienten aR und $a\frac{dR}{dr}$ nicht hinschreiben. Es ist nun, um die beabsichtigten Glieder zu erhalten, zuerst nöthig zu berechnen:

$$\frac{3}{h}\iint dR + \frac{2}{h}\int r\frac{dR}{dr}\,dt = \left\{\frac{3}{ha}\frac{i}{(in+i'n')^2}K^i + \frac{2}{ha}\frac{1}{in+i'n'}L^i\right\}\sin(ig+i'g')$$

ferner

$$\begin{aligned} aP = &\left\{\frac{2(i-2)}{(i-2)n+i'n'}K^{i-2} + L^{i-2}\right\}\cos((i-2)g+i'g') \\ &+\left\{\frac{2(i-1)}{(i-1)n+i'n'}K^{i-1} + L^{i-1}\right\}\cos((i-1)g+i'g') \\ &+\left\{\frac{2i}{in+i'n'}K^{i} + L^{i}\right\}\cos(ig+i'g') \\ &+\left\{\frac{2(i+1)}{(i+1)n+i'n'}K^{i+1} + L^{i+1}\right\}\cos((i+1)g+i'g') \\ &+\left\{\frac{2(i+2)}{(i+2)n+i'n'}K^{i+2} + L^{i+2}\right\}\cos((i+2)g+i'g') \end{aligned}$$

wo n und n' die mittleren Bewegungen des gestörten und des störenden Planeten bedeuten. Da nach Ausführung dieser Rechnung ein jeder der 5 angegebenen Coefficienten von P eine numerische Gröſse ist, mit welcher ohne Rücksicht auf die Zahl der Glieder, die man, um sie zu erhalten, hat berechnen müssen, weiter fortgerechnet wird, so will ich dieselben der Reihe nach wie sie da stehen mit $A^{(-2)}$, $A^{(-1)}$, $A^{(0)}$, $A^{(1)}$ und $A^{(2)}$ bezeichnen. Hiemit ist ferner zu berechnen:

$$\begin{aligned} a\int P(e-\cos v)\,dt = &\frac{E_0A^{(-1)} + E_1A^{(0)}}{(i-2)n+i'n'}\sin((i-2)g+i'g') \\ &+\frac{E_0A^{(-1)} + E_1A^{(-2)} + E_2A^{(0)} + E_3A^{(1)}}{(i-1)n+i'n'}\sin((i-1)g+i'g') \\ &+\frac{E_0A^{(0)} + E_1A^{(-1)} + E_2A^{(1)}}{in+i'n'}\sin(ig+i'g') \\ &+\frac{E_0A^{(1)} + E_1A^{(0)} + E_2A^{(-1)} + E_3A^{(2)}}{(i+1)n+i'n'}\sin((i+1)g+i'g') \\ &+\frac{E_1A^{(1)} + E_2A^{(0)}}{(i+2)n+i'n'}\sin((i+2)g+i'g') \end{aligned}$$

Digitized by Google

Diese 5 Coefficienten werde ich aus demselben Grunde wie oben der Reihe nach mit $B^{(-2)}$, $B^{(-1)}$, $B^{(0)}$, $B^{(1)}$ und $B^{(2)}$ bezeichnen. Nun ist zu berechnen

$$a\int P\sin v\,dt = \frac{F_1 A^{(-1)} + F_2 A^{(0)}}{(i-2)n+i'n'}\cos\big((i-2)g+i'g'\big) + \frac{-F_1 A^{(-2)}+F_1 A^{(0)}+F_2 A^{(1)}}{(i-1)n+i'n'}\cos\big((i-1)g+i'g'\big) + \frac{-F_1 A^{(-1)}+F_2 A^{(1)}}{in+i'n'}\cos(ig+i'g') + \frac{-F_1 A^{(0)}-F_2 A^{(-1)}+F_1 A^{(2)}}{(i+1)n+i'n'}\cos\big((i+1)g+i'g'\big) + \frac{-F_1 A^{(1)}-F_2 A^{(0)}}{(i+2)n+i'n'}\cos\big((i+2)g+i'g'\big)$$

Diese Coefficienten bezeichne ich der Reihe nach mit $C^{(-2)}$, $C^{(-1)}$, $C^{(0)}$, $C^{(1)}$ und $C^{(2)}$. Nachdem diese Rechnungen ausgeführt worden sind, ergiebt sich

$$\delta\lambda = \left\{\begin{array}{rr} \frac{3}{in+i'n'}\frac{i}{a^4}K^2 + \frac{2}{in+i'n'}L^2 & \\ +G_0B^{(0)}+G_1B^{(-1)}+G_2B^{(0)} & \\ +G_1B^{(1)}+G_2B^{(2)} & \\ +H_1C^{(-1)}+H_2C^{(-2)} & \\ -H_1C^{(1)}-H_2C^{(0)} & \end{array}\right\}\sin(ig+i'g')$$

und

$$\delta r = \left\{\begin{array}{rr} -M_1B^{(-1)}-M_2B^{(-2)} & \\ +M_1B^{(1)}+M_2B^{(0)} & \\ +N_0C^{(0)}+N_1C^{(-1)}+N_2C^{(-2)} & \\ +N_1C^{(1)}+N_2C^{(0)} & \end{array}\right\}\cos(ig+i'g')$$

Ich werde nun nach meiner Methode, so wie sie in meinen Fundamentis beschrieben ist, und mit Zuziehung desjenigen aus meinen „Untersuchungen über die gegenseitigen Störungen des Jupiters und Saturns," welches hieher gehört, denselben Störungscoefficienten bis auf denselben analytischen Grad der Genauigkeit entwickeln. Die anzuwendenden Gleichungen sind (Fund. pp. 157, 184 u. 185 und Untersuchungen etc. p. 6.)

$$na = n^{\frac{1}{3}}\int\overline{PP}\,dt; \qquad w = C - \tfrac{1}{2}s - \tfrac{1}{2}n\int\left(\frac{d\overline{PP}}{dy}\right)dt$$

$$W = -b + A\xi + B\eta + \int(T)\,dt\ *)$$

$$(T) = n\left\{6\int\frac{\varrho\,e\sin(\lambda-\pi)}{a(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}dg - 6\int\frac{re\sin(v-\pi)}{a(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}dg - 4\int\frac{\varrho r\sin(v-\lambda)}{a^2(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}dg\right\}a\left(\frac{d\Omega}{da}\right) + n\left\{-4\frac{\varrho\,e\sin(\lambda-\pi)}{a(1-e^2)^{\frac{1}{2}}} + 3\frac{re\sin(v-\pi)}{a(1-e^2)^{\frac{1}{2}}} + 2\frac{\varrho r\sin(v-\lambda)}{a^2(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}\right\}ar\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)$$

Ich lasse auch hier der obigen Bemerkung zufolge in $a\frac{d\Omega}{da}$ und $ar\frac{d\Omega}{dr}$ die mit $\sin(ig+i'g')$ multiplicirten Glieder, so wie den Index i' weg, und setze demzufolge

$$a\frac{d\Omega}{da} = -\Sigma iK^2\sin(ig+i'g') = -\Sigma M^{(i)}\sin(ig+i'g')$$

$$ar\frac{d\Omega}{dr} = \Sigma L^2\cos(ig+i'g').$$

Ferner haben wir nach der Entwickelung

$$6\int\frac{\varrho\,e\sin(\lambda-\pi)}{a(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}dg - 6\int\frac{re\sin(v-\pi)}{a(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}dg - 4\int\frac{\varrho r\sin(v-\lambda)}{a^2(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}dg = -3+2A\cos\gamma+2B\cos(\gamma-g)+2C\cos(\gamma-2g)+2D\cos(\gamma-3g)+\text{etc.}$$

$$-4\frac{\varrho\,e\sin(\lambda-\pi)}{a(1-e^2)^{\frac{1}{2}}} + 3\frac{re\sin(v-\pi)}{a(1-e^2)^{\frac{1}{2}}} + 2\frac{\varrho r\sin(v-\lambda)}{a^2(1-e^2)^{\frac{1}{2}}} = -A\sin\gamma - B\sin(\gamma-g) - 2C\sin(\gamma-2g) - 3D\sin(\gamma-3g) - \text{etc.}$$

wozu noch die Größen $\eta^{(1)}$ und $\eta^{(1)}\eta^{(2)}$ kommen. (Fundamenta p. 186 und „Untersuchungen" p. 27.) Hier sind wie oben bei jener Methode die Factoren von $\frac{d\Omega}{da}$ und $\frac{d\Omega}{dr}$ bis auf Größen zweiter Ordnung incl. in Bezug auf die Excentricität vollständig auszuschreiben, und zwar bei B von der nullten, A, A, C und $\eta^{(1)}$ von der ersten, und D und $\eta^{(1)}\eta^{(2)}$ von der zweiten Ordnung. Die Anzahl dieser Glieder ist mit Einschluß der beiden Größen $\eta^{(1)}$ und $\eta^{(1)}\eta^{(2)}$, deren Anwendung überdieß einfacher ist, wie die der übrigen, 11, während bei jener Methode die Anzahl aller in den Factoren erforderlichen Glieder bis zu demselben Grade analytischer Genauigkeit 21 beträgt. Gehen wir nur bis auf Größen erster Ordnung in den Factoren, dann kommen in meiner Methode 8, und in jener 16 vor. Entwickeln wir meine Factoren bis auf Größen vierter Ordnung incl., dann kommen zu den obigen Gliedern die folgenden hinzu:

*) Die Glieder $-b+A\xi+B\eta$, $C-\frac{1}{2}s$ und g werden hier nicht gebraucht.

Digitized by Google

$$\text{und resp. } +2E\sin(\gamma-4g) - \tfrac{1}{2}F\sin(\gamma-5g) + G\sin(\gamma+2g) + \tfrac{1}{2}H\sin(\gamma+3g)$$

und überdies noch die Größen $\gamma^{(3)}$ $\gamma^{(4)}$, $\delta^{(1)}$ und $\delta^{(3)}$. Es sind also in diesem Falle, wenn man die zuletzt genannten Größen mitzählt, 33 Glieder vorhanden, während bei jener Methode jeder der 6 Factoren zwei neue Glieder erhält, wodurch also im Ganzen 33 Glieder herauskommen, und so ferner für jeden Grad der Annäherung. Hiebei ist noch zu bemerken, daß die Glieder des einen meiner Factoren bis auf eins derselben, sich durch die leichteste Rechnung aus den Gliedern des andern Factors berechnen lassen, und in mehreren die numerischen Coefficienten so klein sind, daß man die Glieder selbst einer höheren Ordnung zurechnen kann. So ist z. B. das erste Glied in

$$\frac{\Omega}{\Omega} = \frac{1}{24}e^3, \quad H = \frac{1}{24}e^3, \quad \delta^{(1)} = -\frac{1}{24}e^3, \quad \delta^{(3)} = -\frac{1}{24}e^3.$$

$$W = -\frac{3}{i+i'u}M^i\cos(ig+i'g')$$
$$+\frac{AM^{i+1}+AL^{i+1}+BM^i-\frac{1}{2}BL^i+CM^{i-1}-CL^{i-1}}{i+1+i'u}\cos(-\gamma+(i+1)g+i'g')$$
$$+\frac{AM^{i-1}+AL^{i-1}+BM^i+\frac{1}{2}BL^i+CM^{i+1}+CL^{i+1}}{i-1+i'u}\cos(\gamma+(i-1)g+i'g')$$
$$+\frac{BM^{i+1}-\frac{1}{2}BL^{i+1}+CM^i-CL^i}{i+2+i'u}\cos(-\gamma+(i+2)g+i'g')$$
$$+\frac{BM^{i+1}+\frac{1}{2}BL^{i+1}+CM^i+CL^i}{i-2+i'u}\cos(\gamma+(i-2)g+i'g')$$

wo

$$\frac{M^i}{n} = \frac{a^i}{a}$$

ist. Aus dem oben bei der Darlegung jener Methode angeführten Grunde bezeichne ich diese 5 Coefficienten der Reihe nach mit $Q^{(0)}$, $Q^{(1)}$, $Q^{(-1)}$, $Q^{(2)}$ und $Q^{(-2)}$, und somit bekommen wir sogleich

$$nda = \frac{Q^{(0)}+Q^{(1)}+Q^{(-1)}+\gamma^{(1)}Q^{(0)}+\gamma^{(1)}Q^{(-2)}}{i+i'u}\sin(ig+i'g')$$
$$w = \frac{Q^{(1)}-Q^{(-1)}+2\gamma^{(1)}Q^{(0)}-2\gamma^{(1)}Q^{(-2)}}{i+i'u}\cos(ig+i'g').$$

Die oberflächlichste Betrachtung dieser vergleichenden Darstellung reicht hin, um zu erkennen, auf welcher Seite der Vortheil liegt, oder mit andern Worten, welche Methode die vortheilhaftere ist, und das Ergebniß der Vergleichung tritt mehr hervor, je genauer man die Entwickelungen betrachtet. Während bei jener Methode 6 Multiplicationen und Summationen zu machen sind, wodurch eine Vielheit der Glieder entsteht, die in meiner Methode keineswegs statt findet, und man vorher und inzwischen Divisionen mit den Größen $i+p+i'u$ ausführen muß, ist bei meiner Methode mit zwei Multiplicationen und Summationen, und der dazu gehörigen Division mit den Größen $i+p+i'u$ fast die ganze Arbeit abgemacht, denn

Ueberhaupt ist bei dieser Vergleichung noch zu erwägen, daß die unendlichen Reihen, welche die entwickelten Factoren, so wohl an sich wie unter einander bilden, in meiner Methode weit stärker convergiren wie in jener, und daß die Anwendung der γ und δ genannten Größen, welche ich in jenen Zählungen einbegriffen habe, weit einfacher ist, wie die der übrigen.

Es ist nun aus den Entwickelungscoefficienten von $\frac{d\Omega}{ds}$ und $r\frac{d\Omega}{dr}$ und den beiden Factoren derselben W zu berechnen und es ergiebt sich bis zu demselben Grade analytischer Genauigkeit wie oben

$$\frac{d\Omega}{ds} = \frac{1}{2}e^2, \quad r\frac{d\Omega}{dr} = \frac{1}{2}e^2.$$

die hierauf folgenden Rechnungen sind so einfach und kosten so wenig Mühe, daß sie kaum in Betracht kommen. Man erhält durch die zwei Multiplicationen und die darauf folgenden Divisionen mit $i+p+i'u$ in W für jedes Argument der Längenstörungen drei Glieder, die resp. die Argumente $\cos(ig+i'g')$ $\cos(-\gamma+(i+1)g+i'g')$ und $\cos(\gamma+(i-1)g+i'g')$ haben. Durch eine Rechnung, die so einfach ist, daß man sie mit sehr wenigen Ausnahmen im Kopfe, und ohne auch nur Einen Zwischenzahl aufs Papier hinzuschreiben, ausführen kann, nemlich durch die Multiplication der bereits berechneten Glieder mit $\gamma^{(1)}$, $\gamma^{(2)}$, etc. werden die noch übrigen Glieder von W ergänzt; hierauf ist, um die Längenstörungen zu erhalten nichts weiter zu thun, als die Glieder, die sich unter Einen Argumente vereinigen, und die man daher sogleich im Ausdruck für W unmittelbar unter einander stellen muß, zu addiren und mit $i+i'u$ zu dividiren. Um die Störungen des Logarithmus des Radius Vectors oder w zu bekommen, werden dieselben Glieder von W, nachdem sie mit den, mit entgegengesetztem Zeichen genommenen Coefficienten von γ also mit den ganzen Zahlen 0, 1, 2, etc. -1, -2, etc. multiplicirt worden sind, wieder addirt und mit $2(i+i'u)$ dividirt. Würde aber nicht der Vortheil, den diese einfachere Rechnungsweise gewährt, durch eine etwa statt findende Vermeh

rung der Zahl der Glieder aufgehoben? fragt vielleicht dieser oder jener in Bezug auf den Schluſs der oben aus Herrn *Lubbocks* Buche ausgehobenen Stelle. Ich habe schon oben gezeigt, daſs die Zahl der Glieder in den Factoren meiner Methode kleiner ist, wie in denen jener Methode, zählen wir nun noch die Anzahl der Glieder, die berechnet werden muſsten, um die obigen Störungscoefficienten zu erhalten.

In jener Methode waren in den 5 Gliedern von P 10, im Integral $\int P(e-\cos v)\,dt$ 15, im Integral $\int P \sin v\,dt$ 12, auſserdem in $\delta\lambda$ 11, und in δr 9 Glieder, also im Ganzen

57 Glieder

zu berechnen nöthig. Bei Anwendung meiner Methode wurde die Berechnung von 21 Gliedern in W nöthig. Will man nun noch die beiden Multiplicationen mit $\eta^{(1)}$ jede für ein Glied rechnen, so kommen dieserwegen 2, und rechnet man die beiden Additionen und Divisionen für ndt und ω auch jede für ein Glied, so kommen noch 2 hinzu, also haben wir im Ganzen nur

25 Glieder.

Also nicht bloſs die Berechnung, sondern auch die Zahl der Glieder ist kürzer und geringer bei meiner Methode, wie bei jener, wobei überdies noch der Umstand in Betracht zu ziehen ist, daſs wegen der gröſseren Convergenz der Reihen die Zahl der Glieder oder Argumente in den Störungen der mittleren Länge und dem Logarithmus des Radius Vectors bis zu einem gewissen Grade absoluter Genauigkeit herauf kleiner ist, wie in den Störungen der wahren Länge und des Radius Vectors. Diese und noch mehrere Vortheile habe ich durch Einführung der Gröfse τ und die Wahl meiner Coordinaten erlangt.

Die Zahl der Argumente, deren Coefficienten in W durch Multiplication und Summation direct berechnet werden müssen, ist dreimal so groſs wie die der daraus hervorgehenden Coefficienten oder Argumente der Längen und Radiusstörungen, aber dieses ist, wie Herr *Lubbock* meint, indem er p. X sagt: „In this (in meiner) method, in consequence of the necessity of discriminating between ξ und $\bar{\xi}$, (g und γ oder ε und τ in meiner Bezeichnung) the number of arguments which must be separately considered is prodigiously increased," kein Beweis für die Weitläuftigkeit meiner Methode. Auf die Zahl der Argumente, die im Laufe der Rechnung vorkommen, kommt es gar nicht an, denn diese brauchen nicht berechnet zu werden, sondern auf die Zahl und Beschaffenheit der Glieder, aus welchen die Coefficienten der Argumente bestehen. Nun ist aber, wie oben gezeigt worden ist, sowohl die Zahl der Glieder, wie die Mühe der Berechnung derselben in meiner Methode nichts weniger wie ungeheuer vermehrt, sondern im Gegentheil beides sehr vermindert. Die obige *Lubbock*'sche Behauptung ist daher eben so wenig wie seine übrigen Behauptungen gegründeter Tadel meiner Arbeiten. Er hat, indem er sie aussprach, vergessen zu erwägen, ob nicht etwa mein Verfahren ein Argument im Laufe der Rechnung in m Argumente zu zerlegen bewirke, daſs die Berechnung eines jeden der so entstehenden m Coefficienten auch $\frac{1}{m}$ oder noch weniger Arbeit verursache, wie die Berechnung eines Coefficienten ohne diese Zerlegung. Daſs letzteres in der That der Fall ist, habe ich eben zur Genüge gezeigt.

Um nichts wesentliches unerwähnt zu lassen, füge ich hinzu, daſs ich in meiner Preisschrift die Störungen der ersten Ordnung des Jupiters und Saturns durch ein, vom vorstehenden ein wenig abweichendes Verfahren berechnet habe. Nemlich statt W zu berechnen habe ich $\int T d\tau$ berechnet. Hiefür ist bis auf Gröſsen zweiter Ordnung inclusive, der Factor von $a\frac{d\Omega}{da} =$

$$-3n(\tau-t)+2A\sin\gamma+2B\sin(\gamma-g)+2C\sin(\gamma-2g)+2D\sin(\gamma-3g)$$
$$+2R_1\sin g+2R_2\sin 2g$$

und der Factor von $ar\frac{d\Omega}{dr} =$

$$2A\cos\gamma+B\cos(\gamma-g)+2C\cos(\gamma-2g)+3D\cos(\gamma-3g)$$
$$+R_0-R_1\cos g-2R_2\cos 2g$$

also die Zahl der Glieder der Factoren immer noch kleiner, wie in jener Methode. Wir bekommen hiemit bis zu demselben Grade analytischer Genauigkeit wie oben $n\zeta' =$

$$n\int dt\int T dt = -n(\tau-t)\frac{3}{i+i'u}M^i\cos(ig+i'g')$$
$$+\left\{-\frac{3}{(i+i'u)^2}M^i+\frac{R_0L^i+R_1M^{i-1}-\frac{1}{2}R_1L^{i-1}-R_1M^{i+1}-\frac{1}{2}R_1L^{i+1}}{i+i'u}\right\}\sin(ig+i'g')$$
$$-\frac{AM^{i+1}-AL^{i+1}+BM^i-\frac{1}{2}BL^i+CM^{i-1}-CL^{i-1}}{i+1+i'u}\sin(-\gamma+(i+1)g+i'g')$$
$$+\frac{AM^{i-1}+AL^{i-1}+BM^i+\frac{1}{2}BL^i+CM^{i+1}+CL^{i+1}}{i-1+i'u}\sin(\gamma+(i-1)g+i'g')$$
$$-\frac{BM^{i+1}-\frac{1}{2}BL^{i+1}+CM^i-CL^i}{i+2+i'u}\sin(-\gamma+(i+2)g+i'g')$$
$$+\frac{BM^{i-1}+\frac{1}{2}BL^{i-1}+CM^i+CL^i}{i-2+i'u}\sin(\gamma+(i-2)g+i'g')$$

Digitized by Google

Bezeichnen wir hier den Coefficienten von $\sin(ig+i'g')$ mit $Q^{(0)}$, und geben den Buchstaben $Q^{(1)}$, $Q^{(-1)}$, etc. dieselbe Bedeutung wie oben, so wird

$$nds = \left\{ Q_2^{(0)} - Q_2 + Q_{-2} - \gamma^{(1)} Q^{(0)} + \gamma^{(1)} Q^{(-2)} \right\} \sin(ig+i'g')$$

Die Größe w habe ich beim Jupiter und Saturn, dort $K(r)$ genannt, eben so berechnet wie oben, nemlich durch die Formel

$$K(r) = -\tfrac{1}{2} \int \left(\frac{d^2 r}{dt^2}\right) dt,$$

welche mit

$$w = -\tfrac{1}{2} n \int \left(\frac{d\overline{VV}}{d\gamma}\right) dt$$

durchaus identisch ist. Man sieht, daß der Ausdruck für $n \int dt \int T dr$ etwas minder einfach ist wie der für W, aber er ist stets noch bedeutend einfacher wie die Ausdrücke, auf welche jene, von Herrn *Lubbock* die vortheilhaftesten genannten Formeln führen. Der Zuwachs, den der vorstehende Ausdruck dem Ausdrucke von W gegenüber enthält, besteht aus 5 Gliedern.

Ich könnte hiemit sehr wohl die Vergleichung der beiden Methoden schließen, da das Angeführte mehr wie hinreichend ist, über den relativen Werth ein sicheres Urtheil zu fällen, aber wegen der Maaßlosigkeit der *Lubbock*'schen Angriffe auf meine Arbeiten darf ich noch zwei wichtige Vorzüge meiner Methode vor jener nicht unerwähnt lassen. Der eine besteht darin, daß ich Bedingungsgleichungen gegeben habe, wodurch die Richtigkeit der Rechnungen nach derselben ohne Beihülfe von fremder Hand geführt und geprüft wird, wie man oben bei den Darlegungen aus der Mondtheorie gesehen hat; um den andern zu zeigen, werde ich die Entwickelungen bis zu andern Grenzen wie oben durchführen. Ich setze jetzt $i' = -i+2$, woraus bekanntlich folgt, daß der Coefficient von $\frac{\sin}{\cos}(ig+i'g')$ in Ω, $r\frac{dR}{dr}$, so wie in den Störungen der Länge und des Radius Vectors aus Größen der 2ten, 4ten, 6ten, u. s. w. Ordnung besteht, also von der zweiten Ordnung ist. Die Entwickelungen werde ich nun so weit fortführen, daß in dem Störungscoefficienten von $\sin(ig+i'g')$ in der Länge und von $\cos(ig+i'g')$ im Radius Vector die Glieder zweiter Ordnung vollständig berücksichtigt sind. Ich lange mit jener Methode an, brauche aber, um des Hinschreibens der weitläuftigen Ausdrücke überhoben zu sein, bloß die oben eingeführten, abkürzenden Bezeichnungen $A^{(m)}$, $B^{(m)}$, etc., hänge jedoch diesen Buchstaben auch unten einen Index an, welcher die analytische Ordnung der sie angehören bezeichnet. Somit ist nöthig zu berechnen.

$$\frac{3}{ha}\frac{i}{(in+i'n')^2} K^1 + \frac{2}{ha}\frac{1}{in+i'n'} L^1 = D_0 \sin(ig+i'g') \ldots (2)$$

$$\begin{aligned} aP = & A_1^{(-2)} \cos((i-3)g+i'g') \ldots\ldots (2) \\ & + A_0^{(-2)} \cos((i-2)g+i'g') \ldots\ldots (2) \\ & + A_1^{(-1)} \cos((i-1)g+i'g') \ldots\ldots (2) \\ & + A_1^{(0)} \cos(ig+i'g') \ldots\ldots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a\int P(s-\cos v)\,dt = & B_0^{(-3)} \sin((i-3)g+i'g') \ldots\ldots (1) \\ & + B_1^{(-2)} \sin((i-2)g+i'g') \ldots\ldots (3) \\ & + B_0^{(-2)} \sin((i-1)g+i'g') \ldots\ldots (4) \\ & + B_1^{(0)} \sin(ig+i'g') \ldots\ldots (2) \\ & + B_0^{(1)} \sin((i+1)g+i'g') \ldots\ldots (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a\int P \sin v\,dt = & C_0^{(-3)} \cos((i-3)g+i'g') \ldots\ldots (1) \\ & + C_1^{(-2)} \cos((i-2)g+i'g') \ldots\ldots (2) \\ & + C_0^{(-2)} \cos((i-1)g+i'g') \ldots\ldots (3) \\ & + C_0^{(0)} \cos(ig+i'g') \ldots\ldots (2) \\ & + C_0^{(1)} \cos((i+1)g+i'g') \ldots\ldots (3) \end{aligned}$$

wo die in Klammern rechts von jedem Gliede angesetzte Zahl die Anzahl von Gliedern bedeutet, aus welchem der Coefficient desselben besteht. Es sind also vorläufig 34 Glieder zu berechnen. Hieraus erhält man

$$\begin{aligned} \delta\lambda = & \left\{ \begin{aligned} & D_2 + G_0 B_1^{(0)} + G_1 B_0^{(-1)} + G_2 B_1^{(-2)} + G_3 B_0^{(-2)} + G_4 B_0^{(1)} \\ & + H_1 C_0^{(-1)} + H_2 C_1^{(-2)} + H_3 C_0^{(-2)} - H_4 C_0^{(1)} \end{aligned} \right\} \sin(ig+i'g') \\ \delta r = & \left\{ \begin{aligned} & - M_1 B_0^{(-1)} - M_2 B_1^{(-2)} + M_3 B_0^{(-2)} + M_4 B_0^{(1)} \\ & + N_2 C_1^{(0)} + N_1 C_0^{(-1)} + N_3 C_1^{(-2)} + N_3 C_0^{(-2)} + N_4 C_0^{(1)} \end{aligned} \right\} \cos(ig+i'g') \end{aligned}$$

Es sind also außer den eben angeführten 34, noch 18, das sind im Ganzen 52 Glieder zu berechnen. Aber ein noch wesentlicherer Uebelstand dieser Rechnung ist, daß sowohl in $\delta\lambda$ wie in δr jeder Coefficient Glieder enthält, die einander größtentheils aufheben. Im vorstehenden Ausdrucke für $\delta\lambda$ bestehen die Glieder $G_1 B_0^{(-1)}$ und $H_1 C_0^{(-1)}$, und in δr die Glieder $-M_1 B_0^{(-1)}$ und $N_1 C_0^{(-1)}$ aus Größen der 0ten, 2ten, 4ten u. s. w. Ordnung, und von diesen heben sich bei der Addition die Glieder der nullten Ordnung auf, so daß in der Summe nur die Glieder der 2ten, 4ten u. s. w. Ordnung bleiben. Die Summe dieser Glieder ist eine Größe zweiter Ordnung, während die Glieder selbst Größen der nullten Ordnung sind. Dieser Umstand findet bei den Störungen höherer Ordnung in noch höherem Maaße statt, und es müssen daher namentlich die kleinen Störungscoefficienten (und diese sind bei Weitem die zahlreichsten) vermittelst Differenzen großer Zahlen berechnet

Digitized by Google

werden; ein sehr nachtheilig auf die Rechnung und ihr Resultat einwirkender Uebelstand. Dieser kommt in meiner Methode nicht vor. Wir haben nun dasselbe Glied in nds und ω bis zu Gröfsen zweiter Ordnung incl. zu berechnen.

$$W = \frac{3}{i+i'u} M_2^i \cos(ig+i'g')$$
$$+\frac{BM_2^i - \frac{1}{2}BL_2^i + CM_1^{i-1} - CL_1^{i-1} + DM_0^{i-2} - \frac{1}{2}DL_0^{i-2}}{i+1+i'u} \cos(-\gamma+(i+1)g+i'g')$$
$$+\frac{AM_1^{i-1} + AL_1^{i-1} + BM_2^i + \frac{1}{2}BL_2^i}{i-1+i'u} \cos(\gamma+(i-1)g+i'g')$$
$$+\frac{AM_0^{i-2} + AL_0^{i-2} + BM_1^{i-1} + \frac{1}{2}BL_1^{i-1}}{i-2+i'u} \cos(\gamma+(i-2)g+i'g')$$
$$+\frac{BM_0^{i-2} + \frac{1}{2}BL_0^{i-2}}{i-3+i'u} \cos(\gamma+(i-3)g+i'g'),$$

wo der den Entwickelungscoefficienten M^i und L^i unten angehängte Index die analytische Ordnung derselben bedeutet. Also hier sind im Ganzen 17 Glieder zu berechnen, und man bekommt hiemit, unter Anwendung derselben Bezeichnung wie oben

$$nds = \frac{Q_2^{(0)} + Q_2^{(1)} + Q_2^{(-1)} + \eta^{(1)} Q_1^{(-2)} + \eta^{(1)}\eta^{(1)} Q_0^{(-3)}}{i+i'u} \sin(ig+i'g')$$
$$\omega = \frac{1}{2} \frac{Q_2^{(1)} - Q_2^{(-1)} - 2\eta^{(1)} Q_1^{(-2)} - 3\eta^{(1)}\eta^{(1)} Q_0^{(-3)}}{i+i'u} \cos(ig+i'g').$$

Rechnet man die Multiplicationen mit $\eta^{(1)}$ und $\eta^{(1)}.\eta^{(1)}$ für neue Glieder, und will man auch noch die beiden Divisionen mit $i+i'u$ jede für ein neues Glied zählen, dann sind zu den obigen 17 noch 4 hinzugekommen, und es sind also nach dieser keineswegs zu eigenen Gunsten eingerichteten Zählung im Ganzen nur 21 Glieder zu berechnen*), während in jener Methode 52 erforderlich waren, womit sich in dieser Beziehung sehr nahe das nemliche Verhältnifs herausstellt, wie oben bei der Berechnung jenes Coefficienten. Das aber, worauf ich hier besonders aufmerksam mache, ist, dafs hier keine Glieder niedrigerer Ordnung wie die zweite, also keine Glieder vorkommen, die sich gegenseitig nahe aufheben müssen, denn $\eta^{(1)}$ ist von der ersten und $\eta^{(1)}.\eta^{(1)}$ von der zweiten Ordnung. Meine Coefficienten bestehen also nicht wie jene aus kleinen Differenzen grofser Zahlen. Ich lasse nicht unerwähnt, dafs sich dieser Uebelstand jener Methode so wie die Vielheit der Glieder derselben heben läfst, aber nur durch möglichste Annäherung der Form des Resultats derselben an die der meinigen, nur durch offene oder verdeckte Einführung der Gröfse r.

Gehen wir nun bei der Vergleichung der beiden in Rede stehenden Methoden zu den Störungen über, die von dem Quadrate und den höheren Potenzen der störenden Kräfte abhängen, so mufs ich freilich gestehen, dafs meine Methode weit mehr, ja in unendlich grofsem Verhältnisse mehr Arbeit verursacht, wie die von Hrn. *Lubbock* als die vortheilhafteste erklärte. Denn bei dieser ist die Arbeit, welche die Berechnung dieser Störungen erfordert, ohne Weiteres $= 0$. Die Gleichungen gelten nemlich nur für die erste Potenz der störenden Kraft und es können folglich die von den höheren Potenzen abhängenden Störungen gar nicht daraus berechnet werden. Wenn Herr *Lubbock* diesen Umstand im Sinne gehabt hat, wie er diese Methode als die vortheilhafteste (the most advantageous method) für die Berechnung der Störungen der kleinen Planeten bezeichnete, dann kann ich freilich nichts einwenden. Das Unbequeme wegzulassen ist auch eine Art die Arbeiten abzukürzen, aber nicht die meinige.

Zum Schlufs will ich noch ein paar Stellen aus Herrn *Lubbock's* Vorrede ausheben. pp. X u. XI. liest man:

„It is impossible to estimate the policy of adopting M. *Hansen's* methode sufficiently without considering at the same time the actual state of the lunar theory. M. *Plana*, after much labour, exhibited results obtained with no less skill, than honesty of purpose, and containing few numerical mistakes. His results have been examinated by me, and more extensively by M. *de Pontécoulant*, and as we pursued an independent procefs, it is probable that few if any errors remain undetected in M. *Plana's* expressions for the longitude and latitude of the Moon." Ich begnüge mich diese Stelle blofs anzuführen, und halte es unter meiner Würde, über die beleidigende Beziehung, wenn eine solche, wie es scheint, in einem dieser Sätze liegt, ein Wort zu verlieren. Eben so wenig werde ich hier meine Ansicht über den Werth oder

*) Wenn man hier $n\int ds \int Tdr$ statt W berechnen wollte, so würden, wie oben, 5 Glieder hinzukommen.

Digitized by Google

Unwerth der von Herrn *Lubbock* beabsichtigten Verification der *Plana*'schen Resultate aussprechen, kann aber mein Erstaunen nicht verbergen, daß er am Schlusse seiner Vorrede Arbeiten, von denen er keinen Begriff hat, incoherent computations founded upon fantastical expressions zu nennen wagt, und daß er der oben vorher angeführten Stelle hinzufügt: „If M. *Hansen* contemplates the exhibition of the value of s to the same degree of approximation, and not developed according to powers of m, such an expression will be incapable of verification and useless."

Wie Herr *Lubbock* in Zweifel seyn kann, ob ich die Mondstörungen nach Potenzen von m entwickele oder nicht, ist wirklich schwer zu begreifen, denn p. IX der Vorrede der Fundamentis steht ausdrücklich, daß ich sie nicht so entwickele. Aber wie soll ich mich auf die Anklage, welche dieser Satz ausspricht, vertheidigen? Eine vollständige Rechtfertigung ist in diesem Augenblick so unmöglich, wie der Angriff unerhört. Herr *Lubbock* verurtheilt eine Arbeit, die meinen Arbeitstisch noch nicht verlassen hat, und deren genaue Beschaffenheit er daher gar nicht kennt. Ich kann offenbar nur durch Vorlegung der Arbeit einen vollständigen Gegenbeweis liefern; diese Vorlegung ist aber, weil die Arbeit noch nicht erschienen ist, jetzt nicht möglich. Unter diesen Umständen halte ich mich nicht verbunden etwas auf diesen Angriff zu erwiedern, will indeß gerne, so weit es möglich ist, eine bedingte Widerlegung geben, die nur in folgenden zwei Sätzen bestehen kann, deren Richtigkeit, wenn meine Arbeit erscheint, erhellen wird: 1) Ich berechne durch meine Methode die vollständigen Mondstörungen so genau, daß der Fehler eines jeden Coefficienten nur einen kleinen Theil einer Secunde beträgt; meine Methode und deren Resultate sind folglich nicht unbrauchbar. 2) Durch Anwendung von Bedingungsgleichungen und anderer Hülfsmittel zeige ich, daß die von mir berechneten Coefficienten richtig sind, und lasse es übrigens jedem unbenommen, so viel oder wenig er kann und will davon nachzurechnen, eine Arbeit, die ich ihm durch Angabe von Zwischengrößen erleichtere. Meine Resultate lassen sich also verificiren. Ob die hier ausgesprochenen Behauptungen richtig sind oder nicht, wird sich in einer nicht sehr entfernten Zeit zeigen.

Ich fahre mit der vorher abgebrochenen Stelle fort: „If the value of s be developed according to powers of m, no opinion will be possible of its accuracy until it has been verified independently by other mathematicians, for only the terms which are independent of the excentricities will be found in M. *Plana*'s expression for the longitude." In Bezug hierauf haben wir doch eine Vorlage, aus welcher wir wenigstens etwas schließen können. Ich habe ja oben einige Glieder, wenn auch nicht nach den Potenzen von m, doch nach den Potenzen von u entwickelt, diese habe ich durch eine Bedingungsgleichung geprüft und mit dieser in Uebereinstimmung gefunden, ich sollte glauben, daß hiernach, auch ohne die Dazwischenkunft eines Hrn. *Lubbock*, eine Meinung über ihre Richtigkeit möglich sey. Zum Ueberfluß will ich indeß diese Glieder hier mit *Plana*'s zusammenstellen und vergleichen. Mein oben berechnetes Resultat ist:

$$\begin{aligned} ns &= g + 3u^2 \sin(-g') - \tfrac{1}{12}u^3 e' \sin(2g-g'+H_3) + (\tfrac{1}{2}u + \tfrac{3}{16}u^3) e \sin(g-2g'+H_3) \\ &\quad + (\tfrac{1}{2}u^2 + \tfrac{5}{6}u^3 + \tfrac{17}{32}u^4) \sin(2g-2g'+H_3) + \tfrac{3}{8}u^3 e \sin(3g-2g'+H_3) + \tfrac{7}{12}u^3 e' \sin(2g-3g'+H_3) \\ &\quad + \tfrac{13}{32}u^4 \sin(4g-4g'+H_4), \\ w &= -\tfrac{3}{2}u^2 + \tfrac{3}{2}u^2 e \cos g + \tfrac{3}{8}u^3 e' \cos(-g') + \tfrac{3}{2}u^3 e' \cos(2g-g'+H_3) + (-\tfrac{1}{2}u - \tfrac{15}{16}u^3) e \cos(g-2g'+H_3) \\ &\quad + (-u^2 - \tfrac{1}{2}u^3 - \tfrac{15}{16}u^4) \cos(2g-2g'+H_3) - \tfrac{3}{8}u^3 e \cos(3g-2g'+H_3) - \tfrac{3}{4}u^3 e' \cos(2g-3g'+H_3) \\ &\quad - \tfrac{3}{8}u^4 \cos(4g-4g'+H_4), \end{aligned}$$

und aus *Plana*'s „Théorie du mouvement de la lune. Tom. I." entnehme ich nach Verwandelung seiner Bezeichnungen, wo es angeht, in die meinigen, die folgenden correspondirenden Glieder:

$$\begin{aligned} y &= n,t + e + (2 + \tfrac{1}{2}m^2) e \sin g + 3me' \sin(-g') - \tfrac{1}{12}m^3 e' \sin(2g-g'+H_3) + (\tfrac{1}{2}m + \tfrac{15}{16}m^3) e \sin(g-2g'+H_3) \\ &\quad + (\tfrac{1}{2}m^2 + \tfrac{13}{12}m^3 + \tfrac{17}{32}m^4) \sin(2g-2g'+H_3) + \tfrac{1}{2}m^3 e \sin(3g-2g'+H_3) + \tfrac{7}{12}m^3 e' \sin(2g-3g'+H_3) \\ &\quad + \tfrac{13}{32}m^4 \sin(4g-4g'+H_4) \\ \frac{r}{a} &= 1 + \tfrac{1}{2}m^2 + (1 + \tfrac{3}{2}m^2) e \cos g - \tfrac{1}{8}m^3 e' \cos(-g') - \tfrac{1}{2}m^3 e' \cos(2g-g'+H_3) + (\tfrac{1}{2}m + \tfrac{15}{16}m^3) e \cos(g-2g'+H_3) \\ &\quad + (m^2 + \tfrac{1}{2}m^3 + \tfrac{15}{16}m^4) \cos(2g-2g'+H_3) + \tfrac{1}{8}m^3 e \cos(3g-2g'+H_3) + \tfrac{1}{4}m^3 e' \cos(2g-3g'+H_3) \\ &\quad + \tfrac{1}{8}m^4 \cos(4g-4g'+H_4). \end{aligned}$$

Wir werden hier sogleich gewahr, daß nach der Verwandelung von m in u die mit den Excentricitäten multiplicirten Coefficienten der Glieder g'; $2g-g'+H_3$; das erste Glied in $g-2g'+H_3$; $2g-3g'+H_3$ der Länge mit den correspondirenden Gliedern meines Ausdrucks unmittelbar zusammenstimmen; gegen die oben angeführte *Lubbock*'sche Behauptung, nach welcher bloß die von den Excentricitäten unabhängigen Glieder von ns sich in *Plana*'s Ausdruck für die Länge wieder finden würden. Also wieder eine unrichtige Behauptung, und es bedarf nicht der Zusammenstellung der beiden Resultate,

Digitized by Google

um dies zu beweisen, denn dafs eine sehr grofse (strenge genommen, eine unendlich grofse) Anzahl der mit den Excentricitäten und der Neigung multiplicirten Coefficienten der mittleren Länge mit den correspondirenden der wahren Länge unmittelbar übereinstimmen mufs, liegt so nahe, dafs ein Schüler es leicht wird begreifen können.

Für die vollständige Vergleichung der obigen Ausdrücke ist zuerst zu erwägen, dafs m bei *Plana* das Verhältnifs der Bewegung der mittleren Längen und u bei mir das Verhältnifs der Bewegungen der mittleren Anomalien des Mondes und der Sonne ist. Da nun γ das Verhältnifs der Bewegung des Perigäums zur Bewegung der mittleren Anomalie ist, und oben $\gamma = \frac{4}{3}u^2$ gefunden wurde, so folgt daraus mit Wegfassung der hier überflüssigen Glieder

$$m^2 = u^2 - \tfrac{8}{3}u^4, \quad m^3 = u^3, \quad m^6 = u^6.$$

Substituiren wir diese Werthe in die obigen *Plana*'schen Ausdrücke, so bekommen wir

$$\begin{aligned}
\nu = {} & n.t + \varepsilon + (2 + \tfrac{8}{3}u^2)\, e \sin g + 3u\, e' \sin(-g') - \tfrac{1}{4}u^2 e' \sin(2g - g' + H_2) + (\tfrac{1}{2}u + \tfrac{13}{12}u^3)\, e \sin(g - 2g' + H_2) \\
& + \left\{\tfrac{1}{2}u^2 + \tfrac{13}{12}u^3 + (\tfrac{21}{8}u^2 - \tfrac{11}{8} = \tfrac{1}{4}\tfrac{1}{3}\tfrac{7}{2})\, u^4\right\} \sin(2g - 2g' + H_2) + \tfrac{1}{2}u^2 e \sin(3g - 2g' + H_2) \\
& + \tfrac{7}{12}u^3 e' \sin(3g - 2g' + H_2) + \tfrac{13}{32}u^4 \sin(4g - 4g' + H_4) \\
\frac{a_1}{r} = {} & 1 + \tfrac{1}{2}u^2 + (1 + \tfrac{1}{2}u^2)\, e \cos g - \tfrac{1}{4}u^2 e' \cos(-g') - \tfrac{1}{4}u^2 e' \cos(2g - g' + H_2) + (\tfrac{1}{2}u + \tfrac{13}{12}u^3)\, e \cos(g - 2g' + H_2) \\
& + \left\{u^2 + \tfrac{13}{12}u^3 + (\tfrac{17}{8}u^2 - \tfrac{3}{8} = \tfrac{1}{4}\tfrac{1}{3}\tfrac{7}{2})\, u^4\right\} \cos(2g - 2g' + H_2) + \tfrac{13}{12}u^3 e \cos(3g - 2g' + H_2) \\
& + \tfrac{7}{12}u^3 e' \cos(3g - 2g' + H_2) + \tfrac{13}{32}u^4 \cos(4g - 4g' + H_4).
\end{aligned}$$

Nun ist mit hier hinreichender Genauigkeit

$$\log r = \log a_1 - \left(\frac{a_1}{r} - 1\right) + \tfrac{1}{2}\left(\frac{a_1}{r} - 1\right)^2$$

und der vorstehende Ausdruck giebt

$$\begin{aligned}
\tfrac{1}{2}\left(\frac{a_1}{r} - 1\right)^2 = {} & \tfrac{1}{2}u^2 e \cos g + \tfrac{1}{8}u^2 e \cos(g - 2g' + H_2) + \tfrac{1}{8}u^4 \cos(2g - 2g' + H_2) \\
& + \tfrac{1}{8}u^2 e \cos(3g' - 2g' + H_2) + \tfrac{1}{8}u^4 \cos(4g - 4g' + H_4)
\end{aligned}$$

Ferner ist, weil n_1 die Bewegung der mittleren Länge und n die Bewegung der mittleren Anomalie bedeutet

$$n_1 = n(1 + \tfrac{3}{2}u^2), \quad \text{also da } a_1^3 n_1^2 = a^3 n^2 \text{ ist}$$
$$\log a_1 = \log a - \tfrac{1}{2}u^2.$$

Hiemit geht der vorstehende Ausdruck von $\frac{a_1}{r}$ über in

$$\begin{aligned}
\log r = {} & \log a + (-\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{8} = -\tfrac{5}{8})u^2 + (-1 + (-\tfrac{1}{8} + \tfrac{1}{8} = 0)u^2)\, e \cos g + \tfrac{3}{8}u^2 e' \cos(-g') + \tfrac{1}{8}u^2 e' \cos(2g - g' + H_2) \\
& + \left\{-\tfrac{5}{8}u + (\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}u^2 + \tfrac{1}{8} = -\tfrac{1}{2}\tfrac{7}{2}u^2)\right\} e \cos(g - 2g' + H_2) + \left\{-u^2 - \tfrac{5}{8}u^2 + (-\tfrac{5}{8}u^2 + \tfrac{1}{8} = -\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}u^2)\right\} \cos(2g - 2g' + H_2) \\
& + (-\tfrac{1}{8}\tfrac{3}{2} + \tfrac{1}{8} = -\tfrac{1}{8}\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2})\, e^2 \cos(3g - 2g' + H_2) - \tfrac{1}{8}u^2 e' \cos(3g - 2g' + H_2) + (-\tfrac{3}{8} + \tfrac{1}{8} = -\tfrac{1}{2})\, u^4 \cos(4g - 4g' + H_4).
\end{aligned}$$

Erwägen wir ferner, dafs in meinem Ausdrucke für ns der Coefficient von $\sin g$ gleich Null gemacht worden ist, so müssen wir in dem obigen Ausdrucke von ν den Coefficienten $(2 + \frac{8}{3}u^2)\, e$ von $\sin g$ in den rein-elliptischen Werth desselben, das ist in $2e$, und demzufolge den Coefficienten $-e$ von $\cos g$ in dem vorstehenden Ausdrucke von $\log r$ in $-(1 - \frac{1}{2}u^2)\, e$ verwandeln. Ziehen wir nach dieser Verwandelung den rein-elliptischen Werth $n_1 t + \varepsilon + 2e \sin g$ von ν, und $\log a - e \cos g$ von $\log r$ ab, so bekommen wir

$$\begin{aligned}
\delta v = {} & 3u\, e' \sin(-g') - \tfrac{1}{4}u^2 e' \sin(2g - g' + H_2) + (\tfrac{1}{2}u + \tfrac{13}{12}u^3)\, e \sin(g - 2g' + H_2) \\
& + (\tfrac{1}{2}u^2 + \tfrac{13}{12}u^3 + \tfrac{17}{32}\tfrac{1}{3}u^4) \sin(2g - 2g' + H_2) + \tfrac{1}{2}u^2 e \sin(3g - 2g' + H_2) \\
& + \tfrac{7}{12}u^3 e' \sin(2g - 3g' + H_2) + \tfrac{13}{32}u^4 \sin(4g - 4g' + H_4) \\
\delta . \log r = {} & -\tfrac{1}{2}u^2 + \tfrac{1}{2}u^2 e \cos g + \tfrac{3}{8}u^2 e' \cos(-g') + \tfrac{1}{8}u^2 e' \cos(2g - g' + H_2) + (-\tfrac{5}{8}u - \tfrac{1}{2}\tfrac{7}{2}u^2)\, e \cos(g - 2g' + H_2) \\
& + (-u^2 - \tfrac{5}{8}u^2 - \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}u^2) \cos(2g - 2g' + H_2) - \tfrac{1}{8}\tfrac{3}{2}u^2 e \cos(3g - 2g' + H_2) \\
& - \tfrac{1}{8}u^2 e' \cos(2g - 3g' + H_2) + \tfrac{1}{8}u^2 \cos(4g - 4g' + H_4).
\end{aligned}$$

Nun ist (Astr. Nachr. Nr. 296 Art. 76) mit hier hinreichender Genauigkeit

$$\begin{aligned}
ns = {} & g + \frac{r^2}{a^2}\, \delta v = g + \delta v - 2\delta v . e \cos g \\
\omega = {} & \delta . \log r - \tfrac{1}{2}\frac{d.r^2}{a^2 dg}\, \delta v = \delta . \log r - \delta v . e \sin g
\end{aligned}$$

Digitized by Google

also geben die vorstehenden Ausdrücke von dv und $\delta . \log r$

$$ns = g + \tfrac{3}{2}u^2 e\sin(-g') - \tfrac{1}{16}u^3 e'\sin(2g-2g'+H_3) + (\tfrac{1}{2}u + (\tfrac{3}{16}u^2 - \tfrac{1}{4}) u^3) e\sin(g-2g'+H_3)$$
$$+ (\tfrac{1}{2}u^2 + \tfrac{13}{16}u^3 + (\tfrac{43}{128}u^4)\sin(2g-2g'+H_3) + (\tfrac{1}{2}u^3)e^2\sin(3g-2g'+H_3)$$
$$+ \tfrac{13}{16}u^3 e\sin(2g-3g'+H_3) + \tfrac{43}{128}u^4\sin(4g-4g'+H_4)$$
$$w = -\tfrac{3}{2}u^2 + \tfrac{3}{4}u^2 e\cos g + \tfrac{3}{2}u^2 e'\cos(-g') + \tfrac{3}{4}u^2 e'\cos(2g-g'+H_3) + (-\tfrac{1}{2}u + (-\tfrac{15}{16}u^2 - \tfrac{1}{4}) = -\tfrac{15}{16}u^2) e\cos(g-2g'+H_3)$$
$$+ (-u^3 - \tfrac{9}{8}u^3 - \tfrac{15}{16}u^4)\cos(2g-2g'+H_3) + (-\tfrac{21}{8} + \tfrac{1}{2} - \tfrac{3}{2}) u^3 e\cos(3g-2g'+H_3)$$
$$- \tfrac{3}{8}u^2 e'\cos(2g-3g'+H_3) - \tfrac{21}{16}u^4\cos(4g-4g'+H_4)$$

mit der obigen Rechnung durch meine Gleichungen vollkommen übereinstimmend.

Ich habe nun der Fehler und unrichtigen Behauptungen aus Herrn *Lubbock's* Buche so viele angeführt, und könnte deren noch mehr anführen, ich will aber statt dessen eine richtige Behauptung, die ich darin gefunden habe, anziehen. Diese findet sich p. X wie folgt: „The development of T for the higher powers of the disturbing force is extremely troublesome, it being, in fact, a function of five variables."

Die Entwickelung nicht nur von T, sondern überhaupt der Störungen, die von den höheren Potenzen der störenden Kraft abhängen, ist eine sehr mühevolle Arbeit, davon zeugen alle darüber vorhandenen Schriften ohne Ausnahme. Daß indeß die Entwickelung von T lange nicht so mühsam ist, wie Herr *Lubbock* sich vorstellt, geht aus der Vergleichung der von ihm in seinem Buche vorgenommenen Entwickelung mit der von mir in Bezug auf dieselben Störungscoefficienten oben gegebenen hervor. Wenn gleich ich hiernach gegen den Vordersatz der angeführten Phrase bescheidene Zweifel hegen muß, so kann ich doch nicht umhin, die Richtigkeit des Nachsatzes anzuerkennen, vorausgesetzt, daß man die Sonnencoordinaten bei dieser Zählung übergeht. Von diesen abgesehen ist T in der That eine Function von fünf veränderlichen Größen, nemlich Function von nds, w, $S+s$, dP und dQ. Aber wie in aller Welt ist es Herrn *Lubbock* eingefallen mir dieses zum Vorwurf anzurechnen? da seine Gleichungen Functionen von sechs veränderlichen Größen sind. In seinen Gleichungen kommt die Größe dR vor, und diese ist, gleichfalls abgesehen von den Coordinaten der Sonne, Function von den drei Coordinaten des Mondes und den ersten Differentialen derselben in Bezug auf die Zeit, also Function von sechs veränderlichen Größen. Es ist übrigens unmöglich die Gleichungen zur Berechnung der Störungen auf weniger wie fünf veränderliche Größen in Bezug auf den gestörten Körper zurückzuführen.

Vielleicht ist es nicht unbescheiden, wenn ich schließlich den Wunsch ausspreche künftig nicht mehr durch ähnliche überreife Angriffe in meinen Arbeiten über die Mondstheorie gestört zu werden. Es scheint mir, daß man ruhig die Vollendung abwarten könne, und ich füge hinzu, daß dann, wenn das Ganze vor Augen liegt, mir jede gegründete Berichtigung willkommen seyn werde.

P. A. Hansen.

Extrait du procès verbal de l'Académie Impériale des sciences de St. Pétersbourg du 24 Septembre (6 Octobre) 1841 *).

M. *Fuss* lit une note conçue en ces termes: „Lorsque, il y a seize ans, je fus chargé du secrétariat de l'Académie, on de mes premiers soins fut l'inspection de nos archives. J'y trouvai, entr'autres, quelques paquets de la correspondance de notre immortel *Euler*, en date pour la plupart, des années quarantièmes et cinquantièmes du siècle dernier, c'est à dire du tems de son service en Prusse; puis, quelques lettres des 14 années antérieures à cette époque, et où il appartenait encore à la Russie, mais rien, ou presque rien des vingt dernières années de sa vie qu'il passa de nouveau au sein de notre Académie. Ces lettres étaient rangées par ordre chronologique et formaient une dixaine de paquets isolés. J'y trouvai, comme je devais m'y attendre, au milieu d'une foule de noms obscurs, quelques noms illustres qui, de nos jours encore, brillent d'un éclat impérissable dans les annales des sciences, — au milieu de lettres remplies des phrases banales de l'adulation, d'affaires de service d'un intérêt passager, ou d'objets qui, alors même, n'offraient de l'intérêt qu'aux auteurs de ces lettres, — je trouvai, dis-je, dans toute cette ivraie, un nombre assez considérable de grains précieux qui, aujourd'hui encore, méritent d'être conservés et offerts aux géomètres. Je n'ai qu'à vous citer 10 lettres de *Jean Bernoulli* l'aîné, l'illustre coinventeur du calcul infinitésimal, l'ami de *Leibnitz* et le maître de notre *Euler*; 63 lettres de *Daniel Bernoulli*, fils et rival redouté du précédent; 4 lettres de *Nicolas Bernoulli*, cousin germain de *Daniel*, auteur de l'Art

*) Von Sr. Excellenz dem Herrn Staatsrath *v. Fuss* mir für die Astr. Nachr. eingesandt. *S.*

conjectandi la jure et qui, avec *Montmort*, cultiva avec tant de succès l'analyse des probabilités dont son oncle *Jacques* avait jeté les premiers fondemens, — 6 lettres de *Gabriel Cramer* de Genève, auteur de l'Analyse des lignes courbes algébriques etc. etc.

Ce furent d'abord les lettres des *Bernoulli* qui attirèrent mon attention particulière. Je fus assez heureux pour pouvoir en compléter encore la suite, ayant trouvé, dans les papiers de mon père, les copies, faites de sa main, de quatre lettres de *Jean Bernoulli* et la traduction française d'une lettre de *Daniel*, qui toutes manquent à notre collection, et dont les originaux avaient vraisemblablement été retirés avant même qu'elle fût déposée aux archives, par la famille *Euler*. Il en est de même de deux lettres de *Clairaut*, d'une de *Naudé* et d'une de *Polini*, dont je possède également des copies de la main de mon père.

Toutes ces lettres roulent sur des objets de science; celles des *Bernoulli* surtout offrent un haut intérêt non seulement pour l'histoire de la science et l'histoire littéraire en général, mais encore sous le rapport des méthodes et des aperçus, du raisonnement et des artifices de calcul que nul géomètre ne verra sans admiration, ni sans y puiser quelque instruction. Quant à moi, la jouissance que m'a procurée l'étude de ces lettres n'a été troublée que par le regret, que j'ai éprouvé à chaque page, de ne pas pouvoir lire en même temps les réponses d'*Euler*. A coup sûr, celles-ci eussent décuplé la valeur de cette précieuse collection. Malheureusement tous mes efforts pour me les procurer ont été infructueux (je me suis mis en rapport à cet effet avec l'université de Bâle et avec M. le professeur *Bernoulli* de cette ville, descendant en ligne droite de Jean et de Daniel). Néanmoins j'ai la conviction que la publication immédiate d'un choix des lettres que nous possédons, sera accueillie avec enthousiasme par tous les géomètres; tel, du moins, a été l'avis de nos collègues de la section mathématique que j'ai consultés à cet égard.

Les lettres des trois *Bernoulli*, avec celles de *Cramer*, de *Lambert* et de *Clairaut* formeront à elles seules un volume de 16 à 20 feuilles environ. — Nos archives renferment en outre tout un volume de lettres de *Goldbach*. Bien que ce géomètre ait joui de son vivant d'une grande réputation, et qu'*Euler* lui-même, ainsi qu'on le voit par un passage remarquable des lettres de *Daniel*, eût beaucoup d'estime et d'amitié pour lui; cependant l'oubli, dans lequel est tombé son nom, et l'intérêt secondaire qu'offrent ses lettres, — quoique toutes savantes, — m'avait déterminé à ne pas les comprendre dans le recueil que je méditais. Or, je viens d'apprendre qu'il existe aux archives centrales de Moscou plusieurs paquets renfermant les réponses d'*Euler* à *Goldbach*. Cette circonstance change entièrement la face de la question: les réponses d'*Euler* donneront aux lettres de *Goldbach* un degré d'importance que, prises isolément, elles n'avaient pas, et la publication de la correspondance complète de ces deux savans offrira, sans aucun doute, des données fort intéressantes pour l'histoire des mathématiques en général et pour celle des travaux d'*Euler* en particulier. J'ai l'espoir bien fondé d'obtenir de Moscou soit les lettres originales d'*Euler*,, soit la permission d'en faire tirer copie *).

Depuis que les sciences ont cessé d'être la propriété exclusive d'un petit nombre d'initiés, ce commerce épistolaire des savans a été absorbé par la presse périodique. Le progrès est incontestable. Cependant, cet abandon avec lequel on se communiquait autrefois ses idées et ses découvertes, dans les lettres toutes confidentielles et privées, — on ne le retrouve plus dans les pièces mûries et imprimées. Alors, la vie du savant se reflétait, pour ainsi dire, tout entière dans cette correspondance. On y voit les grandes découvertes se préparer et se développer graduellement; pas un chaînon, pas une transition n'y manque; on sait pas à pas la marche qui a conduit à ces découvertes et l'on puise de l'instruction jusque dans les erreurs des grands génies qui en furent les auteurs. Cela explique suffisamment l'intérêt qui se rattache à ces sortes de correspondances, et me fait espérer que l'Académie voudra bien m'autoriser à livrer à l'impression un Choix de lettres inédites de quelques célèbres Géomètres du 18ème siècle à *Léonard Euler*. On sait qu'une entreprise tout à fait analogue et relative aux écrits à la correspondance de *Leibnitz*, se prépare, dans ce moment, en Allemagne.

Si l'Académie veut bien entrer dans mes vues, je me permettrai d'appeler encore son attention sur un autre projet qui m'a été suggéré p. M. *Jacobi* de Königsberg, et qui se lie fort intimément à celui que je viens de lui soumettre. M. *Jacobi* m'engage à publier de nouveau la liste des écrits

*) Je me félicite de pouvoir ajouter ici, que, grâce à la libéralité éclairée de M. le Prince *Obolensky*, dirigeant les archives de Moscou, je me trouve, dans ce moment, dépositaire de cent lettres d'*Euler* à *Goldbach*, toutes pleines de recherches importantes sur différents sujets de la science, et particulièrement sur la théorie des nombres. La lecture de cette correspondance me fait encore plus vivement regretter la perte des lettres d'*Euler* aux *Bernoulli*. Si, par un heureux hasard, elle se retrouvaient quelque part, soit dans une collection publique, soit entre des mains privées, que cette annonce puisse servir aux personnes qui en seraient dépositaires, ou qui seulement en auraient connaissance, d'invitation à m'en donner avis! Ce 2 (14) Nov. 1841.

Fuss.

Digitized by Google

d'*Euler*, fournie par mon père à la suite de son Eloge, et d'y indiquer les volumes de nos Mémoires, où sont insérées les 183 dissertations posthumes de ce grand géomètre, marquées dans l'Eloge comme inédites. Ce désir de notre savant collègue m'a rappelé un travail qu'en 1817 et 1818, j'avais exécuté pour mon propre usage, savoir un catalogue systématique de tous les écrits d'*Euler*, avec renvoi aux recueils académiques qui les renferment. J'ajouterai pour ceux de mes collègues qui ne sont pas mathématiciens, que le nombre de ces écrits, non compris les grands ouvrages publiés séparément, monte à plus de 700, et qu'aujourd'hui encore, 60 ans après la mort de ce grand homme, nul géomètre ne peut se dispenser de recourir souvent à ses travaux. Or, une pareille liste systématique et chronologique doit nécessairement faciliter beaucoup la recherche des pièces dont on se trouve avoir besoin. J'ai donc soumis mon travail à une nouvelle révision, et après l'avoir complété, j'ai le projet de le placer en tête du recueil épistolaire ci-dessus mentionné et d'y joindre une notice sur les écrits d'*Euler*. Car j'ai trouvé que certains mémoires, marqués comme inédits dans la liste, donnée par mon père dans son Eloge d'*Euler*, ont vraisemblablement, plus tard, été retirés de nos archives, car ils ne s'y retrouvent plus; d'autres, publiés depuis, manquent dans la liste. Il y en a d'autres encore qui, à dessein, n'ont pas été publiés, soit parce qu'ils sont apostillés de la main de mon père „à supprimer," soit parce que leur origine a paru douteuse. Enfin, en examinant les manuscrits d'*Euler* que renferment nos archives et ceux que je possède moi-même, mon catalogue systématique doit me fournir un moyen facile de déterminer au juste lesquels de ces manuscrits n'ont jamais été publiés, car la liste des mémoires inédits d'*Euler*, fournie par mon père, ne pouvait se rapporter qu'à ceux qui avaient été présentés à l'Académie de son vivant. C'est ainsi, p. ex., qu'une inspection toute superficielle me permet déjà de désigner positivement comme inédit fragment volumineux, mais mis au net par *Euler* même, sous le titre d'Astronomia mechanica. Je ne doute pas qu'il ne s'en trouve d'autres encore, et alors il s'agira de savoir si tous ces travaux, ou seulement quelques uns d'entre eux se prêtant à la publication, question que l'Académie voudra bien soumettre à la décision d'une commission. MM. *Struve*, *Ostrogradsky* et *Bouniakovsky* ont bien voulu me promettre d'avance leur assistance éclairée."

L'Académie approuve ce projet et autorise M. *Fuss* à le mettre à exécution.

Plejadenbedeckung am 31. Oct. 1841. von Herrn Hofrath *Mädler* in Dorpat.

Ich beobachtete am grofsen Refractor mit 94mal. Vergröfserung; Hr. *Döllen* an einem 4½füfsigen Achromaten. Die Luft war günstig.

		Dorp. Sternz.			
Merope	Eintritt	21ʰ57′	7″9	D.	
			10,2	M.	
Alcyone	Eintritt	22	37 11,0	D.	
			15,0	M.	
pPlejadum	Austritt	22	43 24,9	M.	
Atlas	Eintritt	23	2 24,7	D.	
Alcyone	Austritt	23	7 17,4	D.	
			19,2	M.	etwas ungewifs.
Plejone	Eintritt	23	13 27,4	D.	

Die Eintritte von Merope und Alcyone erfolgten am hellen Rande und sind deshalb im Refraktor sicherer als im schwächeren Fernrohr. Beim Austritt Alcyone halte ich dagegen *Döllens* Beobachtung für die bessere, da ich mich für überzeugt halte, den Stern erst nach dem Austritt wahrgenommen zu haben. Dieser erfolgte nämlich, eben so wie der von p Plejadum, zwar am dunkeln Rande, aber der Lichtgrenze so nahe, dafs die Sterne zwischen einem dichten Haufen von Lichtpunkten (Mondsbergen) wieder erschienen, welche eine Unsicherheit bewirkten. Herr *Döllen* hält diesen Austritt auf 0″5 sicher; so wie den Eintritt Atlas auf 0″7.

An diesem und dem folgenden Abend war die Luft ungewöhnlich heiter und ruhig, so dafs es gelang, eine 1100malige Vergröfserung für Mondzeichnungen anzuwenden; noch nie hatte ich bisher beim Monde 600m. mit Erfolg überschritten. Ich benutzte dies, um Atlas Plejadum zu untersuchen, den *Struve* einmal (1826) doppelt, ein zweitesmal länglicht, und hernach stets einfach erblickte. Ich fand den Stern völlig rund und ohne die geringste Spur eines Nebensternes, und halte mich für überzeugt, dafs er keinen Begleiter von $>0''2$ Distanz haben könne, oder das Licht des letztern müfste ungewöhnlich schwach sein.

Mädler.

Nr. 436—437. Bemerkungen über die Behandlung der Theorie der Störungen des Mondes. Von Herrn Prof. u. Ritter *Hansen*, Director der Sternwarte Seeberg. p. 33. — Extrait du procès verbal de l'Académie impériale des sciences de St. Pétersbourg du 24 Septembre (6 Octobre) 1841. p. 91. — Plejadenbedeckung am 31. Oct. 1841. Von Herrn Hofrath *Mädler* in Dorpat. p. 95.

Altona 1841. December 30.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 438.

Ueber einen Fehler in der Berechnung der französischen Gradmessung und seinen Einfluss auf die Bestimmung der Figur der Erde.

Von Herrn Geheimen Rath und Ritter *Bessel*.

In den *Comptes rendus hebdom. des séances de l'Acad. des Sciences* vom 21sten Juni 1841 findet sich der Bericht einer, aus den Herren *Mathieu*, *Daussy* und *Largeteau* zusammengesetzten Commission, über einen „Fehler der Berechnungsart, welche im Jahre 1808 angewandt worden ist, um die Entfernung der Parallelen von *Montjouy* und *Mola* (auf Formentera) aus den Beobachtungen abzuleiten, welche die Herren *Biot* und *Arago*, zur Bestimmung derselben gemacht und in ihrem 1821 erschienenen Werke „*Recueil d'Observations géodésiques etc.*" mitgetheilt haben. Diese fehlerhafte Berechnungsart wurde von einer früheren, mit der Berechnung der Beobachtungen beauftragten Commission der Akademie befolgt; die Herren *Biot* und *Arago* selbst scheinen das Resultat ihrer Arbeit nicht gesucht zu haben. Herr *Puissant* hat das Verdienst, die Unrichtigkeit des Resultats der früheren Commission zur Sprache gebracht zu haben.

Die Entfernung der Parallelen von Montjouy und Mola, welche früher = 153605″77 angegeben war, wird gegenwärtig von Herrn Mathieu ..... = 153672″39

Largeteau.....	4,48
Daussy.....	5,66
Puissant.....	4,01

also von 66″62 bis 69″89 grösser als früher gefunden. Wäre dieser Fehler nicht begangen, so würde die Länge des *Meters*, deren Bestimmung die nächste Veranlassung der grossen, als Beitrag zur Bestimmung der Figur der Erde immer denkwürdig bleibenden Unternehmung war, mehr als $0^{t}04$ grösser festgesetzt worden sein, als wirklich geschehen ist. Dieser Einfluss des Fehlers hat jedoch kaum noch ein Interesse, da das Meter die Anfangs beabsichtigte Bedeutung in keinem Falle haben, und wirklich nichts Anderes sein kann, als ein, zwar nach einer gewissen Absicht gewählten, — aber dennoch innerhalb engerer oder weiterer Grenzen willkürlicher Theil der Toise de Pérou *). Allein da die französische Gradmessung zu der Bestimmung der Abmessungen des Erdsphäroids den wichtigen Beitrag liefert, welcher ihrer Ausdehnung angemessen ist, so wird jetzt nöthig, das aus den vorhandenen, zuverlässiger erscheinenden Messungen von Meridianbögen gezogene Resultat dieser Art, welches ich Nr. 333 der *Astr. Nachr.* bekannt gemacht habe, durch Berücksichtigung des Fehlers zu verbessern.

Da die angeführten vier neuen Rechnungsresultate innerhalb weniger Toisen übereinstimmen, und selbst der Unterschied der beiden äussersten unter ihnen keinen Einfluss auf die Bestimmung der Axen des Erdsphäroids erlangt, welcher nicht viel kleiner wäre als die von den Unregelmässigkeiten der Erdoberfläche selbst, von den Beobachtungsfehlern und wahrscheinlich auch von kleinen Unvollkommenheiten der Berechnung einer oder der anderen Gradmessung erzeugte Unsicherheit, so könnte man wohl eins dieser vier Resultate, oder das arithmetische Mittel aller vier, zur Grundlage einer neuen Untersuchung der Figur und Grösse der Erde machen. Ich habe aber geglaubt, bis zu den in dem Werke der Herren *Biot* und *Arago* enthaltenen Beobachtungen selbst zurückgehen, also den vier Resultaten noch ein *fünftes* hinzufügen zu müssen.

In dem eben angeführten Werke (p. 179 etc.) finden sich *zwei* Werthe der Winkel mehrerer Dreiecke angegeben; nämlich die Werthe, welche die frühere Commission angenommen hat und die, welche die Beobachter selbst für die wahrscheinlichsten halten. Die ersteren sind in den Rechnungen der Herren *Daussy* und *Largeteau*, die letzteren in der Rechnung des Herrn *Mathieu* angewandt worden. Diese doppelten Werthe der Winkel sind aus dem Vorhandensein von *mehr* Beobachtungen, als zur Bestimmung der Winkel erforderlich waren, hervorgegangen: sie müssen durch *einen* bestimmten Werth jedes Winkels, welchen die Verfolgung der Methode der kleinsten Quadrate immer ergiebt, ersetzt werden, wenn man nicht sowohl eine Reihe, zwischen — vielleicht engen — Grenzen schwankender Resultate, als das unzweideutige Resultat einer geschlossenen geodätischen Operation verlangt. Die Beobachtungen der Herren *Biot* und *Arago* ergeben nicht allein alle Winkel der einzelnen Dreiecke unmittelbar, sondern oft auch die Summen von zwei oder mehreren, von *einem* Punkte des Dreiecksnetzes ausgehenden; ferner ergeben sie die vollständige Beobachtung der Winkel des Vierecks *Desierto d. l. P.* — *Espadan* — *Cullera* — *Montgo* und seiner Diagonalen. Im

*) Herr Geheimerrath *Bessel* hat seine Ansichten über Naturmasse ausführlicher in meinem Jahrbuch für 1840 p. 142 ausgesprochen. *S.*

Digitized by Google

Gannen ergeben sie 29 Bedingungen zwischen den verschiedenen beobachteten Winkeln, welche Bedingungen nicht nur in aller Schärfe, sondern auch so erfüllt werden müssen, daſs die Verbesserungen, welche an die unmittelbaren Beobachtungen anzubringen sind, damit sie erfüllt werden, der Forderung der Methode der kleinsten Quadrate entsprechen. Die Theorie dieser Ausgleichung der beobachteten Winkel untereinander war zu der Zeit, in welche die frühere Berechnung der französischen Gradmessung fällt, noch nicht bekannt, so daſs auch weder die eine noch die andere der beiden erwähnten Angaben der Winkel daraus hervorgegangen sein kann und also keine von ihnen zu dem wahren Resultate der Beobachtungen führt. Der Wunsch, *dieses* Resultat einer Unternehmung zu erlangen, deren Ausführung grofse Schwierigkeiten mit sich brachte und von den Herren *Biot* und *Arago* so grofse Aufopferungen forderte, daſs die Mühe einer consequent durchgeführten Rechnung dagegen kaum in Betracht kommt, hat mich veranlafst, diese zu unternehmen.

1.

Ich werde zuerst die auf den einzelnen Dreieckspunkten beobachteten, auf den Horizont reducirten Winkel, so wie das arithmetische Mittel der verschiedenen Beobachtungsreihen jedes Winkels sie ergiebt, anführen. Indem das arithmetische Mittel aus verschiedenen, ungleich zahlreichen Reihen von Wiederholungen einen Winkels, so genommen wird, daſs jeder dieser Reihen ein der Zahl der Wiederholungen proportionales Gewicht beigelegt wird, wird, wie ich Astr. Nachr. Nr. 256 S. 280 gezeigt habe, vorausgesetzt, daſs die aus der Theilung und Ablesung des angewandten Instruments hervorgehenden Fehler, vergleichungsweise mit den Fehlern der Einstellung des Fernrohrs, verschwinden. Dieses ist ganz gewifs in keinem Falle richtig; allein das Verhältnifs der mittleren, aus beiden Ursachen entstehenden Fehler, welches bekannt sein mufs, wenn die s. a. O. gegebene Vorschrift zur Bestimmung des Gewichtes jeder einzelnen Beobachtungsreihe soll angewandt werden können, ist für die Wiederholungskreise der Herren *Biot* und *Arago* unbekannt, weshalb, falls nicht ein ganz willkürliches Element der Rechnung eingeführt werden soll, nichts übrig bleibt, als der einfachsten Annahme, nämlich der Annahme des der Anzahl der Wiederholungen proportionalen Gewichts, welches auch die von den Beobachtern selbst gemachte ist, zu folgen.

Mittelp. der Winkel.	Nr.	Winkel.		Zahl.	Pag
Matas . . .	1	Morella — Montserrat	54°23′39″885	32	3
Montserrat	2	Matas — Morella	60 13 20,696	64	7
	3	Morella — Montagut	70 11 17,184	64	8
Morella . . .	4	St. Jean — Montagut	37 28 37,916	64	14
	5	Montagut — Montserrat	59 8 0,980	56	13
	6	Montserrat — Matas	65 22 58,506	64	12
Montagut	7	Montserrat — Morella	50°40′49″210	64	19
	8	Morella — St. Jean	84 29 22,895	84	21
	9	St. Jean — Lleberia	42 40 42,144	88	22
St. Jean . .	10	Montsia — Lleberia	33 17 58,492	42	30
	11	Lleberia — Montagut	107 0 35,275	64	29
	12	Montagut — Morella	58 2 0,220	48	28
Lleberia . .	13	Montagut — St. Jean	30 18 42,412	40	36
	14	St. Jean — Montsia	124 26 35,959	84	37
	15	Montsia — Bosch	33 0 2,208	60	43
Montsia . .	16	Desierto — Arès	37 52 58,344	72	50
	17	Arès — Tosal	35 46 45,935	56	53
	18	Tosal — Bosch	44 26 42,292	46	45
	19	Bosch — Lleberia	53 33 17,135	14	41
	20	Lleberia — St. Jean	22 15 34,094	64	39
		18 + 19	98 0 2,557	60	51
Bosch	21	Lleberia — Montsia	93 26 45,623	54	61
	22	Montsia — Tosal	74 44 14,267	74	63
le Tosal . . .	23	Bosch — Montsia	60 49 6,555	74	69
	24	Montsia — Arès	108 10 54,047	72	70
Arès	25	Tosal — Montsia	36 3 24,279	40	74
	26	Montsia — Desierto	88 17 45,017	44	76
	27	Desierto — Espadan	37 7 33,019	58	77
		25 + 26	124 24 10,135	20	78
Desierto de las Palmas	28	Campvey — Montgo	42 5 36,623	38	108
	29	Montgo — Cullera	16 51 20,656	12	95
	30	Cullera — Espadan	47 2 10,351	60	98
	31	Espadan — Arès	101 17 34,304	218	97
	32	Arès — Montsia	53 49 31,126	40	88
		31 + 32	155 6 55,859	66	110
		29 + 30 + 31 + 32	219 0 28,326	20	111
		28 + 29 + 30	105 59 8,525	12	112
		29 + 30	63 53 29,466	146	104
Espadan . .	33	Arès — Desierto	41 34 55,657	104	123
	34	Desierto — Montgo	99 50 11,039	72	125
	35	Montgo — Cullera	11 54 54,964	34	129
		34 + 35	111 45 6,649	66	127
		33 + 34 + 35	153 20 5,366	46	121
Cullera . . .	36	Espadan — Desierto	21 12 46,838	100	133
	37	Desierto — Montgo	128 3 19,955	60	135
		36 + 37	149 16 10,321	44	140
Montgo . . .	38	Cullera — Espadan	18 49 3,810	20	140
	39	Espadan — Desierto	16 16 31,427	100	145
	40	Desierto — Campvey	78 4 10,088	64	157
	41	Campvey — Mola	21 58 42,544	50	153
		38 + 39	35 5 33,569	80	148
		40 + 41	100 2 53,769	20	158
		38 + 39 + 40 + 41	135 8 27,120	32	154
Campvey . .	42	Mola — Montgo	95 28 18,337	50	167
	43	Montgo — Desierto	59 50 53,916	74	166
		42 + 43	155 19 12,447	20	164
Mola	44	Montgo — Campvey	62 53 12,898	80	177

Digitized by Google

2.

Ich habe zuerst die auf den einzelnen Beobachtungspunkten beobachteten Winkel und ihre Summen untereinander ausgeglichen. Die dazu angewandten Formeln findet man in meinem Buche über die Gradmessung in Ostpreußen S. 71. Bezeichnet man die Verbesserungen, welche den so ausgeglichenen Winkeln, oder wenn keine Summen beobachtet wurden, den im vorigen § angegebenen, noch hinzuzusetzen sind durch (1), (2), (3), u. s. w., so erhält man folgende Ausdrücke der Winkel und der a. a. O. S. 149 unter der Bezeichnung [1], [2], [3] u. s. w. eingeführten Größen:

1	54° 23′ 39″,685 + (1)	[1]	=	52 (1)			
2	60 13 20,696 + (2)	[2]	=	64 (2)			
3	70 11 17,184 + (3)	[3]	=	64 (3)			
4	37 28 37,916 + (4)	[4]	=	64 (4)			
5	59 8 0,980 + (5)	[5]	=	56 (5)			
6	65 22 58,506 + (6)	[6]	=	64 (6)			
7	60 40 49,210 + (7)	[7]	=	64 (7)			
8	84 29 22,895 + (8)	[8]	=	84 (8)			
9	42 40 42,144 + (9)	[9]	=	88 (9)			
10	33 17 58,492 + (10)	[10]	=	42 (10)			
11	107 0 35,275 + (11)	[11]	=	64 (11)			
12	58 2 0,220 + (12)	[12]	=	48 (12)			
13	30 16 42,412 + (13)	[13]	=	40 (13)			
14	124 26 35,959 + (14)	[14]	=	84 (14)			
15	33 0 2,208 + (15)	[15]	=	60 (15)			
16	37 52 58,344 + (16)	[16]	=	72 (16)			
17	35 45 45,935 + (17)	[17]	=	56 (17)			
18	44 26 42,992 + (18)	[18]	=	106 (18) + 60 (19)			
19	53 33 19,106 + (19)	[19]	=	60 (18) + 74 (19)			
20	22 15 34,094 + (20)	[20]	=	64 (20)			
21	93 26 45,623 + (21)	[21]	=	54 (21)			
22	74 44 14,267 + (22)	[22]	=	74 (22)			
23	60 49 6,555 + (23)	[23]	=	74 (23)			
24	108 10 54,047 + (24)	[24]	=	72 (24)			
25	36 3 24,494 + (25)	[25]	=	60 (25) + 20 (26)			
26	88 17 45,212 + (26)	[26]	=	20 (25) + 64 (26)			
27	37 7 33,019 + (27)	[27]	=	58 (27)			
28	42 5 37,090 + (28)	[28]	=	50 (28) + 12 (29) + 12 (30)			
29	16 51 19,782 + (29)	[29]	=	12 (28) +190 (29) +178 (30) + 20 (31) + 20 (32)			
30	47 2 10,176 + (30)	[30]	=	12 (28) +178 (29) +238 (30) + 20 (31) + 20 (32)			
31	101 17 34,421 + (31)	[31]	=	——— + 20 (29) + 20 (30) +294 (31) + 76 (32)			
32	53 49 21,764 + (32)	[32]	=	——— + 20 (29) + 20 (30) + 76 (31) +116 (32)			
33	41 34 56,386 + (33)	[33]	=	160 (33) + 46 (34) + 46 (35)			
34	99 50 11,465 + (34)	[34]	=	46 (33) +184 (34) +112 (35)			
35	11 54 55,867 + (35)	[35]	=	46 (33) +112 (34) +146 (35)			
36	21 12 47,552 + (36)	[36]	=	144 (36) + 44 (37)			
37	128 3 21,145 + (37)	[37]	=	44 (36) +104 (37)			
38	18 49 2,880 + (38)	[38]	=	82 (38) + 62 (39) + 32 (40) + 32 (41)			
39	16 16 31,241 + (39)	[39]	=	62 (38) +162 (39) + 32 (40) + 32 (41)			
40	78 4 19,277 + (40)	[40]	=	32 (38) + 32 (39) +116 (40) + 52 (41)			
41	21 58 42,786 + (41)	[41]	=	32 (38) + 32 (39) + 52 (40) +102 (41)			
42	95 28 18,383 + (42)	[42]	=	70 (42) + 20 (43)			
43	59 50 53,947 + (43)	[43]	=	20 (42) + 94 (43)			
44	62 33 12,898 + (44)	[44]	=	80 (44)			

3.

Nachdem hierdurch die 43 Bedingungen erfüllt sind, welche durch eben so viele Beobachtungen von Summen mehrerer einzelnen Winkel gegeben wurden, werde ich die noch zu erfüllenden aufsuchen. Da das Dreiecksnetz 16 Punkte enthält, von welchen zwei willkürlich angenommen werden können, so sind 14 Punkte, also die 28 Größen, wovon ihre Lage abhängt, zu bestimmen: unter den 44 Winkeln des Netzes sind daher 44 — 28 = 16 durch die übrigen bedingt, oder es müssen noch 16 Bedingungsgleichungen vorhanden sein. Man sieht sehr leicht aus der Figur des Dreiecksnetzes in dem Werke der Herren *Biot* und *Arago*, daß 15 von diesen Gleichungen durch die Forderung gegeben werden, daß die Summe der drei Winkel in 15 Dreiecken den Werth erhalte, welchen sie,

Digitized by Google

dem Flächeninhalte jedes Dreieckes nach, haben muſs, die 16te geht aus der Forderung hervor, daſs die Richtungslinien von 3 Punkten des Viereckes *Desierto — Espadan — Cullera — Montgo* nach dem 4ten, sich in Einem Punkte durchschneiden müssen *).

Legt man ein ebenes Dreieck, dessen Seiten a, b, c die Winkel A, B, C gegenüberstehen, auf eine Kugeloberfläche vom Halbmesser r, so daſs seine Seiten gröſsten Kreise werden, und bezeichnet man die ihnen dann gegenüberstehenden Winkel durch A, B, C, so wie auch seinen doppelten Flächeninhalt in seinem ersten Zustande, oder

$$ab \sin C' = bc \sin A' = ca \sin B'$$

durch n, so hat man bekanntlich

$$A - A' = \frac{n}{6rr}\left\{1 + \frac{aa + 7bb + 7cc}{120rr}\right\}$$

$$B - B' = \frac{n}{6rr}\left\{1 + \frac{7aa + bb + 7cc}{120rr}\right\}$$

$$C - C' = \frac{n}{6rr}\left\{1 + \frac{7aa + 7bb + cc}{120rr}\right\}$$

also den *sphärischen Excess* des Dreiecks:

$$\varepsilon = A + B + C - 180° = \frac{n}{2rr}\left\{1 + \frac{aa + bb + cc}{24rr}\right\}.$$

Nach diesen Formeln, oder anderen daraus abgeleiteten, durch welche die frühere *Legendre*sche Formel bis zu der zweiten Ordnung von a incl. entwickelt wird **), habe ich jetzt die Summe der Winkel jedes der 15 Dreiecke und später auch das ganze Netz berechnet. Die dazu erforderliche genäherte Kenntniſs der Dreiecksseiten habe ich durch eine vorläufige, nur die Ausgleichung der Summe der drei Winkel jedes Dreiecks voraussetzende Berechnung des Netzes erlangt, indem ich die Seite *Montserrat — Matas*, so wie sie *Base d. S. Métr.* II p. 837 angegeben ist = 20297ᵗ8690, und für r den Aequatoreal-halbmesser der Erde, nach der Bestimmung *Astr. Nachr.* Nr. 333 = 3271953ᵗ854, angenommen habe. Der letzteren Annahme entspricht

$$lg \frac{206264''8}{2rr} = 1{,}9837808 - 10.$$

Ich werde die auf diese Art berechneten sphärischen Excesse der 15 Dreiecke und die aus den Zahlen des vorigen ε's hervorgehenden Ausdrücke der Summen ihrer drei Winkel mittheilen:

				ε	Summe der 3 Winkel.
I	Matas	— Montserrat	— Morella	5″081	179°59′58″887 + (1) + (2) + (6)
II	Montserrat	— Morella	— Montagut	3,314	180 0 7,374 + (3) + (5) + (7)
III	Morella	— Montagut	— St. Jean	3,352	1,031 + (4) + (8) + (12)
IV	Montagut	— St. Jean	— Lleberia	3,102	179 59 59,631 + (9) + (11) + (13)
V	St. Jean	— Lleberia	— Montsia	5,207	180 0 8,545 + (10) + (14) + (20)
VI	Lleberia	— Bosch	— Montsia	4,017	5,937 + (15) + (19) + (21)
VII	Bosch	— Montsia	— Tosal	2,108	8,814 + (16) + (22) + (23)
VIII	Montsia	— Tosal	— Arbs	3,128	4,476 + (17) + (24) + (25)
IX	Montsia	— Arbs	— Desierto	6,5905	5,320 + (18) + (26) + (32)
X	Arbs	— Desierto	— Espadan	4,473	3,825 + (27) + (31) + (33)
XI	Desierto	— Espadan	— Cullera	7,792	5,060 + (30) + (34) + (35) + (36)
XII	Espadan	— Cullera	— Montgo	5,550	7,444 + (35) + (36) + (37) + (38)
XIII	Desierto	— Cullera	— Montgo	10,854	15,048 + (29) + (37) + (38) + (39)
XV	Desierto	— Montgo	— Campvey	38,895	41,314 + (28) + (40) + (43)
XVI	Montgo	— Campvey	— Mola	12,936	14,067 + (41) + (42) + (44)

Diese Dreiecke und ihre Numerirung sind dieselben, welche man in dem Recueil d'Observations etc. p. 179—182 zusammengestellt findet. Dort findet sich noch ein Dreieck XIV: Desierto — Espadan — Montgo, welches hier aber wegbleiben muſs, weil es aus XI, XII und XIII folgt, nämlich XI + XIII = XII + XIV. Daſs die a. a. O. p. 181 angegebenen sphärischen Excesse der vier Dreiecke, dieser Bedingung nicht genau, sondern nur bis auf 0″006 entsprechen, ist eine (unbedeutende) Unvollkommenheit ihrer Berechnung daſs ihr die von den Herren *Biot* und *Arago* angenommenen Werthe der beobachteten Winkel weit näher entsprechen, als die von der früheren Commission angenommenen, zeigt, daſs die ersteren erfolgreicher ausgeglichen sind. Die durch die Summen der Winkel der 15 Dreiecke gegebenen Bedingungsgleichungen sind, den angeführten Zahlen gemäſs:

*) Vergl. Gradmessung in Ostpreussen S. 139.

**) Ich glaube, daſs die Ehre dieser weiteren Entwickelung *Bessel* gebührt. Seine Abhandlung darüber findet man in *Lindenau* und *Bohnenbergers* Zeitschrift für Astronomie Band VI. S. 264. Tübingen 1818.

Digitized by Google

I	$0 = -4'194 + (1) + (2) + (6)$
II	$0 = +4{,}060 + (3) + (5) + (7)$
III	$0 = -2{,}221 + (4) + (8) + (12)$
IV	$0 = -3{,}271 + (9) + (11) + (13)$
V	$0 = +3{,}388 + (10) + (14) + (20)$
VI	$0 = +2{,}920 + (15) + (19) + (21)$
VII	$0 = +1{,}706 + (18) + (22) + (23)$
VIII	$0 = +1{,}338 + (17) + (24) + (25)$
IX	$0 = -1{,}2705 + (16) + (26) + (32)$
X	$0 = -0{,}547 + (27) + (31) + (33)$
XI	$0 = -2{,}732 + (30) + (34) + (35) + (36)$
XII	$0 = +1{,}894 + (35) + (36) + (37) + (38)$
XIII	$0 = +4{,}194 + (29) + (37) + (38) + (39)$
XV	$0 = +2{,}419 + (28) + (42) + (43)$
XVI	$0 = +1{,}131 + (41) + (42) + (44)$

Die 16te, durch das Viereck Desierto — *Espadan* — *Cullera* — *Montgo* gegebene Bedingung ist

$$1 = \frac{\sin DEC \cdot \sin DCM \cdot \sin EMD}{\sin ECD \cdot \sin CMD \cdot \sin DEM}$$

und wenn man die darin vorkommenden Winkel aus § 2 nimmt, oder

$$\begin{aligned}
DEC &= 111°45'\ 7{,}332 + (34) + (35)\\
DCM &= 128\ \ 3\ 21{,}145 + (37)\\
EMD &= 16\ 16\ 31{,}241 + (39)\\
ECD &= 21\ 12\ 47{,}552 + (36)\\
CMD &= 35\ \ 5\ 34{,}121 + (38) + (39\\
DEM &= 99\ 50\ 11{,}465 + (34)
\end{aligned}$$

setzt und die unbekannten Größen (34), (35), u. s. w. durch die Differenzen der Logarithmen der Sinus der Winkel in Rechnung bringt *),

$$0 = +56{,}4 + 4{,}751\,(34) + 8{,}401\,(35) + 54{,}248\,(36) + 16{,}482\,(37) + 29{,}958(38) - 42{,}158(39)$$

welcher Gleichung ich die oben fehlende Zahl XIV geben werde.

4.

Aus den nun vollständig bekannten Bedingungsgleichungen des Dreiecksnetzes folgen **) die Ausdrücke der im 2ten § durch [1], [2], [3], u. s. w. bezeichneten Größen durch I, II, III u. s. w., oder wenn man statt der ersteren ihre Ausdrücke durch (1), (2), (3) u. s. w. (§ 2) schreibt, die Gleichungen:

$$\begin{aligned}
52\,(1) &= \text{I}\\
64\,(2) &= \text{I}\\
64\,(3) &= \text{II}\\
64\,(4) &= \text{III}\\
56\,(5) &= \text{II}\\
64\,(6) &= \text{I}\\
54\,(7) &= \text{II}\\
84\,(8) &= \text{III}\\
88\,(9) &= \text{IV}\\
42\,(10) &= \text{V}\\
64\,(11) &= \text{IV}\\
48\,(12) &= \text{III}\\
40\,(13) &= \text{IV}\\
84\,(14) &= \text{V}\\
60\,(15) &= \text{VI}\\
72\,(16) &= \text{IX}\\
56\,(17) &= \text{VIII}\\
106\,(18) + 60\,(19) &= \text{VII}\\
60\,(18) + 74\,(19) &= \text{VI}\\
64\,(20) &= \text{V}\\
54\,(21) &= \text{VI}\\
74\,(22) &= \text{VII}\\
74\,(23) &= \text{VII}\\
72\,(24) &= \text{VIII}\\
60\,(25) + 20\,(26) &= \text{VIII}\\
20\,(25) + 64\,(26) &= \text{IX}\\
58\,(27) &= \text{X}\\
50\,(28) + 12\,(29) + 12\,(30) &= \text{XV}\\
12\,(28) + 190\,(29) + 178\,(30) + 20\,(31) + 20\,(32) &= \text{XIII}\\
12\,(28) + 178\,(29) + 238\,(30) + 20\,(31) + 20\,(32) &= \text{XI}\\
20\,(29) + 20\,(30) + 294\,(31) + 76\,(32) &= \text{X}\\
20\,(29) + 20\,(30) + 76\,(31) + 116\,(32) &= \text{IX}\\
150\,(33) + 46\,(34) + 46\,(35) &= \text{X}\\
46\,(33) + 184\,(34) + 112\,(35) &= \text{XI} + 4{,}751\ \text{XIV}\\
46\,(33) + 112\,(34) + 146\,(35) &= \text{XI} + \text{XII} + 8{,}401\ \text{XIV}
\end{aligned}$$

*) Gradmessung in Ostpreußen S. 140 etc. **) A. a. O. S. 149.

Digitized by Google

$$
\begin{aligned}
144\,(36) + 44\,(37) &= \text{XI} + \text{XII} + 54{,}248\ \text{XIV}\\
44\,(36) + 104\,(37) &= \text{XII} + \text{XIII} + 16{,}482\ \text{XIV}\\
32\,(38) + 62\,(39) + 32\,(40) + 32\,(41) &= \text{XII} + \text{XIII} + 29{,}968\ \text{XIV}\\
62\,(38) + 162\,(39) + 32\,(40) + 32\,(41) &= \text{XIII} - 42{,}158\ \text{XIV}\\
32\,(38) + 32\,(39) + 116\,(40) + 52\,(41) &= \text{XV}\\
32\,(38) + 32\,(39) + 52\,(40) + 102\,(41) &= \text{XVI}\\
70\,(42) + 20\,(43) &= \text{XVI}\\
20\,(42) + 94\,(43) &= \text{XV}\\
80\,(44) &= \text{XVI}
\end{aligned}
$$

Die Auflösung dieser Gleichungen ergiebt die Ausdrücke von (1), (2), (3) u. s. w. durch I, II, III u. s. w.

$$
\begin{aligned}
(1) &= 0{,}019231\,\text{I}\\
(2) &= 0{,}015625\,\text{I}\\
(3) &= 0{,}015625\,\text{II}\\
(4) &= 0{,}015625\,\text{III}\\
(5) &= 0{,}017857\,\text{II}\\
(6) &= 0{,}015625\,\text{I}\\
(7) &= 0{,}018519\,\text{II}\\
(8) &= 0{,}011905\,\text{III}\\
(9) &= 0{,}011364\,\text{IV}\\
(10) &= 0{,}023810\,\text{V}\\
(11) &= 0{,}015626\,\text{IV}\\
(12) &= 0{,}020833\,\text{III}\\
(13) &= 0{,}025000\,\text{IV}\\
(14) &= 0{,}011905\,\text{V}\\
(15) &= 0{,}016667\,\text{VI}\\
(16) &= 0{,}013889\,\text{IX}\\
(17) &= 0{,}017857\,\text{VIII}\\
(18) &= -0{,}014137\,\text{VI} + 0{,}017463\,\text{VII}\\
(19) &= +0{,}024976\,\text{VI} - 0{,}014137\,\text{VII}\\
(20) &= 0{,}015626\,\text{V}\\
(21) &= 0{,}018519\,\text{VI}\\
(22) &= 0{,}013513\,\text{VII}\\
(23) &= 0{,}013513\,\text{VII}\\
(24) &= 0{,}013889\,\text{VIII}\\
(25) &= 0{,}018605\,\text{VIII} - 0{,}005814\,\text{IX}\\
(26) &= -0{,}005814\,\text{VIII} + 0{,}017442\,\text{IX}\\
(27) &= 0{,}017241\,\text{X}\\
(28) &= +0{,}000204\,\text{IX} + 0{,}000037\,\text{X} - 0{,}000220\,\text{XI} - 0{,}001102\,\text{XII} + 0{,}020317\,\text{XV}\\
(29) &= -0{,}000707\,\text{IX} - 0{,}000130\,\text{X} - 0{,}013124\,\text{XI} + 0{,}017716\,\text{XIII} - 0{,}001102\,\text{XV}\\
(30) &= -0{,}000141\,\text{IX} - 0{,}000026\,\text{X} + 0{,}014043\,\text{XI} - 0{,}013124\,\text{XIII} - 0{,}000220\,\text{XV}\\
(31) &= -0{,}002659\,\text{IX} + 0{,}004099\,\text{X} - 0{,}000026\,\text{XI} - 0{,}000130\,\text{XIII} + 0{,}000037\,\text{XV}\\
(32) &= +0{,}010309\,\text{IX} - 0{,}002659\,\text{X} - 0{,}000141\,\text{XI} - 0{,}000707\,\text{XIII} + 0{,}000204\,\text{XV}\\
(33) &= +0{,}007444\,\text{X} - 0{,}002535\,\text{XI} - 0{,}001722\,\text{XII} - 0{,}018327\,\text{XIV}\\
(34) &= -0{,}000813\,\text{X} + 0{,}002651\,\text{XI} - 0{,}007633\,\text{XII} - 0{,}015265\,\text{XIV}\\
(35) &= -0{,}001722\,\text{X} + 0{,}005614\,\text{XI} + 0{,}013247\,\text{XII} + 0{,}075024\,\text{XIV}\\
(36) &= +0{,}007975\,\text{XI} + 0{,}004601\,\text{XII} - 0{,}003374\,\text{XIII} + 0{,}377026\,\text{XIV}\\
(37) &= -0{,}003374\,\text{XI} + 0{,}007669\,\text{XII} + 0{,}011043\,\text{XIII} - 0{,}001033\,\text{XIV}\\
(38) &= +0{,}018876\,\text{XII} + 0{,}012650\,\text{XIII} + 0{,}828080\,\text{XIV} - 0{,}002217\,\text{XV} - 0{,}002838\,\text{XVI}\\
(39) &= -0{,}006226\,\text{XII} + 0{,}002530\,\text{XIII} - 0{,}555644\,\text{XIV} - 0{,}000443\,\text{XV} - 0{,}000568\,\text{XVI}\\
(40) &= -0{,}002217\,\text{XII} + 0{,}002660\,\text{XIII} - 0{,}047746\,\text{XIV} + 0{,}011641\,\text{XV} - 0{,}005100\,\text{XVI}\\
(41) &= -0{,}002838\,\text{XII} - 0{,}003406\,\text{XIII} - 0{,}061120\,\text{XIV} - 0{,}005100\,\text{XV} + 0{,}013472\,\text{XVI}\\
(42) &= -0{,}003236\,\text{XV} + 0{,}015210\,\text{XVI}\\
(43) &= +0{,}011327\,\text{XV} - 0{,}003236\,\text{XVI}\\
(44) &= +0{,}012500\,\text{XVI}.
\end{aligned}
$$

5.

Wenn man diese Ausdrücke von (1), (2), (3) u. s. w. in den 16 Bedingungsgleichungen § 3 substituirt, so erlangt man die, die Größen I, II, III u. s. w. bestimmenden Gleichungen, nämlich:

Digitized by Google

$0 = -4{,}194+0{,}050481\,I$
$0 = +4{,}060+0{,}052001\,II$
$0 = -2{,}321+0{,}048363\,III$
$0 = -3{,}271+0{,}051989\,IV$
$0 = +3{,}338+0{,}051340\,V$
$0 = +2{,}720+0{,}060162\,VI\ -0{,}014137\,VII$
$0 = +1{,}706-0{,}014137\,VI\ +0{,}044462\,VII$
$0 = +1{,}338+0{,}050351\,VIII-0{,}005814\,IX$
$0 = -1{,}2705-0{,}005814\,VIII+0{,}041840\,IX-0{,}002659\,X\ -0{,}000141\,XI\ -0{,}000707\,XIII+0{,}000704\,XV$
$0 = -0{,}547-1{,}002659\,IX\ +0{,}028784\,X\ -0{,}002561\,XI-0{,}001722\,XII-0{,}000130\,XIII-0{,}01833\,XIV+0{,}000037\,XV$
$0 = -2{,}732-0{,}000141\,IX\ -0{,}002561\,X\ +0{,}030283\,XI+0{,}010215\,XII-0{,}016498\,XIII+0{,}43678\,XIV-0{,}000220\,XV$
$0 = +1{,}894\ \text{———}\ -\ -0{,}001722\,X\ +0{,}010215\,XI+0{,}044392\,XII+0{,}020319\,XIII+1{,}27909\,XIV-0{,}002217\,XV-0{,}002838\,XVI$
$0 = +4{,}194-0{,}000707\,IX\ -0{,}000130\,X\ -0{,}016498\,XI+0{,}020319\,XII+0{,}043939\,XIII+0{,}27141\,XIV-0{,}003762\,XV-0{,}003406\,XVI$
$0 = +56{,}4\ \text{———}\ -\ -0{,}01833\,X\ +0{,}43678\,XI+1{,}27909\,XII+0{,}27141\,XIII+69{,}2342\,XIV-0{,}04775\,XV-0{,}06112\,XVI$
$0 = +2{,}419+0{,}000204\,IX\ +0{,}000037\,X\ -0{,}000220\,XI-0{,}02217\,XII-0{,}003762\,XIII-0{,}04775\,XIV+0{,}043285\,XV-0{,}008336\,XVI$
$0 = +1{,}131-0{,}002838\,XII-0{,}003406\,XIII-0{,}06112\,XIV-0{,}08336\,XV+0{,}041182\,XVI.$

Ihre Auflösung ergiebt

$\log \mathrm{I}$	$= 1{,}91950$
$-\mathrm{II}$	$= 1{,}89252n$
$-\mathrm{III}$	$= 1{,}68116$
$-\mathrm{IV}$	$= 1{,}79877$
$-\mathrm{V}$	$= 1{,}81303n$
$-\mathrm{VI}$	$= 1{,}79378n$
$-\mathrm{VII}$	$= 1{,}76453n$
$-\mathrm{VIII}$	$= 1{,}36724n$
$-\mathrm{IX}$	$= 1{,}45341$
$-\mathrm{X}$	$= 1{,}47982$
$-\mathrm{XI}$	$= 1{,}83297$
$-\mathrm{XII}$	$= 0{,}14864n$
$-\mathrm{XIII}$	$= 1{,}86025n$
$-\mathrm{XIV}$	$= 0{,}00863n$
$-\mathrm{XV}$	$= 1{,}86206n$
$-\mathrm{XVI}$	$= 1{,}69729n$

6.

Man erhält endlich die Größen (1), (2), (3) u. s. w. und damit die völlig ausgeglichenen Winkel des Dreiecksnetzes, wenn man die eben gefundenen Werthe von I, II, III u. s. w. in ihren Ausdrücken (§ 4) substituirt.

		Winkel				
(1)	$+1''5977$		1	=	54°23′ 41″2827
(2)	$+1{,}2981$	——	2	=	60 13 21,9941
(3)	$-1{,}2199$	——	3	=	70 11 16,3641
(4)	$+0{,}7499$	——	4	=	37 28 38,6659
(5)	$-1{,}3942$	——	5	=	59 7 59,5858
(6)	$+1{,}2981$	——	6	=	65 22 59,8041
(7)	$-1{,}4459$	——	7	=	50 40 47,7641
(8)	$+0{,}5713$	——	8	=	84 29 23,4663
(9)	$+0{,}7150$	——	9	=	43 40 42,8590
(10)	$-1{,}5490$	——	10	=	33 17 56,9440
(11)	$+0{,}9831$	——	11	=	107 0 36,2581
(12)	$+0{,}9998$	——	12	=	58 2 1,2198
(13)	$+1{,}5729$	——	13	=	30 18 43,9849
(14)	$-0{,}7740$	——	14	=	124 26 35,1850
(15)	$-1{,}0367$	——	15	=	33 0 1,1713
(16)	$+0{,}3945$	——	16	=	37 52 58,7385
(17)	$-0{,}4160$	——	17	=	35 45 45,5190
(18)	$-0{,}1845$	——	18	=	44 26 42,8575
(19)	$-0{,}7314$	——	19	=	53 33 18,3746
(20)	$-0{,}9159$	——	20	=	22 15′ 33″0781
(21)	$-1{,}1518$	——	21	=	93 26 44,4712
(22)	$-0{,}7858$	——	22	=	74 44 13,4812
(23)	$-0{,}7858$	——	23	=	60 49 5,7692
(24)	$-0{,}3235$	——	24	=	108 10 53,7235
(25)	$-0{,}5985$	——	25	=	36 3 23,8955
(26)	$+0{,}6309$	——	26	=	88 17 45,6429
(27)	$+0{,}5205$	——	27	=	37 7 33,5395
(28)	$-1{,}4071$	——	28	=	42 5 35,6829
(29)	$-2{,}1213$	——	29	=	16 51 17,6607
(30)	$+1{,}9184$	——	30	=	47 2 12,0944
(31)	$+0{,}0531$	——	31	=	101 17 34,4741
(32)	$+0{,}2450$	——	32	=	53 49 22,0090
(33)	$+0{,}0733$	——	33	=	41 34 56,4598
(34)	$+0{,}1823$	——	34	=	99 50 11,6473
(35)	$+0{,}2350$	——	35	=	11 54 56,1020
(36)	$+0{,}3964$	——	36	=	21 12 47,9484
(37)	$-1{,}0399$	——	37	=	128 3 20,1051
(38)	$-1{,}4855$	——	38	=	18 49 1,8945
(39)	$+0{,}4527$	——	39	=	16 16 31,6987
(40)	$-0{,}3486$	——	40	=	78 4 9,9284
(41)	$+0{,}0134$	——	41	=	21 58 42,7994
(42)	$-0{,}5220$	——	42	=	95 28 17,8610
(43)	$-0{,}6633$	——	43	=	59 50 53,2837
(44)	$-0{,}6225$	——	44	=	62 33 12,2755

7.

Nach Erlangung dieser, sämmtliche, die Winkelbeobachtungen der Herren *Biot* und *Arago* untereinander verbindenden Bedingungen erfüllenden Ausgleichung, hat die Berechnung des Dreiecksnetzes kein Hinderniß mehr. Ich werde hier die Logarithmen sämmtlicher Seiten dieses Netzes anführen, auch einer jeden die ihr gegenüberstehenden Winkel beischreiben. Die erste Seite *Matas — Montserrat* ist dem Dreiecksnetze des Herrn *Mechain* und dem der Herren *Biot* und *Arago* gemeinschaftlich, und ihr Werth ist aus *Base du Syst. Métr.* II. p. 836 u. 837 entlehnt.

Digitized by Google

		Log. Entfernung.	Gegenüberst. Winkel.
Matas	— Montserrat	4,3074504.5	6
———	— Morella	4,2873327.6	2
Montserrat	— Morella	4,2589474.1	1 u. 7
———	— Montagut	4,3040919.0	5
Morella	— Montagut	4,3439229.2	3 u. 12
———	— St. Jean	4,4133328.6	8
Montagut	— St. Jean	4,1995653.1	4 u. 13
———	— Lieberia	4,4770992.7	11
St. Jean	— Lieberia	4,3276791.5	9 u. 20
———	— Montsia	4,6655737.9	14
Lieberia	— Montsia	4,4888565.4	10 u. 21
———	— Bosch	4,3951275.8	19
Montsia	— Bosch	4,2257504.1	15 u. 23
———	— Tosal	4,2691028.6	22 u. 25
———	— Arès	4,4770543.3	24 u. 32
———	— Desierto	4,5698870.0	26
Bosch	— Tosal	4,1299358.8	18
Tosal	— Arès	4,2660254.4	17
Arès	— Desierto	4,3582775.6	16 u. 33
———	— Espadan	4,5278217.5	31
Desierto	— Espadan	4,3170352.4	27, 36 u. 39
———	— Cullera	4,7264535.6	34+35u.38+39
———	— Montgo	4,8630818.3	34, 37 u. 43
———	— Campvey	4,9167438.4	40
Espadan	— Montgo	4,8227661.3	29+30u.36+37
———	— Cullera	4,6229127.7	30 u. 38
Montgo	— Cullera	4,4291697.7	29 u. 35
———	— Campvey	4,7524980.5	28 u. 44
———	— Mola	4,8023808.35	42
Campvey	— Mola	4,3775137.2	41

8.

Jetzt kann auch der letzte Zweck des geodätischen Theils der Fortsetzung der französischen Gradmessung von *Matas* bis *Mola* erreicht, nämlich die Entfernung dieser beiden Punkte und die Richtung der, beide miteinander verbindenden Linie auf der Oberfläche der Erde, bestimmt werden.

Ich werde zwei, von dem einen zum anderen dieser Punkte führende Reihen von Dreiecksseiten und die Winkel zwischen jedem aufeinanderfolgenden Paare derselben hiehersetzen, beide so wie sie aus den Angaben der beiden vorigen §§ hervorgehen.

		Log. Entfern.	Entfernung.	Innere Winkel.
Matas	— Morella	4,2873327 6	193797062	
Morella	— St. Jean	4,4133328.6	25901,974	198° 0′ 21″9442
St. Jean	— Montsia	4,6655737.9	46299,232	161 39 25,5781
Montsia	— Desierto	4,5698870.0	37143,857	166 5 41,4323
Desierto	— Campvey	4,9167438.4	82555,087	98 53 58,0789
Campvey	— Mola	4,3775137 2	23851,391	204 40 48,8553
Mola	— Montgo	4,8023808.35	63442,579	
Montgo	— Espadan	4,8227661.3	66491,500	116 19 24,4215
Espadan	— Arès	4,5278217.5	33714,890	141 25 8,1066
Arès	— Montsia	4,4770543.3	29995,377	125 25 19,3824
Montsia	— Lieberia	4,4888565.4	30821,697	226 14 13,2489
Lieberia	— Montagut	4,4770992.7	29998,481	154 45 19,1699
Montagut	— Montserrat	4,3040919.0	20141,504	177 50 54,0894
Montserrat	— Matas	4,3074504.5	20297,869	130 24 37,9582

Die Rechnung ist nach der Methode geführt, welche ich in den Astr. Nachr. Nr. 3 zuerst gegeben, auch in meinem Buche über die Gradmessung in Ostpreufsen S. 253 angewandt habe. Die erste Reihe von Dreiecksseiten hat mir ergeben:

Entfern.: *Matas* — *Mola* = 165108″586 Log = 5,2177696.58

Winkel: *Morella* — *Matas* — *Mola* = 319° 59′ 51″21

——— *Campvey* — *Mola* — *Matas* = 30 41 47,67

Die zweite Reihe hat Herr *Schlüter* berechnet und dadurch erhalten:

Entfern. *Mola* — *Matas* = 165108″586 Log. = 5,2177696.59

Winkel: *Montgo* — *Mola* — *Matas* = 93° 14′ 59″964

——— *Mola* — *Matas* — *Montserrat* = 94 23 50,041

oder, wenn die Winkel, wie in der ersten Reihe, resp. von *Campvey* und *Morella* aufgezählt werden:

Winkel: *Campvey* — *Mola* — *Matas* = 30° 41′ 47″689

——— *Morella* — *Mola* — *Matas* = 219 59 51,242.

Die Uebereinstimmung der aus beiden Rechnungen hervorgehenden Entfernung ist vollständig, während der unbedeutende Unterschied von resp. 0″03 und 0″02 in den Richtungen der Verbindungslinie an beiden Endpunkten, vermuthlich aus der Annahme der Dreiecke als sphärische, während sie wirklich sphäroidische sind, entsteht. Da beide Reihen so gewählt sind, dafs sie keine Dreiecksseite miteinander gemein haben, so gewährt ein übereinstimmendes Endresultat beider eine Bestätigung der Richtigkeit der Berechnung der Dreiecksseiten (§ 7). Indessen ist die ganze Rechnung aufmerksam geführt, so wie auch in verschiedenen ihrer Theile, von Herrn *Schlüter* wiederholt, so dafs ein aufser den Grenzen der Annäherung der angewandten Logarithmen liegender Fehler nicht wahrscheinlich ist.

9.

Es ist nur noch erforderlich aus der gegenseitigen Lage der beiden Endpunkte der Messung die Entfernung ihrer Parallelen abzuleiten. An dem nördlichen Endpunkte *Matas* ist die Richtung des Meridians nicht bestimmt worden, wohl aber an dem wenig davon entfernten *Montjouy*, wo auch die Polhöhe beobachtet ist. An dem südlicheren Endpunkte *Mola* ist eine lange Reihe von Beobachtungen mit einem Mittagsfernrohre gemacht worden, deren Zweck die genaueste Bestimmung des Azimuths eines Meridianzeichens war, zwischen welchem und dem Dreieckspunkte *Campvey* der Winkel sorgfältig gemessen ist. Dieses geht aus einer Stelle des Werkes der Herren *Biot* und *Arago* (S. 244) hervor; allein obgleich die Beobachtungen am Mittagsfernrohre in ihrer ganzen Ausdehnung mitgetheilt worden sind, so findet man den Winkel zwischen dem Zeichen, auf welches sie sich beziehen und *Campvey*, nirgends angegeben, so dafs, bis zu der Bekanntmachung dieser Angabe, auch kein Nutzen aus jenen Beobachtungen gezogen werden kann.

Digitized by Google

Man mufs also die Richtung der Linie *Matas — Mola* gegen den Meridian, vorläufig durch das in *Montjouy* beobachtete Azimuth von *Matas* bestimmen. Dieses Azimuth ist von *Méchain* beobachtet worden und wird im II Bande der *Base du Syst. Métr.* p. 138 = 27° 39′ 52″1 angegeben, von *Delambre* aber (p. 149) in 27° 39′ 51″4 verändert. Die Polhöhe von *Montjouy* ist = 41° 21′ 44″96 (II. p. 557 — 563 und III. P. 89). Die Entfernung von *Montjouy — Matas* ist = 9367°8206 (II. P. 839).

Wenn man die Figur der Erde so annimmt, wie sie *Astr. Nachr.* Nr. 333 bestimmt worden ist, nämlich:

Log. der halben kleinen Axe = 6,5133605.073
Log. der Excentricität = 8.9110835,

so erhält man durch die Formeln und Tafeln in Nr. 86 der *Astr. Nachr.*, die Polhöhe von *Matas* = 41° 30′ 29″040 und das daselbst stattfindende Azimuth von *Montjouy* = 207° 43′ 53″846. Der Winkel *Montjouy — Matas — Montserrat* findet sich (II. p. 483 u. 484) sowohl mittelbar als durch zwei andere Winkel, deren Summe er ist, beobachtet; nach gehöriger Ausgleichung = 78° 5′ 58″43. Setzt man ihn zu dem Azimuthe von *Montjouy* hinzu, so erhält man das Azimuth von *Montserrat* = 285° 49′ 51″78. Zwischen diesem Punkte und *Mola* ist der Winkel im vorigen §, 319° 59′ 51″21 — 54° 23′ 41″28 = 265° 36′ 9″93 bestimmt worden, woraus, verbunden mit dem Azimuthe von *Montserrat*, das Azimuth von *Mola* = 191° 26′ 1″71 folgt.

Ich habe in dem Buche über die Gradmessung in Ostpreufsen § 90 eine einfache Formel bekannt gemacht, welche die Entfernung der Parallelen zweier Punkte, durch die Entfernung der Punkte selbst und die Azimuthe der sie verbindenden geodätischen Linie an beiden, ausdrückt. Da hier das Azimuth in *Mola* fehlt, so mufs man es, falls man diese Formel anwenden will, aus dem Azimuthe in *Matas*, verbunden mit den Polhöhen beider Punkte, nämlich 41° 30′ 29″040 und 38° 39′ 56″11, unter der Annahme der schon angeführten Excentricität der Erdmeridiane, ableiten. Ich finde es = 10° 57′ 42″94.

Wenn s die Entfernung der beiden Punkte, S die ihrer Parallelen, α und $\alpha' + 180°$ die Azimuthe an beiden Punkten, φ und φ' die Polhöhen bedeuten und

$$tang\, u = tang\, \varphi \sqrt{(1-ee)}, \quad tang\, u' = tang\, \varphi' \sqrt{(1-ee)}$$
$$\rho\ \rho' = 1 + ee\, cos(u' + u)$$

gesetzt werden, so ist die erwähnte Formel:

$$S = s \frac{cos\frac{1}{2}(\alpha+\alpha')}{cos\frac{1}{2}(\alpha-\alpha')} \left\{ 1 + \frac{1}{8} \left(\frac{s\rho'}{a} \right)^2 \cdot \frac{sin\, \alpha'\, sin\, \alpha}{cos\frac{1}{2}(\alpha-\alpha')^2} + \text{etc} \right\}.$$

Wendet man sie an, um die Entfernungen der Parallelen, sowohl von *Matas* und *Mola*, als auch von *Matas* und *Montjouy* zu suchen, so hat man, den Angaben des gegenwärtigen §'s zufolge:

	Mola.	Montjouy.
s	165108°586	9367°8206
α	191° 26′ 1″71	207° 43′ 53″85
α'	190 57 42,94	207 39 51,40
1ster Glied der Formel	161966°585	8294°371
2ter —	+ 1,297	+ 0,001
S	161967,982	8294,372

Die Entfernung der Parallelen von *Montjouy* und *Mola* ist der Unterschied dieser beiden Entfernungen, also

= 153673°610.

Dieses Resultat kommt mit dem arithmetischen Mittel der vier, Anfangs angeführten, aus den neueren, in Paris gemachten Rechnungen hervorgegangenen Resultaten bis auf einen Bruch der Toise überein. Ich habe in der That nicht erwartet, dafs die vollständige Ausgleichung der Winkelmessungen der Herren *Biot* und *Arago* einen sehr erheblichen Einfluss äussern würde; allein ob er nicht bis zu mehreren Toisen steigen würde, konnte man vor der Durchführung der Ausgleichung nicht wissen *). Indessen bin ich der Meinung, dafs die Erlangung des unzweideutigen Resultats einer geschlossenen, wichtigen Unternehmung, abgesehen von der Gröfse des Zweifels, welchen andere Resultate übriglassen, immer für die Mühe entschädigt, welche mit seiner Aufsuchung verbunden ist.

Die von mir gefundene Entfernung der Parallelen von *Montjouy* und *Mola* kann übrigens noch in der Folge Aenderungen erfahren. Von den Aenderungen, welche neue Beobachtungen veranlassen würden, ist hier offenbar nicht die Rede; aber wenn eine vollständige Ausgleichung der Winkel der nördlich von *Matas* liegenden Dreiecke der französischen Gradmessung, zu einem neuen, von dem angenommenen verschiedenen Werthe der Entfernung *Montserrat — Matas* führen, oder wenn das auf *Mola* beobachtete Azimuth bekannt werden sollte, so würden der jetzt herausgebrachten Entfernung der Parallelen von *Montjouy* und *Mola* Verbesserungen hinzuzusetzen sein, welche jedoch beide fast ohne Mühe gefunden werden können.

10.

Ich komme nun zu den Aenderungen, welche die in Nr. 333 bekanntgemachte Untersuchung der Figur und Gröfse der Erde, durch die Berichtigung eines Theils der französischen Gradmessung erfährt. Die S. 336 mitgetheilte Zusammenstellung der einzelnen Theile dieser Gradmessung wird jetzt in die folgende verändert:

*) Berechnet man z. B. die Seite *Desierto — Montjouy*, sowohl aus dem Dreiecke Desierto — Espadan — Montjouy, als auch aus den beiden Dreiecken Desierto — Espadan — Cullera und Desierto — Cullera — Montjouy, indem man die auf den einzelnen Dreiecks-punkten ausgeglichenen Winkel (§ 2) nur noch zu der richtigen Summe der 3 Winkel jedes Dreiecks ausgleicht, so erhält man zwei, mehr als 4 Toisen voneinander verschiedene Werthe der-selben.

Digitized by Google

4. Französische Gradmessung.

Formentera....	38°39′56″11	2°41′48″85	153673ᵀ61
Montjouy.....	41 21 44,96	2 42 51,79	154616,74
Barcelona.....	41 22 47,90	2 42 51,79	154616,74
Carcassonne...	43 12 54,30	3 32 58,19	259172,61
Evaux.....	46 10 42,54	7 30 46,43	428019,31
Panthéon.....	48 50 49,37	10 10 53,26	580312,41
Dünkirchen....	51 2 −8,85	12 22 12,74	705257,21

Die durch sie gegebenen Bedingungsgleichungen (S. 341 und 343) werden:

$$x_1 - x_4 = +3''991 + 0{,}9713p + 0{,}8601q$$
$$x_2 - x_4 = +0{,}646 + 0{,}9772p + 0{,}8642q$$
$$x_3 - x_4 = +0{,}026 + 1{,}6378p + 1{,}1889q$$
$$x_5 - x_4 = -5{,}035 + 2{,}7041p + 1{,}2671q$$
$$x_6 - x_4 = +7{,}191 + 3{,}6655p + 0{,}8659q$$
$$x_7 - x_4 = +5{,}171 + 4{,}4537p + 0{,}2051q$$

Die ihnen entsprechenden Werthe von (m), (a), (b), (am), u. s. w. (ebendaher) werden:

$(m) = +5{,}990$ $(am) = +18{,}3809$ $(bm) = -0{,}2661$
$(a) = 14{,}4096$ $(aa) = 45{,}1641$ $(bb) = 5{,}2976$
$(b) = 5{,}2513$ $(ab) = +11{,}1409.$

Ihr Beitrag zu den beiden Gleichungen, welche p und q bestimmen, wird, statt des früheren (S. 343):

(am_1)	(aa_1)	(ab_1)	(bm_1)	(bb_1)
4	+6,0003	15,5021	+0,3313	−4,7597	+1,3583

und diese beiden Gleichungen selbst verwandeln sich in:

$$0 = +38{,}3095 + 47{,}6224p + 96{,}8905q$$
$$0 = +65{,}1841 + 96{,}8905p + 480{,}0274q.$$

Ihre Auflösung ergiebt:

$p = -0{,}896192$; Gewicht $= 28{,}067$
$q = +0{,}045098\ldots\ldots = 282{,}899.$

Diese neuen Werthe von p und q ergeben eine veränderte Darstellung der Polhöhen, auf welchen die 10, der Untersuchung zum Grunde gelegten Gradmessungen beruhen; nämlich, statt der S. 348 mitgetheilten die folgende:

1. Peruanische Gradmessung.	
Tarqui.....	−0″606
Cotchesqui.....	+ 0,606
2. 1ste Ostindische.	
Trivandeporum..	− 0,271
Pandree.....	+ 0,271
3. 2te Ostindische.	
Punnae.....	− 1,470
Putchappolliam....	− 1,712
Dodagoontah.....	+ 4,016
Namthabad.....	− 1,447
Daumergidda.....	− 0,065
Takal K'hera.....	+ 3,537
Kullianpoor.....	− 2,859
4. Französische.	
Formentera.....	+ 0,955
Montjouy.....	+ 4,115
Barcelona.....	+ 0,764
Carcassonne....	− 0,433
Evaux.....	− 6,447
Pantheon.....	− 1,099
Dünkirchen.....	+ 2,144
5. Englische.	
Dunnose.....	− 1,816
Greenwich.....	+ 1,396
Blenheim.....	+ 2″705
Arburyhill.....	+ 1,395
Clifton.....	− 3,679
6. Hannövrische Gradmessung	
Göttingen.....	− 2,493
Altona.....	+ 2,493
7. Dänische.	
Lauenburg.....	+ 0,451
Lyssabbel.....	− 0,451
8. Preußische.	
Trunz.....	− 0,907
Königsberg.....	− 1,448
Memel.....	+ 2,355
9. Russische.	
Belin.....	− 1,732
Nemesch.....	− 2,384
Jacobstadt.....	+ 1,826
Bristen.....	+ 2,627
Dorpat.....	− 1,044
Hochland.....	+ 0,607
10. Schwedische.	
Melörn.....	+ 0,560
Pahlewara.....	− 0,560

Die Summe der Quadrate dieser Aenderungen der Polhöhen ist $= 181{,}221$ und der mittlere Werth jeder derselben:

$$= \sqrt{\frac{181{,}221}{38-12\ *)}} = \pm 2''640$$

woraus, verbunden mit den Gewichten der Bestimmungen von p und q, die mittleren Fehler dieser Größen

$$= \pm 0{,}4982 \text{ und } = \pm 0{,}15697,$$

oder die mittleren Fehler von

$$i\ldots\ldots = \pm 0{,}00004982$$
$$k\ldots\ldots = \pm 0{,}015697$$

hervorgehen.

Die durch die Aenderung der französischen Gradmessung berichtigte Untersuchung ergiebt also den Werth des mittleren Grades des Meridians $= g$, und die von der Abplattung der Erde abhängende Größe α (S. 338):

M. Fehler.

$$g = \frac{57008}{1 - 0{,}0000896192} = 57013ᵀ109 \qquad \pm 2ᵀ8403$$

$$\alpha = \frac{1 + 0{,}0045098}{400} = 0{,}0025112745 \quad \pm 0{,}000039243.$$

Aus dieser Bestimmung folgt, auf die in Nr. 333 angewandte Art:

$$n = \frac{a-b}{a+b} = 0{,}0016741848$$

$a : b = 299{,}1528 : 298{,}1528$; m. F. $= \pm 4{,}667$ Einh.
$a = 3272077ᵀ14$, $\log a = 6{,}5148235.337$
$b = 3261139{,}33$, $\log b = 6{,}5133693.539$
$\log e = 8{,}9122052$, $\log\sqrt{(1-ee)} = 9{,}9985458.202$

und endlich die Länge des Erdquadranten

$$= 5131179ᵀ81 = 10000855{,}76 \text{ met.}; \quad \text{m. F.} = \pm 498{,}23 \text{ met.}$$

Man erhält hieraus folgende Ausdrücke:

1) die Länge eines Meridiangrades, dessen mittlere Polhöhe $= \varphi$ ist:
$$57013ᵀ109 - 286ᵀ337\cos 2\varphi + 0ᵀ611\cos 4\varphi + 0ᵀ001\cos 6\varphi;$$
2) die Länge eines Grades des Parallels
$$p = 57156ᵀ285\cos\varphi - 47ᵀ825\cos 3\varphi + 0ᵀ060\cos 5\varphi;$$
oder, wenn $\sin\psi = e\sin\varphi$ angenommen wird:
$$\log p = 4{,}7567009.0 + \log\cos\varphi - \log\cos\psi;$$
3) die Halbmesser der Krümmung im Meridian $= r'$, in der darauf senkrechten Richtung $= r''$, in dem Azimuthe $\alpha = r$:
$$\frac{w}{r'} = 0''06314417 + 0''00031714\cos 2\varphi + 0''00000013\cos 4\varphi$$
$$\frac{w}{r''} = 0{,}06293257 + 0{,}00010536\cos 2\varphi - 0{,}00000004\cos 4\varphi$$
oder $$\log\frac{w}{r'} = 8{,}8025099.6 + 3\log\cos\psi$$
$$\log\frac{w}{r''} = 8{,}7996016.0 + \log\cos\psi$$
und $$\frac{w}{r} = \lambda + \lambda'\cos 2\alpha,$$
wo $\lambda = 0''06303837 + 0''00021125\cos 2\varphi + 0''00000004\cos 4\varphi$
$\lambda' = 0{,}00010580 + 0{,}00010589\cos 2\varphi + 0{,}00000009\cos 4\varphi$
4) Die Entfernung vom Mittelpunkte der Erde $= \rho$ und sogenannte verbesserte Breite $= \varphi'$:
$$\log\rho\cos\varphi' = \log\cos\varphi - \log\cos\psi$$
$$\log\rho\sin\varphi' = \log\sin\varphi - \log\cos\psi - 0{,}0029083.6.$$

*) Nicht $= 38 - 10$, welche Zahl in Nr. 333 der Astr. Nachr. aus Versehen angewandt ist.

Bessel.

Altona 1841. December 2.

Digitized by Google

BEILAGE
ZU
Nr. 438. DER ASTRONOMISCHEN NACHRICHTEN.

Schreiben des Herrn Professors *v. Boguslawski*, Directors der Sternwarte in Breslau, an den Herausgeber.

Breslau 1841. Octbr. 12.

Wegen der in meinem letzten Schreiben angegebenen störenden Umstände kann ich Ihnen diesmal nur die Fortsetzung der hier beobachteten Sternbedeckungen mittheilen, weil diese am ersten vielleicht irgend eine Benutzung finden.

Denselben füge ich hier noch die Beobachtung der kleinen Sonnenfinsterniss am 18ten Juli d. J. bei.

1841 Juli 18. $3^h\,44^m\,13^s45$ m. Z. $= 11^h\,29^m\,8^s40$ St. Zt.
Fh. mit 18mal. Vergr. Anfang;
eigentlich der Eintritt des Gipfels eines hohen Mondrand-Berges. Ich habe noch nicht dazu kommen können, zu berechnen, welcher es gewesen ist. Zur Zeit der Mitte der Verfinsterung ergaben wiederholte Faden-Mikrometer-Messungen bei 80mal. Vergrösserung die Länge der Verfinsterungssehne $= 17'\,36''67$ bei $16'\,53''10$ verbessertem Halbmesser des Mondes für diese Zeit zu Breslau.

Bei dieser Gelegenheit darf ich vielleicht die Bemerkung einschalten, wie man bei der so vortrefflichen *Bessel*schen Methode der Vorausberechnung der Sternbedeckungen (A. N. Bd. 7 Nr. 145 und in der Zusammenstellung in den Berl. Astr. Jahrbüchern hinter den Sternbedeckungen jedes Jahres) sehr leicht auch diesen sogenannten vergrösserten (topocentrischen) Halbmesser des Mondes in den Fällen, wo es nöthig erachtet wird, mit in Rechnung ziehen kann. Dies geschieht, wenn man hinter u und v noch $w = r \sin \Phi' \sin t' \sin D + b \sin 1'' \cos D$ berechnet, und in der weiteren Rechnung immer $k(1+w)$ für k substituirt.

Als das deutliche Profil einer Reihe von vier bedeutenden Mondbergen nach und nach austrat, liefsen sich die Momente, als der Sonnenrand in die tiefsten Einsenkungen einschnitt, sehr scharf, wie folgt, beobachten:

4^h25^m	2^s97 m. Zt.	$=$	12^h10^m	4^s63 St. Zt.	Austr. des Thales	a
4 25	53,77	=	12 10	55,57	—	b
4 27	4,56	=	12 12	6,55	—	c

und zwar mit 118maliger Vergrösserung.

Das Ende der Finsterniss wurde mit 162maliger Vergrösserung um $4^h\,48^m\,22^s91$ m. Zt. $= 12^h\,33'\,28^s40$ St. Zt. bei einiger Wallung der Ränder beobachtet, welches vorüberziehendes leichtes Gewölk hervorbrachte.

Während dieser Beobachtungen machte sich eine fast unerträgliche Hitze bemerklich, welche zuletzt bis auf 29°8 R. (im Schatten) stieg. Die höchsten früher hier erlebten Hitzegrade im Schatten: 1819 Juli 7 und 1834 Aug. 2 hatten sich beidemale nur bis 28°0 R. erhoben, wobei ich bemerke, dafs die mittlere Jahrestemperatur in Breslau aus 27jährigem Durchschnitt zu + 6°5805 R. sich ergeben hat. Auf diese Hitze folgte gegen Abend kein Gewitter, sondern nach $7^h\,30^m$ ein ziemlich heftiger, aber nicht lange dauernder Sturm aus S.W.

Meine diesjährige Beobachtung der gröfsten Lichtphase Mira's hatte ich schon halb und halb für verfehlt gehalten, weil es mir, zuletzt der ungünstigen Witterung halber, erst am 20sten Aug. möglich geworden war, die Messungen zu beginnen. Aus diesen ersten Beobachtungen und den Aug. 20, 23, 27, 28 u. s. w. fortgesetzten schien hervorzugehen, dafs Aug. 21 der hellste Glanz (etwas gröfser als im vorigen Jahre) statt gefunden habe.

Indefs schien mir nur eine einzige Beobachtung vorher zur völligen Entscheidung nicht hinreichend, weshalb ich mich bei dem Herrn Prof. *Argelander* erkundigte, ob seine, immer mit so grofser Sorgfalt angestellten, und wahrscheinlich früher als hier angefangenen Beobachtungen entschiedenere Resultate geliefert hätten? Allerdings beginnen seine Beobachtungen schon Aug. 14, und erstrecken sich, wie derselbe wohl die Güte haben wird, durch Ihre Astron. Nachr. zu veröffentlichen, über Aug. 16, 19, 20, 22, 25, 29 u. s. w. Aus ihnen geht hervor, dafs die diesjährige gröfste Lichtphase zwischen Aug. 16 u. 22. statt gefunden haben müsse, der wahrscheinliche Culminationspunkt Aug. 19. Da aber die von Herrn Prof. *Argelander* mir gütigst speciell mitgetheilten Beobachtungen von August 20 und 22 ganz genau dieselben Lichtverhältnisse für Mira angeben, so habe ich, durch diesen Umstand ermuthigt, aufser den Beobachtungen von Aug. 20, 21, 23 (29^s61; 29,28; 30,58), welche Aug. 21. 13^h3 als die Zeit des Lichtmaximums angeben, auch noch die Beobachtungen von Aug. 21, 27 und Sept. 2 mit einander combinirt. Da nun diese (29^s28; 32,62; 43,31) wenn gleich, wie jene, noch unreducirt, gleichfalls Aug. 21. 5^h4 als Zeit des Glanzpunkts ergeben, so wird dadurch die Wahrscheinlichkeit noch mehr gesteigert, dafs wirklich dennoch am Aug. 21 Mira das stärkste Licht erreicht habe, wie es in der That auch mit Herrn Prof. *Argelander's* Beobachtungen sich wohl vereinigen läfst. Genaueres wird sich erst nach Reduction der Beobachtungen angeben.

v. Boguslawski.

Sternbedeckungen beobachtet zu Breslau von 1840 August 24 bis 1841 Juli 4.

Nr.	1840 und 1841.	Breslauer mittlere Zeit.	Breslauer Sternzeit.	Bedeckter Stern.	Gröse.	Phase.	Fernrohr.	Vergr.	Bemerkungen.	Beobachter.	Zeit bestimmt durch
206	August 24	$14^h36^m11^s41$	$0^h50^m13^s16$	33 η Cancri	6	A. d.	Fh.	64	Plötzlich; gute Beobachtung.	*v. Bogusl.*	45 ν^1 Ceti
											13 α Arietis
207	Septbr. 3	6 59 28,51	17 51 10,70	23 τ Scorpii	3.4	E. d.	Fh.	70	Plötzlich; gute Beobachtung.	*v. Bg.*	55 α Ophiu.
208	Octbr. 13	12 52 57,28	2 23 20,68	19 (e Piej.)	5	E. h.	Fh.	50	Der * war so schwach, dafs die Angabe nicht zu verbürgen ist.	*v. Bg.*	25 η Tauri

Digitized by Google

Nr.	1840 und 1841.	Breslauer mittlere Zeit.	Sternzeit.	Bedeckter Stern.	Grösse.	Phase.	Fernrohr.	Vergr.	Bemerkungen.	Beobachter.	Zeit bestimmt durch
209	Octbr. 13	13h21m47s54	2h52m14s67	16 (g Plej.)	5.6	A. d.	Fh.	——	Beobachtung bei Lichtschwäche des Sterns nicht zu verbürgen.	*Riemann.*	
210		13 53 17,92	3 23 50,23	20 (e Plej.)	5	A. d.	Fh.	60	Der Austritt geschah plötzlich; gute Beobachtung.	*v. Bg.*	25 γ Tauri.
211		13 56 54,22	3 27 27,02	19 (e Plej.)	5	A. d.	Fh.	——	Wegen Lichtschwäche des Sterns sehr zweifelhaft.	*Riem.*	
212	Decbr. 7	9 25 36,76	2 32 35,69	16 (g Plej.)	5.6	E. d.	Fh.	108	Sehr scharfe u. genaue Beob.	*v. Bg.*	
213		9 34 {53,16 / 56,48}	2 41 {33,62 / 36,95}	19 (e Plej.)	5	E. d.	Fh.	64	Nicht sehr genaue Beob.	*Riem.*	
214		9 52 26,35	2 59 9,69	(135) (Plej.)	7	E. d.	Fh.	162	Nur eine Vermuthung.	*v. Bg.*	34 γ Erid.
216		9 56 33,01	3 3 17,03	20 (c Plej.)	5	E. d.	Fh.	162	Gute Beobachtung.	*v. Bg.*	87 α Tauri.
		9 56 33,30	3 3 17,32	——			Fh.	64	Ziemlich gute Beobachtung.	*Riem.*	
216		10 0 2,16	3 6 46,75	(l Plej.)	7	E. d.	Fh.	162	Trotz einer kleinen Störung ziemlich gute Beobachtung.	*v. Bg.*	
217		10 28 41,96	3 35 31,26	(147) (Plej.)	7	E. d.	Fh.	162	Nach Umständen gute Beob.	*v. Bg.*	
218	Decbr. 14	12 42 33,36	6 17 20,55	58 d Leonis	5	A. d.	Fh.	48	Plötzlich; sehr genaue Beob.	*v. Bg.*	19 β Orion. 112 β Tauri 58 α Orion.
219	Febr. 4	5 33 59,66	2 32 37,49	10 u³ Cancri	5.6	E. d.	Fh.	64	Plötzlich; gute Beobachtung.	*v. Bg.*	13 α Arietis 92 α Ceti
220		11 33 40,06	8 33 16,97	(42) Cancri	7	E. d.	Fh.	48	Sehr scharfe Beobachtung.	*v. Bg.*	66 α² Gemin. 78 β Gemin.
221	Febr. 15	17 52 44,39	16 36 45,67	(359) Sagitt.	5	A. d.	Fh.	50	Um diese Zeit den Stern zu Gesicht bekommen; der Austr. muſs etwas früher erfolgt sein.	*v. Bg.*	8 β Scorpii 1 δ Ophiu. 58 α Orionis
222	März 2	12 29 49,41	11 12 5,96	37 Gemin.	6	E. d.	Fh.	70	Plötzlich; gute Beobachtung.	*v. Bg.*	66 α² Gemin. 78 β Gemin.
223	April 28	9 28 50,43	11 55 20,83	82 π³ Cancri	6	E. d.	kFh.	43	Plötzlich; sehr scharf u. genau.	*v. Bg.*	94 β Leonis
224	April 30	14 15 45,19	16 60 55,82	65 p³ Leonis	6.6	E. d.	Fh.	48	Wahrscheinlicher Eintritt, jedoch wegen Schleiergewölk nicht zu verbürgen.	*v. Bg.*	5 α Coronæ 24 α Serp. 21 α Scorpii
225	Mai 23	9 58 8,66	14 3 17,77	42 ω' Gemin.	6	E. d.	Fh.	48	Plötzlich; gute Beobachtung.	*v. Bg.*	16 α Bootis.
		9 68 8,95	14 3 18,06				kFh.	43	Gute Beobachtung.	*Riem.*	
226	Mai 28	11 26 25,00	15 50 31,22	(126) Virg.	7	E. d.	kFh.	43	Scheint gut zu sein.	*v. Bg.*	24 α Serp. 1 δ Ophiu.
227	Juni 2	12 54 2,96	17 39 6,55	16 Scorpii	6	E. d.	Fh.	64	Viell. um 1s ungenau, weil der * zu nahe dem Hellen eintrat.	*v. Bg.*	33 γ Draconis 19 μ' Sagitt.
228	Juli 4	12 49 41,38	19 40 54,11	(351) Sagitt.	6	A. d.	Fh.	108	1s Anblick des *; nicht ganz zu verbürgen, ob es d. Austr. war.	*v. Bg.*	67 α Virg.
229		14 13 31,35	21 4 57,85	(369) Sagitt.	6.7	A. d.	Fh.	108	1s vermeintl. Anblick des Sterns.	*v. Bg.*	60 β Aquilæ
		14 13 59,35	21 5 25,92						Erst entschieden gesehen. Der eigentl. Moment also ungewiſs.		6 α² Capr.

Anm.: kFh. bezeichnet ein kleines Fernrohr von *Fraunhofer*, dessen Brennweite 2½ Fuſs bei 28 Linien Oeffnung. Die Bedeutung der übrigen Abkürzungen findet sich in den Astr. Nachr. Bd. 17. Nr. 387. p. 43. 44.

Berichtigung.

Herr Dr. *Wolfers* giebt in dem Berliner astronomischen Jahrbuche Copenhagens Breite und Längendifferenz mit Berlin so an:

Breite 55°40′53″0
Länge 0h 3′16″3.

Es ist dabei aber eine Verwechselung der Beobachtungsorte vorgegangen. Die Breite ist die des runden Thurms, die Länge aber (von Berlin an gerechnet) die des Passageinstruments auf Holkens Bastion. Daſs die angegebenen Bestimmungen nicht verbunden werden können ist klar. Es fragt sich aber, soll die Länge und Breite Copenhagens auf den runden Thurm oder auf Holkens Bastion bezogen werden? Holkens Bastion ist ein temporaires hölzernes Gebäude, das ursprünglich sowohl für den *Ramsden*schen Zenithsector, als für die bessere Aufstellung der *Reichenbach*schen Instrumente erbaut ward, und für die letzteren bis jetzt benutzt ist. Es ist aber keine definitive neue Sternwarte. Mir scheint also, man müsse bis auf weiteres dem runden Thurme sein altes Recht lassen und wenn von der Breite und Länge Copenhagens ohne nähere Bestimmung des Beobachtungsortes die Rede ist, die des runden Thurmes angeben. Demnach wäre Copenhagens

Breite 55°40′63″0
Länge von Berlin 0h 3′15″7

S.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 439—441.

Bestimmung der Bahn des Cometen von 1770.

Von Herrn *Thomas Clausen* *).

Der Comet von 1770, der einestheils durch seine grosse Erdnähe, und darum ausserordentliche scheinbare Grösse auf kurze Zeit, anderntheils durch die grosse Ellipticität seiner Bahn sehr merkwürdig wurde, um so mehr, da er dennoch nicht wieder erschien, veranlasste das Institut von Frankreich, einen Preis auf die genaueste Bestimmung seiner Bahn aus den vorhandenen Beobachtungen zu setzen, den *Burckhardt*'s Untersuchung (Mém. de l'Institut pour 1806. p. II) davontrug. Aus diesen Elementen leitete *Laplace* Mec. cél. T. IV. die erste sehr Annäherung der grossen von dem Jupiter im Jahre 1779 erlittenen Störungen der Elemente des Cometen ab, durch die er gänzlich aus dem Bereich unserer Augen entrückt wurde; und zeigte zugleich, dass er im Jahre 1767 aus einer Bahn, in der er uns nie sichtbar werden konnte, durch eben solche Störungen in die aus den Beobachtungen von 1770 gefundenen versetzt wurde. Zu der Zeit, da die Königliche Academie der Wissenschaften auf eine genauere Bestimmung der nach 1779 beschriebenen Bahn einen Preis setzte, beschäftigte ich mich rade mit der analytischen Entwickelung einer genauen Summationsmethode der Störungen der Himmelskörper in dem Falle, dass sie dem störenden Körper sehr nahe kommen, und verrichte deren Brauchbarkeit an dem erwähnten Cometen in seiner Erdnähe. Da das Ergebniss mich ganz befriedigte, und *Burckhardten* die Formeln für diesen Fall gefehlt haben, dass er genöthigt war, die sämmtlichen Beobachtungen in zwei verschiedene Branchen, vor und nach der Erdnähe, von dem Umfange von 14 und 61 Tagen, zu theilen, und aus jeder besonders die Bahn abzuleiten: so hatte ich durch die Möglichkeit, jetzt alle Beobachtungen, die einen Zeitraum von 109 Tagen umfassen, zugleich anwenden zu können, natürlich die Aussicht auf eine viel genauere Bestimmung der Umlaufszeit, als *Burckhardt* erhalten konnte, wenn überdem auf Refraction und Parallaxe Rücksicht gegommen würde, und die Elemente nach der Methode der kleinsten Quadrate, die zu der Zeit unbekannt war, bestimmt würden. Da es nun, um die grosse Störung durch den Jupiter im Jahre 1779 bestimmen zu können, vor allem nöthig ist, eine möglichst genaue Bestimmung der Bahn des Cometen zur Zeit seiner Erscheinung zu haben, da sich darauf diese die ganze Rechnung gründet, so habe ich die *Burckhardt*'sche Berechnung von neuem mit den eben genannten bessern Hülfsmitteln unternommen.

Die Beobachtungen, die ich zur Bestimmung der Bahn angewandt habe, stehen Mém. de l'Acad. de Paris 1776 p. 597 und *Maskelyne*'s Observations 1770. Um sie reduciren zu können, berechnete ich erst folgende Hülfstafeln:

Ephemeride der Sonne aus *Carlini*'s Tafeln, mit den von *Bessel* angegebenen Correctionen, für 12^h mittlere Par. Zeit.

1770.	Wahre Länge.	Log R	Breite.	Wahre AR.	Mittlere AR.	Zeitgleichung.
Juni 14	83° 48′ 18″ 7	0,0069778	+ 0 69	5^h 33′ 0″ 36	5^h 33′ 10″ 05	— 0′ 11″ 11
16	84 45 34,0	70117	65	37 9,57	37 6,50	+ 0 1,85
16	85 42 48,9	70436	58	41 18,89	41 3,16	0 14,31
17	86 40 4,0	70733	49	45 28,34	44 59,72	0 27,20
18	87 37 18,8	71009	39	49 37,85	48 56,28	0 40,15
19	88 34 33,3	71259	26	53 47,41	52 52,83	0 53,16
20	89 31 47,6	71486	13	57 57,00	56 49,39	1 6,19
21	90 29 1,8	71688	+ 0,01	6 2′ 6,59	6 0 45,95	1 19,22
22	91 26 15,8	71865	— 0,11	6 16,15	4 42,51	1 32,22
23	92 23 29,6	72015	23	10 25,66	8 39,06	1 45,18

*) Die Königliche Gesellschaft der Wissenschaften in Kopenhagen hat dieser Abhandlung, obgleich sie zu spät eingesandt ward, den früher ausgesetzten Preis zuerkannt, und ihren Abdruck in diesen Blättern erlaubt. S.

Digitized by Google

1770.	Wahre Länge.	Log R	Breite.	Wahre AR.	Mittlere AR.	Zeitgleichung.
Juni 24	93° 20′ 43″ 0	0,0072139	— 0″ 32	6h 14′ 35″ 08	6h 12′ 35″ 62	+ 1′ 58″ 04
25	94 17 56,1	72237	39	18 44,38	16 32,18	2 10,78
26	95 15 9,0	72310	45	22 53,55	20 28,74	2 23,39
27	96 12 21,7	72359	47	27 2,56	24 25,29	2 35,85
28	97 9 34,0	72385	46	31 11,38	28 21,85	2 48,11
29	98 6 45,7	72387	42	35 19,96	32 18,41	3 0,13
30	99 3 57,5	72368	36	39 28,33	36 14,97	3 11,94
Juli 1	100 1 8,9	72330	29	43 36,44	40 11,52	3 23,50
2	100 58 19,9	72272	19	47 44,25	44 8,08	3 34,76
3	101 55 31,0	72196	— 0,07	51 51,77	48 4,64	3 45,72
4	102 52 41,7	72104	+ 0,05	55 58,96	52 1,20	3 56,35
5	103 49 52,7	71995	17	7 0 5,84	55 57,76	4 6,67
6	104 47 3,5	71872	28	4 12,35	59 54,31	4 16,63
7	105 44 14,5	71735	37	8 18,49	7 3 50,87	4 26,22
8	106 41 25,9	71580	45	12 24,27	7 47,43	4 35,44
9	107 38 37,4	71412	51	16 29,63	11 43,98	4 44,25
10	108 35 49,4	71229	53	20 34,60	15 40,54	4 52,66
11	109 33 1,7	71030	53	24 39,13	19 37,10	5 0,64
12	110 30 14,8	70815	51	28 43,24	23 33,65	5 8,20
13	111 27 28,4	70582	44	32 46,90	27 30,21	5 15,30
14	112 24 42,6	70330	36	36 50,10	31 26,77	5 21,94
15	113 21 57,7	70060	25	40 52,83	35 23,33	5 28,12
16	114 19 13,5	69770	+ 0,13	44 55,05	39 19,88	5 33,82
17	115 16 30,0	69456	0	48 56,82	43 16,44	5 39,00
18	116 13 47,2	69121	— 0,12	52 58,05	47 13,00	5 43,67
19	117 11 5,3	68761	24	56 58,75	51 9,55	5 47,83
20	118 8 24 2	68378	36	8 0 58,93	55 6,11	5 51,45
21	119 5 43,7	67970	46	4 58,54	59 2,67	5 54,50
22	120 3 3,9	67538	54	8 57,59	8 2 59,22	5 57,01
23	121 0 25,0	67081	60	12 56,09	6 55,78	5 58,95
24	121 57 46,6	66599	62	16 53,98	10 52,33	6 0,29
25	122 55 8,8	66093	62	20 51,28	14 48,89	6 1,04
26	123 52 31,7	65562	59	24 47,99	18 45,45	6 1,19
27	124 49 55,2	65011	53	28 44,09	22 42,00	6 0,74
28	125 47 19,4	64438	45	32 39,58	26 38,56	5 59,68
29	126 44 44,1	63844	36	36 34,45	30 35,11	5 58,00
30	127 42 9,5	63232	24	40 28,70	34 31,67	5 55,69
31	128 39 35,5	62603	— 0,12	44 22,33	38 28,23	5 52,77
Aug. 1	129 37 2,3	61959	0	48 15,34	42 24,78	5 49,23
2	130 34 29,9	61299	+ 0,11	52 7,75	46 21,34	5 45,06
3	131 31 58,3	60627	21	55 59,52	50 17,89	5 40,31
4	132 29 27,6	59940	29	59 50,69	54 14,45	5 34,92
5	133 26 57,9	59242	36	9 3 41,27	58 11,00	5 28,96
6	134 24 29,3	58533	38	7 31,24	9 2 7,56	5 23,37
7	135 22 1,8	57812	38	11 20,63	6 4,11	5 16,51
8	136 19 35,7	57080	37	15 9,46	10 0,67	5 7,49
9	137 17 10,7	56335	31	18 57,69	13 57,22	4 59,17
10	138 14 47,3	55578	23	22 45,39	17 53,78	4 50,81
11	139 12 25,3	54808	13	26 32,52	21 50,33	4 40,90
12	140 10 4,8	54026	+ 0,01	30 19,12	25 46,89	4 30,94
13	141 7 46,0	53227	— 0,11	34 5,19	29 43,44	4 20,45
14	142 5 28,6	52414	23	37 50,73	33 39,99	4 9,45
15	143 3 12,9	51584	36	41 35,76	37 36,55	3 57,93
16	144 0 58,8	50737	48	45 20,28	41 33,10	3 45,90
17	144 58 46,3	49872	58	49 4,30	45 29,66	3 33,36
18	145 56 35,5	48987	66	52 47,85	49 26,21	3 20,37
19	146 54 26,2	48084	72	56 30,91	53 22,77	3 6,87
20	147 52 18,4	47160	75	10′ 0 13,99	57 19,32	2 52,90
21	148 50 12,2	46217	75	3 55,62	10 1 15,87	2 38,48

Digitized by Google

1770.	Wahre Länge.	Log R	Breite.	Wahre AR.	Mittlere AR.	Zeitgleichung.
Aug. 22	149° 46′ 7″ 4	0,0046255	— 0,72	10h 7′ 37″ 29	10h 5′ 19″ 43	— 2′ 25″ 60
23	150 45 4,1	44274	67	11 18,62	9 8,98	2 8,28
24	151 44 2,1	43276	60	14 59,31	13 5,53	1 52,62
25	152 42 1,6	42260	50	18 39,69	17 2,09	1 36,34
26	153 40 2,6	41228	39	22 19,66	20 58,64	1 19,77
27	154 38 4,7	40182	27	25 59,22	24 55,19	1 2,78
28	155 36 8,4	39122	15	29 38,42	28 51,75	0 46,42
29	156 34 13,4	38052	— 0,03	33 17,24	32 48,30	0 27,69
30	157 32 19,8	36971	+ 0,07	36 55,71	36 44,85	— 0 9,51
31	158 30 27,7	35882	15	40 33,85	40 41,41	+ 0 8,80
Sept. 1	159 28 37,1	34785	23	44 11,68	44 37,96	0 27,62
2	160 26 48,0	33682	26	47 49,20	48 34,51	0 46,55
3	161 25 0,7	32573	27	51 26,47	52 31,06	1 5,83
4	162 23 15,0	31460	26	55 3,48	56 27,62	1 26,38
5	163 21 31,1	30342	20	58 40,25	11 0 24,17	1 45,16
6	164 19 49,1	29221	13	11 2 16,82	4 20,72	2 5,14
7	165 18 9,1	28097	+ 0,05	5 53,21	8 17,27	2 25,29
8	166 16 31,0	26967	— 0,07	9 29,42	12 13,83	2 45,64
9	167 14 55,0	25833	20	13 5,49	16 10,38	3 6,12
10	168 13 21,1	24694	32	16 41,44	20 6,93	3 26,72
11	169 11 49,3	23548	44	20 17,28	24 3,49	3 47,44
12	170 10 19,7	22395	56	23 53,05	28 0,04	4 8,22
13	171 8 52,3	21236	66	27 28,76	31 56,59	4 29,07
14	172 7 27,0	20066	75	31 4,40	35 53,14	4 49,97
15	173 6 4,1	18888	81	34 40,05	39 49,69	5 10,87
16	174 4 43,1	17700	84	38 15,67	43 46,25	5 31,81
17	175 3 24,3	16501	85	41 51,30	47 42,80	5 52,73
18	176 2 7,5	15292	82	45 26,96	51 39,35	6 12,62
19	177 0 52,8	14071	78	49 2,67	55 35,90	6 34,46
20	177 59 40,2	12840	71	52 38,45	59 32,45	6 55,23
21	178 58 29,4	11599	62	56 14,29	12 3 29,01	7 15,95
22	179 57 20,5	10350	50	59 50,23	7 25,56	7 36,56
23	180 56 13,4	09092	38	12 3 26,28	11 22,11	7 57,06
24	181 55 8,3	07827	26	7 2,48	15 18,66	8 17,41
25	182 54 4,8	06557	14	10 38,81	19 15,21	8 37,53
26	183 53 3,1	05282	— 0,03	14 15,30	23 11,77	8 57,71
27	184 52 3,3	04004	+ 0,05	17 52,00	27 8,32	9 17,96
28	185 51 5,1	02726	13	21 28,89	31 4,87	9 37,22
29	186 50 8,8	01449	17	25 5,02	35 1,42	9 56,64
30	187 49 14,3	0,0000173	19	28 42,40	38 57,97	10 15,81
Octbr. 1	188 48 21,6	9,9999 900	18	32 21,04	42 54,53	10 34,78
2	189 47 30,9	97632	15	35 58,99	46 51,08	10 53,33
3	190 46 42,1	96370	08	39 37,26	50 47,63	11 11,61

Die Länge und AR. sind vom wahren Aequinoctium gezählt und von der Aberrationsconstante befreit; [illegible]

1770.	Praecess.	Nutation.	Summe.	Schiefe d. Ecliptik.
Juni 14,5	22″ 78	+ 15″ 04	37″ 82	23° 28′ 3″ 96
24,5	24,16	15,42	39,57	3,86
Juli 4,5	25,53	15,78	41,31	3,83
14,5	26,90	16,08	42,98	3,85
24,5	28,28	16,26	44,54	3,92
Aug. 3,5	29,65	16,32	45,97	4,02
13,5	31,03	16,24	47,27	4,15
23,5	32,40	16,00	48,40	4,28
Sept. 2,5	33,78	15,53	49,41	4,33
12,5	35,15	15,15	50,30	4,29
22,5	36,53	14,63	51,15	4,22
Oct. 2,5	37,90	14,10	52,00	4,10

Tafel zur Reduction der scheinbaren Oerter der Sterne. (siehe Astr. Nachr. Nr. 34.)

	A	B	C	D
Juni 9	0,8640	0,6294	0,5870n	1,2969n
19	0,8841	0,5418	0,9088n	1,3061n
29	0,9034	0,6478	0,3566	1,3033n
Juli 9	0,9214	0,6477	0,7233	1,2882n
19	0,9380	0,6423	0,9116	1,2600n
29	0,9528	0,6329	1,0338	1,2168n
Aug. 8	0,9659	0,6211	1,1195	1,1650n
18	0,9772	0,6068	1,1809	1,0982n
28	0,9869	0,5985	1,2239	0,9432n

Digitized by Google

		A	B	C	D
Sept.	7	9,9954	0,5923	1,2519	0,7469n
	17	0,0030	0,5922	1,2664	0,3459n
	27	0,0102	0,5991	1,2682	0,0903
Oct.	7	0,0174	0,6131	1,2572	0,6687

$k = -0{,}812$.

Mittlere Oerter der Sterne, die mit dem Cometen verglichen wurden, für den Anfang des Jahres 1770.

Die aus den Fundamentis Astronomiae (F. A.) gezogenen Rectascensionen sind um $-0^s{,}50$; die aus Piazzi und der Histoire céleste (H. C.) gezogenen um $+1^s{,}58$ corrigirt worden. (siehe Astr. Nachr. Nr. 92. p. 403.)

	Grade Auft.			Abweichung.			
γ Gemin.	90°	14′	55″55	+22°	33′	7″29	F. A.
			51,70			7,48	Piazzi
μ.....	92	15	35,94	22	36	38,92	F. A.
			39,95			34,62	Piazzi
Anonyma	96	18	46,09	22	12	44,43	H. C. p. 272
d Gemin.	99	26	16,17	22	0	41,13	F. A.
			20,24			42,03	Piazzi
Anonyma	100	17	38,50	21	50	15,25	H. C. p. 272
ζ Gemin.	102	36	48,56	20	53	15,15	F. A.
			50,60			13,70	Piazzi
q Gemin.	107	5	20,87	20	51	27,32	F. A.
			22,77			28,08	Piazzi
r Gemin.	108	20	28,75	20	41	50,95	F. A.
			31,96			50,09	Piazzi
l.....	115	33	17,83	20	28	21,30	F. A.
			18,47			22,10	Piazzi
Anonyma	117	51	37,00(1Fd.)	19	28	27,35	H. C. p. 254
			31,89(3Fd.)			30,05	H. C. p. 219
ζ Cancri	119	44	54,51	18	19	25,46	F. A.
			59,77			22,40	Piazzi
d' Cancri	122	32	32,02	19	3	13,59	F. A.
			34,66			13,05	Piazzi
31 d Cancri	124	36	49,69	18	51	21,42	F. A.
			49,95			20,21	Piazzi
e¹ Cancri	131	5	55,45	16	11	24,29	F. A.
			55,93			25,07	Piazzi
e².....	131	10	46,28	+16	26	58,37	F. A.
			43,67			58,71	Piazzi
γ Ophiu.	254	18	4,99	−15	25	14,77	F. A.
			8,80			5,33	Piazzi
a.....	261	4	0,32	+12	44	40,02	F. A.
			3,39			34,65	Piazzi
Anonyma	271	43	34,31	−15	54	——	F. A.
			36,99			64	13,22 H. C. p 471.
τ Ophiu.	272	20	50,69	+	3	17 32,54	F. A.
			55,14			35,38	Piazzi
γ Serpent.	272	21	24,13	−	2	56 16,15	F. A.
		20	57,54			43,25	Piazzi
Anonyma	272	35	4,44	−12	5	21,49	H. C. p. 348
			1,86			29,29	*Bessels* Zone 257

	Grade Auft.			Abweichung.			
Anonyma	273°	54′	49″72	−13°	7′	11″78	H. C. p. 348
			50,99			15,25	B. Z. 257
Anonyma	274	1	28,21	−14	41	31,10	H. C. p. 298
			——			30,94	F. A.
Anonyma	274	5	51,85	+	3	37 32,37	H. C. p. 92
			50,37			34,55	B. Z. 174
Anonyma	274	40	7,26	−10	55	57,82	H. C. p. 296
			11,47		55	9,63	B. Z. 256
Anonyma	275	33	——	−11	8	10,35	F. A...(1 Beobb.)
			53,08			5,64	H. C. p. 296 u. 348
			55,73			10,04	Piazzi....(10 B.)
			53,64			12,57	B. Z. 257 (1 B.)
m Aquilae	275	40	24,95	−	8	23 2,28	F. A.
			21,26			13,62	Piazzi
δ Serpent.	281	11	49,68	+	3	55 12,76	F. A.
			50,63			21,70	Piazzi
λ Aquilae	283	30	37,12	−	5	12 33,70	F. A.
			33,71			33,27	Piazzi
ζ.....	283	42	41,63	+13	32	13,99	F. A.
			36,31			17,10	Piazzi
κ.....	291	7	38,04	−	7	31 16,52	F. A.
			40,20			13,60	Piazzi
2 a Capric.	301	19	8,05	−13	14	28,43	F. A.
			12,72			24,91	Piazzi
2 β.....	302	1	2,69	−15	29	30,32	F. A. .
			4,74			24,56	Piazzi

Nach Berücksichtigung der aus den verschiedenen Bestimmungen folgenden eigenen Bewegungen finde ich daraus folgende

Mittlere Oerter für den Anfang des Jahres 1770.

	Grade Aufst.			Abweichung.			
γ Gemin.	90°	14′	54″27	+22°	33′	7″35	F. A. u. Piazzi
μ.....	92	15	37,28	22	36	37,49	F. A. u. P.
Anonyma	96	18	46,09	22	12	44,43	H. C. p. 272
d Gemin.	99	26	17,53	22	0	41,43	F. A. u. P.
Anon.	100	17	38,50	21	50	15,25	H. C. p. 272
ζ Gemin.	102	36	49,24	20	53	14,67	F. A. u. P.
q.....	107	5	21,50	20	51	27,57	F. A. u. P.
r.....	108	20	29,82	20	41	50,64	F. A. u. P.
l.....	115	33	18,04	20	28	21,57	F. A. u. P.
Anon.	117	51	33,17	19	28	28,70	H. C. p. 219 u. 254
ζ Cancri	119	44	56,26	18	19	24,44	F. A. u. P.
d.....	122	32	32,90	19	3	13,41	F. A. u. P.
δ.....	124	36	47,78	18	51	21,02	F. A. u. P.
e¹.....	131	5	55,61	16	11	24,55	F. A. u. P.
e².....	131	10	45,41	+16	26	58,48	F. A. u. P.
γ Ophiu.	254	18	6,26	−15	25	11,62	F. A. u. P.
a.....	261	4	1,34	+12	44	38,23	F. A. u. P.
Anon.	271	43	35,20	−15	54	15,22	F. A. u. H. C. p. 471
τ Ophiu.	272	20	52,17	+	3	17 33,49	F. A. u. Piazzi
γ Serp.	272	21	15,27	−	2	56 25,18	F. A. u. P.
Anon.	272	35	7,28	−12	6	12,91	H. C. u. *Bessels* Z.
Anon.	273	54	48,32	−13	7	7,96	H. C. u. B. Z.
Anon.	274	1	28,21	−14	41	30,99	F. A. u. H. C. p. 298
Anon.	274	5	53,08	+	3	37 30,52	H. C. u. B. Z.

Digitized by Google

	Grade Aufst.	Abweichung.	
Anon.	274°40′ 2′63	−10°55′44″63	H. C. u. B. Z.
Anon.	275 33 55,35	−11 8 8,67	F. A.; H. C.; Piazzi u. *Bessels* Z.
η Aquilæ	275 40 23,72	− 8 23 6,06	F. A. u. P.
1 Serp.	281 11 50,00	+ 3 55 15,74	F. A. u. P.
λ Aquilæ	283 30 35,98	− 5 12 33,27	F. A. u. P.
?	283 42 39,86	+13 32 15,03	F. A. u. P.
κ	291 7 38,76	− 7 31 15,55	F. A. u. P.
2 Capr.	301 19 9,61	−13 14 27,26	F. A. u. P.
2β	302 1 3,37	−15 29 26,40	F. A. u. P.

Scheinbare Oerter der Sterne zur Zeit der Beobachtung.

		Grade Aufst.	Abweichung.
Juni 15.	Anonyma	271°44′ 35″28	−15°54′ 10″48
— 17.	Anonyma	271 44 35,64	15 54 10,36
	2 a Capric.	301 20 4,47	13 14 13,40
	2β	302 1 58,65	15 29 13,91
	Anonyma	274 2 28,04	14 41 25,37
— 20.	Anonyma	274 2 28,59	14 41 25,18
	Anonyma	271 44 36,16	15 54 10,21
— 21.	Anonyma	274 2 28,78	14 41 25,12
— 22.	Anonyma	274 2 28,97	14 41 25,06
	Anonyma	273 55 48,50	13 7 2,09
	Anonyma	272 36 7,13	12 6 7,51
	Anonyma	271 44 36,52	15 54 10,11
	η Ophiuchi	254 19 6,69	15 25 12,98
— 24.	Anonyma	271 44 36,88	15 54 10,00
	Anonyma	272 36 7,50	12 6 7,36
	Anonyma	274 41 2,39	10 55 38,56
	Anonyma	275 34 55,16	11 8 2,10
	λ Aquilæ	283 31 33,48	5 12 24,48
	κ	291 8 31,80	7 31 4,44
	2 a Capric.	301 20 6,75	13 14 12,62
— 25.	m Aquilæ	275 41 22,79	8 22 59,39
— 27.	η Serpentis	272 22 13,02	− 2 56 19,29
— 28.	τ Ophiuchi	272 21 48,37	+ 3 17 39,70
	Anonyma	274 6 49,23	3 37 37,18
	δ Serpentis	281 12 46,07	3 55 24,11
— 29.	ζ Aquilæ	283 43 34,09	13 32 23,77
	α Ophiuchi	261 4 54,54	12 44 42,48
Aug. 2.	η Geminor.	90 15 27,21	22 33 3,27
	μ	92 16 9,73	22 36 32,97
	Anonyma	96 19 17,44	22 12 39,16
— 3.	μ Geminor.	92 16 10,11	22 36 32,98
	Anonyma	96 19 17,80	22 12 39,16
— 4.	μ Geminor.	92 16 10,48	22 36 32,99
	Anonyma	96 19 18,15	22 12 39,17
	d Geminor.	99 26 48,80	22 0 35,59
	ζ	102 37 19,52	20 53 8,42
— 5.	Anonyma	96 19 18,51	22 12 39,17
	d Geminor.	99 26 49,14	22 0 35,58
	ζ	102 37 19,84	20 53 8,42

		Grade Aufst.	Abweichung.
Aug. 6.	μ Geminor.	92°16′ 11″22	+22°35′ 33″01
	Anonyma	96 19 18,86	22 12 39,17
	d Geminor.	99 26 49,47	22 0 35,58
— 7.	Anonyma	96 19 19,22	22 12 39,17
	d Geminor.	99 26 49,82	22 0 35,58
— 8.	d	99 26 50,20	22 0 35,58
	ζ	102 37 20,85	20 53 8,40
— 9.	ζ	102 37 21,20	20 53 8,39
— 10.	d	99 26 50,95	22 0 35,56
	Anonyma	100 18 11,63	21 50 9,24
	ζ Geminor.	102 37 21,56	20 53 8,38
— 11.	d	99 26 51,31	22 0 35,55
	ζ	102 37 21,91	20 53 8,37
— 12.	μ	92 16 13,65	22 36 33,07
	d	99 26 51,70	22 0 35,54
	Anonyma	100 18 12,38	21 50 9,22
	ζ Geminor.	102 37 22,27	20 53 8,37
— 14.	d	99 26 52,44	22 0 35,53
	ζ	102 37 22,98	20 53 8,35
— 15.	ζ	102 37 23,35	20 53 8,34
— 18.	ζ	102 37 24,44	20 53 8,31
	q	107 5 55,42	20 51 20,28
— 19.	ζ	102 37 24,83	20 53 8,30
	q	107 5 55,79	20 51 20,25
— 25.	q	107 5 58,00	20 51 20,11
— 26.	ζ	102 37 27,55	20 53 8,20
	q	107 5 58,38	20 51 20,08
	r	108 21 6,26	20 41 42,96
— 28.	q	107 6 59,09	20 51 20,03
	r	108 21 7,01	20 41 42,88
— 29.	r	108 21 7,42	20 41 42,83
	l	115 33 53,56	20 28 12,33
— 30.	l	115 33 53,70	20 28 12,28
— 31.	l	115 33 54,07	20 28 12,23
Sept. 4.	l	115 33 55,51	20 28 12,02
	Anonyma	117 52 9,66	19 28 18,95
— 5.	l Geminor.	116 38 55,86	20 28 11,97
	Anonyma	117 52 10,00	19 28 18,90
— 8.	Anonyma	117 52 11,13	19 28 18,74
— 9.	ζ Cancri	119 46 33,71	18 19 14,34
— 10.	ζ	119 45 34,10	18 19 14,27
— 14.	d'	122 33 11,38	19 3 2,24
	δ	124 37 25,46	18 51 9,54
— 17.	δ	124 37 26,62	18 51 9,28
— 18.	δ	124 37 27,00	18 51 9,19
— 19.	δ	124 37 27,37	18 51 9,10
— 20.	δ	124 37 27,76	18 51 9,02
— 29.	ε'	131 6 36,12	16 11 11,26
Oct. 1.	ε'	131 11 26,72	16 26 44,91
— 2.	ε'	131 11 27,10	16 26 44,81

Mit diesen Oertern erhielt ich nach Anbringung der Refraction folgende Cometenörter:

Digitized by Google

Messiers Beobachtungen.

1770.	Mittlere Zeit des Obs. de la marine.	Sternzeit.	Mittl. Pariser Zeit.	Refraction in AR.	Refraction in Decl.	Rectascension des Cometen.	Declination des Cometen.
Juni 15	11h 23′ 22″23	17h 0′ 22′81	15d474651	+ 0″70	— 3″67	272° 58′ 21″0	— 16° 29′ 11″2
	11 49 37,46	17 26 42,35	492882	+ 0,41	—	58 5,7	———
	14 6 15,55	19 43 44,00	587781	— 0,97	—	57 49,3	———
— 17	11 11 33,77	16 56 25,53	17,466451	— 0,14	+ 0,69	273 5 50,5	15 47 20,7
	12 27 16,45	18 12 20,55	519029	0	0	6 49,5	———
	———	———	———	0	0	6 58,7	———
	12 45 58,62	18 32 5,06	532710	+ 0,04	+ 0,70	5 57,7	45 27,7
	12 49 7,64	18 34 15,43	534204	— 0,32	— 5,53	8 27,7	45 12,9
	12 54 17,69	18 39 25,33	537793	— 0,40	— 5,56	7 57,6	———
— 20	10 40 48,47	16 37 24,85	20,445094	— 0,55	+ 2,11	278 20 43,0	14 19 54,1
	11 10 35,74	17 7 17,02	455779	— 0,34	+ 1,92	21 43,2	19 49,3
	11 40 5,01	17 36 51,13	486257	— 0,18	+ 1,82	21 43,4	———
	———	———	———	— 0,81	+ 8,23	21 50,3	20 6,0
— 21	10 27 46,39	16 28 17,19	21,436042	— 1,74	+ 5,06	273 26 57,0	13 40 43,1
	11 4 39,72	17 5 16,58	451558	— 0,97	+ 5,33	27 12,8	39 44,8
— 22	10 25 37,37	16 30 4,38	22,434548	— 3,03	+10,73	278 34 55,9	12 49 46,3
	10 46 3,55	16 50 33,91	448740	— 0,32	+ 1,43	35 3,2	50 0,7
	———	———	———	+ 0,77	— 3,49	35 29,9	49 8,0
	11 44 7,08	17 48 45,98	489059	+ 0,20	— 3,00	35 37,3	47 37,5
	12 9 38,31	18 14 22,41	506782	0	+15,24	35 51,5	46 7,9
	———	———	———	0	+ 8,96	35 59,0	46 7,1
	———	———	———	0	+12,64	35 51,7	46 12,3
— 24	12 3 19,07	18 15 55,24	24,502392	0	+24,85	273 58 13,9	10 24 29,1
	———	———	———	0	+ 6,76	58 14,5	24 18,5
	———	———	———	0	+ 2,01	58 10,4	24 19,6
	———	———	———	0	+ 2,81	58 14,2	24 43,3
	———	———	———	0	—17,19	58 3,5	24 51,7
	———	———	———	0	—10,12	58 14,1	24 35,6
	———	———	———	0	+11,68	58 29,8	24 25,9
	12 29 23,30	18 42 3,75	520498	+ 0,46	+ 6,98	58 23,0	22 19,4
	———	———	———	+ 0,14	+ 2,17	58 2,5	22 11,4
	———	———	———	+ 0,20	+ 2,98	58 25,4	22 20,1
	12 44 59,44	18 57 42,45	531332	+ 0,24	+ 2,26	57 47,6	21 26,3
	———	———	———	+ 0,32	+ 3,05	58 10,5	22 3,1
	13 25 8,80	19 37 58,41	559218	+ 0,56	+ 2,53	57 17,9	18 55,9
	———	———	———	+ 0,74	+ 3,48	57 25,9	19 47,6
— 25	13 27 55,55	19 44 42,17	25,561148	— 0,10	— 0,46	274 15 22,7	8 30 10,8
	13 38 34,65	19 55 23,03	568545	— 0,10	— 0,40	14 52,7	29 1,8
— 27	13 13 17,48	19 37 54,61	27,550986	+ 0,35	+ 1,98	275 12 58,4	— 2 13 20,3
	13 29 58,62	19 54 38,69	562572	+ 0,49	+ 2,22	13 20,5	9 40,0
— 28	10 46 34,49	17 14 44,28	28,449099	+ 0,23	— 1,60	276 4 16,3	+ 3 9 58,5
— 29	10 2 52,15	16 34 51,33	29,418748	+ 0,01	— 0,03	277 44 19,1	13 30 58,8
	10 32 33,41	17 4 37,46	439354	— 0,07	+ 0,44	47 4,0	49 0,2
	11 42 3,98	18 14 19,44	487534	— 0,04	—	53 19,1	———
	11 59 27,13	18 31 45,45	499707	0	+ 1,80	54 57,1	14 45 28,5
	———	———	———	0	+ 3,02	54 54,5	45 26,5
Aug. 2	15 3 15,49	23 50 6,94	2,627851	+ 0,78	— 0,88	96 32 30,0	22 29 18,4
	———	———	———	+ 1,48	— 1,67	32 37,2	29 26,3
	———	———	———	— 3,51	+ 3,94	32 15,9	29 5,1
	15 39′ 12,38	0 26 9,73	2,652314	+ 0,37	— 0,41	32 59,6	29 10,9
	———	———	———	+ 0,70	— 0,80	32 36,4	29 9,2
	———	———	———	— 1,54	+ 1,78	33 2,9	28 39,9
— 3	14 45 9,72	23 35 54,75	3,614783	+ 3,75	— 4,25	96 55 59,9	22 24 58,7
	———	———	———	— 3,98	+ 4,52	56 42,8	24 35,7
	15 19 43,60	0 10 34,31	638787	+ 1,49	— 1,58	57 27,5	25 30,3
	15 24 9,59	0 15 1,02	641866	— 1,54	+ 1,74	57 22,3	24 53,9

Digitized by Google

1770	Mittlere Zeit des obs. de la marine.	Sternzeit.	Mittl. Pariser Zeit.	Refraction in AR.	Refraction in Decl.	Rectascension des Cometen.	Declination des Cometen.
Aug. 4	14h 12′ 48″ 89	23° 7′ 24″ 66	4d692315	+14″ 45	−17″ 22	97°20′ 59″ 9	+22°21′ 30″ 8
	14 21 52,86	23 16 30,11	698610	— 5,53	+ 6,47	21 46,6	20 40,6
				−14,44	+16,91	21 43,4	21 6,6
	14 38 22,29	23 33 2,76	610068	— 3,01	+ 3,43	22 10,1	20 26,6
				— 7,92	+ 9,03	22 4,9	20 47,6
	14 54 12 23	23 48 56,29	621063	— 1,85	+ 9,09	22 27,3	20 16,3
				— 4,92	+ 5,54	22 22,9	20 36,1
	15 7 25,18	0 2 10,42	630241	— 3,69	+ 4,15	22 39,1	21 36,7
				−16,57	+18,65	23 11,9	21 59,1
	15 33 8,07	0 27 57,64	648099	— 2,14	+ 2,46	23 10,7	21 61,0
				— 9,30	+10,68	24 4,2	21 10,1
— 5	14 38 43,26	23 37 20,33	6,610311	— 1,43	+ 1,63	97 49 2,1	22 16 37,8
				— 5,85	+ 6,67	48 42,3	16 39,2
	14 55 13,19	23 53 52,98	621768	— 0,84	+ 0,95	49 16,7	16 25,1
				— 3,61	+ 4,06	49 44,5	16 28,6
	15 13 28,11	0 12 10,89	634441	— 0,53	+ 0,60	49 33,0	16 20,8
				— 2,30	+ 2,59	49 15,8	16 22,2
	15 28 24,04	0 27 9,27	644810	— 1,72	+ 1,97	49 46,4	16 48,5
	(22 5,04)	(20 49,00)	(640423)	(— 1,96)	+ (2,22)	(46,2)	(48,8)
				— 9,37	+10,71	50 8,5	16 56,1
				(−10,70)	+(12,15)	(7,1)	(57,6)
— 6	14 29 42,65	23 32 14,80	6,604053	+10,02	−11,49	98 16 25,2	22 13 32,5
				0	0	16 37,9	12 39,2
	14 45 26,58	23 48 1,32	614979	0	0	16 52,9	12 39,2
	(40 38)	(43 22,56)	(611761)	(0)	(0)	(52,9)	(39,2)
				— 3,45	+ 3,89	16 34,0	12 52,6
				(— 3,95)	(+ 4,48)	(33,5)	(53,1)
	15 0 5,50	0 2 42,64	625152	0	0	17 7,9	12 39,2
	(14 55 28)	(23 58 5,88)	(621957)	(0)	(0)	(7,9)	(39,2)
				— 2,34	+ 2,62	17 5,1	12 51,2
				(— 2,62)	(+ 2,95)	(4,8)	(51,5)
— 7	14 49 19,83	23 55 1,75	7,617678	+ 0,89	— 1,00	98 45 51,1	22 8 53,2
				— 2,16	+ 2,43	46 18,7	9 37,0
	14 56 9,29	0 2 42,34	622417	+ 0,75	— 0,84	45 39,0	8 52,3
				— 1,72	+ 1,94	45 33,1	9 10,5
— 8	14 20 13,71	23 30 37,41	8,597468	— 2,38	+ 2,76	99 14 15,8	22 4 49,8
	14 46 29,56	23 56 57,58	615707	— 1,03	+ 1,16	15 2,2	4 46,7
	14 51 12,53	0 1 41,33	618983	— 0 90	+ 1,01	16 17,3	4 42,6
				−16,75	+18,86	16 1,1	5 5,8
	15 10 28,42	0 21 0,58	632361	— 0,56	+ 0,64	16 47,6	4 40,2
				−10,43	+11,79	15 52,4	4 52,2
— 9	14 48 10,16	0 2 35,01	9,616872	−16,25	+18,30	99 47 37,0	22 0 11,7
— 10	14 14 27,45	23 32 43,32	10,593461	+ 1,51	— 1,76	100 17 45,5	21 58 7,8
	14 21 43,41	23 40 0,47	598507	+ 1,16	— 1,34	18 0,1	58 8,2
	14 30 23,35	23 48 41,83	604524	+ 0,91	— 1,03	17 59,9	58 3,5
	14 39 32,29	23 57 52,27	610877	+ 0,69	— 0,77	18 14,6	58 3,8
				— 1,96	+ 2,22	18 9,7	57 17,5
	14 46 16,25	0 4 37,34	615553	−13,75	+15,56	17 44,8	57 39,9
	15 0 49,16	0 19 12,64	625657	+ 0,41	— 0,46	18 29,4	57 59,1
				−10,80	+12,17	18 17,8	57 30,5
	15 19 55,04	0 38 21,66	638919	+ 0,28	— 0,33	18 59,2	57 55,2
— 11	14 23 23,93	23 45 37,81	11,599670	+ 2,69	— 3,07	100 50 22,0	21 54 15,6
	14 31 49,87	23 54 5,14	605526	+ 2,07	— 2,35	50 36,4	54 12,2
	14 46 6,78	0 7 24,23	614749	−14,45	+16,28	51 20,5	53 14,6
	14 54 20,72	0 16 39,69	621160	−11,34	+12,77	51 38,6	53 12,1

Digitized by Google

1770.	Mittlere Zeit des obs. de la marine.	Sternzeit.	Mittl. Pariser Zeit.	Refraction in AR.	Refraction in Decl.	Rectascension des Cometen.	Declination des Cometen.
Aug. 12	14h 46′ 25″75	0h 12′ 39″99	12d 615663	+ 9,39	−10″56	101° 24′ 38″0	+21° 49′ 46″5
	15 9 4,59	0 35 22,54	631391	+ 1,36	— 1,54	25 12,1	49 34,0
				— 7,35	+ 8,35	25 47,9	49 42,7
	15 27 46,46	0 54 7,48	644375	+ 0,91	— 1,06	25 26,6	49 56,5
				0	0	25 23,4	50 9,2
	15 30 25,44	0 56 46,90	646216	— 4,75	+ 5,58	25 35,5	49 23,9
— 14	14 37 29,21	0 11 35,07	14,609453	−12,86	+14,50	102 34 40,1	21 42 13,8
	14 58 39,05	0 32 48,39	624151	+ 2,74	— 3,09	35 11,2	41 42,7
				— 7,50	+ 8,47	34 45,5	42 5,8
	15 18 38,89	0 52 51,51	638038	— 4,89	+ 5,64	35 3,1	41 57,0
	15 28 38,81	1 2 53,08	644981	— 4,02	+ 4,73	35 19,0	41 50,1
— 15	15 43 34,10	1 21 47,38	15,655344	— 2,77	+ 3,40	103 11 41,6	21 37 41,7
	15 56 37,99	1 34 53,41	684417	— 2,24	+ 2,86	12 12,1	37 39,2
	16 4 32,92	1 42 49,64	669914	— 2,00	+ 2,63	12 42,3	37 38,0
— 18	14 24 32,04	0 14 21,99	18,600458	−10,76	+12,19	105 3 7,7	21 25 50,5
	14 43 22,86	0 33 15,91	613546	— 6,32	+ 7,12	3 42,1	25 36,4
				— 6,70	+ 7,55	3 58,7	25 36,8
	15 4 6,67	0 54 3,12	18.627943	— 3,89	+ 4,43	105 4 44,5	21 25 14,7
				— 4,10	+ 4,67	4 46,3	25 10,9
— 19	14 33 18,40	0 27 6,36	19,606551	— 6,91	+ 7,80	105 42 3,9	21 21 11,1
				— 7,37	+ 8,31	42 20,4	21 11,6
	14 57 41,17	0 51 33,13	623481	— 3,76	+ 4,28	42 52,1	20 55,6
				— 4,00	+ 4,54	42 53,8	20 52,8
— 26	15 39 38,21	2 1 12,93	26,652613	+ 0,26	— 0,33	110 26 46,6	20 46 32,7
				— 0,25	+ 0,32	26 27,0	46 19,3
	16 16 3,78	2 37 44,49	677908	+ 0,22	— 0,31	26 59,8	46 17,9
				— 0,14	+ 0,21	26 57,1	46 9,2
— 28	14 44 6,42	1 13 26,13	28,614081	+ 2,37	— 2,68	111 47 2,5	20 35 26,4
				+ 0,96	— 1,10	48 57,0	35 17,8
	15 8 36,12	1 37 58,85	631062	+ 1,44	— 1,68	48 1,5	35 18,4
— 29	15 21 53,18	1 55 14,64	29,640286	+ 0,81	— 0,97	112 29 38,2	20 30 2,9
	15 43 30,91	2 18 55,93	655307	— 0,06	+ 0,07	30 23,3	29 23,4
	16 3 58,65	2 37 27,03	669517	— 0,04	+ 0,06	31 11,3	29 22,4
	16 25 16,39	2 58 48,27	684306	— 0,03	+ 0,05	31 53,3	29 21,4
— 30	14 48 22,47	1 25 34,98	30,617014	+ 0,62	— 0,71	113 9 53,3	20 23 28,6
	15 6 15,26	1 43 30,70	629432	+ 0,43	— 0,51	10 46,1	23 26,8
	15 26 30,99	2 3 49,76	643502	+ 0,30	— 0,37	11 8,0	23 24,9
— 31	14 38 15,15	1 19 22,56	31,609986	+ 1,69	— 1,92	113 51 8,8	20 17 48,3
	15 18 53,63	2 0 7,71	638208	+ 0,74	— 0,89	52 7,8	17 46,3
Sept. 4	16 5 19,09	2 2 17,15	4,628781	+ 3,03	— 3,58	116 34 23,5	19 52 24,4
	15 15 40,94	2 12 40,71	635979	+ 2,51	— 3,05	34 53,0	52 21,0
	15 32 10,72	2 29 13,20	647434	+ 1,91	— 2,45	35 22,4	52 12,6
	15 48 27,50	2 45 32,65	658740	+ 1,50	— 2,03	35 37,0	52 9,0
	16 11 26,18	3 8 35,10	674697	— 0,72	+ 1,08	36 41,9	51 33,0
— 5	14 48 37,51	1 49 29,38	5,617188	+ 4,96	— 5,72	117 14 32,8	19 45 9,2
				— 2,01	+ 2,32	15 17,0	44 58,2
	15 2 43,31	2 3 37,50	626979	+ 3,76	— 4,44	14 31,6	45 8,5
				— 1,51	+ 1,78	15 17,5	44 57,7
	16 14 55,15	2 15 51,34	635449	— 1,20	+ 1,46	15 32,8	44 54,4
— 8	15 57 4,00	3 9 56,77	8,664717	+ 0,13	— 0,19	119 15 54,3	19 24 36,6
	16 5 44,87	3 18 39,07	670747	+ 0,12	— 0,17	16 9,2	24 33,6
— 9	16 6 30,22	2 23 11,23	9,629605	— 4,76	+ 5,70	119 52 46,9	19 17 32,0
	(2 44,22)	(19 24,61)	(626989)	(— 5,12)	(+ 6,07)	(46,6)	(32,4)
	15 22 5,00	2 38 48,58	840424	— 3,61	+ 4,51	119 53 3,1	17 28,8
	(6 30,22)	(23 11,23)	(629605)	(— 4,76)	(5,70)	(1,9)	(30,0)
	15 37 22,78	2 54 8,87	651045	— 2,82	+ 3,72	53 3,9	17 25,1
	(22 5,00)	(38 48,58)	(640424)	(— 3,61)	(4,51)	(3,1)	(25,8)

Digitized by Google

1770.	Mittlere Zeit des obs. de la marine.	Sternzeit.	Mittl. Pariser Zeit.	Refraction in AR.	Refraction in Decl.	Rectascension des Cometen.	Declination des Cometen.
Sept. 10	$16^h 26' 25''46$	$3^h 47' 14''14$	$10^d 685081$	$-1''19$	$+2''02$	$120°31'9''9$	$+19° 9' 22''8$
— 14	14 16 26,06	1 52 40,60	14,594823	+ 4,34	— 4,91	123 1 19,7	18 42 17,8
	14 33 45,80	2 10 4,20	606868	+ 2,85	— 3,26	2 3,2	42 16,0
				+ 1,80	— 1,80	1 28,8	41 43,0
	16 0 19,41	2 36 42,47	625313	+ 1,56	— 2,01	2 47,0	42 10,2
	15 42 18,80	3 18 48,46	654473	+ 0,84	— 1,17	3 47,2	42 9,1
— 17	15 53 0,89	3 41 21,97	17,661903	+ 1,04	— 1,55	124 62 14,7	18 19 16,7
	16 6 12,71	3 53 35,79	670374	+ 0,88	— 1,40	52 29,5	19 13,9
	16 13 60,69	4 2 15,09	676368	+ 0,79	— 1,32	62 44,4	19 11,0
— 18	15 30 14,33	3 22 28,22	18,646087	+ 1,78	— 2,41	126 27 21,8	18 11 16,8
	15 56 2,95	3 48 21,09	664012	+ 1,24	— 1,89	27 61,2	11 9,3
	16 9 55,76	4 2 16,17	673660	+ 1,02	— 1,69	28 6,0	11 4,5
— 19	15 19 1,56	3 15 10,26	19,638301	+ 2,38	— 3,11	126 2 13,7	18 6 21,0
	16 29 47,51	3 25 57,88	645777	+ 2,01	— 2,74	2 28,4	5 18,4
— 20	15 33 40,69	3 33 48,24	20,648476	+ 2,17	— 3,03	126 36 48,9	17 57 49,0
— 29	15 23 47,68	3 59 22,53	29,641611	— 1,60	+ 2,26	131 21 51,6	16 49 62,6
	16 39 25,62	6 15 12,94	694139	— 0,58	+ 1,28	22 52,5	48 57,5
Octbr. 1	16 23 18,53	4 6 46,56	1,641276	— 0,32	+ 0,47	132 19 69,4	16 35 6,4
	16 33 24,71	5 17 4,16	689959	— 0,12	+ 0,26	21 38,6	34 23,2
— 2	15 43 33,81	4 31 1,61	2,666341	— 0,01	+ 0,02	132 48 43,1	16 27 6,8
	16 38 47,11	5 26 23,99	693689	0	0	49 43,1	26 44,8

Die in Klammern eingeschlossenen Zahlen enthalten die Reductionen, wenn man die Zeiten dieser Beobachtungen, wie *Burckhardt* annimmt. Da er die Originalbeobachtungen zur Hand hatte, und also den Fehler in den Mém. de Paris corrigiren konnte, so habe ich die daraus folgenden Cometenörter als richtiger zur Bahnbestimmung angewandt. Wo nähere Bestimmungen für ein Zeitmoment vorkommen, sind es nur Vergleichungen mit mehreren Sternen zugleich, aus denen zur Bildung eines Orts für die Bahnbestimmung das Mittel genommen wurde.

Maskelyne's Beobachtungen.

1770.	Greenwicher mittl. Zeit.	Sternzeit.	Mittl. Pariser Zeit.	Refraction in AR.	Refraction in Decl.	Rectascension.	Decl. des Com.
Juni 28	$18^h 29' 26''$	$20^h 0' 16''$	$28 568630$	$+0''42$	$+2''11$	$276°12' 11''8$	$+4° 9' 8''8$
				+ 0,25	+ 1,25	12 9,5	8 4,4
	18 56 5	20 28 58	586602	+ 0,48	+ 1,81	13 19,7	18 47,0
Aug. 25	14 69 2	1 16 35	26,630828	0	0	109 43 35,6	20 51 5,1
	16 19 16	1 36 53	644879	0	0	44 38,0	51 20,1
— 26	15 5 37	1 27 8	26,635400	+ 0,44	— 0,66	110 26 23,8	20 46 33,6
	15 27 33	1 49 8	650532	+ 0,29	— 0,39	26 18,7	46 40,7
	15 51 56	2 13 34	667666	+ 0,18	— 0,27	27 28,6	47 8,8
— 28	14 32 54	1 2 12	28,612580	+ 1,09	— 1,36	111 47 38,4	20 35 18,5
	14 57 48	1 27 11	629972	+ 0,70	— 0,88	48 27,7	35 0,0
	15 22 15	1 51 41	646962	+ 0,43	— 0,57	48 32,4	35 20,3
	15 44 66	2 14 27	662704	+ 0,29	— 0,41	49 27,3	35 34,6
— 29	16 2 0	1 36 20	29,632889	— 0,13	+ 0,16	112 29 38,2	20 29 32,5
	15 20 12	1 53 24	645628	— 0,12	+ 0,16	30 4,6	29 64,6
	15 40 19	2 13 45	669498	— 0,07	+ 0,10	30 38,3	29 36,4

Es war jetzt vor allem nöthig, eine ungefähre Bestimmung der allen Beobachtungen mit Berücksichtigung der Störungen Gnüge leistenden Bahn. Da aufser der directen Einwirkung der Erde die Störungen ganz unbeträchtlich sind, so wurde blofs auf diese vorläufig Rücksicht genommen. Die Methode, die ich zur Summirung derselben in der Erdnähe angewandt habe, ist folgende:

Bekanntlich können die Werthe von $x, y, z; x', y', z'$; r und r', der Coordinaten des gestörten und des störenden Körpers und deren Entfernungen von der Sonne, durch Reihen ausgedrückt werden, die nach den Potenzen der Zeit geordnet, schnell convergiren; also eben so $x-x'$, $y-y'$, $z-z'$, die auf den Ort des störenden Körpers bezogenen Coordinaten des gestörten; eben so das Quadrat deren gegenseitigen Entfer-

nungen ρ^2; (siehe *Bessels* Untersuchungen über die Bahn des Cometen von 1807; nach dessen Formeln ich die Differentialquotienten der Störungen berechnet habe.) es bleibt aber der allgemeine Coefficient $\frac{1}{\rho^2}$, der in diesem Fall, nach den Potenzen der Zeit geordnet, sehr divergirt. Um diese Divergenz zu heben, verwandle ich den Ausdruck von $\rho^2 = \alpha + \beta t + \gamma t \ldots$ in einen andern, in dem der Coefficient des zweiten Gliedes verschwindet, durch die Substitution von $t = t' + \tau$, wodurch er sich in $\alpha_1^2(1+\beta_1^2 t'^2)(1+\gamma_1 t'^2+\gamma_2 t'^4\ldots)$ verwandeln läfst, wo die Reihe $1+\gamma_1 t'^2+\gamma_2 t'^4+\ldots$ schnell convergirt. Setzt man nun $\beta_1 t = tg\theta$, wodurch $dt' = \frac{d\theta}{\beta_1 \cos\theta^2}$; $\frac{1}{\rho^2} = \frac{\cos\theta^2}{\alpha_1^2(1+\gamma_1 t'^2+\gamma_2 t'^4+\ldots)^2}$ wird; so sieht man leicht, dafs die Differentialquotienten der Störungen durch ihre resp. $\cos\theta^2$ dividirt, sich durch eine nach t' oder $tang\,\theta$ geordneten Reihe, die schnell convergirt, ausdrücken lassen. Es sei diese Reihe

$$A + Bt' + Ct'^2 + Dt'^3 + Et'^4 + Ft'^5 + Gt'^6 + \ldots$$

so hat man für den Ausdruck des gestörten Elements nach Substitution von t' und dt'

$$\text{Const.} + \int d\theta \left(\frac{A}{\beta_1}\cos\theta + \frac{B}{\beta_1^2}\sin\theta + \frac{C}{\beta_1^3}\frac{\sin\theta^2}{\cos\theta} + \frac{D}{\beta_1^4}\frac{\sin\theta^3}{\sin\theta^2} + \frac{E}{\beta_1^5}\frac{\sin\theta^4}{\cos\theta^3} + \frac{F}{\beta_1^6}\frac{\sin\theta^5}{\cos\theta^4} \ldots \right)$$

und nach der Integration:

$$\begin{aligned}
\text{Const.} &+ \left(\frac{A}{\beta_1} - \frac{C}{\beta_1^3} + \tfrac{3}{8}\frac{E}{\beta_1^5} - \tfrac{5}{8}\frac{G}{\beta_1^7} + \ldots\right)\sin\theta \\
&- \left(\frac{B}{\beta_1^2} - 2\frac{D}{\beta_1^4} + \tfrac{3}{8}\frac{F}{\beta_1^6} - \ldots\right)\cos\theta \\
&+ \left(\frac{C}{\beta_1^3} - \tfrac{3}{4}\frac{E}{\beta_1^5} + \tfrac{5}{8}\frac{G}{\beta_1^7} - \ldots\right) Log.\,nat.\,tg(45+\tfrac{1}{2}\theta) \\
&+ \left(\frac{D}{\beta_1^4} - \tfrac{3}{4}\frac{F}{\beta_1^6} + \ldots\right)\frac{\sin\theta^2}{\cos\theta} \\
&+ \left(\tfrac{1}{2}\frac{E}{\beta_1^5} - \tfrac{5}{8}\frac{G}{\beta_1^7} + \ldots\right)\frac{\sin\theta^3}{\cos\theta^2} \\
&+ \left(\tfrac{1}{2}\frac{F}{\beta_1^6} - \ldots\right)\frac{\sin\theta^4}{\cos\theta^3} \\
&+ \left(\tfrac{1}{2}\frac{G}{\beta_1^7} - \ldots\right)\frac{\sin\theta^5}{\cos\theta^4} \\
&+ \text{etc.}
\end{aligned}$$

Mit den *Burckhardt*schen Elementen wurden so die directen Störungen der Erde vom 14ten Juni bis 11ten August vorläufig berechnet, und damit eine vorläufige Bahn bestimmt, die ich nochmals corrigirte, um die definitiven Störungen mit Sicherheit damit bestimmen zu können. Ich erhielt so:

	Juni 27,5	Juni 29,5	Juli 1,5.	Juli 3,5.	Juli 5,5.
T August	13,5520750	13,5503684	13,5497813	13,5557362	13,5571682
λ —	1,0975516	1,0975523	1,0976196	1,0974707	1,0974534
e —	0,7854805	0,7855505	0,7856342	0,7854140	0,7853512
P —	356°16′52″3	16′ 8″16	16′32″99	16′47″93	16′50″06
η —	132 19 30,3	17 28,37	131 58 15,72	48 45,22	48 4,53
i —	1 33 11,24	33 18,26	34 2,72	34 29,65	34 33,30
M —	— 8 18 52,53	— 7 57 26,74	— 7 36 2,94	— 7 15 34,37	— 6 54 32,94
E —	—32 29 13,08	—31 25 20,88	—30 20 7,30	—29 14 36,50	—28 6 40,04
v —	—80 5 48,88	—78 7 55,08	—76 4 46,58	—73 56 28,14	—71 39 41,90
$Log\,r$	0,0258200	0,0158107	0,0056404	9,9953224	9,9848719
— x	9,9329279n	9,9335940n	9,9351239n	9,9352032n	9,9340469n
— y	9,7964800	9,7649407	9,7269406	9,6869214	9,6444520
— z	8,2296694	8,1986753	8,1641122	8,1261619	8,0839722
— x'	9,9145364n	9,9248972n	9,9358811n	9,9452425n	9,9532555n
— y'	9,7776939	9,7567998	9,7308586	9,7047064	9,6783802
— $(x-x')$	8,5505974n	8,2308272n	7,1769439	8,3041532	8,5893969
— $(y-y')$	8,4231729	8,0337628	7,6841851n	8,3081139n	8,5543020n
— ρ	8,6763201	8,4084477	8,1887781	8,4995308	8,7342246
— ρ^2	7,3526402	6,8168954	6,3775562	6,9990616	7,4684492
— ρ^3	6,0289603	5,2253431	4,5663343	5,4985924	6,2026738
— A	7,0700798	7,5338571	7,4411832n	7,3882602n	6,9527931n
— B	5,3216569n	5,6336941	7,3571695	6,8244512	6,3876981
— C	6,6316134	7,4148813	8,0513834	7,0950404	6,1175927

Es bedeuten hier $T\ldots$ Zeit des Periheliums; λ Quadratwurzel aus dem halben Parameter; $e\ldots$ Excentricität; P Länge des Perihels vom wahren Aequinoctium; η Länge des Knotens von demselben; i Neigung der Bahn des Cometen; $M, E, v\ldots$ Mittlere, Excentrische und wahre Anomalie; $r\ldots$ Radius Vector die Axe der x ist der Durchschnitt des aufsteigenden Knoten der Bahn mit der Ecliptik; der y in $90+\eta$ Länge in der Ecliptik; der z senkrecht auf die Ecliptik; x' und y' sind die

Digitized by Google

Coordinaten der Erde; A, B, C die störenden Kräfte; A mit dem Radius Vector parallel; B mit dem zu der um einen rechten Winkel vergrößerten Anomalie gehörigen Radius Vector parallel; und C auf die Bahn senkrecht. Log. der Erdmasse $= 4{,}4498500$. Setzt man nun $t' = t - \text{Juli } 1^d2080922$ und $\text{Log}\,\beta, = 99071773$; so erhält man zur Summirung der Störungen folgende Hülfsgrößen:

	Juni 27,5	Juni 29,5	Juli 1,5.	Juli 3,5.	Juli 5,5.
t'	$-3{,}7080922$	$-1{,}7080922$	$+0{,}2919078$	$+2{,}2919078$	$+4{,}2919078$
θ	$-71°32'1''04$	$-54°3'34''41$	$+18°15'51''91$	$+61°37'5''41$	$+73°54'22''39$
$Log.\sin\theta$	9,9770417n	9,9082853n	9,3606793	9,9443836	9,9826371
$-\cos\theta$	9,5007140	9,7685966	9,9882563	9,6770091	9,4428094
$-\frac{\sin\theta^2}{\cos\theta}$	0,4533695	0,0479739	8,7331023	0,2117581	0,5224648
$-\frac{\sin\theta^3}{\cos\theta^2}$	0,9296973n	0,1876625n	8,1055253	0,4791326	1,0622925
$[log\ nat.\ tng.\ (45+\frac{1}{2}\theta)]$	0,2592863n	0,0515179n	9,3684802	0,1382645	0,2914434
$Compl.\ log.\cos\theta^2$	1,4978580	0,6942102	0,0352311	0,9689727	1,6715718
Die Werthe von $\rho\cos\theta$ werden	8,1770341	8,1770443	8,1770344	8,1765899	8,1770340

die man beinahe als völlig gleich betrachten kann, da die Logarithmentafeln hier, wo der Unterschied von Größen, die nahe gleich sind, vorkömmt, sehr große Fehler in den letzten Ziffern zulassen. Was demnach die Convergenz von $\frac{1}{\rho^2}$, den divergirendsten Factor der Störungen, wenn sie nach Potenzen von t entwickelt werden, betrifft; so wäre die Berechnung von drei Oerter hinreichend gewesen, von Juni 27,5; Juli 1,5; Juli 5,5; um die Störungen für die 8 Tage des bei weitem größten Einflusses der Anziehung der Erde zu summiren; es sind, zur größern Sicherheit der Rechnung, fünf Oerter angenommen.

Die täglichen Veränderungen der Elemente seien $\left(\frac{dT}{dt}\right)$; $\left(\frac{dh}{dt}\right)$ etc. Die Werthe derselben mit ihren resp. $\cos\theta^3$ dividirt, finden sich nach *Bessels* Formeln, in Einheiten der siebenten Decimale von T, h, e:

	Juni 27,5	Juni 29,5.	Juli 1,5.	Juli 3,5.	Juli 5,5.
$\frac{dT}{\cos\theta^3\,dt}$	$-177677{,}9$	$-67115{,}6$	$+36612{,}6$	$+134517{,}6$	$+225510{,}4$
$\frac{dh}{\cos\theta^3\,dt}$	$+120{,}48$	$-87{,}96$	$-430{,}15$	$-1057{,}62$	$-1904{,}25$
$\frac{de}{\cos\theta^3\,dt}$	$+7003{,}93$	$+3081{,}31$	$-1063{,}18$	$-5478{,}00$	$-10135{,}12$
$\frac{dP}{\cos\theta^3\,dt}$	$+25''097$	$+18''830$	$+18''004$	$+22''425$	$+31''301$
$\frac{d\eta}{\cos\theta^3\,dt}$	$-1006{,}150$	$-891{,}659$	$-769{,}667$	$-663{,}187$	$-564{,}112$
$\frac{di}{\cos\theta^3\,dt}$	$+37{,}323$	$+35{,}668$	$+33{,}988$	$+32{,}272$	$+30{,}210$

Hieraus ergiebt sich, wenn man $(t - \text{Juli } 1^h5) = 2t$, setzt:

$$\frac{dT}{\cos\theta^3\,dt} = 36612{,}6 + 100823{,}1t, - 2824{,}1t,^2 - 6{,}51t,^3 - 87{,}50t,^4$$

$$\frac{dh}{\cos\theta^3\,dt} = -430{,}15 - 510{,}21t, - 117{,}96t,^2 + 0{,}383t,^3 + 0{,}3187t,^4$$

$$\frac{de}{\cos\theta^3\,dt} = -1063{,}18 - 4277{,}96t, - 138{,}352t,^2 - 1{,}7025t,^3 + 3{,}1875t,^4$$

$$\frac{dP}{\cos\theta^3\,dt} = +18''004 + 1''8797t, + 2''6485t,^2 - 0''0822t,^3 - 0''0254t,^4$$

Digitized by Google

$$\frac{d\eta}{\cos\delta^5\, dt} = -769''667 + 115''478\, t_0 - 9''958\, t_0^2 - 1''242\, t_0^3 + 1''297\, t_0^4$$

$$\frac{di}{\cos\delta^5\, dt} = +\ 38''988 - 1''671\, t_0 - 0''0055\, t_0^2 - 0''0267\, t_0^3 - 0''0125\, t_0^4$$

Substituirt man jetzt in diesen Formeln $t_0 = t_0 + 0{,}1459539$; so ist $t_0 = 2\,t'$ der oben angegebenen Formeln, und man findet

	A	$2B$	$4C$	$8D$	$16E$
$\frac{dT}{\cos\delta^5\, dt} =$	$+21836{,}9$	$+101648{,}2\, t_0$	$-2832{,}4\, t_0^2$	$+\ 44{,}67\, t_0^3$	$-\ 87{,}50\, t_0^4$
$\frac{dh}{\cos\delta^5\, dt} =$	$-\ 358{,}19$	$-\ 475{,}78\, t_0$	$-\ 118{,}13\, t_0^2$	$+\ 0{,}215\, t_0^3$	$+\ 0{,}3187\, t_0^4$
$\frac{de}{\cos\delta^5\, dt} =$	$-\ 441{,}72$	$-\ 4237{,}72\, t_0$	$-\ 137{,}200\, t_0^2$	$+\ 0{,}159\, t_0^3$	$+\ 3{,}1875\, t_0^4$
$\frac{dP}{\cos\delta^5\, dt} =$	$+\ 17''786$	$+\ 1''1016\, t_0$	$+\ 2''6813\, t_0^2$	$-\ 0''0676\, t_0^3$	$-\ 0''0251\, t_0^4$
$\frac{d\eta}{\cos\delta^5\, dt} =$	$-786''709$	$+118''026\, t_0$	$-\ 8''343\, t_0^2$	$-\ 1''999\, t_0^3$	$+\ 1''297\, t_0^4$
$\frac{di}{\cos\delta^5\, dt} =$	$+\ 34''232$	$-\ 1''671\, t_0$	$+\ 0''0046\, t_0^2$	$-\ 0''0340\, t_0^3$	$-\ 0''0125\, t_0^4$

Bezeichnet man jetzt die Coefficienten von $\sin\delta$, $\cos\delta$. $log.\ nat.\ tg(45+\frac{1}{2}\delta)$, etc. mit A_t; B_t; C_t etc., so daſs

$$A_t = \frac{A}{\beta_t^5} - \frac{C}{\beta_t^5} + \frac{1}{2}\frac{C}{\beta_t^5} - \cdots$$

$$B_t = -\frac{B}{\beta_t^5} + 2\frac{D}{\beta_t^5} - 4\frac{F}{\beta_t^5} + \cdots$$

$$C_t = \frac{C}{\beta_t^5} - \frac{1}{2}\frac{E}{\beta_t^5} + \cdots$$

$$D_t = \frac{D}{\beta_t^5} - \frac{1}{2}\frac{F}{\beta_t^5} + \cdots$$

$$E_t = \frac{1}{2}\frac{E}{\beta_t^5} \cdots$$

$$F_t = \frac{1}{2}\frac{F}{\beta_t^5} \cdots$$

so werden für die verschiedenen Elemente diese Gröſsen folgende:

	$Log\ A_t$	$Log\ B_t$	$Log\ C_t$	$Log\ D_t$	$Log\ E_t$
T	4,4527215	4,8915692n	3,12077n	1,11724	0,90097n
h	2,88515n	2,56216	1,74944n	8,80064	8,46234
e	2,6821270n	3,5117591	1,81952n	8,66960n	9,46241
P	1,81689	9,94694n	0,10711	8,29815n	7,35690n
η	2,9867090n	1,9621941n	0,63491n	9,76901n	9,07190
i	1,62745	0,10072	7,09342	7,99968n	7,05593n

und mit Anwendung der oben angegebenen Werthe von $\sin\delta$, $\cos\delta$ etc.....

	T	h	e	P	η	i
Juni 27,5	$-\ 49073$	$+\ 585{,}0$	$+\ 1602{,}9$	$-\ 22''818$	$+\ 896''05$	$-\ 39''846$
29,5	$-\ 67174$	$+\ 591{,}1$	$+\ 2370{,}8$	$-\ 18{,}773$	$+\ 735{,}44$	$-\ 33{,}605$
Juli 1,5	$-\ 69628$	$+\ 253{,}1$	$+\ 3036{,}6$	$+\ 4{,}197$	$-\ 312{,}79$	$+\ 10{,}957$
3,5	$-\ 13898$	$-\ 244{,}4$	$+\ 1031{,}4$	$+\ 19{,}548$	$-\ 903{,}39$	$+\ 37{,}892$
5,5	$+\ 3021$	$-\ 380{,}4$	$+\ 313{,}0$	$+\ 22{,}098$	$-\ 966{,}29$	$+\ 41{,}053$

Es versteht sich von selbst, daſs zu jedem dieser Werthe eine Constante addirt werden muſs, die für alle Zeiten gleich ist.

Ich wiederholte diese Rechnung mit Beibehaltung der Elemente von Juni 29,5 und Correction derselben für die übrigen Tage nach den eben gefundenen Störungen, und fand:

	T	h	e	P	η	i
Juni 27,6	$-\ 48936$	$+\ 583{,}6$	$+\ 1597{,}5$	$-\ 22''210$	$+\ 896''15$	$-\ 39''777$
29,5	$-\ 67036$	$+\ 589{,}5$	$+\ 2366{,}3$	$-\ 18{,}663$	$+\ 735{,}53$	$-\ 33{,}539$
Juli 1,5	$-\ 69597$	$+\ 253{,}3$	$+\ 3034{,}1$	$+\ 4{,}235$	$-\ 312{,}20$	$+\ 10{,}950$
3,5	$-\ 14005$	$-\ 242{,}8$	$+\ 1031{,}4$	$+\ 19{,}516$	$-\ 903{,}05$	$+\ 37{,}854$
5,5	$+\ 2906$	$-\ 378{,}4$	$+\ 311{,}7$	$+\ 22{,}055$	$-\ 966{,}04$	$+\ 41{,}022$

Digitized by Google

und für die Zeiten der in diese Periode fallende Beobachtungen

	T	h	s	P	η	i
Juni 27,557	— 49261	+ 583,8	+ 1610,4	— 22,164	+ 894,29	— 39,707
28,449	— 55538	+ 588,0	+ 1865,0	— 21,180	+ 852,31	— 38,123
29,461	— 66510	+ 589,9	+ 2342,2	— 18,808	+ 742,41	— 33,815

Um die Störungen vom 15ten Juni bis 27sten Juni, die von der directen Einwirkung der Erde herrühren, zu summiren, berechnete ich auf dieselbe Art für folgende Zeitmomente; mit den vorher gefundenen Veränderungen der Elemente:

	Juni 15,5.	Juni 19,5.	Juni 23,5.
T....Aug.	13,5541080	5538633	5534050
h....	1,0975598	1,0975520	1,0975514
s.....	0,7854065	0,7854136	0,7854283
P....	356°16′ 2″01	356°16′ 2″41	356°16′ 3″04
η.....	132 21 15,25	132 21 11,29	132 21 0,40
i.....	1 33 9,70	1 33 9,83	1 33 10,19
$Log\ x$	9,9215065n	9,9266909n	9,9305159n
— y	9,9413626	9,8996587	9,8520547
— z	9,8359096n	9,8656843n	9,8917189n
— y'	9,8751404	9,8469822	9,8147348
— s	8,3082101n	8,2800620n	8,2478426n

Die Ebene der x, y ist zur leichtern Berechnung hier die Ebene der Cometenbahn, die Axe der x die Durchschnittslinie der Bahn mit der Ecliptik im aufsteigenden Knoten derselben; die Axe der y ein Radius Vector, der zu einer um einen rechten Winkel größern Anomalie gehört, als die Axe der x; die Axe der z auf die Ebene der Bahn senkrecht.

	Juni 15,5.	Juni 19,5.	Juni 23,5.
$Log\,(x-x')$	9,1740845n	9,0441370n	8,8622756n
— $(y-y')$	9,0918915	8,9575058	8,7676848
— ρ	9,2897450	9,1594463	8,9782536

Aus den ρ vom 19ten, 23sten, 27sten Juni finde ich

$tang\,\theta = (N\ log.\ 9{,}7921462)\,(t - 30^d{,}4937588$ Juni)

$Log\ A'$	6,8650056	6,1261351	6,4856226
— B'	4,9348814	4,9592595	4,7458878
— C'	4,8888220	5,2515731	5,7629818

und die täglichen Variationen der Elemente:

	Juni 15,5.	Juni 19,5.	Juni 23,5.	Juni 27,5.
$\frac{dT}{\cos\theta^3\,dt}$	— 422400	— 291935	— 174918	— 73567
$\frac{dh}{\cos\theta^3\,dt}$	— 1691,90	— 665,64	— 111,56	+ 49,90
$\frac{ds}{\cos\theta^3\,dt}$	+11182,4	+8706,3	+5919,5	+2899,9
$\frac{dP}{\cos\theta^3\,dt}$	+ 74″543	+ 44″871	+ 22″609	+ 10″890
$\frac{d\eta}{\cos\theta^3\,dt}$	—717,981	—619,707	—515,614	—416,801
$\frac{di}{\cos\theta^3\,dt}$	+ 18,585	+ 17,870	+ 16,739	+ 15,467

Aus der Summirung derselben folgen für diese Zeitmomente, und die Zeiten der in diese Periode fallenden Beobachtungen:

	T	h	s	P	η	i
Juni 15,5	+ 510	+ 361,7	— 33,5	— 16′429	+552″759	—23″140
19,5	— 1844	+ 354,4	+ 35,9	— 16,030	+ 548,077	— 23,011
23,5	— 6441	+ 348,0	+ 183,0	— 15,400	+ 536,452	— 22,652
27,5	—18768	+ 351,2	+ 538,7	— 13,825	+ 484,264	— 20,805
15,518	+ 501	+ 361,7	— 33,2	— 16,428	+ 552″754	—23″138
17,518	— 470	358,0	— 4,0	16,247	550,830	23,087
20,466	— 2673	352,7	+ 61,0	15,909	545,255	22,958
21,449	— 3666	351,0	+ 91,9	15,768	543,920	22,888
22,470	— 4902	349,4	+ 131,8	15,600	540,764	22,790
24,528	— 8365	347,3	+ 249,9	15,155	530,352	22,451
25,565	—10955	347,3	+ 341,8	14,837	521,155	22,136

Mit den Elementen von Juli 5,5, wie sie vorher gefunden wurden, fand ich ferner:

Digitized by Google

	T	h	e	P	η	i
Juli 5,5	+ 8110	— 241,3	— 309,5	+ 12″114	— 296″696	+ 12″890
10,5	+ 19171	— 346,5	— 843,6	+ 13,789	— 315,324	+ 13,968
15,5	+ 22168	— 386,7	— 1019,6	+ 14,341	— 317,005	+ 14,107
20,5	+ 23415	— 409,5	— 1109,4	+ 14,620	— 317,243	+ 14,141

Ich bemerke noch, dafs für jede Gruppe die Constante, die jedem Elemente hinzuzufügen ist, besonders bestimmt werden mufs.

Aus den Elementen von Juli 5,5 wurden mit den gefundenen Störungen die Elemente für Juli 10,5, 15,5, 20,5 bestimmt und damit die Rechnung wiederholt:

	Juli 5,5.	Juli 10,5.	Juli 15,5.	Juli 20,5.
Log x	9,9339804*n*	7,9283854*n*	9,9183280*n*	9,9027150*n*
— y	9,6448731	9,5131838	9,3167920	8,9364814
— x'	9,9531846*n*	9,9704476*n*	9,9840951*n*	9,9943510*n*
— y'	9,6784668	9,6026886	9,5071302	9,3803085
— z'	8,1179503*n*	8,0422546*n*	7 9467068*n*	7,8198877*n*
— $(x-x')$	8,5892294	8,9356941	9,1318509	9,2736202
— $(y-y')$	8,5502518*n*	8,8727666*n*	9,0571702*n*	9,1865614*n*
Compl. log ρ	1,2657722	0,9409637	0,7512387	0,6148993
Log A	5,1883447*n*	4,5387755*n*	4,1408602*n*	3,8380367*n*
— B	4,6234103	4,0959617	3,8299135	3,6526500
— C	4,6006986	3,5505771	2,8858543	2,3500170

Aus ρ^2 für die drei Zeiten Juli 5,5, 10,5, 15,5 finde ich:

$$tang\,\delta = (N.\,log\ 9{,}7019741)\ (t - \text{Juli } 1{,}741146)$$

und die täglichen Variationen der Elemente

$\frac{dT}{\cos\delta^3\,dt}$	+47114,7	+89705,5	+123975,9	+142972,6
$\frac{dh}{\cos\delta^3\,dt}$	— 897,91	— 1047,63	— 1979,44	— 3095,22
$\frac{de}{\cos\delta^3\,dt}$	— 2117,26	— 4862,73	— 8124,55	— 11689,12
$\frac{dP}{\cos\delta^3\,dt}$	+ 6″546	+ 14″813	+ 25″981	+ 35″212
$\frac{d\eta}{\cos\delta^3\,dt}$	— 117,977	— 73,170	— 37,358	— 11,322
$\frac{di}{\cos\delta^3\,dt}$	+ 6,3127	+ 5,2351	+ 4,1052	+ 2,8813

aus deren Summirung hervorgeht:

	T	h	e	P	η	i
Juli 5,5	+ 8163	—242,4	— 310,8	+10″436	—296″887	+12″886
10,5	19214	347,6	— 844,9	12,026	315,461	13,965
15,5	22212	387,8	1020,9	12,578	317,142	14,104
20,5	23459	410,6	1110,7	12,860	317,379	14,138

Mit den hierdurch gefundenen Elementen von Juli 20,5

T 13,5588931
Log h 0,0403803
— e 9,8950163
$P-\eta$ ..... 224° 28′ 5″13
η 131 48 49,74
i 1 34 34,07

berechnete ich die täglichen Variationen für den übrigen Theil der Zeit seiner Sichtbarkeit für folgende Momente:

Digitized by Google

	Juli 30,5.	Aug. 9,5.	Aug. 19,5.	Aug. 29,5.	Sept. 8,5.	Sept. 18,5.	Sept. 28,5.
$Log\, x$	9,8483604n	9,7458443n	9,5532897n	9,8601919n	9,9105555n	9,9343790n	9,9413930n
$-y$	9,1967301n	9,5888301n	9,7653680n	9,0977938n	9,0684399	9,5488856	9,7620148
$-x'$	0,0052040n	0,0035501n	0,9895641n	9,9619415n	9,9188996n	9,8568490n	9,7691213n
$-y'$	8,8516725	8,9848103n	9,4202439n	9,6255870n	9,7552168n	9,8448540n	9,9082610n
z	7,3012517n	7,4243895	7,8598231	8,0551662	8,1947960	8,2844332	8,3478402
$-(x-x')$	9,4868222	9,6846135	9,7915121	9,8980909	9,9762251	0,0306414	0,0666126
$-(y-y')$	9,3617725n	9,4645427n	9,5043642n	9,4807099n	9,3887278n	9,2044454n	8,8073953n
$C.log\, \rho$	0,4163019	0,2697371	0 1571613	0,0722202	0,0096705	9,9645066	9,9326513
$Log\, A$	3,3311414n	2,8039614n	1,8676350n	2,1153210	2,2908396	2,3244706	2,3264869
$-B$	3,3986597	3,1911574	2,9985454	2,8215905	2,6697637	2,5480684	2,4550388
$-C$	1,2355889	0,9190322n	1,0167392n	0,9672583n	0,9092389n	0,8533844n	0,8312255n
$\frac{dT}{dt}$	+37,7	— 3,4	—18,6	—23,2	—23,8	—23,3	—22,6
$\frac{dh}{dt}$	—. 1,810	— 1,054	— 0,681	— 0,488	— 0,384	— 0,328	— 0,299
$\frac{de}{dt}$	— 6,271	— 3,498	— 2.132	— 1.384	— 0,959	— 0,708	— 0.554
$\frac{dP}{dt}$	+ 0"0086	— 0"0064	— 0"0130	— 0"0149	— 0"0149	— 0"0144	— 0"0139
$\frac{d\eta}{dt}$	+ 0,0018	— 0,0022	— 0,0041	— 0,0046	— 0,0045	— 0,0043	— 0,0040
$\frac{di}{dt}$	+ 0,0002	— 0,0001	— 0,0001	0	0	0	+ 0,0001

Es wurde schon früher gefunden für Juli 20,5

$$\frac{dT}{dt}\ldots+166{,}9,\quad \frac{dh}{dt}\ldots-3{,}613,\quad \frac{de}{dt}\ldots-13{,}645,\quad \frac{dP}{dt}\ldots+0''0411,\quad \frac{d\eta}{dt}\ldots-0''0132,\quad \frac{di}{dt}\ldots+0''0034.$$

Durch Summirung der Variationen der Elemente von Juli 20,5 bis Aug. 9,5 fand ich nach derselben Methode.

	T	h	e	P	η	i
Juli 20,5	+4323	+ 6,6	— 551,8	—14"739	—27"342	+ 2"088
30,5	5216	—19,1	644,8	14,509	358	101
Aug. 1,5	5279	22,5	656,6	14,496	355	101
3,5	5320	25,5	666,9	14,491	353	101
5,5	5344	28,2	675,1	14,492	353	101
7,5	5354	30,7	684,3	14,498	355	101
9,5	5352	32,9	691,7	14,509	358	101

Die übrigen wurden nach den gewöhnlichen Methoden summirt

	T	h	e	P	η	i
Aug. 9,5	0	+16,6	+51,1	0	0	0
19,5	—119	+ 8,0	+23,5	— 0"101	— 0"033	— 0"001
29,5	337	+ 2,3	+ 6,3	244	077	002
Sept. 8,5	572	— 2,0	— 5,2	393	123	002
18,5	807	— 5,5	—13,4	540	167	002
28,5	1037	— 8,7	—19,7	681	208	001

Die Störungen der übrigen Planeten mit Einschluss der indirecten Einwirkung der Erde finde ich folgende;

	Juni 14,5.	Juni 29,5.	Juli 14,5.	Juli 29,5.	Aug. 13,5	Aug. 28,5.	Sept. 12,5.	Sept. 27,5.
T	13 5541162	5503684	5587684	5588931				
$Log\, h$	0,0404253	0,0404252	0,0403812	0,0403803				
$-e$	9,8950974	9,8951741	9,8950212	9,8950163				
$P-\eta$	223°54'44"50	223°58'39"79	224°28'58"53	224°28' 5"13				
η	132 21 17,50	132 17 28,37	131 48 49,2	131 48 50,9	131°48'53"0	131°48'55"0	131°48'57"1	131°48'59"2
i	1 33 9,7	1 33 18,2	1 34 34,0	1 34 34,1				

Digitized by Google

		Juni 14,5.	Juni 29,5.	Juli 14,5.	Juli 29,5.	Aug. 13,5	Aug. 28,5.	Sept. 12,5.	Sept. 27,5.
Log x		9,9200080n	9,9335940n	9,9207436n	9,1943741n	9,6835771n	9,1739808n	9,8284147	9,7453446
— *y*		9,9508535	9,7649406	9,3640706	9,1242098n	9,6732262n	9,8529447n	9,9224387n	9,9411051n
s		8,3839224	8,1986752	7,8036466	7,5637790n	8,1128054n	8,2925239n	8,3620179n	8,3806843n
☆	*l*	42° 0 59″	42° 10′ 59″	42° 21′ 3″	42° 31′ 7″	42° 41′ 11″	42° 51′ 15″	43° 1′ 18″	43° 11′ 22″
	b	−0 23 51	−0 23 44	−0 23 37	−0 23 30	−0 23 23	−0 23 16	−0 23 8	−0 23 1
	r	19,67124	19,66900	19,66676	19,66453	19,66228	19,66002	19,65777	19,65552
☿	*l*	124 13 55	124 47 0	125 20 3	125 53 5	126 26 5	126 59 3	127 32 1	128 4 56
	b	+0 32 22	+0 33 46	+0 35 10	+0 36 34	+0 37 58	+0 39 21	+0 40 44	+0 42 6
	r	0,09443	0,09707	0,09974	0,10244	0,10517.	0,10795	0,11076	0,11359
♀	*l*	259 47 37	261 0 13	262 12 58	263 25 51	264 38 53	265 52 2	267 5 21	268 18 49
	b	+0 24 49	+0 23 14	+0 21 38	+0 20 1	+0 18 23	+0 16 45	+0 15 6	+0 13 26
	r	5,28023	5,27502	5,26977	5,26449	5,25919	5,25386	5,24848	5,24308
♂	*l*	338 11 41	347 40 58	357 5 48	6 23 53	15 33 8	24 31 59	33 19 12	41 54 4
	b	−1 44 8	−1 35 20	−1 25 59	−1 13 29	−0 59 18	−0 43 54	−0 27 47	−0 11 25
	r	1,38286	1,38661	1,39344	1,40317	1,41547	1,43002	1,44640	1,46420
♀	*l*	135 24 44	159 47 37	184 6 29	208 17 13	232 17 48	256 9 2	279 53 55	303 26 26
	b	+2 57,85	+3 22 42	+3 11 50	+2 27 18	+1 17 26	−0 5 21	−1 26 52	−2 33 31
	r	0,718408	0,719090	0,720521	0,722444	0,724524	0,726400	0,727752	0,728364
♃	*l*	234 22 40	276 2 18	324 50 29	36 56 31	128 16 36	194 20 33	240 8 40	281 56 3
	b	−1 4 24	−5 24 27	−6 54 37	−1 3 34	+6 56 37	+3 38 46	−1 45 21	−5 50 5
	r	0,459918	0,457789	0,397496	0,318450	0,331148	0,413605	0,463283	0,452752

Summe der Kräfte A.

☆	— 0,05	— 0,06	— 0,06	— 0,05	— 0,04	— 0,01	+ 0,01	+ 0,04
☿	+ 6,68	+ 6,28	+ 6,66	+ 4,66	+ 8,03	+ 0,75	— 1,94	— 4,78
♀	+ 126,53	+ 77,83	+ 33,18	— 6,86	— 37,69	— 58,05	— 70,88	— 79,91
♂	— 1,42	— 1,28	— 1,11	— 0,80	+ 0,19	+ 2,47	+ 4,00	+ 4,09
♀	— 18,06	— 22,54	— 25,74	— 27,25	— 27,13	— 25,32	— 21,87	— 16,90
♃	+ 40,71	+ 31,62	+ 15,27	— 1,06	— 13,13	— 23,66	— 33,12	— 38,34
☆	— 10,58	— 31,03	— 43,25	— 13,48	+ 39,61	+ 12,13	— 6,44	— 19,24
Summe	+ 143,81	+ 60,82	— 16,05	— 44,84	— 35,16	— 91,69	— 130,24	— 155,05

Summe der Kräfte B.

☆	— 0,12	— 0,08	— 0,04	+ 0,02	+ 0,07	+ 0,11	+ 0,14	+ 0,14
☿	+ 1,21	+ 0,49	— 0,25	— 1,11	— 1,97	— 2,69	— 3,20	— 3,51
♀	— 192,10	— 154,74	— 111,73	— 65,70	— 20,89	+ 16,14	+ 43,23	+ 62,64
♂	+ 0,68	+ 0,75	+ 1,13	+ 2,15	+ 4,12	+ 5,35	+ 4,10	+ 2,53
♀	+ 20,45	+ 15,31	+ 9,06	+ 3,42	+ 4,45	— 11,16	— 17,30	— 22,47
♃	+ 6,35	+ 23,73	+ 33,85	+ 34,47	+ 30,65	+ 25,07	+ 15,25	+ 0,83
☆	+ 26,26	+ 21,59	+ 2,31	— 45,99	— 5,53	+ 21,86	+ 19,13	+ 10,16
Summe	— 137,27	— 92,95	— 65,67	— 73,73	+ 2,00	+ 54,73	+ 61,35	+ 50,32

Summe der Kräfte C.

☆	0	0	0	0	0,00	0	0	0
☿	+0,15	+ 0,13	+ 0,10	+ 0,07	+ 0,01	— 0,06	— 0,12	— 0,20
♀	+0,49	+ 0,17	— 0,49	— 0,72	— 0,74	— 0,64	— 0,50	— 0,37
♂	+0,01	+ 0,02	+ 0,04	+ 0,06	+ 0,05	— 0,03	— 0,13	— 0,15
♀	0	0	0	0	0	0	0	0
♃	+2,40	+ 2,62	+ 2,29	+ 1,55	+ 0,68	— 0,26	— 1,22	— 2,02
☆	—0,19	— 0,76	— 2,19	— 0,87	+ 5,11	+ 1,67	+ 0,72	— 2,41
Summe	+2,86	+ 1,94	+ 0,25	— 0,09	+ 5,11	+ 0,68	— 2,69	— 5,15

Die Ebene der x, y ist die Ecliptik, die Axe der x und A, die Linie des Durchschnitts des aufsteigenden Knotens, die Axe der y, B darauf senkrecht, und der z, C auf die Ebene der Ecliptik senkrecht. Ferner ist l die wahre Länge des Planeten, b Breite und r Radius Vector.

Aus den Kräften A, B, C, wurden $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$, die resp. parallel sind: mit dem Radius Vector; mit dem zu einer um einen rechten Winkel vergrößerter Anomalie gehörenden Radius Vector, und einer auf die Bahn senkrechten Linie abgeleitet, und mit ihnen die täglichen Variationen der Elemente berechnet.

Digitized by Google

	Juni 14,5.	Juni 29,5.	Juli 14,5.	Juli 29,5.	Aug. 13,5.	Aug. 28,5.	Sept. 12,5.	Sept. 27,5.
$Log\ r$	0,0865783	0,0158105	9,9368690	9,8629043	9,8290585	9,8624233	9,9362385	0,0152078
$— v$	−90° 57′ 21″	−78° 7′ 55″	−59° 59′ 5″	−33° 55′ 51″	− 0° 8′ 24″	+33° 42′ 28″	+59° 48′ 52″	+78° 1′ 31″
$— A$	2,29747*n*	2,01058*n*	0,32193*n*	1,75999	1,37395	1,54131*n*	1,96137*n*	2,09899*n*
$— B$	1,07178*n*	1,63044	1,82964	1,80803	1,41663*n*	2,00414*n*	2,04573*n*	2,01633*n*
$— C$	0,81813	0,64951	0,19211	0,32591	0,70355	9,91677*n*	0,64112*n*	0,81505*n*
$\frac{dT}{dt}$	+ 144,4	+ 86,6	+ 66,4	+ 64,1	+ 13,7	+ 51,1	+109,0	+159,7
$\frac{dh}{dt}$	+ 0,2477	— 0,7618	— 1,0048	— 0,8063	+ 0,3029	+ 1,2651	+ 1,6502	+ 1,8498
$\frac{de}{dt}$	— 3,5750	— 2,7470	— 1,8492	— 1,5864	+ 0,9865	+ 3,8142	+ 4,4846	+ 4,3995
$\frac{dP}{dt}$	— 0″01013	+ 0″02811	+ 0″04931	+ 0″05225	+ 0″01168	+ 0″03024	+ 0″05896	+ 0″08075
$\frac{d\eta}{dt}$	— 0,07011	— 0,03095	— 0,00428	+ 0,00332	+ 0,02800	— 0,00692	— 0,04304	— 0,06707
$\frac{di}{dt}$	+ 0,00177	+ 0,00124	+ 0,00042	+ 0,00049	+ 0,00079	— 0,00004	+ 0,00030	+ 0,00117

Die Gröfsen A, B, C, A', B', C', sind Einheiten der siebenten Decimalstelle; die Kraft der Sonne in der Entfernung 1 als Einheit angenommen. Eben so sind T, h, e Einheiten der siebenten Decimalstelle von resp. Tagen und Erdbahnhalbmesser, und der Einheit als Zahl.

Durch die Summirung der täglichen Variationen der Elemente erhalte ich:

	T	h	e	P	η	i
Juni 14,5	— 4554	+ 40,2	+ 124,2	— 2″133	+ 1″160	— 0″044
18,5	3893	39,6	107,8	2,068	0,823	38
22,5	3244	37,8	90,9	1,915	0,489	32
26,5	2726	34,5	76,2	1,771	0,248	26
30,5	2348	31,4	64,5	1,653	0,096	21
Aug. 2,5	— 152	+ 1,6	+ 3,0	— 0,126	— 0,052	— 0,002
6,5	+ 18	— 0,2	— 0,3	+ 0,015	+ 0,010	0
10,5	127	— 0,6	— 0,5	0,408	0,102	+ 0,004
14,5	190	+ 0,3	+ 2,5	0,162	0,211	07
18,5	236	2,4	+ 9,1	0,198	0,319	09
22,5	302	5,8	+ 19,1	0,240	0,400	12
26,5	424	10,1	+ 32,0	0,312	0,435	12
30,5	629	15,2	+ 47,2	0,433	0,407	12
Sept. 3,5	927	20,7	54,0	0,609	0,314	12
7,5	1307	26,7	81,7	0,830	+ 0,158	11
11,5	1735	33,0	99,7	1,071	— 0,004	10
15,5	2165	39,7	117,5	1,300	0,171	12
19,5	2564	46,9	135,3	1,490	0,305	16
23,5	2947	54,4	153,0	1,654	0,418	23
27,5	3441	62,1	170,7	1,883	0,595	29
Oct. 1,5	4379	68,9	187,9	2,410	1,058	30

Ehe ich zur definitiven Bestimmung der Bahn schritt, bestimmte ich aus folgenden 10 Beobachtungen eine genauere Bahn; die angenommenen Elemente sind folgende:

	T	h	e	P	η	i
Juni 15	13,5539195	1.0975535,5	0.7854117,3	356°15′ 59″12	132°21′ 16″43	1°33′ 9″68
20	36729	5525,0	4190,6	16 0,64	21 10,22	33 9,85
24	31628	5516,8	4363,6	16 2,25	20 54,61	33 10,37
29	04210	5523,3	5480,9	15 8,02	17 35,26	33 17,98

Digitized by Google

	T	k	e	P	η	i
Aug. 2	13.5592188	1.0974325,6	0.7852476,8	356°16′58″49	131°48′50″41	1°34′34″07
14	92533	4310,7	2430,5	17 0,27	48 51,83	34,07
26	92549	4312,6	2435,8	17 1,60	48 52,96	34,06
Sept. 8	93242	4325,3	2474,2	17 3,23	48 53,42	34,04
19	94134	4339,8	2514,2	17 4,62	48 53,56	34,04
Oct. 2	95910	4359,6	2563,3	17 6,61	48 53,32	34,04

Mit diesen Elementen wurden die Beobachtungen von *Messier* an den resp. Tagen verglichen, und gefunden

Ort d. Elem. — Beobacht. Ort.

	AR.	Decl.
Juni 15	+ 15″6	+ 30″1
	+ 32,2	——
	+ 52,8	——
— 20	+ 73,5	— 28,4
	+ 15,0	+ 12,0
	+ 12,5	+ 73,5
— 24	+ 69,5	— 6,3
	+ 73,8	— 41,7
	+ 96,2	— 14,0
	+ 146,8	— 1,1
— 29	+364,2	+290,9
	+362,1	+319,4
	+374,7	——
	+377,0	+281,5
Aug. 2	— 22,3	— 36,4
	— 11,6	— 25,5
— 14	— 38,8	— 11,5
	— 25,1	+ 5,0
	— 0,1	— 0,8
	— 1,1	+ 4,6

	AR.	Decl.
Aug. 26	— 29″6	— 4″0
	+ 11,0	+ 0,6
Sept. 8	— 46,1	— 7,0
	— 47,0	— 6,5
— 19	— 58,9	— 67,7
	— 58,2	— 68,3
Oct. 2	+ 44,3	+ 52,3
	+ 48,4	+ 58,1

Diese $d\alpha$ und $d\delta$ wurden in $n = \cos b . d\lambda$ für die Läng und $= d . b$ für die Breite verwandelt; — siehe Theor. mo corp. coel. — nachdem für jeden Tag das Mittel genomme war; und so folgende Bedingungsgleichungen gebildet, wor der Coefficient von $a \ldots dT$ in Hundertheile des Tages; vo $b \ldots dq$ in Tausendtheile des Erdbahnhalbmessers; (q kleinst Entfernung des Cometen von der Sonne); von $o \ldots de$ in Ta sendtheile der Einheit; von $d \ldots dP$; von $e \ldots dq$; von $f \ldots d$ diese letzten drei in hundert Secunden des Kreisbogens a Einheit ausgedrückt, sind:

	Log a	Log b	Log c	Log d	Log e	Log f
Juni 29	2,57724	3,16698n	4,13806	1,37858n	3,60072	1,70969
	2,43631	2,71560n	3,81428n	3,26924n	2,14176n	1,85560	3,25500
— 24	1,97516	2,63565n	3,57787	2,08754	3,12267	0,06467	1,24901
	1,26718n	1,73214n	2,39826n	2,37918n	1,48558n	1,43735	2,91154
— 20	1,51460	2,42688n	3,48538	2,01620	2,93705	——	1,09018
	1,26082	1,28681n	2,14148n	2,05607n	1,40206n	1,23463	2,76251
— 15	1,51574	2,25533n	3,32990	1,95153	2,78998	——	0,97271
	1,46868	0,88956n	1,95743n	1,81713n	1,31210n	1,06335	2,64970
Aug. 2	1,15493n	1,72435	2,73115n	0,80374	1,97179n	——	0,08033
	1,50079n	0,12507	1,08006n	9,28376	0,35417n	0,62815	1,73167n
— 14	1,17688n	1,35198	2,50459n	9,86707n	1,38460n	——	0,27797
	0,30337n	9,29947n	0,92321n	7,62465	9,45639	0,31059	1,90152n
— 26	0,92296n	0,85859	2,39569n	1,01844n	1,04222	——	0,33700
	0,46136n	9,84925n	0,92778n	8,59887	0,15228	9,81857	1,93253n
Sept. 8	1,62066n	9,78725	2,36794n	1,40634n	1,51307	——	0,34560
	1,18090n	9,91787n	0,97852n	9,13839n	0,32481	9,53182n	1,91972n
— 19	1,58184n	0,10857n	2,37028n	1,62840n	1,65376	——	0,33160
	1,89848n	9,91051n	1,01474n	9,67989n	0,40507	9,97983n	1,89594n
Oct. 2	1,44474	0,29710n	2,38348n	1,82641n	1,75751	——	0,30260
	1,81409	9,88340n	1,04695n	9,01611n	0,47399	0,18630n	1,86304n

$(na) \ldots +$ 245462,6	$(nd) \ldots +$ 1642218	$(ab) \ldots -$ 23345821	$(af) \ldots -$ 1080846,9
$(nb) \ldots -$ 752370,7	$(ne) \ldots +$ 19635,90	$(ac) \ldots +$ 920160,2	$(bb) \ldots +$ 248638195
$(nb) \ldots +$ 5622270	$(nf) \ldots +$ 524010,1	$(ad) \ldots -$ 6704008	$(be) \ldots +$ 4693139
$(nc) \ldots -$ 495235,6	$(aa) \ldots +$ 2724766	$(ae) \ldots -$ 39736,0	$(bd) \ldots +$ 57985099

Digitized by Google

(be)	$-153002{,}0$	(dd)	$+18826455$
(bf)	-3153067	(de)	$-9946{,}72$
(ce)	$+3571250$	(df)	$-54170{,}6$
(cd)	$+473748$	(ee)	$+6371{,}81$
(ef)	$-142732{,}2$	(ef)	$+166517{,}2$
(cf)	-3631381	(ff)	$+4473781$

Aus diesen ergiebt sich nach der Elimination:

Coefficient von a	$-1{,}94674$	also dT	$-0^d0194674$
——— b	$-0{,}22553$	dq	$0.0002255{,}3$

Coefficient von c	$+1{,}08753$	de	$+0.0010875{,}3$
——— d	$+0{,}00967$	dP	$+0''967$
——— e	$+6{,}32396$	dq	$+632{,}396$
——— f	$-0{,}09892$	di	$-9{,}892$

Mit den corrigirten Elementen berechnete ich zur größern Sicherheit die directen Störungen der Erde für die Zeit der größten Nähe des Cometen, und fand für die Elemente des Cometen folgende Werthe:

		T	h	e	P	η	i
Juni	27,5	-48456	$+576{,}1$	$+1591{,}8$	$-21''786$	$+898''534$	$-39''556$
——	29,5	-66487	$+583{,}3$	$2356{,}8$	$-18{,}328$	$+738{,}467$	$-33{,}393$
Juli	1,5	-69732	$+258{,}0$	$3037{,}8$	$+3{,}985$	$-306{,}567$	$+10{,}605$
——	3,5	-14579	$-234{,}5$	$1043{,}7$	$+19{,}102$	$-905{,}137$	$+37{,}628$
——	5,5	$+2352$	$-369{,}8$	$323{,}6$	$+21{,}620$	$-968{,}915$	$+40{,}802$
Juni	27,557	-48780	$+576{,}3$	$+1604{,}6$	$-21{,}743$	$+896{,}678$	$-39{,}487$
——	28,449	55030	$680{,}8$	$1858{,}0$	$20{,}780$	$854{,}791$	$37{,}921$
——	29,461	63964	$583{,}5$	$2332{,}8$	$18{,}469$	$745{,}321$	$33{,}666$
——	28,580	56177	$581{,}6$	$1906{,}9$	$20{,}583$	$845{,}725$	$37{,}576$

Die übrigen Störungen können nur sehr unbedeutende Veränderungen durch die Verbesserung der Elemente erleiden; weshalb es unnöthig ist, deren Berechnung zu wiederholen.

Jetzt erst wagte ich, zur definitiven Bestimmung der Bahn zu schreiten. Ich verbesserte demnach die Elemente und interpolirte deren Störungen für alle Beobachtungstage, die ich folgende fand:

		T Aug.	h	e	P	η	i
Juni	15	13,5344456	1.0977039,1	0.7864996,3	356°16′ 0″174	132°31′46″303	1°32′59″858
	17	43714	7035,2	5017,4	16 0,733	31 46,493	32 59,915
	20	42002	7028,5	5069,8	16 1,694	31 42,102	33 0,045
	21	41178	7026,2	5096,3	16 2,044	31 39,782	33 0,115
	22	40090	7023,9	5132,2	16 2,429	31 36,726	33 0,214
	24	38890	7020,4	6242,4	16 3,305	31 26,476	33 0,554
	25	34460	7015,7	5330,5	16 3,846	31 17,703	33 0,870
	27	26540	7022,3	5633,7	16 5,317	30 38,796	33 2,271
	28	20370	7026,1	5884,4	16 6,458	29 56,986	33 3,837
	——	19240	7026,7	5932,0	16 6,681	29 47,955	33 4,182
	29	09540	7028,1	6356,3	16 8,975	28 7,641	33 8,092
Aug.	2	13,5396414	1.0975845,3	0.7863372,9	356 16 58,682	131 59 17,013	1 34 23,810
	3	6482	843,3	366,7	16 58,881	17,154	23,809
	4	6541	841,4	360,7	16 59,049	17,264	23,809
	5	6596	839,2	355,3	16 59,216	17,382	23,809
	6	6635	837,9	350,9	16 59,384	17,509	23,808
	7	6676	836,4	346,4	16 59,548	17,634	23,808
	8	6699	835,2	342,6	16 59,692	17,754	23,808
	9	6723	835,1	339,6	16 59,839	17,876	23,808
	10	6732	833,1	335,7	16 59,975	17,994	23,808
	11	6742	833,2	332,8	17 0,106	18,110	23,808
	12	6744	831,8	330,4	0,237	18,233	23,808
	14	6759	830,3	326,8	0,483	18,462	23,805
	15	6756	830,0	326,6	0,605	18,579	23,805
	18	6749	829,4	323,7	0,939	18,890	23,803
	19	6746	829,4	323,6	1,046	18,987	23,803
	25	6758	831,7	330,1	1,697	19,515	23,799
	26	6776	832,4	333,2	1,812	19,563	23,797
	28	6821	833,8	336,4	2,036	19,709	23,795
	29	6857	834,6	338,9	2,160	19,764	23,794
	30	6890	835,4	341,4	2,275	19,814	23,793
	31	6937	836,3	344,5	2,398	19,855	23,792

Digitized by Google

	T Aug.	A	e	P	π	i
Sept. 4	13,5397166	1.0975840,8	0,7863356,7	356°17′ 2,924	131°59′ 19″996,	1°34′ 23″788
5	7232	841,3	350,0	3,039	20,004	23,786
8	7470	844,7	370,5	3,440	20,044	23,783
9	7549	845,9	374,0	3,559	20,044	23,781
10	7639	847,1	377,7	3,702	20,054	23,780
14	7975	852,2	392,2	4,222	20,090	23,778
17	8213	856,6	403,4	4,591	20,133	23,776
18	8286	858,2	407,1	4,707	20,153	23,776
19	8360	859,6	410,7	4,822	20,172	23,776
20	8434	861,1	414,3	4,937	20,191	23,777
29	9450	875,2	448,7	6,161	20,168	23,781
Octbr. 1	9924	877,8	456,1	6,600	19,993	23,779
2	13,5400196	879,3	459,8	6,846	19,886	23,778

Die Längen des Perihels und des Knotens sind vom wahren Aequinoctium der resp. Beobachtungszeiten gezählt.

Die Vergleichung mit den Beobachtungen giebt folgende Unterschiede:

	In AR.	In Decl.
Juni 15.	— 13″9	+ 22″7
	+ 1,9	
	+ 22,3	
— 17.	+ 13,5	— 31,5
	— 47,4	
	+ 9,9	+ 8,2
	— 80,0	— 64,5
	— 109,6	
— 20.	+ 21,1	— 33,2
	— 36,3	+ 7,1
	— 38,2	+ 68,8
— 21.	+ 39,5	+ 28,5
	+ 27,0	+ 38,0
— 22.	+ 30,6	— 72,8
	+ 13,4	+ 38,5
	— 9,5	— 23,7
	— 13,6	— 52,2
— 24.	— 18,7	— 14,9
	— 16,3	— 50,6
	+ 5,0	— 23,1
	+ 55,0	— 10,5
— 25.	— 15,0	— 35,9
	+ 20,4	— 47,3
— 27.	+ 11,0	— 23,0
	+ 13,3	— 45,6
— 28.	+ 27,3	+ 13,2
	— 24,2	— 128,2 } Mask.
	— 18,1	— 117,5 }
— 29.	+ 14,3	+ 11,8
	+ 9,1	+ 35,8
	+ 8,0	
	+ 5,5	— 21,8
Aug. 2.	+ 4,8	— 5,0
	+ 15,6	+ 5,8
— 3.	— 10,4	+ 9,0
	— 10,2	— 39,4
	— 0,8	— 8,7

	In AR.	In Decl.
Aug. 4.	+ 37″8	— 38″4
	+ 3,3	— 2,5
	— 1,5	+ 11,4
	— 1,7	+ 30,0
	— 17,6	— 63,7
	— 31,4	— 50,2
— 5.	— 7,9	+ 8,8
	— 27,4	+ 18,0
	— 0,5	+ 20,7
	— 23,0	— 12,2
— 6.	— 14,7	— 12,4
	— 13,2	+ 5,7
	— 18,9	+ 4,4
— 7.	— 6,7	— 15,0
	— 9,6	— 2,2
— 8.	+ 26,5	+ 27,3
	+ 18,7	+ 27,3
	+ 12,7	+ 18,4
	— 3,6	+ 23,4
— 9.	+ 86,4	+ 75,2
— 10.	— 27,7	— 21,5
	— 32,4	— 23,0
	— 20,4	— 19,5
	— 20,3	+ 2,1
	+ 16,2	+ 1,9
	— 2,9	— 5,1
	+ 12,7	— 18,2
— 11.	— 2,5	— 16,8
	— 5,1	— 14,6
	— 30,6	+ 41,1
	— 35,9	+ 42,3
— 12.	0	+ 20,9
	— 19,7	+ 25,8
	+ 2,0	— 1,3
	+ 5,2	+ 37,2
— 14.	— 8,2	+ 9,4
	+ 5,3	+ 25,8
	+ 30,4	+ 20,1
	+ 29,4	+ 25,5
— 15.	+ 46,4	+ 32,1
	+ 35,8	+ 32,6
	+ 17,7	+ 32,6

Digitized by Google

	In AR.	In Decl.	
Aug. 18.	+ 12″9	+ 2″8	
	+ 0,6	+ 13,5	
	— 21,0	+ 33,9	
— 19.	+ 11,9	+ 16,0	
	+ 10,9	+ 28,8	
— 25.	+ 66,5	+ 57,9	*Mask.*
	+38,6	+ 38,8	
— 26.	+ 4,7	+ 7,8	
	+ 45,2	+ 12,3	
	+ 34,8	+ 5,4	
	+ 17,5	— 6,6	*Mask.*
	— 10,6	— 40,1	
— 28.	+ 33,1	+ 12,5	
	+ 13,4	+ 10,6	
	— 9,1	+ 16,2	
	— 15,8	+ 29,0	*Mask.*
	+ 21,5	+ 3,1	
	+ 5,5	— 16,3	
— 29.	+ 15,0	— 25,5	
	+ 7,0	+ 8,9	
	— 6,0	+ 5,1	
	— 11,7	+ 1,1	
	— 3,7	+ 7,0	
	+ 1,3	— 19,3	*Mask.*
	+ 2,0	— 59,0	
— 30.	+ 16,0	+ 20,1	
	— 6,1	+ 17,6	
	+ 6,6	+ 14,6	
— 31.	— 7,7	— 1,7	
	+ 2,8	— 9,7	
Sept. 4.	+ 31,1	— 18,0	
	+ 19,0	— 17,3	
	+ 17,3	— 13,8	
	+ 29,9	— 14,1	
	+ 3,4	+ 15,8	
— 5.	— 13,4	+ 26,9	
	+ 10,4	+ 23,7	
	— 7,4	+ 29,1	
— 8.	— 19,9	— 1,8	
	— 20,6	— 1,2	

	In AR.	In Decl.
Sept. 9.	+ 20,6	+ 15,8
	+ 11,4	+ 16,6
	+ 35,4	+ 16,3
— 10.	+170,4	+ 54,0
— 14.	— 1,8	— 28,0
	+ 0,1	— 15,5
	— 21,7	— 34,1
	— 17,6	— 45,6
— 17.	— 0,9	— 11,8
	+ 2,2	— 13,7
	0	— 13,4
— 18.	— 26,9	+ 25,7
	— 18,8	+ 25,4
	— 13,5	— 25,9
— 19.	— 48,5	— 64,3
	— 47,8	— 65,0
— 20.	— 45,1	— 66,6
— 29.	+ 28,3	— 1,6
	+ 59,7	+ 30,8
Oct. 1.	+ 36,9	+ 15,2
	+ 13,5	+ 36,7
— 2.	+ 29,8	+ 57,1
	+ 33,7	+ 62,9

Aus den Vergleichungen jedes einzelnen Tages wurde hierauf das Mittel, und, wo die Beobachtungen in Grader Aufsteigung und Abweichung in gleicher Anzahl waren, in Unterschiede der Länge und Breite verwandelt, und damit die Bedingungsgleichungen formirt. Wenn die Anzahl der Beobachtungen in Grader Aufsteigung und Abweichung ungleich war, wurden die Coefficienten der Bedingungsgleichungen für Grade Aufsteigung und Abweichung berechnet. Jede Gleichung wurde überdies mit der Quadratwurzel aus der Anzahl der im Mittel genommenen Vergleichungen multiplicirt. Die Unterschiede in der Länge sind mit dem Cosinus der Breite; die in Grader Aufsteigung mit dem Cosinus der Abweichung multiplicirt.

	Log. a	Log. g	Log. b	Log. c	Log. d	Log. e	Log. f
Juni 15	0,75186	2,49264n	3,56800	2,19477	3,02816	9,51688n	9,09307
	1,35503	1,05082n	1,66069n	1,80332n	0,88170n	1,06054	2,65044
17.	1,96326n	2,65502n	3,73486	2,38051	3,19117	9,80923n	9,89911n
	1,70543n	1,42600n	1,95223n	2,12580n	1,08326n	1,36109	2,92642
20	1,46665n	2,66449n	3,72306	2,26986	3,17484	0,14856	1,32747
	1,40300	1,52586n	2,37729n	2,25639n	1,63798n	1,47047	3,00180
21	1,67051	2,61955n	3,67465	2,18148	3,12472	9,83052	1,27094
	1,66178	1,53280n	2,38699n	2,26967n	1,56954n	1,42503	2,94374
22	1,10198	2,51840n	3,86957	2,35046	3,31789	9,72103	1,45748
	1,97105n	1,78739n	2,54584n	2,49355n	1,74033n	1,62270	3,12832
24	1,04079	2,93578n	3,97812	2,38814	3,42302	9,78503	1,54877
	1,69837n	2,03326n	2,69592n	2,67881n	1,78220n	1,73556	3,21329
25	0,35514	2,83018n	3,86719	2,22854	3,31047	———	1,45736
	1,76718n	2,03080n	2,64578n	2,64719n	1,65335n	1,65340	3,11648
27	1,18374	3,04136n	4,06433	2,26355	3,50523	0,44652n	1,61231
	1,69143n	2,38703n	2,92865n	2,95372n	1,72350n	1,81593	3,24913

Digitized by Google

	Log. a	Log a	Log. b	Log. c	Log. d	Log. e	Log. f
Juni 28	1,44479	3,00081n	4,01360	2,02149	3,45429	0,45020	1,55961
	1,07566	2,44070n	2,97495n	2,99227n	1,69378n	1,75340	3,17264
—	1,58258n	3,17145n	4,18217	2,14384	3,62293	0,19052	1,72790
	2,23556n	2,62659n	3,16302n	3,17644n	1,87926n	1,91843	3,33537
29	1,25136	3,45381n	4,46050	2,33954	3,89987	1,02700n	2,15775n
	1,17306	3,02903n	3,25731n	3,50398n	2,38042	2,09075	3,49387
Aug. 2	1,12348	1,87407	2,88088n	0,95317	2,12107n	8,94652n	0,22571
	0,06819	0,28021	1,22811n	9,44739	0,50648n	0,77738	1,87873n
3	1,01068n	1,93405	2,94637n	1,01082	2,17083n	8,96456n	0,34258
	1,30445n	0,29910	1,29539n	9,39885	0,53038n	0,84129	1,99357n
4	0,17462n	2,05583	3,07470n	1,12453	2,28168n	9,12108n	0,51862
	1,70417n	0,37415	1,42625n	9,39705	0,61112n	0,96718	2,16748n
5	1,44898n	1,93867	2,95512n	0,99253	2,15263n	8,99203n	0,45311
	1,20683	0,20386	1,31998n	9,13815	0,44723n	0,85435	2,09979n
6	1,39625n	1,84719	2,88217n	0,87938	2,04903n	8,96756n	0,41030
	0,42223n	0,05143	1,24105n	8,88253	0,30230n	0,76729	2,05477n
7	0,99927n	1,72909	2,77393n	0,72973	1,91729n	8,83652n	0,34022
	1,10691n	9,85779	1,13764n	8,55320	0,11843n	0,65372	1,98238n
8	1,29361	1,84872	2,90481n	0,80537	2,02182n	8,97303n	0,50701
	1,69514	9,88128	1,27418n	8,39109	0,15528n	0,77812	2,14679n
9	1,92946n	1,51703	2,58556n	0,41189	1,67384n	8,66000n	0,22027
	1,84277	9,42368	0,96099n	7,59661	9,71755n	0,45120	1,85769n
10	1,51531n	1,90710	2,98962n	0,70886	2,04497n	9,07955n	0,65626
	1,53022n	9,61488	1,37247n	7,37789n	9,94844n	0,84635	2,29118n
11	1,55847n	1,75381	2,85133n	0,41218	1,87102n	8,91493n	0,54642
	1,56836	9,07654	1,24173n	7,73227n	9,53058n	0,69795	2,17894n
12	0,54098n	1,71993	2,83469n	0,08526	1,81237n	8,87403n	0,55749
	1,61474	8,81190n	1,23354n	7,61632n	8,20427n	0,66915	2,18746n
14	1,35758	1,65158	2,80489n	0,18333n	1,68240n	8,88403n	0,57623
	1,62877	9,57719n	1,22165n	7,90183	9,74085	0,61081	220120n
15	1,68383	1,55285	2,72851n	0,41115n	1,54208n	8,77356n	0,52207
	1,78367	9,65276n	1,15498n	8,17994	9,84853	0,51579	2,14448n
18	0,84530n	1,44319	2,69359n	0,80209n	1,23418n	8,73176n	0,54200
	1,45260	9,86975n	1,14913n	8,62035	0,10832	0,41951	2,15711n
19	1,06108	1,31636	2,59548n	0,79617n	0,98375n	8,64142n	0,45948
	1,52000	9,82644n	1,06086n	8,61000	0,07470	0,29601	2,07218n
25	1,77522	1,05689	2,55102n	1,12790n	1,09806	8,48502n	0,48295
	1,88747	9,98006n	1,07252n	8,74990	0,27681	0,02995	2,08195n
26	1,59320	1,20598	2,74481n	1,36898n	1,39567	8,66059n	0,68453
	0,59947n	0,19361n	1,27495n	8,92208	0,49834	0,16907	2,28136n
28	1,17708	1,14385	2,77610n	1,48238n	1,57018	8,64818n	0,72817
	1,39856	0,25549n	1,32176n	8,83271	0,57563	0,07216	2,32101n
29	0,49468	1,12123	2,80607n	1,55099n	1,65629	8,63055n	0,76327
	1,02093n	0,29834n	1,35926n	8,73211	0,62638	0,01808	2,35417n
30	0,61217	0,88198	2,61920n	1,39853n	1,51475	8,43356n	0,58057
	1,49367	0,12165n	1,17905n	8,51253	0,45725	9,73634	2,16969n
31	0,27810n	0,73351	2,52854n	1,34188n	1,46519	8,25852n	0,49361
	0,93192n	0,04007n	1,09499n	7,41120	0,38356	9,52102	2,08095n
Sept. 4	1,65650	0,63556	2,72035n	1,65635n	1,78237	8,37549n	0,69471
	1,11873n	0,25673n	1,31040n	9,10349n	0,63247	9,18058n	2,27546n
5	1,14652n	0,43444	2,60835n	1,57056n	1,69332	8,13556n	0,58382
	1,64601	0,14636n	1,20333n	9,10919n	0,53183	9,36851n	2,16315n
8	1,41740n	9,93304	2,51823n	1,55710n	1,66430	7,72052n	0,49484
	0,86644n	0,06509n	1,12706n	9,29538n	0,47312	9,67587n	2,07011n
9	1,48451	9,78172	2,60594n	1,66756n	1,76860	7,73856n	0,58238
	1,53949	0,15382n	1,21873n	9,45141n	0,56971	9,83630n	2,15637n
10	2,16634	8,98929	2,36718n	1,45242n	1,54642	———	0,34292
	1,93187	9,91550n	9,98391n	9,28201n	0,33986	9,66211n	1,91581n

Digitized by Google

	Log. a	Log a	Log. b	Log. c	Log. d	Log. e	Log. f
Sept. 14	0,74638n	0,12204n	2,66859n	1,83658n	1,90120	7,96303	0,63967
	1,80853n	0,21513n	1,29865n	9,78877n	0,67139	0,13857n	2,20862n
17	0,76106	0,26973n	2,60742n	1,83173n	1,87286	8,08056	0,57278
	1,33795n	0,14933n	1,24573n	9,84960n	0,52951	0,16733n	2,13934n
18	1,62225n	0,31232n	2,56799n	1,84984n	1,88314	8,20056	0,57113
	1,55388	0,14780n	1,24865n	9,88616n	0,63582	0,19241n	2,13702n
19	1,61736n	0,25901n	2,52058n	1,77899n	1,80474	8,06952	0,48139
	2,01747n	0,05827n	1,16346n	9,83162n	0,55385	0,12728n	2,04669n
20	1,41267n	0,13841n	2,37076n	1,64579n	1,66377	8,02600	0,32905
	1,87439n	9,90610n	1,01581n	9,71452n	0,40942	9,99878n	1,89378n
29	1,71619	0,42616n	2,53001n	1,93618n	1,88770	8,42552	0,46023
	1,55149	0,03835n	1,19929n	0,10406n	0,60888	0,29822n	2,02185n
Oct. 1	1,36276	0,44036n	2,53247n	1,97143n	1,90167	8,41052	0,45544
	1,64854	0,03392n	1,19379n	0,15278n	0,61855	0,32310n	2,01678n
2	1,26813	0,44636n	2,53376n	1,97703n	1,90846	8,44652	0,45296
	1,97017	0,03167n	1,19599n	0,16673n	0,62328	0,33486n	2,01422n

(na)	+ 260673	(bc)	+ 309 10207.
(nb)	+ 51414,14	(bd)	+4423 67479.
(nb)	+ 503104,1	(be)	— 8 03825,8
(nc)	+ 295878,41	(bf)	— 156 07404
(nd)	+ 103143,6	(ce)	+ 152 58738
(ne)	— 22867,485	(cd)	+ 51 04302
(nf)	— 699292,39	(ce)	— 7 07283,4
(aa)	+ 16384942	(cf)	— 185 11032
(ab)	— 151489511	(dd)	+1223 94607
(ac)	+ 2772317	(de)	— 58514,40
(ad)	— 42787291	(df)	+ 3 27906
(ae)	— 187333,2	(ee)	+ 39156,52
(af)	— 5415573	(ef)	+ 10 38245,4
(bb)	+1618277810	(ff)	+ 293 45694

Die Summe (nn) ist die Summe der Quadrate der 279 Unterschiede in AR. und Decl., sie ist daher, da sie in AR. mit dem Cosinus der Declin. hätten multiplicirt werden sollen, um etwas zu groß, und giebt deswegen die mittleren Fehler der Elemente etwas größer, welchen bei diesen ungefähren Bestimmungen von keinem Belang ist.

Hieraus folgt Minimum der Summe der Quadrate 235782.
Mittl. Fehler einer Beobachtung... 29″89.

			Mittlere Fehler.
$Log. dT$	9,8337564	dT	+ 0ᵐ006820 ± 0ᵐ006082
$— dq$	8,7392463	dq	+ 0,0000548.6 ± 0,0000437
$— de$	9,3554178n	de	— 0,0002266.8 ± 0,0002381
$— dP$	8,6886099	dP	+ 4″88 ± 7″71
$— dn$	8,4724083n	dq	— 2,97 ± 74,14
$— di$	8,5736013	di	+ 3,746 ± 2,86.

Folglich sind die Elemente der zu Anfang und Ende seiner Sichtbarkeit beschriebenen Bahn:

	Juni 15,53.	Octbr. 2,67.
Perihelium 1770	Aug. 13,541266	13,546840 M. P. Zeit.
Kleinster Abstand	0,6745327	0,6744478
Excentricität	0,7862780	0,7861193
Länge des Perihels	356°16′ 5″0	356°17′11″7
—— — Knotens	132 31 45,8	131 59 16,9
Neigung	1 33 3,6	1 34 27,5.

Die Längen sind vom wahren Aequinoctium der resp. Zeitpuncte gezählt. Die Umlaufszeit war demnach vor seiner Erscheinung 2047,924 Tage, und nach derselben 2046,531 Tage, welche Bestimmungen mit einem wahrscheinlichen Fehler von etwas über zwei Tage behaftet sind.

Mit diesen Elemeten geben die Beobachtungen folgende Unterschiede:

	In AR.	In Decl.
Juni 15.	— 6″5	+ 42″8
	+ 7,8	——
	+ 27,7	——
— 17.	+ 18,6	— 9,8
	— 42,3	——
	+ 15,0	+ 29,9
	— 74,9	— 42,8
	—104,5	——
— 20.	+ 23,8	— 8,3
	— 83,6	+ 32,0
	— 85,5	+ 93,7
— 21.	+ 42,9	+ 54,7
	+ 30,4	+ 64,2
— 22.	+ 31,8	— 45,0
	+ 14,6	— 10,7
	+ 1,7	+ 5,1
— 24.	— 12,4	— 24,4
	— 14,4	+ 17,1
	— 12,0	— 18,5
	+ 9,7	+ 8,9
	+ 59,3	+ 21,6
— 26.	— 11,6	— 0,9
	+ 24,1	— 13,3
— 27.	+ 10,3	+ 14,6
	+ 12,6	— 8,0
— 28.	+ 21,3	+ 45,9
	— 25,2	— 95,2
	— 19,1	— 84,5
— 29.	+ 2,2	+ 21,8
	— 3,0	+ 45,8
	— 4,1	——
	— 6,6	— 11,8
Aug. 2.	+ 5,4	— 7,0
	+ 16,2	+ 3,8
— 3.	— 10,1	+ 6,8
	— 10,0	— 41,6
	0	— 5,9
— 4.	+ 37,9	— 40,8
	+ 3 3	— 4,9
	— 1,5	+ 9,1
	— 1,6	— 17,6
	— 17,5	— 66,1
	— 31,4	— 52,6

Digitized by Google

	In AR.	In Decl.
Aug. 5.	— 8″2	+ 6″2
	— 27,8	+ 15,5
	— 0,8	+ 18,2
	— 23,3	— 14,8
— 6.	— 15,6	— 15,0
	— 14,0	+ 3,1
	— 19,8	+ 1,8
— 7.	— 7,9	— 17,8
	— 10,7	— 5,0
— 8.	+ 25,0	+ 24,4
	+ 12,2	+ 24,4
	+ 11,2	+ 15,5
	— 5,1	+ 20,5
— 9.	— 88,2	+ 72,3
— 10.	— 30,0	— 24,8
	— 34,7	— 26,2
	— 22,7	— 22,7
	— 22,5	— 1,2
	+ 14,0	— 1,3
	— 5,1	— 8,3
	— 15,0	— 21,4
— 11.	— 5,0	— 20,0
	— 7,6	— 17,8
	— 33,2	+ 37,9
	— 38,4	+ 39,1
— 12.	— 3,1	+ 17,7
	— 22,7	+ 22,6
	+ 8,9	— 4,6
	+ 2,2	+ 34,0
— 14.	— 12,0	+ 6,0
	+ 1,4	+ 22,4
	+ 26,6	+ 16,7
	+ 25,6	+ 22,1
— 15.	+ 42,4	+ 28,7
	+ 31,8	+ 29,2
	+ 13,6	+ 29,1
— 18.	+ 7,9	— 0,6
	— 4,4	+ 10,2
	— 26,1	+ 30,5
— 19.	+ 6,6	+ 12,6
	+ 5,6	+ 25,4
— 25.	+ 60 0	+ 54,7
	+ 32,0	+ 35,6
— 26.	— 2,0	+ 4,6
	+ 38,6	+ 9,1
	+ 28,2	+ 2,1
	+ 10,9	— 9,9
	— 17,3	— 43,3
— 28.	+ 26,2	+ 9,3
	+ 6,6	+ 7,4
	— 16,0	+ 13,0
	— 22,7	+ 25,8
	+ 14,6	— 0,1
	— 1,4	— 19,5
— 29.	+ 8,1	— 28,7
	-0	+ 5,7
	— 12,9	+ 1,9
	— 18,6	— 2,1
	— 10,6	+ 3,8

	In AR.	In Decl.
Aug. 29.	— 5″6	— 22″5
	— 4,9	— 9,1
— 30.	+ 9,1	+ 16,9
	— 13,1	+ 14,4
	— 0,3	+ 11,5
— 31.	— 14,6	— 4,8
	— 4,0	— 12,8
Sept. 4.	+ 24,5	— 20,9
	+ 12 5	— 20,3
	+ 10,7	— 16,3
	+ 23,3	— 17,0
	— 3,1	+ 12,9
— 5.	— 19,9	+ 23,9
	+ 3,9	+ 20,6
	— 13,9	+ 26,0
— 8.	— 25,8	— 4,8
	— 26,6	— 4,2
— 9.	+ 14,9	+ 12,3
	+ 5,7	+ 13,6
	+ 29,7	+ 13,3
— 10.	+164,9	+ 51,0
— 14.	— 6,3	— 31,2
	— 4,4	— 18,6
	— 26,2	— 37,2
	— 22,1	— 48,7
— 17.	— 4,4	— 14,9
	— 1,3	— 16,8
	— 3,5	— 16,5
— 18.	— 30,0	+ 22,6
	— 22,1	+ 22,2
	— 16,6	+ 22,7
— 19.	— 51,3	— 67,7
	— 50,5	— 68,4
— 20.	— 47,6	— 69,9
— 29.	+ 29,4	— 5,5
	+ 60,8	+ 27,0
Oct. 1.	+ 39,0	+ 11,0
	+ 15,6	+ 32,4
— 2.	+ 32,3	+ 52,8
	+ 35,2	+ 58,6

Es sind 157 Fehler kleiner und 122 gröfser als der gefundene mittlere Fehler, daraus folgt, dafs die Wahrscheinlichkeiten, der Fehler der gefundenen Umlaufszeiten sei kleiner oder gröfser als 3,2 Tage, sich wie 157 zu 122 verhalte.

Aus den 220 Bedingungsgleichungen des zweiten Zweiges der Bahn ergiebt sich die Correction der Elemente.

		Mittl. Fehler.
dT	+ 0d0493109	± 0d042803
dq	+ 0,0002205	± 0,0001742
de	+ 0,0004286	± 0,0006157
dP	+ 153″47	± 152″06
$d\eta$	+ 36,07	± 144,39
di	+ 5,42	± 19,57.

Aus den oben gefundenen wahrscheinlichsten Elementen folgt die Zeit der gröfsten Erdnähe Juli 1,219036 M. Par. Zeit; Logar. der kleinsten Entfernung 8,1787588; mithin die kleinste Entfernung 363 Erdhalbmesser, welches ich hinzufüge, da es gewifs interessirt, die kleinste Entfernung des Cometen, der uns am nächsten gekommen ist, angegeben zu sehen.

Altona 1840. Juli 4. *Thomas Clausen.*

Altona 1842. Februar 3.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 442.

Ueber eine astronomische Aufgabe.

Von Herrn Professor Dr. *Grunert* zu Greifswald.

Die von dem Herrn Doctor *Brestel* zu Wien in Nr. 362 der Astron. Nachr. aufgelöste Aufgabe veranlaßt mich zu der Mittheilung des folgenden Problems:

Wenn die demselben Stundenwinkel entsprechenden Höhen dreier Sterne von bekannter Rectascension und Declination gemessen worden sind: aus den Differenzen dieser Höhen, die Zeit, die Polhöhe und den Fehler des Instruments zu finden.

Die Declinationen der drei beobachteten Sterne bezeichnen wir durch δ, δ', δ'', die gemessenen, von der Refraction gehörig befreiten Höhen derselben respective durch h, h', h''; die wahren, d. h. von dem Fehler des Instruments und natürlich auch von der Refraction nicht afficirten Höhen seyen h, h', h''; der Stundenwinkel, welchem diese Höhen entsprechen, soll durch σ, die Polhöhe durch φ bezeichnet werden. Dies vorausgesetzt, haben wir die drei folgenden Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \sin h &= \sin\delta\sin\varphi + \cos\delta\cos\varphi\cos\sigma \\ \sin h' &= \sin\delta'\sin\varphi + \cos\delta'\cos\varphi\cos\sigma \\ \sin h'' &= \sin\delta''\sin\varphi + \cos\delta''\cos\varphi\cos\sigma \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots(1).$$

Multiplicirt man diese Gleichungen nach der Reihe mit $\sin(\delta'-\delta'')$, $\sin(\delta''-\delta)$, $\sin(\delta-\delta')$, und addirt sie dann zu einander, so erhält man, weil wie sich leicht zeigen läßt,

$$\begin{aligned} \sin\delta\sin(\delta'-\delta'') + \sin\delta'\sin(\delta''-\delta) + \sin\delta''\sin(\delta-\delta') &= 0 \\ \cos\delta\sin(\delta'-\delta'') + \cos\delta'\sin(\delta''-\delta) + \cos\delta''\sin(\delta-\delta') &= 0 \end{aligned}$$

ist, die Gleichung

$$\sin(\delta'-\delta'')\sin h + \sin(\delta''-\delta)\sin h' + \sin(\delta-\delta')\sin h'' = 0 \quad \ldots\ldots(2)$$

Setzt man nun in dieser Gleichung $h' = h + (h'-h)$ und $h'' = h + (h''-h)$, oder, weil offenbar $h'-h = h'-h$ und $h''-h = h''-h$ ist, $h' = h + (h'-h)$ und $h'' = h + (h''-h)$; so erhält man nach leichter Entwickelung

$$\tang h = -\frac{\sin(\delta''-\delta)\sin(h'-h) + \sin(\delta-\delta')\sin(h''-h)}{\sin(\delta'-\delta'') + \sin(\delta''-\delta)\cos(h'-h) + \sin(\delta-\delta')\cos(h''-h)} \quad \ldots\ldots(3)$$

mittelst welcher Formel also die wahre Höhe h, aus den Differenzen $h'-h$ und $h''-h$ gefunden werden kann. Hat man aber h, so ergeben sich die wahren Höhen h' und h'' sogleich mittelst der Formeln

$$(4)\ldots\ldots h' = h + (h'-h),\ h'' = h + (h''-h).$$

Der Fehler des Instruments ist $h-h$, oder $h'-h'$, oder $h''-h''$.

Ferner ergiebt sich aus den Gleichungen (1) leicht

$$\begin{aligned} \cos\delta'\sin h - \cos\delta\sin h' &= \sin(\delta-\delta')\sin\varphi \\ \cos\delta''\sin h - \cos\delta\sin h'' &= \sin(\delta-\delta'')\sin\varphi; \end{aligned}$$

also

$$(5)\ldots\ldots \left\{\begin{aligned} \sin\varphi &= \frac{\cos\delta'\sin h - \cos\delta\sin h'}{\sin(\delta-\delta')} \\ \sin\varphi &= \frac{\cos\delta''\sin h - \cos\delta\sin h''}{\sin(\delta-\delta'')}; \end{aligned}\right.$$

mittelst welcher Formeln die Polhöhe φ gefunden werden kann.

Den Stundenwinkel σ findet man endlich mittelst der unmittelbar aus (1) sich ergebenden Formeln

$$\left.\begin{aligned} \cos\sigma &= \frac{\sin h - \sin\delta\sin\varphi}{\cos\delta\cos\varphi} \\ \cos\sigma &= \frac{\sin h' - \sin\delta'\sin\varphi}{\cos\delta'\cos\varphi} \\ \cos\sigma &= \frac{\sin h'' - \sin\delta''\sin\varphi}{\cos\delta''\cos\varphi} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots(2)$$

oder mit Hülfe anderer aus der sphärischen Trigonometrie hinreichend bekannter Formeln, deren Aufstellung hier unnütze Weitläufigkeit seyn würde.

Dies ist die erste Auflösung unserer Aufgabe; eine andere Auflösung derselben läßt sich auf folgende Art finden.

Digitized by Google

Es ist

$$\begin{aligned}\cos\delta'\sin h_{\prime} - \cos\delta\sin h_{\prime} &= \cos\delta'\sin h_{\prime} - \cos\delta\sin\{h_{\prime}+(h'-h)\}\\ &= \{\cos\delta'-\cos\delta\cos(h'-h)\}\sin h_{\prime} - \cos\delta\sin(h'-h)\cos h_{\prime}\\ &= \{\cos\delta'[\cos\tfrac{1}{2}(h'-h)^2+\sin\tfrac{1}{2}(h'-h)^2]-\cos\delta[\cos\tfrac{1}{2}(h'-h)^2-\sin\tfrac{1}{2}(h'-h)^2]\}\sin h_{\prime}\\ &\quad -2\cos\delta\sin\tfrac{1}{2}(h'-h)\cos\tfrac{1}{2}(h'-h)\cos h_{\prime}\\ &= \cos\tfrac{1}{2}(h'-h)\{\cos\delta'\cos\tfrac{1}{2}(h'-h)\sin h_{\prime}-\cos\delta\sin[h_{\prime}+\tfrac{1}{2}(h'-h)]\}\\ &\quad +\sin\tfrac{1}{2}(h'-h)\{\cos\delta'\sin\tfrac{1}{2}(h'-h)\sin h_{\prime}-\cos\delta\cos[h_{\prime}+\tfrac{1}{2}(h'-h)]\},\end{aligned}$$

und folglich, wenn man auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens die Größe

$$\cos\delta'\sin\tfrac{1}{2}(h'-h)\cos\tfrac{1}{2}(h'-h_{\prime})\cos h_{\prime}$$

addirt und subtrahirt,

$$\begin{aligned}&\cos\delta'\sin h_{\prime} - \cos\delta\sin h_{\prime}'\\ &=(\cos\delta'-\cos\delta)\cos\tfrac{1}{2}(h'-h)\sin\{h_{\prime}+\tfrac{1}{2}(h'-h)\}\\ &\quad -(\cos\delta'+\cos\delta)\sin\tfrac{1}{2}(h'-h)\cos\{h_{\prime}+\tfrac{1}{2}(h'-h)\},\end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned}&\cos\delta'\sin h_{\prime} - \cos\delta\sin h_{\prime}'\\ &= 2\sin\tfrac{1}{2}(\delta+\delta')\sin\tfrac{1}{2}(\delta-\delta')\cos\tfrac{1}{2}(h'-h)\sin\{h_{\prime}+\tfrac{1}{2}(h'-h)\}\\ &\quad -2\cos\tfrac{1}{2}(\delta+\delta')\cos\tfrac{1}{2}(\delta-\delta')\sin\tfrac{1}{2}(h'-h)\cos\{h_{\prime}+\tfrac{1}{2}(h'-h)\},\end{aligned}$$

und ganz eben so

$$\begin{aligned}&\cos\delta''\sin h_{\prime} - \cos\delta\sin h_{\prime}''\\ &= 2\sin\tfrac{1}{2}(\delta+\delta'')\sin\tfrac{1}{2}(\delta-\delta'')\cos\tfrac{1}{2}(h''-h)\sin\{h_{\prime}+\tfrac{1}{2}(h''-h)\}\\ &\quad -2\cos\tfrac{1}{2}(\delta+\delta'')\cos\tfrac{1}{2}(\delta-\delta'')\sin\tfrac{1}{2}(h''-h)\cos\{h_{\prime}+\tfrac{1}{2}(h''-h)\}.\end{aligned}$$

Folglich ist nach (5)

$$\begin{aligned}\sin\varphi = &\frac{\sin\frac{1}{2}(\delta+\delta')}{\cos\frac{1}{2}(\delta-\delta')}\cos\tfrac{1}{2}(h'-h)\sin\{h_{\prime}+\tfrac{1}{2}(h'-h)\}\\ &-\frac{\cos\frac{1}{2}(\delta+\delta')}{\sin\frac{1}{2}(\delta-\delta')}\sin\tfrac{1}{2}(h'-h)\cos\{h_{\prime}+\tfrac{1}{2}(h'-h)\},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin\varphi = &\frac{\sin\frac{1}{2}(\delta+\delta'')}{\cos\frac{1}{2}(\delta-\delta'')}\cos\tfrac{1}{2}(h''-h)\sin\{h_{\prime}+\tfrac{1}{2}(h''-h)\}\\ &-\frac{\cos\frac{1}{2}(\delta+\delta'')}{\sin\frac{1}{2}(\delta-\delta'')}\sin\tfrac{1}{2}(h''-h)\cos\{h_{\prime}+\tfrac{1}{2}(h''-h)\}.\end{aligned}$$

Berechnet man nun die Größen R, L und R', L' mittelst der Formeln

$$\left.\begin{aligned}R\cos L &= \cos\tfrac{1}{2}(h'-h)\frac{\sin\frac{1}{2}(\delta+\delta')}{\cos\frac{1}{2}(\delta-\delta')}\\ R\sin L &= \sin\tfrac{1}{2}(h'-h)\frac{\cos\frac{1}{2}(\delta+\delta')}{\sin\frac{1}{2}(\delta-\delta')}\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots(7$$

und

$$\left.\begin{aligned}R'\cos L' &= \cos\tfrac{1}{2}(h''-h)\frac{\sin\frac{1}{2}(\delta+\delta'')}{\cos\frac{1}{2}(\delta-\delta'')}\\ R'\sin L' &= \sin\tfrac{1}{2}(h''-h)\frac{\cos\frac{1}{2}(\delta+\delta'')}{\sin\frac{1}{2}(\delta-\delta'')}\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots(8$$

so wird

$$\left.\begin{aligned}\sin\varphi &= R\sin\{h_{\prime}+\tfrac{1}{2}(h'-h)-L'\}\\ \sin\varphi &= R'\sin\{h_{\prime}+\tfrac{1}{2}(h''-h)-L'\}\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots(9$$

und folglich

$$\frac{R}{R'} = \frac{\sin\{h_{\prime}+\frac{1}{2}(h''-h)-L'\}}{\sin\{h_{\prime}+\frac{1}{2}(h'-h)-L'\}},$$

also, wie man leicht findet,

$$\left.\begin{aligned}\cot\tfrac{1}{2}\{2h_{\prime}+\tfrac{1}{2}(h'-h)+\tfrac{1}{2}(h''-h)-L-L'\} &= -\frac{R-R'}{R+R'}\cot\tfrac{1}{2}\{\tfrac{1}{2}(h'-h)-\tfrac{1}{2}(h''-h)-L+L'\}\\ \tan\tfrac{1}{2}\{2h_{\prime}+\tfrac{1}{2}(h'-h)+\tfrac{1}{2}(h''-h)-L-L'\} &= -\frac{R+R'}{R-R'}\tan\tfrac{1}{2}\{\tfrac{1}{2}(h'-h)-\tfrac{1}{2}(h''-h)-L+L'\}\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots(10$$

Berechnet man den Hilfswinkel θ mittelst der Formel

$$\tan\theta = \frac{R'}{R}\quad\ldots\ldots(11$$

so wird

$$\left.\begin{aligned}\cot\tfrac{1}{2}\{2h_{\prime}+\tfrac{1}{2}(h'-h)+\tfrac{1}{2}(h''-h)-L-L'\} &= -\tan(45°-\theta)\cot\tfrac{1}{2}\{\tfrac{1}{2}(h'-h)-\tfrac{1}{2}(h''-h)-L+L'\}\\ \tan\tfrac{1}{2}\{2h_{\prime}+\tfrac{1}{2}(h'-h)+\tfrac{1}{2}(h''-h)-L-L'\} &= -\tan(45°+\theta)\tan\tfrac{1}{2}\{\tfrac{1}{2}(h'-h)-\tfrac{1}{2}(h''-h)-L+L'\}\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots(12$$

Hat man mittelst einer dieser Formeln $h_{\prime}$ gefunden, so findet man ferner φ mittelst einer der beiden Formeln (9). Wie der Stundenwinkel σ dann gefunden werden kann, ist oben schon gezeigt worden.

Zur Berechnung der Höhe $h_{\prime}$ kann man noch andere bemerkenswerthe Formeln auf folgende Art finden. Man setze

$$\begin{aligned}\sin\varphi = &\frac{\sin\frac{1}{2}(\delta+\delta'')}{\cos\frac{1}{2}(\delta-\delta'')}\cos\tfrac{1}{2}(h''-h)\sin\{h_{\prime}+\tfrac{1}{2}(h''-h)\}\\ &-\frac{\cos\frac{1}{2}(\delta+\delta'')}{\sin\frac{1}{2}(\delta-\delta'')}\sin\tfrac{1}{2}(h''-h)\cos\{h_{\prime}+\tfrac{1}{2}(h''-h)\}.\end{aligned}$$

der Kürze wegen

$$A = \sin(\delta'-\delta''),\quad B = \sin(\delta''-\delta),\quad C = \sin(\delta-\delta');$$

so hat man nach (2) die Gleichung

$$A\sin h_{\prime} + B\sin h_{\prime}' + C\sin h_{\prime}'' = 0.$$

Weil nun offenbar

$$\begin{aligned}h_{\prime} &= \tfrac{1}{2}(h_{\prime}'+h_{\prime}) + \tfrac{1}{2}(h_{\prime}-h_{\prime}'') + \tfrac{1}{2}(h_{\prime}''-h_{\prime}') &&= \tfrac{1}{2}(h_{\prime}'+h_{\prime}) + \tfrac{1}{2}(h-h'') + \tfrac{1}{2}(h''-h'),\\ h_{\prime}' &= \tfrac{1}{2}(h_{\prime}'+h_{\prime}) - \tfrac{1}{2}(h_{\prime}-h_{\prime}'') - \tfrac{1}{2}(h_{\prime}''-h_{\prime}') &&= \tfrac{1}{2}(h_{\prime}'+h_{\prime}) - \tfrac{1}{2}(h-h'') - \tfrac{1}{2}(h''-h'),\\ h_{\prime}'' &= \tfrac{1}{2}(h_{\prime}'+h_{\prime}) - \tfrac{1}{2}(h_{\prime}-h_{\prime}'') + \tfrac{1}{2}(h_{\prime}''-h_{\prime}') &&= \tfrac{1}{2}(h_{\prime}'+h_{\prime}) - \tfrac{1}{2}(h-h'') + \tfrac{1}{2}(h''-h')\end{aligned}$$

Digitized by Google

ist; so ist nach der vorhergehenden Gleichung, wenn man diese Werthe von h, h', h^{α} in dieselbe einführt, wie man leicht findet,

$$\left.\begin{aligned}&\{(A+B+C)\cos\tfrac{1}{2}(h-h^{\alpha})\cos\tfrac{1}{2}(h^{\alpha}-h')-(A+B-C)\sin\tfrac{1}{2}(h-h^{\alpha})\sin\tfrac{1}{2}(h^{\alpha}-h')\}\sin\tfrac{1}{2}(h'+h)\\&+\{(A-B+C)\cos\tfrac{1}{2}(h-h^{\alpha})\sin\tfrac{1}{2}(h^{\alpha}-h')-(B+C-A)\sin\tfrac{1}{2}(h-h^{\alpha})\cos\tfrac{1}{2}(h^{\alpha}-h')\}\cos\tfrac{1}{2}(h'-h)\end{aligned}\right\}=0.$$

Durch leichte Rechnung überzeugt man sich aber, dafs

$$\begin{aligned}A+B+C &= -4\sin\tfrac{1}{2}(\delta-\delta')\sin\tfrac{1}{2}(\delta'-\delta^{\alpha})\sin\tfrac{1}{2}(\delta^{\alpha}-\delta),\\A+B-C &= -4\sin\tfrac{1}{2}(\delta-\delta')\cos\tfrac{1}{2}(\delta'-\delta^{\alpha})\cos\tfrac{1}{2}(\delta^{\alpha}-\delta),\\A-B+C &= -4\cos\tfrac{1}{2}(\delta-\delta')\cos\tfrac{1}{2}(\delta'-\delta^{\alpha})\sin\tfrac{1}{2}(\delta^{\alpha}-\delta),\\B+C-A &= \;\;4\cos\tfrac{1}{2}(\delta-\delta')\sin\tfrac{1}{2}(\delta'-\delta^{\alpha})\cos\tfrac{1}{2}(\delta^{\alpha}-\delta)\end{aligned}$$

ist. Folglich ist

$$\left.\begin{aligned}&\sin\tfrac{1}{2}(\delta'-\delta^{\alpha})\sin\tfrac{1}{2}(\delta^{\alpha}-\delta)\cos\tfrac{1}{2}(h-h^{\alpha})\cos\tfrac{1}{2}(h^{\alpha}-h')\\&-\cos\tfrac{1}{2}(\delta'-\delta^{\alpha})\cos\tfrac{1}{2}(\delta^{\alpha}-\delta)\sin\tfrac{1}{2}(h-h^{\alpha})\sin\tfrac{1}{2}(h^{\alpha}-h')\end{aligned}\right\}\sin\tfrac{1}{2}(\delta-\delta')\sin\tfrac{1}{2}(h'+h)$$
$$+\left\{\begin{aligned}&\cos\tfrac{1}{2}(\delta'-\delta^{\alpha})\sin\tfrac{1}{2}(\delta^{\alpha}-\delta)\cos\tfrac{1}{2}(h-h^{\alpha})\sin\tfrac{1}{2}(h^{\alpha}-h')\\&+\sin\tfrac{1}{2}(\delta'-\delta^{\alpha})\cos\tfrac{1}{2}(\delta^{\alpha}-\delta)\sin\tfrac{1}{2}(h-h^{\alpha})\cos\tfrac{1}{2}(h^{\alpha}-h')\end{aligned}\right\}\cos\tfrac{1}{2}(\delta-\delta')(\cos\tfrac{1}{2}h'+h)\Bigg\}=0.$$

und hieraus ergiebt sich, wenn man die Hülfswinkel M, M' mittelst der Formeln

$$(13)\ldots\begin{cases}\tang M = \cot\tfrac{1}{2}(\delta-\delta^{\alpha})\tang\tfrac{1}{2}(h-h^{\alpha})\\ \tang M' = \tang\tfrac{1}{2}(\delta^{\alpha}-\delta')\cot\tfrac{1}{2}(h^{\alpha}-h')\end{cases}$$

berechnet, leicht

$$(14)\ldots\tang\tfrac{1}{2}(h'+h) = \cot\tfrac{1}{2}(\delta'-\delta)\cot(M-M')$$

mit Hülfe welcher Formel man $h'+h$, berechnen kann. Weil man nun auch $h'-h$, $= h'-h$ kennt, so lassen sich die Höhen h und h' finden.

Wenn, wie dies meistens bei wirklichen Anwendungen der Fall seyn wird, die gemessenen Höhen h, h', h^{α} nicht demselben Stundenwinkel, sondern vielmehr den Stundenwinkeln σ, σ', σ^{α} entsprechen; so hat man statt der Gleichungen (1) die drei folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned}-\sin h &= \sin\delta\sin\varphi+\cos\delta\cos\varphi\cos\sigma\\ \sin h' &= \sin\delta'\sin\varphi+\cos\delta'\cos\varphi\cos\sigma'\\ \sin h^{\alpha} &= \sin\delta^{\alpha}\sin\varphi+\cos\delta^{\alpha}\cos\varphi\cos\sigma^{\alpha};\end{aligned}$$

die man auch auf die Form

$$\begin{aligned}\sin h &= \sin\delta\sin\varphi+\cos\delta\cos\varphi\cos\sigma\\ \sin\{h+(h'-h)\} &= \sin\delta'\sin\varphi+\cos\delta'\cos\varphi\cos\{\sigma+(\sigma'-\sigma)\}\\ \sin\{h+(h^{\alpha}-h)\} &= \sin\delta^{\alpha}\sin\varphi+\cos\delta^{\alpha}\cos\varphi\cos\{\sigma+(\sigma^{\alpha}-\sigma)\}\end{aligned}\Bigg\}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(15)$$

bringen kann. Unter dieser Form enthalten sie, da die Differenzen $h'-h$, $h^{\alpha}-h$ und $\sigma'-\sigma$, $\sigma^{\alpha}-\sigma$ durch die Beobachtungen gegeben werden, die drei unbekannten Gröfsen h, φ, σ, und reichen also zur Bestimmung dieser drei unbekannten Gröfsen gerade hin. Wir wollen jetzt aber blofs den Fall betrachten, wenn die bekannten Differenzen $\sigma'-\sigma$ und $\sigma^{\alpha}-\sigma$ der Null sehr nahe kommen, so dafs also die gemessenen Höhen h, h', h^{α} sehr nahe demselben Stundenwinkel entsprechen.

Unter dieser Voraussetzung wollen wir, indem wir der Kürze wegen von jetzt an die bekannten Differenzen $h'-h$, $h^{\alpha}-h$ und $\sigma'-\sigma$, $\sigma^{\alpha}-\sigma$ respective durch μ', μ^{α} und ω', ω^{α} bezeichnen, annehmen, dafs die Gröfsen h, φ, σ ganz nach der im Vorhergehenden gegebenen Anleitung aus den drei Gleichungen

$$\begin{aligned}\sin h &= \sin\delta\sin\varphi+\cos\delta\cos\varphi\cos\sigma\\ \sin(h+\mu') &= \sin\delta'\sin\varphi+\cos\delta'\cos\varphi\cos\sigma\\ \sin(h+\mu^{\alpha}) &= \sin\delta^{\alpha}\sin\varphi+\cos\delta^{\alpha}\cos\varphi\cos\sigma\end{aligned}\Bigg\}\ldots\ldots(16)$$

bestimmt worden seyen, so dafs also h, φ, σ diesen drei Gleichungen entsprechen, und wollen unter der Voraussetzung, dafs die gemessenen Höhen nicht genau demselben Stundenwinkel entsprechen, die Correctionen von h, φ, σ respective durch dh, $d\varphi$, $d\sigma$ bezeichnen; so haben wir zur Bestimmung dieser Correctionen nach (15) offenbar die drei folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned}\sin(h+dh) &= \sin\delta\sin(\varphi+d\varphi)+\cos\delta\cos(\varphi+d\varphi)\cos(\sigma+d\sigma)\\ \sin(h+\mu'+dh) &= \sin\delta'\sin(\varphi+d\varphi)+\cos\delta'\cos(\varphi+d\varphi)\cos(\sigma+\omega'+d\sigma)\\ \sin(h+\mu^{\alpha}+dh) &= \sin\delta^{\alpha}\sin(\varphi+d\varphi)+\cos\delta^{\alpha}\cos(\varphi+d\varphi)\cos(\sigma+\omega^{\alpha}+d\sigma).\end{aligned}$$

Weil nun aber, da nach der Voraussetzung ω' und ω^{α} der Null sehr nahe kommende Gröfsen sind, die Correctionen dh, $d\varphi$, $d\sigma$ wenigstens näherungsweise als Differentiale betrachtet werden können; so ergiebt sich aus den vorhergehenden Gleichungen ohne Schwierigkeit

Digitized by Google

$$\begin{aligned}
&\sin h_{,} - \sin\delta\sin\varphi - \cos\delta\cos\varphi\cos\sigma\\
&= -\cos h_{,}\,dh_{,} + (\sin\delta\cos\varphi - \cos\delta\sin\varphi\cos\sigma)\,d\varphi - \cos\delta\cos\varphi\sin\sigma\,d\sigma,\\
&\quad \sin(h_{,}+\mu') - \sin\delta'\sin\varphi - \cos d'\cos\varphi\cos(\sigma+\omega')\\
&= -\cos(h_{,}+\mu')\,dh_{,} + \{\sin\delta'\cos\varphi - \cos\delta'\sin\varphi\cos(\sigma+\omega')\}\,d\varphi\\
&\qquad - \cos\delta'\cos\varphi\sin(\sigma+\omega')\,d\sigma,\\
&\sin h_{,} + \mu'') - \sin\delta''\sin\varphi - \cos\delta''\cos\varphi\cos(\sigma+\omega'')\\
&= -\cos(h_{,}+\mu'')\,dh_{,} + \{\sin\delta''\cos\varphi - \cos d''\sin\varphi\cos(\sigma+\omega'')\}\,d\varphi\\
&\qquad - \cos\delta''\cos\varphi\sin(\sigma+\omega'')\,d\sigma.
\end{aligned}$$

Nach (16) ist aber

$$\begin{aligned}
&\sin h_{,} - \sin\delta\sin\varphi - \cos\delta\cos\varphi\cos\sigma = 0,\\
&\sin(h_{,}+\mu') - \sin\delta'\sin\varphi = \cos\delta'\cos\varphi\cos\sigma,\\
&\sin(h_{,}+\mu'') - \sin\delta''\sin\varphi = \cos\delta''\cos\varphi\cos\sigma;
\end{aligned}$$

und die vorhergehenden Gleichungen werden also, nach einer leichten goniometrischen Verwandlung

$$\begin{aligned}
0 &= -\cos h_{,}\,dh_{,} + (\sin\delta\cos\varphi - \cos\delta\sin\varphi\cos\sigma)\,d\varphi - \cos\delta\cos\varphi\sin\sigma\,d\sigma,\\
&\quad 2\cos\delta'\cos\varphi\sin\tfrac{1}{2}\omega'\sin(\sigma+\tfrac{1}{2}\omega')\\
&= -\cos(h_{,}+\mu')\,dh_{,} + \{\sin\delta'\cos\varphi - \cos\delta'\sin\varphi\cos(\sigma+\omega')\}\,d\varphi\\
&\qquad - \cos\delta'\cos\varphi\sin(\sigma+\omega')\,d\sigma,\\
&\quad 2\cos\delta''\cos\varphi\sin\tfrac{1}{2}\omega''\sin(\sigma+\tfrac{1}{2}\omega'')\\
&= -\cos(h_{,}+\mu'')\,dh_{,} + \{\sin\delta''\cos\varphi - \cos\delta''\sin\varphi\cos(\sigma+\omega'')\}\,d\varphi\\
&\qquad - \cos\delta''\cos\varphi\sin(\sigma+\omega'')\,d\sigma.
\end{aligned}$$

Berechnet man die drei Hülfswinkel ξ, ξ', ξ'' mittelst der Formeln

$$(17)\ldots\ldots\begin{cases} tang\,\xi &= \cos\sigma\,tang\,\varphi,\\ tang\,\xi' &= \cos(\sigma+\omega')\,tang\,\varphi,\\ tang\,\xi'' &= \cos(\sigma+\omega'')\,tang\,\varphi \end{cases}$$

und setzt der Kürze wegen

$$(18)\ldots\begin{cases} a' = 2\cos\delta'\cos\varphi\sin\frac{1}{2}\omega'\sin(\sigma+\frac{1}{2}\omega')\\ a'' = 2\cos\delta''\cos\varphi\sin\frac{1}{2}\omega''\sin(\sigma+\frac{1}{2}\omega'')\\ A = -\cos h_{,},\ A' = -\cos(h_{,}+\mu'),\ A'' = -\cos(h_{,}+\mu'')\\ B = \dfrac{\cos\varphi\sin(\delta-\xi)}{\cos\xi}\\ B' = \dfrac{\cos\varphi\sin(\delta'-\xi')}{\cos\xi'}\\ B'' = \dfrac{\cos\varphi\sin(\delta''-\xi'')}{\cos\xi''}\\ C = -\cos\delta\cos\varphi\sin\sigma\\ C' = -\cos\delta'\cos\varphi\sin(\sigma+\omega')\\ C'' = -\cos\delta''\cos\varphi\sin(\sigma+\omega'') \end{cases}$$

so hat man zur Bestimmung der Correctionen $dh_{,}$, $d\varphi$, $d\sigma$, wie sich aus dem Obigen leicht ergiebt, die drei folgenden Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} A\,dh_{,} + B\,d\varphi + C\,d\sigma &= 0\\ A'\,dh_{,} + B'\,d\varphi + C'\,d\sigma &= a'\\ A''dh_{,} + B''d\varphi + C''d\sigma &= a'' \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots(19$$

mittelst welcher $dh_{,}$, $d\varphi$, $d\sigma$ auf dem Wege der gewöhnlichen algebraischen Elimination leicht gefunden werden können.

Wie man sich den wahren Werthen der gesuchten Grössen durch successive Berechnung neuer Correctionen nach und nach immer mehr und mehr nähern kann, braucht hier nicht weiter erläutert zu werden. Eben so wenig wollen wir, um diesen Aufsatz nicht zu weit auszudehnen, Untersuchungen über die vortheilhafteste Auswahl der Sterne anstellen, da wir uns in dieser Rücksicht auch schon zum Theil auf den oben erwähnten Aufsatz des Herrn Doctora *Brestel* beziehen können, und bemerken zum Schluss nur noch, dass die von der obigen Methode gewährten Vortheile uns vorzüglich darin zu bestehen scheinen, dass bei derselben gar nicht die gemessenen Höhen selbst, sondern blofs deren Differenzen in Rechnung gebracht werden, wodurch der Fehler des Instruments ganz, zum Theil auch die Refraction eliminirt wird.

Grunert.

Auszug aus einem Schreiben des Sir *J. F. W. Herschel* an den Herausgeber.

Collingwood 1841. Decbr.

It is singular how generally prevalent the opinion is that both my Father and myself have advocated the idea of the Moon's influence on the weather and published predictions and weather tables founded on such presumed influence. But there is no the shadow of foundation for any such idea, on the contrary all possible pains has been taken on the part of both him an

Digitized by Google

myself to disavow and disclaim all such pretended tables and predictions. The only way in which I have ever connected the Moon and the weather is by a casual remark, that I have very frequently observed a full or nearly full Moon (i. e. sensibly round) to be accompanied with a sky serene and cloudless, or nearly so, at or within an hour or 2 after its rising, so often indeed, that, though I do not pretend to see any rational connexion, I cannot help thinking that there is something beyond accident in it, and have therefore recommended it to Meteorologists, as worthy of some notice for the future.

J. F. W Herschel.

Nachschrift. Vorstehendes bezieht sich auf die Anfrage eines hohen Liebhabers der Wissenschaften, ob Herr Baronet *Herschel*, würklich, wie der Wiener Wirthschafts-Kalender für 1840 behauptet, eine Regel gegeben habe, die Witterung aus dem Mondswechsel zu berechnen?

S.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Th. Clausen* an den Herausgeber.

Unter den vielen schwierigen Integrationen, die in *Legendre's* Traité des fonctions elliptiques enthalten sind, findet man Chap. XXVI. Nr. 136 auch die

$$\int \frac{y\,dy}{(y^3+8)\sqrt{(y^3-1)}}$$

zu deren Werth er auf einem sehr verwickelten Wege gelangt und ihn durch eine andere etwas kürzere Methode bestätigt. Das Integral, welches merkwürdiger Weise blos Logarithmen und Bögen des Kreises enthält, läfst sich auch unmittelbar finden. Setzt man nemlich:

$$s = \frac{y-1}{\sqrt{(y^3-1)}};\quad s' = \sqrt{(y^3-1)};\quad s'' = \frac{(y-1)^2}{\sqrt{(y^3-1)}}$$

so wird

$$ds = -\frac{y^3-3y^2+2}{2(y^3-1)^{\frac{3}{2}}}\,dy$$

$$ds' = \tfrac{3}{2}\cdot\frac{y^2\,dy}{\sqrt{(y^3-1)}}$$

$$ds'' = \tfrac{1}{2}\cdot\frac{y^4+2y^3-3y^2-4y+4}{(y^3-1)^{\frac{3}{2}}}\,dy$$

$$\frac{ds}{1-3s^2} = -\tfrac{1}{2}\frac{y^3-2y-2}{y^3-2y+4}\cdot\frac{dy}{\sqrt{(y^3-1)}}$$

$$\frac{ds'}{s'^2+9} = \tfrac{3}{2}\frac{y^2}{y^3+8}\cdot\frac{dy}{\sqrt{(y^3-1)}}$$

$$\frac{ds''}{s''^2+9} = \tfrac{1}{2}\frac{y-1}{y+2}\cdot\frac{dy}{\sqrt{(y^3-1)}}$$

addirt man diese drei Gleichungen, so findet man:

$$\frac{ds}{1-3s^2}+\frac{ds'}{s'^2+9}+\frac{ds''}{s''^2+9} = \frac{6y\,dy}{(y^3+8)\sqrt{(y^3-1)}}$$

folglich ist:

$$\int \frac{y\,dy}{(y^3+8)\sqrt{(y^3-1)}} = \frac{1}{12\sqrt{3}}\cdot Log\left(\frac{1+s\sqrt{3}}{1-s\sqrt{3}}\right)+\frac{1}{18}arc.tang\,\tfrac{1}{3}s'+\frac{1}{18}s'+arc.tg.\tfrac{1}{3}s'',$$

oder wenn man für s, s', s'' ihre Werthe substituirt und die Bögen summirt:

$$\int \frac{y\,dy}{(y^3+8)\sqrt{(y^3-1)}} = \frac{1}{12\sqrt{3}}\,Log\left\{\frac{\sqrt{(y^3+y+1)}+\sqrt{(y-1)}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{(y^3+y+1)}-\sqrt{(y-1)}\cdot\sqrt{3}}\right\}+\frac{1}{18}\,arc.tang.\left\{\frac{3y\cdot(y-1)}{(4-y)\sqrt{(y^3-1)}}\right\}.$$

Thomas Clausen.

Oppositionen der Planeten Uranus, Ceres und Vesta im Jahre 1841.

Von Herrn Dr. *Sawitsch.*

Im Herbste 1841 habe ich die Oppositionen von Uranus, Ceres und Vesta beobachtet. Das angewandte Instrument ist ein Meridiankreis von *Ertel* von 3 Fufs im Durchmesser mit einem Fernrohr von 5 Fufs Focalweite und 4 Zoll Oeffnung; die Vergröfserung ist 120. Im Hauptfocus sind 7 Spinnefäden, die 19^s Zeit im Aequator von einander abstehen. Das ganze Instrument ist auf einem hohen Thurme der alten academischen Sternwarte in St. Petersburg auf einem Gewölbe aufgestellt; seine Lage kann am Tage immer verificirt werden durch eine Meridianmarke, deren Azimuth genau bekannt ist; aufserdem wurde für die Zeiten der Beobachtungen selbst seine Lage fast jedesmal durch die Durchgänge der Polar- und Aequatoreal-Sterne ausgemittelt, eine empfindliche Libelle gab in Bezug auf den Horizont die Richtung der Umdrehungsachse. Es war bald zu erkennen, dafs das Instrument, wahrscheinlich mit dem ganzen Gebäude, eine kleine Bewegung von täglicher Periode hat, und wenigstens wenn keine bedeutende plötzliche Veränderung der Temperatur eintrat, in derselben Tag- und Nachtstunde lange Zeit hindurch dieselbe Lage bekömmt. Da aber solche Veränderungen durch die Beobachtungen selbst sich

Digitized by Google

bestimmen lassen, so glaube ich, daſs bei einer gehörigen Anordnung der Beobachtungen, unser Instrument die Unterschiede der geraden Aufsteigungen mit hinlänglicher Sicherheit ergeben wird; als Verticalkreis begrenzt sich aber sein Gebrauch nur auf die Differential-Beobachtungen, da der Kreis bei dem Transporte nach St. Petersburg etwas verbogen ist und nachdem er wieder restaurirt war, seine Theilungsfehler nur vorläufig sowohl durch die Länge eines der Verniere auf allen Theilen des Kreises als auch durch die Entfernungen der Verniere bei verschiedenen Lagen des Fernrohrs untersucht worden sind. Um die Genauigkeit der Resultate von der kleinen Unsicherheit der Theilungen unabhängig zu machen, habe ich die Planeten nur mit solchen Sternen verglichen, die nicht weit in Bezug auf gerade Aufsteigung und Declination von den Planeten lagen, und dabei aymmetrisch nach Norden und nach Süden von demselben vertheilt waren. Auf diese Weise hoffe ich, daſs die hier gegebenen Positionen der Planeten ebenso zuverlässig seyn werden, als die angewandten Oerter der Vergleichsterne, welche ich aus dem Astronomical Society's *) Catalogue genommen habe, mit den Verbesserungen von $+0^s24$ in Zeit für die AR., und $-2''0$ im Bogen für die Declination, die aus der Vergleichung jener Tafeln in der Zone zwischen $+15°$ und $-15°$ Declination mit dem Catalogue von *Pond* sich ergeben.

Die gebrauchte astronomische Uhr ist von *Arnold*, mit einem Rostpendel; sie hat einen sehr guten Gang, wie die hier beigelegte kleine Notiz beweist:

Tägliche Retardationen der *Arnold*schen Uhr zwischen den

8ten und 9ten Septbr. 1841	.....	0ˢ57
9ten — 13ten ——	——	0,59
13ten — 14ten ——	——	0,69
14ten — 15ten ——	——	0,61
15ten — 20sten ——	——	0,50
20sten — 22sten ——	——	0,29
22. Sept. — 6ten Octbr.	——	0,25
6ten Oct. — 19ten ——	——	0,26
19ten — 23sten ——	——	0,26
20sten — 23sten ——	——	0,20
23sten — 25sten ——	——	0,26

Die scheinbaren Oerter der Vergleichsterne wurden nach *Bessel*schen Formeln, mittelst der im Berliner Astr. Jahrbuch für 1841 gegebenen Constanten berechnet, und es hat sich folgendes ergeben:

Scheinbare Positionen: für den 7ten, 17ten und 27sten Sept. ..... 7ten, 17ten und 27sten Sept. 1841.

Sterne.	In Rectascension.			In Declination.		
α Aquarii	$21^h57'41''19$	..... $41''17$	..... $41''11$	$-1°\ 4'59''57$	..... $59''05$	..... $58''71$
δ Aquarii	22 8 30,62	30,61	30,66	— 8 33 58,33	58,25	58,28
γ Aquarii	18 30,86	30,86	30,82	— 2 10 43,71	43,23	42,92
ξ Aquarii	20 42,64	42,65	42,63	— 0 49 30,74	30,16	29,78
λ Aquarii	44 23,13	23,16	23,10	— 8 25 2,17	2,00	2,06
7 Piscium	23 8 59,66	59,71	59,73	+ 2 25 17,29	18,05	18,68
8 Piscium k'	18 50,41	50,47	50,49	+ 0 23 38,94	39,68	40,88
30 Piscium r	53 52,34	52,44	52,51	— 6 53 23,17	22,90	22,88

Diese Sterne wurden mit dem Uranus verglichen, 8 Pisc. k' wurde aber später ausgeschlossen, weil er sehr abweichende Resultate in Bezug auf AR. gab. Folgende Sterne sind mit Ceres und Vesta verglichen:

Sterne.	Scheinb. AR. am 17ten und 27sten Oct.		Scheinb. Decl. am 17ten und 27sten Oct. 1841.	
δ Ceti	$1^h16'\ 9''13$	9,17	$-8°59'48''30$	49''10
111 Piac.	45 24,31	24,38	+ 2 24 23,96	23,77
α Arietis	58 18,04	18,13	(wurde nicht in Declination verglichen.)	
69 Ceti	2 13 51,99	52,09	— 0 19 35,59	36,00
82 Ceti	31 24,97	25,09	— 0 21 15,41	15,87
γ Ceti	35 8,61	8,73	+ 2 34 10,20	9,90
α Ceti	54 3,96	3,10	+ 3 28 9,71	9,41

Ich habe die Uhrcorrectionen nach allen diesen Sternen gesucht, und es fanden sich selten Unterschiede von mehr als 0^s3 in Zeit; eben so die Oerter des Aequators am Meridiankreise durch jeden einzelnen Stern bestimmt differiren unter einander höchstens bis 3'' in Bogen, und da diese Gröſsen noch durch zufällige Fehler afficirt sind, so glaube ich, daſs die Fehler der Positionen der angewandten Sterne im Mittel bedeutend kleiner sind.

Bei der Vergleichung des Berl. Astr. Jahrbuchs mit den Beobachtungen habe ich die Aberration auf die bekannte Weise angebracht, indem die im Jahrbuche berechneten Oerter als für die Zeit $t + 493''15\,\Delta$ geltend angesehen wurden, wo t die mittl. Berliner Zeit der Beobachtung, und Δ die Distanz des Planeten von der Erde in mittleren Halbmessern der Erdbahn ausdrückt. Hier folgen die scheinbaren geocentrischen (wegen Parallaxe verbesserten) Positionen der Planeten.

*) New Tables for facilitating the computation of Precession, Aberration and Nutation of 2881 principal Fixed Stars, together with a Catalogue of the same, reduced to January 1. 1830. Computed at the Expense and under the Direction of the Astronomical Society of London. By *Francis Baily*, Esq. London 1827.

Digitized by Google

Uranus.

	Mittl. St. Peterob. Zeit.	Scheinb. geoc. AR. nach d. Berl. Jahrb.	Nach der Beob.	Differenz.	Scheinb. geoc. Decl. nach d. Berl. Jahrb.	Nach der Beob.	Differenz.
1841 Sept. 6.	um $12^h 31' 5''$	$23^o 34' 31''11$	24″99	— 6″12	— $3^o 38' 2''4$	$38' 28''0$	— 25″6
13.	12 2 32	33 29,71	23,47	— 6,24	44 39,8	45 5,6	— 26,3
14.	11 58 27	33 20,89	14,69	— 6,20	45 36,1	46 1,1	— 25,0
15.	11 54 23	33 12,08	6,01	— 6,07	46 37,9	46 57,6	— 24,3
20.	11 34 58	32 27,82	21,70	— 6,12	51 16,1	51 38,8	— 22,7
22.	11 25 50	30 10,35	4,42	— 5,93	53 8,1	53 31,4	— 23,3
			Im Mittel	— 6″11		Im Mittel	— 24″6

Ceres.

Die Witterung erlaubte nur folgende Bestimmungen:

1841 Oct. 19.	um $11^h 36' 30''$	$1^h 29' 16''33$	13″45	— 2,88	— $5^o 36' 28''8$	$36' 47''7$	— 18″9
22.	22 7	26 40,70	37,83	— 2,87	43 43,9	44 6,7	— 22,8
23.	17 20	25 49,40	46,99	— 2,41	45 51,4	46 10,4	— 19,0
25.	7 47	24 8,02	5,24	— 2,78	49 35	49 54,8	— 19,8
			Im Mittel	— 2″75		Im Mittel	— 20″1

Vesta.

1841 Oct. 19.	um $12^h 11' 40''$	$2^o 4' 30''86$	28″75	— 2″11	+ $0^o 29' 56''2$	$29' 55''0$	— 1″2
23.	11 59 9	0 36,46	34,58	— 1,78	+ 0 12 14,9	12 15,4	+ 0,5
25.	11 42 12	1 58 39,24	36,94	— 2,30	+ 0 4 9,6	4 10,4	+ 1,0
29.	11 22 39	54 47,47	45,55	— 1,90	— 0 10 14	10 17,5	— 3,5
			Im Mittel	— 2″03		Im Mittel	— 0″8.

Petersburg im Decbr. 1841.

A. Sawitsch.

Beitrag zur Theorie der elliptischen Transcendenten.

Von Herrn *Thomas Clausen.*

Bekanntlich läßt sich die Lemniscata durch die elliptische Function erster Art $\int \frac{d\varphi}{\sqrt{(1-\varepsilon^2 \sin\varphi^2)}}$, wo $\varepsilon^2 = \frac{1}{2}$ ist, rectificiren. Da man noch keine andere algebraische Curve vierter Ordnung kennt, deren Rectification bloß von diesen Transcendenten abhängt; so glaube ich, daß es nicht uninteressant sein wird, eine andere Curve von ähnlicher Gestalt kennen zu lernen, deren Rectification bloß von der Transcendente $\int \frac{d\varphi}{\sqrt{(1-\varepsilon^2 \sin\varphi^2)}}$ und algebraischen Größen und Logarithmen abhängt.

Es ist überdem meines Wissens noch nicht angeführt, daß die Lemniscata durch den Durchschnitt einer Ebene mit einem cylindrischen Ring entsteht, die den Ring inwendig berührt und auf die Ebene der in einen Kreis gebogenen Axe des Cylinders senkrecht ist. Es sei nämlich der Mittelpunkt der rechtwinklichten Coordinaten im Centro dieses Kreises, und die Ebene der x, y mit ihm zusammenfallend, der Halbmesser desselben sei a, die halbe Dicke des Ringes b, $x^2+y^2=r$, so ist:

$$(r-a)^2+z^2 = b^2 \text{ folglich}$$
$$r^2+z^2+a^2-b^2 = ar$$
$$(x^2+y^2+z^2+a^2-b^2)^2 = 4a^2(x^2+y^2)$$

die Gleichung für die krumme Oberfläche des Ringes. Schneidet man dieselbe durch die Ebene deren Gleichung

$$x = a-b$$

ist, so findet man:

$$\{y^2+z^2+2a(a-b)\}^2 = 4a^2(y^2+(a-b)^2), \text{ oder}$$
$$(y^2+z^2)^2-4a\,by^2+4a(a-b)z^2 = 0,$$

welches in dem besondern Falle $b=a-b$ oder $b=\frac{1}{2}a$ die Gleichung für die Lemniscata ist. Der äußere Umfang des Ringes ist in diesem Falle dreimal so groß als der innere. Die Rectification der allgemeinern Curve findet man, wenn man setzt

$$z = b\sin\vartheta$$
$$y^2 = b(1+\cos\vartheta)(b\cos\vartheta+2a-b)$$

wodurch der Gleichung Gnüge geleistet wird. Es wird dadurch

$$ds = b\cos\tfrac{1}{2}\vartheta\,d\vartheta$$
$$dy = -\frac{b\sin\vartheta\,d\vartheta\,(b\cos\vartheta+a)}{\sqrt{\frac{1}{2}b(\cos\vartheta+1)(b\cos\vartheta+2a-b)}\}}$$

und wenn man das Element der Curve ds setzt

$$ds = \sqrt{(dz^2+dy^2)} = \sqrt{(ab)}\,d\vartheta\sqrt{\left(\frac{(2b-a)\cos\vartheta+b}{b\cos\vartheta+2a-a}\right)}$$

für die Lemniscata ist $a=2b$ und also

$$ds = \int \frac{b\,d\vartheta}{\sqrt{(1-\frac{1}{2}\cos\vartheta^2)}}.$$

Es sei in dem Falle, den ich noch hinzufüge:

Digitized by Google

$\frac{2b-a}{a} = -\frac{b}{2a-b}$; oder $\frac{b^2}{a^2} - 3\frac{b}{a} + 1 = 0$.

$b = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} a = 4a \sin\frac{\pi^2}{10}$ oder $\frac{a}{4\sin\frac{\pi^2}{10}}$.

den Fall wo b gröſser als a ist, wollen wir bei Seite setzen, da der Ring in demselben keine Oeffnung hätte. Es sei also

$b = \frac{3-\sqrt{5}}{2} a$, so wird

$ds = a\sqrt{(\sqrt{5}-2)}\, d\theta \sqrt{\left(\frac{1-(\sqrt{5}-2)\cos\theta}{1+(\sqrt{5}-2)\cos\theta}\right)}$

$s = \int \frac{a\sqrt{(\sqrt{5}-2)}\, d\theta}{\sqrt{[1-(\sqrt{5}-2)^2\cos\theta^2]}} - \int \frac{a(\sqrt{5}-2)^{\frac{1}{2}} \cos\theta\, d\theta}{\sqrt{(1-(\sqrt{5}-2)^2\cos\theta^2)}}$

Der zweite Theil ist, wie man leicht sieht, durch Logarithmen und Kreisgröſsen integrirbar; denn setzt man

$\frac{\sqrt{(\sqrt{5}-2)}}{2} \sin\theta = s$; so wird er:

$a\int \frac{\sqrt{(\sqrt{5}-2)}\, ds}{\sqrt{(1+s^2)}} = a\sqrt{(\sqrt{5}-2)}\, Log(s+\sqrt{(1+s^2)})$.

Die Dimensionen der beiden Curven sind: die halbe gröſse Axe von dem Durchschnitte bis an den Scheitel in der Lemniscata $2b\sqrt{2}$ in der andern Curve $b(\sqrt{5}+1)$, während in beiden der gröſste Werth der andern Ordinate $= b$ ist. Der Winkel, den sie im Durchschnitte bilden, ist in der Lemniscata ein rechter, in der andern Curve *arc. ig.* 2.

Jeder cylindrisch kreisförmige Ring hat auſser einem der Lemniscata ähnlichen Schnitte von vier ähnlichen und gleichen Quadranten, einen Durchschnitt, der eine *Cassini*sche Curve giebt, in der das Product der Entfernungen jedes Puncts von zweien festen Puncten constant ist.

Es seien die Coordinaten y, z der beiden festen Puncte $-f$, 0 und $+f$, 0, so sind die Entfernungen r, r' eines Puncts der Curve von denselben

$r = \sqrt{((y+f)^2+z^2)}$

$r' = \sqrt{(y-f)^2+z^2)}$

ist nun $rr' = kk$, wo k constant ist, so wird

$\{(y+f)^2+z^2\}\{(y-f)^2+z^2\} = k^4$

$\{y^2+z^2+f^2+2fy\}\{y^2+z^2+f^2-2fy\} = k^4$, oder

$(y^2+z^2+f^2)^2 = k^4+4f^2y^2$.

Dieselbe Gleichung ergiebt sich aus der Gleichung für die Ringfläche

$\{x^2+y^2+z^2+a^2-b^2\}^2 = 4a^2(x^2+y^2)$

wenn man

$f^2 = x^2+a^2-b^2$

$k^4 = 4a^2x^2$

$4f^2 = 4a^2$,

oder

$f = a$; $x = b$; $k = \sqrt{(2ab)}$

setzt, oder der Schnitt geht parallel mit der Axe in der Entfernung des Halbmessers der Dicke des Ringes von derselben.

In dem Falle, daſs $a = 2b$ trifft dieser Schnitt mit den lemniscataähnlichen Schnitten zusammen, und wird die einfache Lemniscata, die bekanntlich auch die Eigenschaft der *Cassini*schen Curve besitzt.

Bei andern Verhältnissen der Dimensionen a und b sind die beiden Schnitte verschieden.

Th. Clausen.

Schreiben des Herrn *Rümker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber.

Hamburg 1842. Januar 17

Ihrer gütigen Erlaubniſs zufolge habe ich die Ehre Ihnen hiemit den Anfang meines Sterncatalogs zu senden; zu dem ich nur ein Paar Bemerkungen machen werde.

Der Catalog wird über 5500 gröſstentheils bis dahin unbeobachteter Sterne von der 7ten Gröſse abwärts enthalten, und wird bei Cometen-Beobachtungen mit Vergleichungs-Sternen aushelfen können; namentlich wird er in der Bahn des *Halley*schen Cometen bei seiner letzten Erscheinung sehr reichhaltig gefunden werden. Die Gröſsen der Sterne sind nur sparsam angemerkt, wo sie aber fehlen, können die Sterne als unter der 7ten Gröſse angenommen werden.

Der Catalog wird Stundenweise erscheinen. Jede Stunde wird successive besonders herausgegeben.

Die Logarithmen von a, b, c, d sind in die Reihenfolge der correspondirenden Logarithmen von A, B, C, D des Nautical Almanace geordnet. Die erste Stunde wird Anfang Februars, und dann monatlich eine andere erscheinen.

Sollten Sie nun die groſse Güte haben wollen sich zur Annahme von Bestellungen zu erbieten, so würden Sie mich unendlich verpflichten. Diese Stunden könnten etwa an die Empfänger zugleich mit den Astron. Nachr. versandt werden. Da es mir in Ansehung der Bestellungen nur darauf ankömmt, daſs die Druckkosten einigermaſsen gedeckt werden, so wird der Preis verhältnissmäſsig geringe gestellt werden.

C. Rümker.

Anmerkung. Ich will sehr gern Bestellungen auf Herrn *Rümkers* Catalog annehmen, von dem ich in der Beilage den Anfang als Probe gebe. Er beruhet auf Beobachtungen, die Herr *Rümker* auf der Hamburger Sternwarte, an dem *Repsold*schen Meridiankreise gemacht hat. *S.*

Altona 1842. März 3. (Hiebei eine Beilage.)

Digitized by Google

Anfang von Herrn *Rümkers* Sterncatalog (Siehe pag. 183.)

Nr. d. Cat. od. Sterns Name.	Grös.	Rectascension Jan. 1 1836.	Zahld. Beob.	Jährl. Praec.	Declination Jan. 1. 1835.	Zahld. Beob.	Jährl. Praec.	Logarithmen von a	b	c	d	Logarithmen von a'	b'	c'	d'
1	8	0h 0' 26"379	1	+3,070	+39° 12' 58"22	1	+20,04	+8,9379	+6,2145	+0,4871	+8,7433	+9,3219	+9,8655	+1,3019	+7,2766
2	8	0 0 41,519	2	3,073	49 54 39,45	1	20,04	9,0151	6,5000	0,4875	8,8988	9,4428	9,8837	1,3019	7,4849
3		0 0 48,371	1	3,073	49 54 39,67	1	20,04	9,0151	6,5580	0,4876	8,8988	9,4422	9,8837	1,3019	7,5429
4		0 0 51,880	1	3,074	49 55 52,98	1	20,04	9,0152	6,5929	0,4877	8,8991	9,4417	9,8838	1,3019	7,5777
5		0 0 52,212	1	3,077	63 2 29,40	1	20,04	9,1675	6,7452	0,4882	9,1175	9,2867	9,9500	1,3019	7,5777
6		0 1 13,452	2	3,077	51 6 56,91	2	20,04	9,0265	6,7511	0,4881	8,9173	9,4288	9,8912	1,3019	7,7250
7		0 1 19,983	2	3,078	51 7 44,03	2	20,04	9,0263	6,7910	0,4883	8,9176	9,4278	9,8913	1,3019	7,7647
8		0 1 35,559	4	3,079	49 53 40,12	4	20,04	9,0149	6,8588	0,4884	8,8984	9,4382	9,8836	1,3019	7,8439
9		0 1 44,571	2	3,080	49 56 20,52	2	20,04	9,0154	6,8960	0,4885	8,8993	9,4370	9,8839	1,3019	7,8806
10		0 2 31,712	2	3,080	38 20 51,78	2	20,04	8,9295	6,9729	0,4885	8,7722	9,5231	9,7927	1,3019	8,0435
11		0 2 54,156	1	3,101	63 1 18,50	1	20,04	9,1671	7,2743	0,4915	9,1170	9,2683	9,9500	1,3019	8,1072
12		0 3 17,952	2	3,090	50 4 37,42	2	20,04	9,0166	7,1749	0,4900	8,9014	9,4272	9,8848	1,3019	8,1588
13		0 4 30,147	2	3,120	63 26 14,88	2	20,04	9,1734	7,4633	0,4941	9,1250	9,2470	9,9515	1,3018	8,2898
γ Pegasi	3	0 4 47,855	10	3,075	14 16 17,31	10	20,04	8,8374	7,1585	0,4878	8,2292	9,6185	9,3917	1,3018	8,3210
15		0 4 53,776	2	3,124	63 4 14,82	2	20,04	9,1678	7,4978	0,4947	9,1179	9,2493	9,9500	1,3018	8,3300
16	7	0 5 1,802	1	3,128	63 57 7,94	1	20,04	9,1812	7,5229	0,4953	9,1348	9,2327	9,9534	1,3018	8,3416
17		0 5 17,009	1	3,128	62 49 48,76	1	20,04	9,1643	7,5271	0,4953	9,1135	9,2497	9,9491	1,3018	8,3627
18		0 5 58,225	3	3,138	63 39 15,56	3	20,04	9,1766	7,5934	0,4967	9,1289	9,2284	9,9523	1,3018	8,4167
19	6	0 5 59,691	2	3,078	15 43 47,49	2	20,03	8,8403	7,2584	0,4883	8,2734	9,6135	9,4329	1,3017	8,4179
x Pegasi	5-6	0 6 7,630	3	3,081	19 17 38,93	3	20,03	8,8488	7,2765	0,4886	8,3679	9,6030	9,5189	1,3017	8,4275
21	7	0 6 27,375	3	3,142	62 49 51,02	2	20,03	9,1641	7,6170	0,4972	9,1134	9,2390	9,9490	1,3017	8,4506
22	7	0 7 5,396	2	3,078	13 30 26,39	2	20,03	8,8342	7,3254	0,4882	8,1760	9,6201	9,3357	1,3017	8,4910
23		0 7 25,693	3	3,101	37 50 48,43	3	20,03	9,0263	7,4374	0,4915	8,7141	9,5089	9,7876	1,3017	8,5109
24	9	0 7 49,576	3	3,081	15 44 17,35	2	20,03	8,8401	7,3796	0,4886	8,2739	9,6111	9,4334	1,3016	8,5392
25		0 8 9,851	4	3,160	62 38 28,72	5	20,03	9,1611	7,7102	0,4996	9,1095	9,2258	9,9481	1,3016	8,5509
26		0 8 16,267	3	3,123	48 33 2,23	3	20,03	9,0028	7,5606	0,4945	8,8776	9,4975	9,8746	1,3016	8,5575
73 Piscium	7	0 8 18,579	2	3,079	13 0 17,32	2	20,03	8,8349	7,3737	0,4884	8,1871	9,6178	9,3519	1,3016	8,5585
28		0 8 28,866	1	3,122	47 39 8,34	1	20,03	8,9952	7,5538	0,4944	8,8638	9,4232	9,8684	1,3016	8,5583
29		0 8 34,394	2	3,121	47 39 16,60	2	20,03	8,9901	7,5612	0,4943	8,8544	9,4291	9,8641	1,3016	8,5708
β Androm.	5	0 8 32,524	3	3,107	37 46 13,84	3	20,03	8,9257	7,4968	0,4923	8,7128	9,5056	9,7868	1,3016	8,5708
31	7	0 9 10,747	1	3,083	15 43 20,23	1	20,02	8,8401	7,4432	0,4890	8,2730	9,6096	9,4325	1,3015	8,6027
39 Pisc. dupl.	6-7	0 9 19,837	2	3,083	15 25 14,31	2	20,02	8,8394	7,4495	0,4889	8,2640	9,6102	9,4242	1,3015	8,6097
	33	0 10 0,352	2	3,095	25 13 47,79	2	20,02	8,8671	7,5072	0,4907	8,4968	9,5729	9,6293	1,3015	8,6397
34	8	0 10 6,847	2	3,102	62 39 37,92	2	20,02	9,1615	7,8059	0,5027	9,1099	9,2047	9,9481	1,3015	8,6440
35		0 10 13,741	2	3,080	11 47 5,36	2	20,02	8,8329	7,4832	0,4888	8,1428	9,6188	9,3037	1,3015	8,6500
36		0 10 35,126	2	3,137	48 1 10,53	2	20,02	8,9941	7,6629	0,4965	8,8693	9,4082	9,8707	1,3014	8,6643
37	7	0 10 48,718	2	3,083	13 8 40,70	2	20,02	8,8349	7,5111	0,4889	8,1919	9,6147	9,3565	1,3014	8,6757
38		0 10 51,043	2	3,098	25 32 34,62	2	20,02	8,8681	7,5443	0,4911	8,5027	9,5696	9,6341	1,3014	8,6757
39	7	0 10 58,411	2	3,083	+12 57 6,82	2	20,02	8,8345	7,5187	0,4889	+8,1856	9,6151	+9,3505	1,3014	8,6831
8 Ceti	4	0 11 4,168	2	3,056	— 9 44 0,38	1	20,02	8,8297	7,5139	0,4852	—8,0577	9,6395	—9,2275	1,3014	8,6837
41	7	0 11 6,093	1	3,193	+62 39 38,79	1	20,02	9,1613	7,8487	0,5042	+9,1098	9,1934	+9,9480	1,3014	8,6869
42		0 11 24,168	2	3,141	47 57 17,32	3	20,02	8,9975	7,6945	0,4971	8,8683	9,4045	9,8703	1,3014	8,6966
43		0 11 26,653	7	3,119	37 19 41,09	7	20,02	8,9229	7,6218	0,4940	8,7037	9,4980	9,7872	1,3014	8,6984
40 Pisci	6	0 11 28,238	2	3,086	15 20 24,65	2	20,02	8,8392	7,5388	0,4894	8,2616	9,6078	9,4220	1,3014	8,6991
45		0 11 49,036	2	3,145	48 3 28,80	2	20,01	8,9983	7,7110	0,4976	8,8697	9,4011	9,8709	1,3013	8,7121
46		0 11 51,039	2	3,192	60 58 3,69	1	20,01	9,1373	7,8512	0,5041	9,0789	9,2183	9,9411	1,3013	8,7133
47		0 12 0,910	2	3,204	62 45 22,79	2	20,01	9,1626	7,8820	0,5057	9,1115	9,1824	9,9483	1,3013	8,7188
48		0 12 0,998	1	3,203	62 35 36,90	1	20,01	9,1601	7,8807	0,5056	9,1084	9,1853	9,9477	1,3013	8,7200

Digitized by Google

Nr. d. Cat. od. Sterne	Größe	Rectascension Jan. 1. 1836.	Zahl d. Beob.	Jährl. Praec.	Declination Jan. 1. 1836.	Zahl d. Beob.	Jährl. Praec.	Logarithmen von a	b	c	d	Logarithmen von a'	b'	c'	d'
d Piac.		0h 12′ 10″112	1	+3,077	+ 7° 16′ 40″17	1	+20,01	+,8268	+,7522	+,4882	+,7926	+,9277	+,9102	+,1813	+,8724
50	7	0 12 20,391	2	3,090	17 34 14,62	2	20,01	,8440	,7553	,4900	,8238	,9594	,9491	,1813	,8707
51	6	0 12 31,703	5	3,083	11 51 38,89	5	20,01	,8326	,7510	,4890	,8454	,9616	,9122	,1812	,8777
52		0 12 43,411	1	3,083	11 48 10,87	1	20,01	,8325	,7577	,4890	,8437	,9614	,9100	,1812	,8745
53		0 12 55,121	3	3,220	63 41 2,11	3	20,01	,9165	,7263	,5078	,9289	,9526	,9518	,1812	,8791
54	7	0 12 54,235	1	3,084	11 48 12,39	1	20,01	,8325	,7534	,4891	,8432	,9614	,9100	,1812	,8702
56		0 12 57,782	3	3,125	37 16 37,19	2	20,01	,8924	,7655	,4949	,8047	,9490	,9815	,1812	,8724
42 Piac.		0 13 56,827	4	3,086	12 34 14,14	4	20,00	,8336	,7685	,4894	,8172	,9613	,9368	,1811	,8741
57		0 14 41,178	2	3,096	19 10 36,41	2	20,00	,8477	,7654	,4908	,8045	,9597	,9158	,1810	,8078
58		0 15 2,904	2	3,094	16 36 56,98	2	20,00	,8415	,7699	,4905	,8278	,9589	,9454	,1810	,8175
59		0 16 18,600	1	3,236	61 59 49,18	1	19,99	,9153	,7774	,5100	,9372	,9508	,9449	,1809	,8251
60		0 16 2,450	3	3,168	47 0 0,00	3	19,99	,8980	,8348	,5008	,8831	,9390	,9630	,1808	,8447
61	7.8	0 16 6,139	2	3,095	16 4 16,48	2	19,99	,8400	,7901	,4907	,8228	,9593	,9414	,1808	,8490
62		0 16 8,330	1	3,259	63 45 25,55	1	19,99	,9173	,8065	,5131	,9100	,9496	,9517	,1808	,8481
43 Piac.	6	0 16 9,243	2	3,090	13 24 22,93	2	19,99	,8347	,7865	,4900	,8200	,9683	,9344	,1808	,8507
64		0 16 40,078	3	3,096	16 5 8,18	2	19,98	,8399	,7041	,4908	,8226	,9587	,9413	,1807	,8513
65		0 16 41,428	2	3,176	47 46 32,84	2	19,98	,8953	,7586	,5018	,8648	,9562	,9683	,1807	,8621
66	8	0 16 49,732	3	3,091	12 53 30,18	3	19,98	,8337	,7701	,4900	,8126	,9699	,9476	,1807	,8582
67		0 16 58,719	2	3,138	35 34 29,47	2	19,98	,8924	,7830	,4967	,8472	,9492	,9763	,1807	,8604
68		0 16 58,890	2	3,139	35 52 4,94	2	19,98	,8940	,7846	,4968	,8518	,9490	,9766	,1807	,8694
69		0 16 59,871	2	3,070	1 1 62,56	2	19,98	,8228	,7939	,4871	,7089	,9636	,9531	,1807	,8699
70		0 17 19,866	1	3,255	61 51 8,61	1	19,98	,9148	,8056	,5126	,9041	,9418	,9441	,1807	,8756
71	7	0 17 21,962	1	3,264	62 41 10,58	1	19,98	,9169	,8043	,5137	,9095	,9420	,9473	,1806	,8791
72		0 17 23,888	1	3,255	61 27 56,57	1	19,98	,9145	,8024	,5125	,9077	,9480	,9425	,1806	,8800
73	10	0 17 27,485	3	3,093	12 53 30,18	3	19,98	,8697	,8021	,5144	,9198	,9562	,9495	,1806	,8815
74		0 17 48,545	1	3,125	28 55 32,12	1	19,98	,8805	,7716	,4949	,8550	,9544	,9632	,1806	,8898
75		0 17 53,727	5	3,177	46 10 28,67	5	19,98	,8922	,7857	,5020	,8404	,9370	,9569	,1806	,8922
76		0 18 18,556	1	3,280	63 16		19,98	,9169	,8730	,5159	,9203	,9098	,9495	,1805	,9022
77		0 18 24,840	1	3,268	61 49 29,11	1	19,98	,9184	,8040	,5143	,9086	,9277	,9438	,1805	,9042
78		0 18 29,460	2	3,100	16 10 58,17	2	19,98	,8401	,7475	,4913	,8252	,9519	,9438	,1805	,9060
79		0 18 44,864	1	3,266	61 21 42,99	1	19,97	,9148	,8053	,5143	,9082	,9365	,9418	,1804	,9120
80		0 18 47,480	1	3,103	18 58 2,30	1	19,97	,8454	,7604	,4920	,8461	,9562	,9495	,1804	,9135
81		0 19 1,917	2	3,095	13 31 6,29	2	19,97	,8346	,7548	,4906	,8203	,9649	,9672	,1804	,9167
82	7.8	0 19 4,987	5	3,106	18 38 34,52	5	19,97	,8458	,7672	,4921	,8305	,9580	,9582	,1804	,9199
83		0 19 16,10	2	3,093	12 47 51,17	2	19,97	,8333	,7596	,4904	,8188	,9671	,9440	,1804	,9240
84		0 19 17,70	1	3,103	17 8 10,49	1	19,97	,8420	,7681	,4917	,8312	,9591	,9476	,1803	,9245
85		0 19 22,052	1	3,285	62 29 53,74	1	19,97	,9178	,8057	,5165	,9157	,9086	,9468	,1803	,9263
86	6	0 19 26,855	7	3,106	18 36 22,13	2	19,97	,8456	,7754	,4922	,8495	,9587	,9623	,1803	,9282
47 Piac.	6	0 19 30,478	4	3,103	16 59 2,38	4	19,97	,8441	,7726	,4917	,8372	,9594	,9439	,1803	,9293
48 Piac.	6	0 19 41,971	4	3,100	15 52 13,93	1	19,97	,8385	,7738	,4913	,8264	,9590	,9263	,1803	,9337
89		0 19 53,743	2	3,292	62 36 4,15	1	19,97	,9159	,8090	,5174	,9177	,9092	,9467	,1803	,9381
90	6	0 19 54,649	1	3,242	56 18 8,36	1	19,97	,9081	,8178	,5108	,8982	,9271	,9185	,1803	,9381
91		0 19 58,726	3	3,291	62 34 21,34	2	19,97	,9158	,8079	,5173	,9170	,9093	,9466	,1803	,9395
92		0 20 3,711	3	3,301	63 20 30,42	3	19,96	,9170	,8136	,5186	,9213	,9071	,9495	,1802	,9417
93		0 20 15,262	6	3,154	36 59 29,77	6	19,96	,8942	,7866	,4988	,8833	,9761	,9764	,1802	,9457

In unserm Verlage ist so eben erschienen und in allen Buchhandlungen zu haben:

Astronomische Untersuchungen von *F. W. Bessel.* Erster Theil. gr. 4. 5 Rthlr. 8 ggr. (10 Sgr.)

Königsberg. Gebr. *Borntraeger.*

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 443.

Wiederkehr des *Pons*schen Cometen 1842. *)

Von Herrn Professor *Encke*.

Sehr spät, fast zu spät für den wirklichen Gebrauch, erfolgt hiebei die Ephemeride des *Pons*'schen Cometen für seine gegenwärtige Wiederkehr im Jahre 1842. Ich glaubte nach den früheren Beobachtungen, daſs der Comet auf der nördlichen Halbkugel nicht sichtbar sein würde, und hielt es deshalb für überflüssig eine Ephemeride bekannt zu machen. Auf der südlichen Halbkugel ist er gewiſs sichtbar, und deshalb hatte ich auch schon, am Ende des vorigen Jahres, Herrn Professor *Airy* die Ephemeride zugesandt, mit der Bitte ihre Weiterbeförderung nach dem Vorgebirge der guten Hoffnung gefälligst zu besorgen. Gestern Abend indessen fand mein Gehülfe, Herr *Galle*, fast genau an dem Orte der Ephemeride, einen sehr schwachen Nebel, von dem ich, da er innerhalb 2′ nach der vorläufigen Reduktion von dem Cometen-Orte liegt, nicht zweifle, daſs es der Comet ist. Da sonach die Sichtbarkeit für starke Fernröhre höchst wahrscheinlich ist, so beeile ich mich meine Versäumniſs so viel als möglich nachzuholen.

Die abgeleiteten Elemente sind nur vorläufig, da die Reduktion der hiesigen Beobachtungen von 1838 noch nicht beendigt ist, wegen der durch andere Arbeiten verzögerten Bestimmung der verglichenen Sterne. Sie beruht deshalb nur auf einer angenäherten Verbesserung der früheren Elemente.

Zu diesem Zwecke habe ich die sämmtlichen neuesten Planetenmassen, von denen die gröſseren jetzt sehr sicher zu seyn scheinen, in die früheren Störungsrechnungen eingeführt. Da es vielleicht von Interesse ist, die successiven Aenderungen derselben, von der Zeit an wo zuerst der Begriff festgestellt war, übersehen zu können, so lege ich eine Tabelle bei, welche die Planetenmassen angiebt, die wirklich in Gebrauch gewesen sind. Sie sind chronologisch geordnet, und die Columne des Correctionsfactors giebt jedesmal an, um wie viel eine neue Bestimmung gegen die unmittelbar vorhergehende gröſser oder kleiner ist.

Die Zahl für die Merkursmasse rührt von *Lagrange* her. Es ist in der That auffallend, daſs *Laplace* auch bei dieser Nebenbetrachtung des Namens *Lagrange* durchaus nicht erwähnt, während der letztere seine Vorgänger immer sehr genau angiebt. Sie beruht auf der von *Euler* zuerst aufgestellten Hypothese, daſs die Dichtigkeiten der Planeten nach der Sonne zu beträchtlich zunehmen, wobei das Gesetz der Zunahme aus den durch Trabanten-Elongationen bestimmten Massen von Saturn, Jupiter und Erde näherungsweise zu ermitteln versucht ward. *Lagrange* nimmt das Gesetz so an, daſs die Dichtigkeiten sich umgekehrt wie die Quadratwurzel aus der halben groſsen Axe der Planetenbahn verhalten, und hat auf diese Weise seine Zahl für Mars, Venus und Merkur gefunden, indem er die besten ihm bekannten Data für das Volumen benutzte. Bei Mars und Venus sind starke Correctionen, Verminderung beider Angaben um ihren dritten Theil nöthig gewesen, so daſs hiernach schon Merkur eine noch stärkere Verminderung erleiden muſs.

Die Bestimmung der Merkursmasse habe ich aus dem letzten Durchgange des Cometen im Jahre 1838 versucht. Es zeigte sich nämlich, daſs die aus sämmtlichen Erscheinungen bis 1828 inclusive abgeleiteten Elemente, die in den Astron. Nachrichten gegeben sind, im Jahre 1832 und 1835 nur sehr geringe Abweichungen von den Beobachtungen gaben, welche durch die angebrachten Correctionen in der Zeit des Durchgangs, von +14′ in Zeit bei 1832, und —23′ in Zeit bei 1835, sich wegschaffen lieſsen. Dagegen erforderte die Erscheinung von 1838 eine Correction von +66′ in der Zeit des Durchgangs. Diese steht höchst wahrscheinlich in Verbindung mit der groſsen Nähe des Merkurs und des Cometen 1835 Aug. 26, und da die übrigen bedeutenden Massen sehr genau, die schwächeren doch wenigstens näherungsweise ermittelt sind, so versuchte ich die Mercursmasse dadurch zu bestimmen, daſs ich die gefundenen Unterschiede zwischen Beobachtungen und Rechnung durch eine Aenderung der Merkursmasse beseitigte.

Wenn man hier die kleineren Fehler 1832 und 1835 ganz bei Seite setzt, oder die Elemente bis 1835 incl. als richtig ansieht, und nur auf die Abweichung 1838 eingeht, so findet sich eine Merkursmasse $\frac{1}{3091947}$ um $\frac{1}{3}$ kleiner, als die von *Lagrange*. Berücksichtigt man aber alle Fehler von 1832, 1835 und 1838 zugleich, so findet sich die Merkursmasse $= \frac{1}{4265751}$. So unsicher diese Zahlen, besonders bei der nur vorläufigen Reduktion, und Behandlung der Bedingungs-

*) Herr Professor *Encke* nennt den Cometen, der in diesen Blättern immer, und auch sonst allgemein, der *Encke*sche Comet genannt wird, bekanntlich den *Pons*schen Cometen. *S.*

Digitized by Google

gleichungen auch sind, so scheint es mir doch erwiesen, daſs die Merkursmasse sehr stark vermindert werden muſs, und ich habe mich an die letzte Zahl gehalten, oder werde vielmehr sie noch benutzen, weil sich bei ihr, statt der *Lagrange*schen Hypothese über die Zunahme der Dichtigkeit eine andere an sich nicht unwahrscheinliche darbietet. Es sind nämlich, nach *Hansen*'s Zusammenstellung in ihrem Jahrbuch, die Dichtigkeiten für:

Sonne	0,252
Uranus	0,242
Saturn	0,138
Jupiter	0,236
Mars	0,946
Erde	1,000
Venus	0,923.

Mit der *Lagrange*schen Masse würde die Dichtigkeit des Merkur 2,94. Dagegen mit meiner letzten Zahl, die Dichtigkeit ☿ 1,12. Sonach haben in dem Falle, daſs die letzte Zahl der Wahrheit näher kommt, die kleineren Planeten Mars, Erde, Venus, Merkur nahe gleiche Dichtigkeit = 1, die gröſseren Körper unseres Sonnensystems Sonne, Uranus, Saturn, Jupiter nahe gleiche Dichtigkeit = ¼, wo die Abweichung bei Saturn unwillkührlich an seine Ringgestalt erinnert. Auch ist es merkwürdig, daſs der Sprung in den Dichtigkeiten gerade zwischen Mars und Jupiter stattfindet, in einem Raume, welchem die vier kleinen Planeten, und in gewissem Sinne die beiden periodischen Cometen, angehören.

Bei der Einführung dieser letzten Zahl bleibt die Constante des Widerstandes völlig ungeändert. Die strengere Behandlung sämmtlicher 7 Durchgänge 1819—1836 muſs weiter hierüber entscheiden.

Aus dieser vorläufigen Verbesserung der Elemente sind die für 1842 angegebenen so entstanden, daſs von 1838—1842 bloſs die Jupiterstörungen angebracht sind. Die Berechnung derselben hat Herr *Seidl* aus Hof ausgeführt, der hier mit gröſsem Erfolge sich mit astronomischen Rechnungen beschäftigt. Die Ephemeride selbst verdanke ich der Gefälligkeit des Herrn Dr. *Bremiker*.

Berlin, den 9ten Febr. 1842. *Encke.*

Tafel der allmähligen Verbesserungen der Planetenmassen.

Planet.	Masse.	Correct. fact. gegen die nächstvorhergehende.	Quelle.
Uranus	$\frac{1}{17904}$	$1+\frac{1}{11.8}$	Méc. cél. T. III. pag. 62.
	$\frac{1}{19300}$	$1-\frac{1}{8.7}$	*Bouv.* Tabl. de Jupiter, Saturne et Uranus. Introd. II.
	$\frac{1}{21800}$		*Lamont* Mém. Astr. Soc. XI. 51.
Saturn	$\frac{1}{3501}$		*Newton* Princ. Lib. III. Prop. 8.
	$\frac{1}{3530.60}$	$1-\frac{1}{70}$	*Lagrange* Mém. de Berlin 1782 pag. 186.
	$\frac{1}{3520.40}$	$1-\frac{1}{352.0}$	*Laplace* Méc. cel. T. III. pag. 61.
	$\frac{1}{3513}$	$1-\frac{1}{93}$	*Bouvard* Tabl. de Jupiter, Saturn et Uranus. Introd. II.
	$\frac{1}{3500.5}$	$1+\frac{1}{167}$	*Bessel* Astr. Nachr. Nr. 214.
	$\frac{1}{3501.6}$	$1-\frac{1}{3506}$	*Bessel* Astr. Nachr. Nr. 242.
Jupiter	$\frac{1}{1047}$		*Newton* Princ. Lib. III. Prop. 8.
	$\frac{1}{1067.190}$	$1-\frac{1}{2672}$	*Lagrange* Mém. de Berl. 1782 pag. 183.
	$\frac{1}{1067.00}$	$1+\frac{1}{10680}$	*Laplace* Méc. cél. T. III. pag. 62.
	$\frac{1}{1070.0}$	$1-\frac{1}{214}$	*Bouvard* Tabl. de Jupiter, Saturne et Uranus. Introd. II.
	$\frac{1}{1051.994}$	$1+\frac{1}{52.6}$	*Nicolai* Astron. Jahrbuch 1826 pag. 226.
	$\frac{1}{1050.98}$	$1+\frac{1}{105}$	*Encke* Abhandl. der Berl. Akad. 1826. pag. 267.
	$\frac{1}{1046.77}$	$1+\frac{1}{105}$	*Airy* Mem. Astr. Soc. X. 47.
	$\frac{1}{1047.871}$	$1-\frac{1}{262}$	*Bessel* Comptes rendus 1841.
Mars	$\frac{1}{3093333}$	hypothet.	*Lagrange* Mém. de Berl. 1782 pag. 190.
	$\frac{1}{3093333}$	$1-\frac{1}{3.5}$	*Delambre* Méc. cél. T. III. pag. 157.
	$\frac{1}{3093333}$	$1-\frac{1}{20}$	*Burckhardt* Conn. d. t. 1816. 343.
Erde	$\frac{1}{3093333}$ *)		*Newton* Princ. Lib. III. Prop. 8 Sol. parall. $10''6$.
	$\frac{1}{3093333}$	$1-\frac{1}{19}$	*Lagrange* Mém. de Berl. 1782. pag. 181.
	$\frac{1}{3093333}$	$1+\frac{1}{0.5}$	*Laplace* Méc. cél. T. III. pag. 63.
	$\frac{1}{3093333}$	$1-\frac{1}{19}$	*Encke* aus Sonnenparall. = 8,57116.

*) Bei dieser Zahl scheint ein Rechnungsfehler vorgefallen, da sie mit den anderen von *Newton* angegebenen nicht stimmt.

Digitized by Google

Planet.	Masse.	Correct. fact. gegen die nächstvorhergehende.
Venus	$\frac{1}{338950}$	hypothet
	$\frac{1}{338557}$	$1-\frac{1}{677}$
	$\frac{1}{338950}$	$1+\frac{1}{1129}$
	$\frac{1}{337800}$	$1-\frac{1}{470}$
Merkur	$\frac{1}{3000000}$	hypothet
	$\frac{1}{2985984}$	$1-\frac{1}{78}$

Quelle.

Lagrange Mém. de Berl. 1782 pag. 190.
Laplace Méc. cél. T. III. pag. 63.
Delambre Méc. cél. T. III. pag. 156.
Burckhardt Conn. d. t. 1816 343.
Lagrange Mém. de Berl. 1782 pag. 190.
Encke.

Ephemeride des *Pons*'schen Cometen 1842.

Elemente.

Epoche 1842 April 12. 0^h mittl. Berl. Zt.

Mittl. Anom. ..... 359°58′36″3
Mittl. tägl. sid. Bew. 1070″61433
Excentricit. Winkel 57°39′13″8 ($\varepsilon = \sin\varphi$)
Länge des Perihels 157 30 4,7 Mittl. Aeq.
Aufsteig. Knoten... 334 39 1,8 1842 April 12.
Neigung 13 20 24,8

0^hMittl. Berl. Zt.	AR. Com.	Aberr.	Decl. Com.	Aberr.	Log. Distanz Com. v. ☉	Com. v. ⊙
Jan. 26	351°30′ 5″	−14″2	+ 4°46′57″	−5″4	0,29172	
28	352 13 3	14,5	5 3 20	5,6	0,29020	
30	352 57 19	14,9	5 20 21	5,8	0,28847	0,15938
Febr. 1	353 42 55	15,3	5 38 0	6,0	0,28652	
3	354 29 53	15,7	5 56 17	6,1	0,28433	
5	355 18 14	16,1	6 15 13	6,3	0,28192	
7	356 8 1	16,4	6 34 47	6,4	0,27925	0,12431
9	356 59 15	16,8	6 54 59	6,5	0,27634	
11	357 51 59	17,2	7 15 49	6,6	0,27316	
13	358 46 16	17,6	7 37 16	6,8	0,26971	
15	359 42 6	17,9	7 59 21	7,0	0,26598	0,08421
17	0 39 36	18,3	8 22 3	7,2	0,26196	
19	1 38 47	18,6	8 45 22	7,3	0,25762	
21	2 39 44	19,0	9 9 17	7,4	0,25297	
23	3 42 32	19,3	9 33 47	7,5	0,24799	0,03759
25	4 47 17	19,7	9 58 51	7,6	0,24265	
27	5 54 3	20,1	10 24 29	7,7	0,23694	
März 1	7 2 57	20,5	10 50 39	7,8	0,23084	
3	8 14 6	20,8	11 17 20	7,8	0,22433	0,98237
5	9 27 37	21,2	11 44 29	7,8	0,21736	
7	10 43 39	21,5	12 12 4	7,7	0,20992	
9	12 2 18	21,9	12 39 59	7,6	0,20197	
11	13 23 44	22,2	13 8 11	7,5	0,19345	0,91550
13	14 48 4	22,5	13 36 32	7,4	0,18433	
15	16 15 28	22,8	14 4 54	7,2	0,17464	
17	17 46 2	23,1	14 33 6	7,0	0,16401	
19	19 19 51	23,3	15 0 50	6,7	0,15267	0,83250
21	20 56 58	23,4	15 27 51	6,3	0,14041	
23	22 37 20	23,4	15 53 40	6,7	0,12713	
25	24 20 48	23,4	16 17 46	6,0	0,11268	
27	26 7 0	23,1	16 39 22	4,2	0,09691	0,72841
29	27 55 11	22,5	16 57 26	3,2	0,07962	
31	29 44 9	21,4	17 10 46	2,0	0,06061	

0^hMittl. Berl. Zt.	AR. Com.	Aberr.	Decl. Com.	Aberr.	Log. Distanz Com. v. ☉	Com. v. ⊙
April 2	31°31′54″	−19,9	+17°17′28″	−0″6	0,03964	
4	33 15 24	17,8	17 15 17	+1,3	0,01650	9,60828
6	34 50 12	14,8	17 1 20	3,6	9,99102	
8	36 10 22	11,1	16 32 19	5,9	9,96785	
10	37 8 46	6,6	15 44 48	8,5	9,93847	
12	37 38 22	1,8	14 36 1	10,9	9,90241	9,53775
14	37 33 57	+2,8	13 4 45	12,9	9,87118	
16	36 53 55	6,8	11 12 0	14,6	9,84116	
18	35 40 44	9,7	9 1 3	16,4	9,81365	
20	34 0 6	11,8	6 36 53	15,7	9,78968	9,60596
22	31 59 10	12,9	4 6 15	15,9	9,76985	
24	29 45 28	13,4	+ 1 31 50	14,8	9,75428	
26	27 25 26	13,4	− 0 58 32	14,0	9,74276	
28	25 4 16	13,0	3 22 15	13,0	9,73482	9,72610
30	22 45 37	12,5	5 37 0	12,0	9,72987	
Mai 2	20 31 57	11,9	7 41 41	10,9	9,72732	
4	18 24 36	11,3	9 36 6	10,0	9,72668	
6	16 24 6	10,7	11 20 40	9,1	9,72716	9,83064
8	14 30 21	10,1	12 55 16	8,4	9,72866	
10	12 43 0	9,6	14 23 53	7,7	9,73074	
12	11 1 20	9,2	15 44 38	7,2	9,73316	
14	9 24 36	8,8	16 59 32	6,7	9,73574	9,91400
16	7 51 55	8,5	18 9 34	6,4	9,73834	
18	6 22 28	8,3	19 15 36	6,1	9,74088	
20	4 55 23	8,2	20 18 25	5,9	9,74329	
22	3 29 53	8,1	21 18 39	5,7	9,74554	9,98115
24	2 5 12	8,1	22 16 53	5,6	9,74763	
26	0 40 36	8,2	23 13 34	5,4	9,74954	
28	359 15 21	8,3	24 9 6	5,4	9,75130	
30	357 48 51	8,5	25 3 48	5,3	9,75292	0,03658
Juni 1	356 20 27	8,7	25 57 53	5,2	9,75436	
3	354 49 34	9,0	26 51 30	5,2	9,75595	
5	353 15 40	9,4	27 44 42	5,2	9,75743	
7	351 38 16	9,8	28 37 31	5,2	9,75897	0,08338
9	349 56 57	10,2	29 29 52	5,2	9,76064	
11	348 11 24	10,7	30 21 36	5,1	9,76248	
13	346 21 21	11,2	31 12 29	5,0	9,76450	
15	344 26 39	11,7	32 2 15	4,9	9,76698	0,12357.
17	342 27 16	12,2	32 50 36	4,8	9,76976	
19	340 23 17	12,8	33 37 10	4,6	9,77298	
21	338 14 54	13,3	34 21 35	4,4	9,77668	
23	336 2 26	13,9	35 3 29	4,2	9,78092	0,16871
25	333 46 18	14,4	35 42 28	3,9	9,78574	
27	331 27 4	14,9	36 18 12	3,6	9,79117	

Digitized by Google

0h Mittl. Berl. Zt.	AR. Com.	Aberr.	Decl. Com.	Aberr.	Log. Distanz Com. v. ☾	Com. v. ☉
Juni 29	329° 5′ 24″	+15″3	−36° 50′ 22″	+ 3″3	9,79724	
Juli 1	326 42 7	15,7	37 18 43	2,9	9,80397	0,18978
3	324 18 5	16,0	37 43 1	2,5	9,81136	
5	321 54 12	16,2	38 3 9	2,0	9,81942	
7	319 31 28	16,3	38 19 3	1,6	9,82812	
9	317 10 50	16,4	38 30 46	1,1	9,83745	0,21756
11	314 53 15	16,3	38 38 24	0,7	9,84738	
13	312 39 31	16,2	38 42 9	0,2	9,85786	

0h Mittl. Berl. Zt.	AR. Com.	Aberr.	Decl. Com.	Aberr.	Log. Distanz Com. v. ☾	Com. v. ☉
Juli 15	310° 30′ 26″	+16″0	−38° 42′ 14″	− 0″2	9,86886	
17	308 26 37	15,7	38 38 39	0,6	9,88032	0,24254
19	306 28 53	15,3	38 32 43	1,0	9,89220	
21	304 36 35	14,9	38 23 47	1,4	9,90443	
23	302 51 0	14,4	38 12 32	1,7	9,91697	
25	301 11 54	13,9	37 59 18	2,1	9,92977	0,26541
27	299 39 21	13,3	37 44 24	2,3	9,94278	
29	298 13 17	12,8	37 28 9	2,6	9,95596	

Ueber die Bewegung der Apsidenlinie und der Knotenlinie des Mondes, verglichen mit Herrn *Plana*: Théorie du mouvement de la Lune, und Herrn *Damoiseaus* Resultaten.

Von Herrn Professor *Hansen*.

Mit der Berechnung der Säcularänderungen des Mondes ist nach meiner Methode die definitive Berechnung der Bewegung der Apsiden- und Knotenlinie des Mondes verbunden. Meine Rechnung giebt in Bezeichnungen der Fundamenta

$$\gamma - 2\eta = 1758''138; \quad \alpha + \eta = 836''5309.$$

Hieraus folgt

Bewegung der Apsidenlinie in 365¼ Tagen = 146429°9
—— —— Knotenlinie —— —— = 69672,08

wobei aber die Abplattung der Erde noch nicht berücksichtigt ist, eine Arbeit, welche ich erst heute angefangen habe. Nehmen wir die Einwirkung dieser einstweilen aus der Méc. cél. dann müssen wir zu jeder dieser beiden Bewegungen + 4″ addiren, und haben also

Bewegung der Apsidenlinie in 365¼ Tagen = 146434″4. Die Mondstafeln enthalten { 146436″t / 69680,4 } Diff. { + 1″7 / + 3,8

—— —— Knotenlinie —— —— = 69676,6

Diese Differenz in der Bewegung der Apsidenlinie ist für geringe zu achten, und kann vielleicht von Fehlern in den Hunderttheilen von Secunden in meinen Coefficienten der periodischen Störungen herrühren *); aber die Differenz in der Bewegung der Knotenlinie ist grösser als dass sie aus dieser Ursache erklärt werden könnte, eben so wenig kann ich Fehler in meiner Rechnung annehmen. Die Differenz des obigen Resultats der letzten Approximation mit dem der vorletzten Approximation beträgt nur 1″. Wenn also nicht etwa die Einwirkung der Abplattung der Erde beträchtlich anders ist, wie *Laplace* sie angegeben hat, welches hiebei aber kaum anzunehmen ist, oder die in unseren bisherigen Mondtafeln angenommene Knotenbewegung unrichtig wäre, dann scheint hierauf noch eine andere Ursache einzuwirken. Die Abweichung des Mondkörpers von der Kugelgestalt kann Einfluss haben und es ist daher zu untersuchen, ob ein Einfluss von der Grösse der obigen Differenz eine übrigens annehmbare Gestalt des Mondkörpers giebt. Diese Untersuchung werde ich später hier vornehmen.

Unter den analytischen Ausdrücken für die Störungen des Mondes, welche *Plana* gegeben hat, ist der Ausdruck für die Bewegung der Knotenlinie einer von den wenigen, in welchen die numerischen Werthe der Glieder von verschiedener Ordnung eine merkliche Abnahme, oder Convergenz zeigen, ich werde daher sein Resultat mit dem obigen vergleichen. Es findet sich in der Théorie du mouvement de la Lune, Tome I p. 486 mit entgegengesetztem Zeichen wie folgt:

$$\left.\begin{array}{l}
\left(\frac{3}{2}m^2 - \frac{9}{32}m^3 - \frac{27}{4}\frac{1}{1}m^4 - \frac{2187}{128}m^5 - \frac{1215513}{8192}m^6 - \frac{6561753}{65536}m^7\right) \\
+ s^2\left(\frac{1}{2}m^2 + \frac{15}{16}m^3 + \frac{63}{4}\frac{7}{1}m^4 + \frac{1215}{128}m^5\right) \\
- \gamma^2\left(\frac{3}{2}m^2 - \frac{21}{8}m^3 - \frac{81}{4}\frac{9}{1}m^4 - \frac{2187}{128}m^5\right) \\
+ E^2\left(\frac{3}{2}m^2 - \frac{15}{8}m^3 - \frac{189}{16}m^4 - \frac{7371}{256}m^5\right) \\
+ s^2\gamma^2\left(\frac{21}{4}m^2 - \frac{15}{16}m^3\right) + s^2E^2\left(\frac{1}{2}m^2 + \frac{45}{16}m^3\right) - E^2\gamma^2\left(\frac{9}{2}m^2 - \frac{21}{8}m^3\right) \\
- s^4\left(\frac{21}{8}m^2 - \frac{63}{16}m^3\right) + \gamma^4\left(\frac{81}{8}m^2 - \frac{81}{8}m^3\right) + E^4\left(\frac{81}{8}m^2 - \frac{81}{8}m^3\right) \\
+ \delta^4\left(\frac{81}{8}m^2 + \frac{135}{16}m^3\right) + (1 - \frac{3}{2}\sin^2\omega)\frac{D^3}{a^3}(K_{10} - \Psi)
\end{array}\right\} \nu$$

*) Es verursacht 0″,1 Fehler im Coefficienten der Evection 1″,47 Fehler in der jährlichen Bewegung der Apsidenlinie. Die übrigen Störungscoefficienten haben aber geringeren Einfluss darauf.

Digitized by Google

und es bedeuten hier m das Verhältniß der mittleren Bewegungen des Mondes und der Sonne, ε die Excentricität der Mond- und E' die der Sonnenbahn, γ die gegenseitige Neigung der Mond- und Sonnenbahn, b^2 das Verhältniß der großen Halbachsen der Mond- und Sonnenbahn. Das letzte Glied des vorstehenden Ausdrucks rührt von der Abplattung der Erde her und ist mit *Laplace's* Angabe identisch. *Plana* hat durch diesen Ausdruck folgende numerische Werthe berechnet: (Th. d. m. de la Lune Tome I p. 606.)

$$\left.\begin{matrix} +\,0,004196425\,(2) - 0,000117712\,(3) \\ -\,0,000056761\,(4) - 0,000002456\,(5) \\ +\,0,000001368\,(6) + 0,000000361\,(7) \\ +\,0,00000026 \end{matrix}\right\} \nu = 0,004021485.\nu$$

Er fügt diesen unter der Bezeichnung „Induction" das Glied 0,00000011 hinzu, da dieses aber nicht durch die analytische Entwickelung gefunden worden ist, und ich beabsichtige das Resultat dieser mit meinem oben angeführten zu vergleichen, so habe ich es weggelassen. Ich füge noch hinzu, daß die in Klammern eingeschlossenen Zahlen (2), (3), etc. die analytische Ordnung der Glieder bezeichneu, durch welche die vorstehenden Zahlenwerthe berechnet worden sind. Nehmen wir nun für ν die mittlere Bewegung des Mondes in $365\frac{1}{4}$ Tagen an, so giebt der vorstehende Werth $69674''6$ für die Bewegung der Knotenlinie in dem gleichen Zeitraume. Diese Angabe gilt aber für das Jahr 1750, während die meinige für das Jahr 1800 gilt. Da nun nach *Plana* die Säcularänderung $-6''830$ beträgt, so ergiebt sich für 1800 die Bewegung der Knotenlinie $= 69667''8$.

Die Differenz dieses Resultats mit dem meinigen ist $= -8''8$ und die Differenz desselben mit den Beobachtungen $= -12,6$.

Plana hat hier offenbar zu wenig Glieder entwickelt. Das letzte der oben angeführten numerischen Glieder (die Summe der Glieder 7^{r} Ordnung) 0,000000361 giebt in der Bewegung der Knotenlinie $6''3$, die Glieder höherer Ordnung können demzufolge merkliche Größen hinzufügen. Noch weit weniger genau giebt *Plana's* analytische Entwickelung die Bewegung der Apsidenlinie. Die numerischen Werthe seiner analytischen Ausdrücke giebt er l. c. p. 606 wie folgt:

$$\left.\begin{matrix} +\,0,004196425\,(2) + 0,002942793\,(3) \\ +\,0,000923094\,(4) + 0,000273299\,(5) \\ +\,0,000080293\,(6) + 0,000023969\,(7) \\ +\,0,00000026 \end{matrix}\right\} \nu = 0,008440133.\nu$$

Hieraus folgt für das Jahr 1750 die Bewegung der Apsidenlinie in $365\frac{1}{4}$ Tagen 146230,3 und da die Säcularänderung derselben $-40''$ ist, für 1800 die Bewegung der Apsidenlinie $= 146190''$

Die Differenz dieses Resultats mit dem meinigen ist $= -244''$ und die Differenz desselben mit den Beobachtungen $= -246$.

Man sieht hieraus, daß die analytischen Entwickelungen viel weiter hätten fortgesetzt werden müssen, um ein mit der *Newton*schen Gravitation conformes Resultat zu erhalten. *Damoiseau* giebt (Mémoires présentés par divers savans etc. Tome I. pag. 543) für diese beiden Bewegungen resp.

$\nu.0,008453$ und $\nu.0,0040215$

Hieraus folgt

Apsidenlinie... $146453''2$, Knotenlinie... $69674''8$

und zwar gelten diese Werthe für 180 t. Die Differenzen derselben mit den meinigen sind

$+\,18''8$ und resp. $-\,1''8$

und die Differenz derselben mit den Beobachtungen

$+\,17''1$ und resp. $-\,5''6$.

Diese sind also weit genauer wie *Plana's* Resultate, aber es darf nicht außer Acht gelassen werden, daß *Damoiseau* zu wenig Decimalstellen angegeben hat, um die Secunden derselben verbürgen zu können. Eine Einheit-Aenderung in der letzten Stelle des nach *Damoiseau* oben angeführten Resultats für die Bewegung der Apsidenlinie würde $17''4$ Aenderung in derselben bewirken, und es giebt also eine Einheit-Aenderung in der letzten Stelle seines Ergebnisses für die Bewegung der Knotenlinie $1''7$ Aenderung in dieser.

Für die Säcularänderungen habe ich folgendes Ergebniß:

$ns = +\,51''110^{s}$, Apsidenlinie... $-\,39''184^{s}$,
Knotenlinie..... $-\,6''485^{s}$,

werde jedoch diese noch etwas ändern müssen, da ich in der betreffenden Rechnung einen Fehler gefunden habe, den ich noch keine Zeit gehabt habe zu verbessern. Der Einfluß desselben ist aber jedenfalls geringe. Das hier angeführte Glied in ns ist sehr nahe die Säcularänderung der mittleren Anomalie.

Plana hat hiefür folgende numerische Werthe seiner analytischen Ausdrücke gegeben.

1) Säcularänderung der mittleren Länge.

$$\left.\begin{matrix} 0,008392850\,(2) - 0,000141759\,(4) \\ +\,0,000095632\,(5) - 0,000028653\,(6) \\ +\,0,000025333\,(7) = 0,008343502 \end{matrix}\right\} f(\varepsilon'^2 - E'^2)\,d\nu$$

$$+\,\{0,010491063\,(2) + 0,036233414\,(4) = 0,046724477\}\,f(\varepsilon'^4 - E'^4)\,d\nu$$

$$+\,0,000158489\,(4)\,f(\varepsilon'^2 - E'^2)^2\,d\nu$$

$$+\,0,01223951\,(2)\,f(\varepsilon'^6 - E'^6)\,d\nu.$$

Die ersten Glieder des mit $f(\varepsilon'^2 - E'^2)\,d\nu$ multiplicirten Theils dieses Ausdruckes convergiren bedeutend, aber die Convergenz nimmt schnell ab, das Glied siebenter Ordnung ist nur sehr wenig kleiner wie das Glied sechster Ordnung. Wenn diese Abnahme der Convergenz sich in den nicht berechneten

Digitized by Google

Gliedern höherer Ordnung fortsetzt, so kann eine Divergenz daraus entstehen. Von den beiden berechneten, mit $f(\varepsilon'^4 - E'^4)\,d\nu$ multiplicirten Gliedern, ist das Glied der vierten Ordnung $3\frac{1}{4}$mal gröſser, wie das Glied zweiter Ordnung. Hier zeigt sich also eine bedeutende Divergenz.

2. Säcularänderung der Apsidenlinie.

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}006294637\,(2) + 0{,}010790026\,(3) \\ + 0{,}007582435\,(4) + 0{,}004017515\,(5) \\ = 0{,}028634847 \end{array}\right\} f(\varepsilon'^2 - E'^2)\,d\nu$$

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}0078683\,(2) + 0{,}02354235\,(3) \\ = 0{,}0314106 \end{array}\right\} f(\varepsilon'^4 - E'^4)\,d\nu.$$

Diese Reihen divergiren bis auf das Glied fünfter Ordnung, welches ein wenig kleiner ist, wie das der vierten Ordnung. *Plana* fügt dem mit $f(\varepsilon'^2 - E'^2)\,d\nu$ multiplicirten Theile dieses Ausdrucks das Glied 0,00323765 (induction) hinzu, und dieses soll seiner Erklärung zufolge (Tome I. pag. 605) die Summe der folgenden nicht analytisch entwickelten Glieder seyn, welche sich aus der Convergenz der berechneten ergiebt. Aber im vorliegenden Falle wird es mir schwer zu begreifen, wie er diesen Werth hat berechnen können, da die vorhandenen Glieder mehr divergiren wie convergiren.

3. Säcularänderung der Knotenlinie.

$$\left.\begin{array}{l} 0006294637\,(2) - 0{,}00043161\,(3) \\ - 0{,}000334944\,(4) - 0{,}000138087\,(5) \\ = 0{,}005389996 \end{array}\right\} f(\varepsilon'^2 - E'^2)\,d\nu$$

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}0078683\,(2) - 0{,}00094169\,(3) \\ = 0{,}00692661 \end{array}\right\} f(\varepsilon'^4 - E'^4)\,d\nu$$

Hier ist einige Convergenz vorhanden. Mit Uebergehung der mit ε^3 multiplicirten Glieder giebt *Plana*

$$f(\varepsilon'^2 - E'^2)\,d\nu = -\varepsilon^2.\,1264''127$$
$$f(\varepsilon'^4 - E'^4)\,d\nu = -\varepsilon^2.\,0''6995$$
$$f(\varepsilon'^6 - E'^6)\,d\nu = -\varepsilon^2.\,0''000297$$

wo die Einheit von t ein Zeitraum von 100 Jahren ist.

Hiernit ergeben sich die Säcularänderungen wie folgt, wobei die der mittleren Länge mit entgegengesetztem Zeichen genommen werden mufste, weil der obige Ausdruck dafür die mittlere Länge in Function der wahren Länge ausgedrückt, voraussetzt.

Mittlere Länge.....	$+\varepsilon^2.\,10''580$
Apsidenlinie	$-\varepsilon^2.\,36{,}220$
Knotenlinie	$-\varepsilon^2.\,6{,}830,$
also mittlere Anomalie...	$+\varepsilon^2.\,46''800.$

Durch das oben angeführte Inductionsglied hat *Plana* bewirkt, dafs sich die Säcularänderung der Apsidenlinie $= -\varepsilon^2.\,40''313$ ergiebt.

Damoiseau giebt für diese drei Gröfsen resp. (Mém. prés. etc. Tome I. pag. 544)

$$\varepsilon^2.\,50''420; \quad -\varepsilon^2.\,39''697; \quad -\varepsilon^2.\,6''563.$$

Es ist aber noch zu bemerken, dafs der diesen drei Resultaten zu Grunde gelegte Werth von $f(\varepsilon'^2 - E'^2)\,d\nu$ verschieden ist. *Plana's* Werth dieser Gröfse habe ich oben angeführt. *Damoiseau* nimmt $-1214''894\,t^2$ dafür an, und aus den von mir meinen Rechnungen zu Grunde gelegten Gröfsen folgt $f(\varepsilon'^2 - E'^2)\,d\nu = -1256''2\,t^2$. Reducirt wir *Plana's* und *Damoiseau's* Resultate auf den letztgenannten Werth dieses Integrals, so bekommen wir folgende Säcularänderungen:

	Mittl. Anomalie.	Apsidenlinie.	Knotenlinie.
Plana.....	$+\varepsilon^2\ 46''285$	$-\varepsilon^2\ 35''821$	$-\varepsilon^2\ 6''755$
Damoiseau..	$+\varepsilon^2\ 51{,}884$	$-\varepsilon^2\ 40{,}850$	$-\varepsilon^2\ 6{,}754$

also folgende Unterschiede mit meinen Werthen:

Plana.....	$-\varepsilon^2\ 4{,}825$	$+\varepsilon^2\ 3{,}363$	$-\varepsilon^2\ 0{,}270$
Damoiseau..	$+\varepsilon^2\ 0{,}774$	$-\varepsilon^2\ 1{,}666$	$-\varepsilon^2\ 0{,}269$

Also hier sind wieder die Differenzen zwischen *Damoiseau's* und meinen Resultaten kleiner, wie die zwischen diesen und *Plana's*, und dasselbe findet ebenfalls durchgehends bei den Coefficienten der periodischen Störungen statt.

Gotha 1842. Januar 11.

Hansen.

Zweites Schreiben des Herrn Professors *Hansen*, Directors der Seeberger Sternwarte, an den Herausgeber.

Gotha 1842. Januar 29.

Die Einwirkung der Abplattung der Erde auf die Mondbewegung habe ich nun selbst berechnet, und ein von dem *Laplace*'schen etwas abweichendes numerisches Resultat gefunden, nemlich jährliche Bewegung der Apsiden- und Knotenlinie $= 5''88$, während die Méc. cél. dafür $4''5$ angiebt. Die Ursache dieser Differenz liegt zum gröfsten Theil darin, dafs *Laplace* bei der numerischen Berechnung dieser Gröfse eine unrichtige Abplattung der Erde zu Grunde gelegt hat, nemlich $\frac{1}{312}$. Nimmt man die Abplattung nach *Bessel* $= \frac{1}{299{,}15}$ an, so giebt *Laplace's* Formel für die obige Gröfse $5''81$, sehr nahe mit meinem Resultat übereinstimmend. Dieses beruht übrigens gar nicht auf die Abplattung, sondern auf den durch die Beobachtungen bestimmten Coefficienten der vom Sinus der Mondlänge abhängenden Störung der Mondbreite, die von der Abplattung verursacht ist. Ich habe diesen Coefficienten einstweilen nach *Bürg* $= -8''0$ angenommen. Hiemit stehen nun meine für die Bewegung der Apsiden- und Knotenlinie berechneten Resultate folgendermafsen:

Digitized by Google

Ber. Bewegung der Apsidenlinie in 365¼ Tagen = 146435″8 Diff. mit den Beobb. { −0″3 / −2,4

— ——— — Knotenlinie ——— —— = 69678,0

Die Differenzen der Rechnung und Beobachtung sind also durch diese Berichtigung bedeutend kleiner geworden.

Ich habe ausserdem aus diesen Rechnungen ein interessantes Resultat gezogen, welches meines Wissens bis jetzt noch nicht gegeben worden ist, nemlich die numerische Bestimmung der Trägheitsmomente der Erde. In den Fundamentis habe ich gezeigt, dafs die von der Figur des Erdkörpers bewirkten Störungen des Mondes von der Differenz der Trägheitsmomente der Erde abhängt, die Präcession hängt aber bekanntlich von dem Verhältnisse dieser Differenz zu dem gröfsten Trägheitsmomente ab. Die beobachtete Präcession einestheils und die beobachtete betreffende Mondstörung anderntheils geben also jede eine Gleichung, aus deren Verbindung man die Trägheitsmomente selbst berechnen kann. Die Zugrundelegung des oben angeführten *Bürg*'schen Coefficienten von −8″0 hat mir gegeben

$$C - A = MD^2\,0{,}001086,$$

wo C das gröfste, und A eins der beiden (als einander gleich betrachteten) kleinern Trägheitsmomente der Erde bedeutet, und M deren Masse und D deren Halbmesser bezeichnet, auf deren numerische Werthe es hier nicht ankommt. Es liegt hiebei blofs die specielle Annahme zu Grunde, dafs die Erde ein Revolutionskörper sey, übrigens kann ihre Figur, so wie das Gesetz der Dichtigkeit in ihrem Innern beliebig seyn. Durch Hülfe der beobachteten Präcession, und mit Zugrundelegung des Werthes $\frac{1}{70}$ der Mondmasse (woraus (in *Poisson's* Bezeichnung) $u = 2{,}1717$ folgt) geben *Poisson's* Ausdrücke für die Präcession (Mém. de l'ac. etc. Tome VII), wenn man $A = B$ macht,

$$\frac{C-A}{C} = 0{,}003278$$

aus diesen beiden Gleichungen ergiebt sich

$$C = MD^2\,0{,}3311; \quad B = MD^2\,0{,}3300.$$

Diese Werthe enthalten eine schöne Bestätigung des Satzes, dafs die Dichtigkeit der Erde von ihrer Oberfläche nach dem Mittelpunkt zu wächst. Denn da das gröfste Trägheitsmoment eines homogenen Ellipsoids $= \frac{2}{5}MD^2$, während der so eben für die Erde gefundene Werth denselben nur sehr nahe $= \frac{1}{3}MD^2$ ist, so sind für die Erklärung dieses grofsen Unterschiedes nur zwei Annahmen möglich. Nemlich entweder mufs die Figur der Erde bedeutend von der eines Revolutionsellipsoids abweichen, oder ihre Dichtigkeit mufs von der Oberfläche nach dem Mittelpunkte zu wachsen. Die erste dieser Annahmen ist durch die Gradmessungen vollständig widerlegt, und es mufs daher die zweite in der Natur statt finden.

Auch die Differenz der Trägheitsmomente der Erde ist kleiner wie in einem homogenen Revolutionsellipsoid von gleicher Abplattung mit der Erde, denn in diesem ergiebt sich

$$C - A = MD^2\,0{,}001335$$

also gröfser wie die oben gefundene Differenz der Trägheitsmomente der Erde. Untersuchen wir den Einflufs der Beobachtungsfehler auf dieses Resultat. Die Präcession ist so genau bestimmt, dafs wir den obigen Werth von $\frac{C-A}{C}$ als fehlerfrei annehmen können. Aendern wir demzufolge den Werth von $C - A$ so ab, dafs $C = \frac{2}{5}MD^2$ sich ergebe, so müssen wir $C - A = MD^2\,0{,}001311$ schreiben. Hieraus würde aber der Coefficient der erwähnten Mondstörung $= -9″66$ folgen, während *Bürg* und *Burckhardt* übereinstimmend $-8″0$ dafür aus den Beobachtungen gefunden haben. Diese Differenz von 1″66 kann man keineswegs als Unrichtigkeit dieser Bestimmung ansehen.

Hansen.

Mondfinsternifs am 26. Januar 1842, beobachtet am grofsen Refractor in Dorpat.

Von Herrn Hofrath *Mädler*.

Der Himmel heiter; mäfsiger SO. Therm. zu Anfang der Finsternifs −13°6 R., zu Ende derselben −14°0.

Beobachtete Eintritte.

	M.Dorp.Zt.		M.Dorp.Zt.
Anf. der Finsternifs	6h 8′ 24″	Plato II Rd.	6h 24′ 50″
Aristarch	6 11 56	Crüger	6 25 20
Riccioli	6 13 27	Copernicus I	6 26 39
Grimaldi Mitte	6 16 45	Aristoteles I	6 32 0
Cap Laplace	6 18 55	Aristoteles II	6 33 35
Kepler	6 19 43	Eudoxus	6 33 30
Plato 1. Rd.	6 23 10	Caucasus Südspitze	6 34 25
Pytheas	6 24 5	Eudoxus II	6 34 5
Gassendi II.	6h 36′ 7″	Menelaus	6h 44′ 23″
Endymion I	6 40 35	Dionysius	6 51 55
Manilius I	6 40 47	Proclus	6 57 27
Manilius II	6 42 5	Pitatus berührt	6 58 45
Endymion II	6 42 40	Censorinus	7 0 30
Posidonius Mitte	6 43 30		

Beobachtete Austritte.

	M.Dorp.Zt.		M.Dorp.Zt.
Kepler	8h 10′ 5″	Dionysius	8h 27′ 59″
Aristarch	8 15 1	Censorinus	8 31 20
Copernicus I	8 16 1	Cap Laplace	8 33 20
Copernicus II	8 18 25	Manilius II	8 31 5
Pytheas	8 22 52	Menelaus	8 35 35

Digitized by Google

	M.Dorp.Zt.		M.Dorp.Zt.
Plato I.....	8h 37′ 41″	Aristoteles II....	8h 46′ 32″
Caucasus Südsp.	8 36 13	Proclus.....	8 45 57
Plato II.....	8 39 21	Posidonius Mitte	8 46 32
Eudoxus I.....	8 44 3	Endymion I.....	8 53 41
Eudoxus II.....	8 44 55	Endymion II....	8 54 55
Aristoteles I....	8 44 55	Ende.....	8 57 5

Bereits 20 Minuten vor dem Eintritt der Finsterniss war an der Stelle des Oceanus procellarum, wo dieser östlich vom Aristarch an den Mondrand tritt, eine Schwächung des Lichts zu bemerken. Die ersten Eintritte dürften[n] des tieferen Standes wegen etwas weniger sicher sein als die späteren und als die Austritte, deren Beobachtung dadurch sehr begünstigt ward, dass alle Flecke ohne Ausnahme während der ganzen Dauer der Finsterniss sichtbar blieben. Bei früheren Finsternissen hatte ich sie gewöhnlich gleich nach dem Eintritt aus dem Gesicht verloren und erst bei weiter vorgerücktem Schatten im rothen Lichte wiedergesehen. Diesmal waren sie sowol im grauen und bläulichten als im rothen gebrochenen Lichte sichtbar, nur im letztern etwas besser: ich glaube dies hauptsächlich dem bei weiten lichtstärkeren Feuerlohr zuschreiben zu müssen. Das Roth war sehr intensiv; ich bemerkte seine ersten Spuren 6h 22′ als der Schatten etwas über den Kepler hinaus war. Eine Viertelstunde später konnte man das lebhafte Roth schon wahrnehmen, ohne den erleuchteten Theil des Mondes aus dem Felde zu entfernen. Sterne sind während der Finsterniss nicht bedeckt worden.

Mädler.

Druckfehler in Nr. 423—426 der A. N.

pag. 238 lin. 6 v. u.	lies: $1-e_0^3$	statt: $1-e^3$	pag. 253 u. f. in den Artt. 11, 12 und 16 lies allenthalben k statt $\varkappa$, ausgenommen pag. 264 lin. 11 v. u., wo $\varkappa(M+m)$ richtig ist.
— 245 — 12 —	$= \xi$,	$= \xi$	
— 251 — 8 —	T.	— T.	
— 252 — 14 v. o.	s,	— s'	

Druckfehler in Nr. 438.

S. 97 Z. 7 v. u.	statt	gewählten	lese man	gewählter
— 100 — 9 —	—	Pag. 157.	—	151
— 105 — 14 v. o.	—	(28) + (42) + (43)	—	(28) + (40) + (43)
— 107 — 37 —	—	(27) = ...+ 0,017241 X.	—	(27) = ...+ 0,017241.X.
— 43 —	—	(33) = ...— 6,002535 XI — etc.	—	(33) = ...— 0,002535 XI — etc.
— 50 —	—	(40) = ...+ 0,002660 XIII — etc.	—	(40) = ...— 0,002660 XIII — etc.
— 109 — 9 —	—	.....+ 0,000704 XV.	—	.....+ 0,000204 XV.
— 10 —	—	.....— 1,002659 IX + etc.	—	.....— 0,002659 IX + etc.
— 16 —	—	.....— 0,08336 XV + etc.	—	.....— 0,008336 XV + etc.
— 112 — 13 —	—	aufgezählt	—	angezählt
— 15 —	—	219° 59′ 51″242	—	319° 59′ 51″242.
— 113 — 18 —	—	mittelbar	—	unmittelbar.
— 115 — 14 —	—	$x_4^1 - x_4 = +7.191 +$ etc.	—	$x_4^1 - x_4 = +1.191 +$ etc.
— 17 —	—	(ebendaher)	—	(ebendaselbst)

(Inh. zu Nr. 438 nebst Beilage.) Ueber einen Fehler in der Berechnung der französischen Gradmessung und seinen Einfluss auf die Bestimmung der Figur der Erde. Von Herrn Geh. Rath und Ritter *Bessel*. p. 97. — Schreiben des Herrn Professors v. *Boguslawski*, Directors der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber. p. 117. — Sternbedeckungen beobachtet zu Breslau von 1840 Aug. 24 bis 1841 Juli 4. p. 117. — Berichtigung. p. 119.

(zu Nr. 439—441.) Bestimmung der Bahn des Cometen von 1770. Von Herrn *Thomas Clausen*. p. 121.

(zu Nr. 442 nebst Beil.) Ueber eine astronomische Aufgabe. Von Herrn Prof. Dr. *Grunert* in Greifswald. p. 121. — Auszug aus einem Schreiben des Sir *J. F. W. Herschel* an den Herausgeber. p. 175. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Th. *Clausen* an den Herausgeber. p. 177. — Oppositionen der Planeten Uranus, Ceres und Vesta im Jahre 1841. Von Herrn Dr. *Sawitsch*. p. 177. — Beitrag zur Theorie der elliptischen Transcendenten. Von Herrn *Thomas Clausen*. p. 181. Schreiben des Herrn *Rümker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber. p. 183.

(zu Nr. 443.) Wiederkehr des *Encke*schen Cometen 1842. Von Herrn Prof. *Encke*. p. 185. — Tafel der allmähligen Verbesserungen der Planetenmassen und Ephemeride des *Encke*schen Cometen. p. 187 u. 189. — Ueber die Bewegung der Apsidenlinie und der Knotenlinie des Mondes, etc. Von Herrn Prof. *Hansen*. p. 191. — Zweites Schreiben des Herrn Prof. *Hansen*, Directors der Seeberger Sternwarte, an den Herausgeber. p. 197. — Monddistanzen am 25. Jan. 1842 etc. Von Herrn Hofrath *Mädler* in Dorpat. p. 197. —, Druckfehler in Nr. 423—426 und Nr. 438. p. 199.

Altona 1842. März 10.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 444.

Ueber den Doppelstern p Ophiuchi.

Von Herrn Hofrath *Mädler*.

Seit *Encke* in einer besondern Abhandlung (Berliner Jahrbuch für 1832) diesen Stern als Beispiel zu seiner Theorie der Berechnung einer Doppelsternbahn gegeben hat, ist er mehrfach von Beobachtern und Berechnern untersucht worden, und wir besitzen fast über kein anderes Binarsystem ein so vollständiges Material als über dieses. Da nun auch seit der ersten Beobachtung ein Zeitraum von 62 Jahren verflossen und der Begleiter in dieser Zeit 325° seiner scheinbaren Bahn zurückgelegt hat, so lag die Aufforderung nahe, ihn abermals zu untersuchen. Zuerst möge hier eine übersichtliche Zusammenstellung der bisher berechneten Bahnen stehen.

	I. *Encke* (Astr. Jahrb. 1832)	II. *Encke* (id.)	III. *Herschel II* (Mem. of the Astr. Soc. Vol. V. p. 297.)	IV. *Mädler* (A. N. Nr. 289)	
Zeit des Perihels.....	$T =$ 1806,877	1814,155	1807,06	1806,746	
Länge des Perihels.....	$\lambda =$ 283° 3′3	269°23′0	294° 4′	287° 14′4	M. Aeq. 1830
Länge des Knotens.....	$\Omega =$ 147 12,1	128 6,8	138 31	133 46,9	
Neigung.....	$i =$ 46 24,9	64 10,7	48 5	42 51,9	
Excentricitäts-Winkel...	$\varphi =$ 25 28,8	20 19,6	27 49	28 30,0	
Halbe grosse Axe.....	$a =$ 4″3284	5″5538	4″392	4″3159	
Mittl. jährl. Bewegung...	$\mu =$ −292′437	−278′108	−268′872	−267′957.	

In der ersten dieser Bahnen liegen Beobachtungen bis 1823,42; in der zweiten bis 1830,43, in der dritten bis 1830,50, in der vierten endlich bis 1832,69 mit Zuziehung meiner eigenen für 1835,49 zum Grunde. Die zweite Bahn von *Encke* schließt die Beobachtungen von 1818 bis 1823 aus.

Allein sämmtliche Bahnen lassen nicht allein grosse Unterschiede in den zum Grunde gelegten Daten, sondern auch noch grössere bei der Vergleichung mit späteren Beobachtungen übrig. Der Unvereinbarkeit mehrerer isolirt stehenden Daten, die noch eine genügende Erklärung zulassen, nicht zu gedenken, so fand schon *Encke*, daß die Aenderung der Distanzen von 1825—30 mit den Beobachtungen von 1818 bis 1823 sich in keiner Weise, wenn man das *Newton*sche Gesetz zum Grunde legt, vereinigen lassen. In der That weicht die zweite, auf jene Distanzen gegründete Bahn nicht weniger als 30° von dem *Struve*schen Positionswinkel für 1819 ab.

Damals war es am natürlichsten, den Grund der Abweichung in den Distanzen zu suchen. Nicht allein zeigte sich im Allgemeinen, wenn man auch nur die einzelnen Beobachtungen unter sich verglich, eine erheblich grössere Uebereinstimmung der Positionswinkel als der Abstände, sondern auch die von den verschiedenen Beobachtern herrührenden Messungen zeigten (vergl. Astr. Nachr. Nr. 240) constante Abweichungen in den Distanzen, nicht aber im Richtungswinkel. Aus diesem Grunde glaubte ich selbst noch 1835 mich an die letzteren hauptsächlich halten zu müssen, und verglich die Distanzen erst am Schlusse der Rechnung, um die halbe grosse Axe aus ihnen zu bestimmen.

Allein jene Zunahme der Distanzen, welche ihrer Unvereinbarkeit wegen nicht annehmbar schien, geht aus der Vergleichung aller später gemachten Beobachtungen hervor, und die Winkelgeschwindigkeit ist gleichfalls in steter Abnahme begriffen. Das scheinbare Aphel, was nach sämmtlichen obigen Elementen zwischen 1835 und 1840 eintreten sollte, ist notorisch nicht eingetreten.

Es mußte deshalb die Arbeit ganz von neuem begonnen werden. Die Reihe der bekannt gewordenen Beobachtungen schloß mit 1840,34 und zwar wich die letzte von *Kaiser* in Leyden herrührende im Positionswinkel so stark ab, daß sie keine brauchbare Grundlage darzubieten schien. Ich stellte deshalb am hiesigen Refraktor folgende Beobachtungen für 1841 an:

1841 April 18.	18h 36′ St.z.	124° 28′ 3	(6)	
— 27.	18 52 —	125 14,8	(3)	6′428 (2)
Mai 8.	18 23 —	126 2,3	(5)	6,729 (3)
— 9.	18 8 —	125 39,8	(3)	6,818 (3)
— 12.	19 5 —	125 24,5	(3)	6,426 (3)
Juli 31.	17 50 —	125 52,1	(8)	6,321 (5)
Aug. 10.	17 24 —	125 25,3	(10)	6,176 (10)
— 18.	17 30 —	125 25,6	(24)	6,487 (10)
1841,53		125° 26′ 2	(62)	6′380 (36).

Bei den Winkeln gründet sich jede Beobachtung auf Eine Einstellung und Ablesung; bei den Distanzen aber auf ein zusammengehörendes Paar von Ablesungen rechts und links des Deckungspunktes. Die Richtung ist demnach 62mal und die Distanz 72mal eingestellt worden, und die Beobachtungen sind sämmtlich beim Tageslichte gemacht.

Die sämmtlichen Beobachtungen sind nun folgende:

1779,77	——	90° 0′	*Herschel I*
80,30	4′49	——	id.
81,74	——	80 46	id.
1802,34	——	336 8	id.
4,41	2,56	318 48	id.
1818,62	5,34	——	*Struve* m.
19,64		168 29	id.
20,77		160 15	id.
21,30	3,682	156 4	*Herschel II* et *South.*
21,74	3,79	157 39	*Struve* m.
22,51	4,851	154 51	*Herschel II* et *South.*
22,64	3,76	153 52	*Struve* m.
23,35	——	153 36	*Herschel II* et *South.*
25,56	4,764	148 12	id.
25,57	3,984	148 13	*Struve*
27,02	4,375	145 9	id.
28,60	——	140 24	*Herschel II*
28,71	4,762	140 13	*Struve*
29,59	5,087	138 5	id.
29,70	——	139 10	*Herschel II*
30,24	5,881	——	id.
30,36	——	136 9	id.
30,50	5,474	135 49	*Bessel*
30,57	5,530	137 20	*Dawes*
30,84	5,310	135 45	*Struve*
31,52	6,00	136 10	*Herschel II*
31,68	5,410	136 42	*Struve*
32,35	5,71	133 46	*Dawes*
32,57	5,49	135 31	*Herschel II*
32,69	5,794	135 49	*Bessel*
32,75	5,553	133 58	*Struve*
33,42	6,14	132 49	*Dawes*
34,47	5,852	131 9	*Struve*
34,61	6,127	130 47	*Bessel*
35,49	6,245	130 32	*Mädler* m.
35,50	6,108	130 46	*Struve*
36,52	6,344	129 33	*Bessel*
36,52	6,413	129 6	*Galle*
36,66	6,137	129 32	*Struve*
37,47	6,716	128 9,6	*Encke*
37,52	6,439	128 54	*Bessel*
37,69	6,474	127 56	*Bessel*
1837,72	6,152	128° 3′	*Struve*
38,48	6,702	126 55	*Galle*
39,52	6,785	125 16,5	*Galle*
39,60	6,425	——	*Mädler* (Heliom. Berl.)
40,35	6,005	127 58	*Kaiser*
41,53	6,380	125 26,2	*Mädler*

Die mit m bezeichneten Beobachtungen von *Struve* und *Mädler* sind mit kleineren Instrumenten von 5 Fufs Brennweite angestellt.

Aus diesen Beobachtungen bildete ich nun zuerst Normalörter für folgende Epochen:

1779,77
1803,375
1821,198
1826,295
1829,639
1832,454
1835,730
1838,393
1841,53

reducirte die Mittelzahlen auf das Aequinoctium von 1830 und berechnete hieraus zuerst die folgenden Näherungswerthe:

$$T = 1804{,}955$$
$$\lambda = 296°\,44'\,5$$
$$\Omega = 114\ 47{,}7$$
$$i = 35\ 22{,}3$$
$$\varphi = 41\ 10{,}1$$
$$(a = 4''323)$$
$$\mu = -227''99.$$

Die Correctionen für die 6 Elemente (α ausgeschlossen) suchte ich nun nach den Bedingungsgleichungen, welche ich in Nr. 363 der Astr. Nachr. gegeben habe *), indem ich die Näherungswerthe mit den einzelnen Beobachtungen verglich (wobei die Beobachtung 1781, weil sie nur auf einer einzelnen Einstellung beruht, und die von 1840,35, weil sie von allen andern nahe gleichzeitigen zu stark abweicht, ausgeschlossen wurden) und die sich ergebenden Gleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate auflöste.

Die Elemente wurden hiernach gefunden:

$$T = 1805{,}104$$
$$\lambda = 293°\,22'\,9$$
$$\Omega = 112\ 16{,}3$$
$$i = 18\ 26{,}1$$
$$\varphi = 39\ 48{,}8$$
$$\mu = -238''054.$$

Die Vergleichung dieser Elemente mit den Positionswinkeln befriedigt zwar einigermaßen, wenn man die Beobachtungen

*) Ich bemerke hierbei, daß im letzten Gliede der Differentialgleichung für Δp sich ein Druckfehler befindet, es mufs heißen:

$$\frac{\alpha}{\beta}\cdot\gamma\mu\cdot\sqrt{\left(\frac{1+e}{1-e}\right)}\Delta T \text{ statt } \frac{\alpha}{\gamma}\cdot\gamma\mu\sqrt{\left(\frac{1+e}{1-e}\right)}\Delta T.$$

Digitized by Google

von 1802 und 4 in ein Mittel zusammenzieht und die beiden vorhin bemerkten wegläßt, indeß bleiben doch in denen von 1819 – 23 gemachten Fehler bis 300″, und bei den von 1825 und 27 bis zu 150″ übrig. Auch überwiegen bis 1834,61 die negativen Fehler, während von da ab fast nur positive vorkommen; doch würde dies noch zulässig geschienen haben.

Allein die daraus abgeleiteten Distanzen konnten in keiner Weise den Messungen Genüge leisten. Dies wird zwar, wenn man sie von allen Beobachtern zusammennimmt, bei keiner irgend denkbaren Bahn Statt finden, allein ich sonderte die einzelnen Daten nach den Beobachtern, und hier ergab sich, wenn ich die halbe große Axe aus *Struve's* Beobachtungen am Refraktor bestimmte, folgende Vergleichung.

	Berechnet.	Beobachtet.	Diff.
1825,57	4″674	3,984	— 0″690
27,02	4,843	4,375	— 0,468
28,71	5,110	4,782	— 0,328
29,59	5,122	5,087	— 0,035
30,84	5,290	5,310	+ 0,020
31,68	5,379	5,410	+ 0,031
32,75	5,452	5,553	+ 0,101
34,47	5,542	5,852	+ 0,320
35,60	5,668	6,108	+ 0,440
36,66	5,724	6,137	+ 0,414
37,72	5,785	6,152	+ 0,367
41,53	5,964	6,380	+ 0,400

Wurde dagegen der Halbmesser aus den *Bessel*schen Heliometerbeobachtungen abgeleitet, so ergab sich

1830,50	5,710	5,474	— 0,236
32,75	5,923	5,749	— 0,174
35,60	6,156	6,127	— 0,029
36,52	6,217	6,344	+ 0,127
37,52	6,298	6,439	+ 0,141
37,69	6,300	6,474	+ 0,174

Der regelmäßige Gang der Differenzen zeigt, wie gut die beiden angewandten Reihen unter sich stimmen, und Abweichungen von dieser Größe können demnach nicht als Beobachtungsfehler bezeichnet werden, vielmehr zeigen sie, daß die herausgebrachte *Keplers*che Ellipse nicht die wahre sein könne. Die Vergleichungen mit den übrigen Distanzen setze ich nicht weiter her; sie sind, wie erwartet werden konnte, meist noch weit ungenügender als die vorstehenden.

Genöthigt, einen andern Weg einzuschlagen, entwickelte ich zunächst aus den 6 *Bessel*schen Distanzen die Formel

$$r = 6''143 + 0''13(71(t - 1834{,}92) - 0''00499(t - 1834{,}92)^2,$$

womit die einzelnen Messungen folgendermaaßen stimmen:

$+0''009$; $-0''030$; $+0{,}024$; $+0{,}003$; $-0{,}012$; $+0{,}004$.

Damit erhielt ich für die zwischenliegenden Zeiten, wo *Struve* beobachtet hatte, folgende Vergleichung:

	Bessel.	*Struve.*	Unterschied.
1830,84	5″822	5″318	— 0″212
31,68	5,663	5,410	— 0,253
32,75	5,832	5,553	— 0,279
34,47	6,082	5,852	— 0,230
35,60	6,230	6,108	— 0,122
36,66	6,357	6,137	— 0,220
37,72	6,473	6,152	— 0,321

Corr. von *Bessel* auf *Struve* für pOphi 1830–37 — 0,234

Damit können nun beide obigen Reihen in eine einzige zusammengezogen werden *). Aus dieser allgemeinen erhält man sodann folgende Formel:

$$r = 5''727 + 0''15166\,(t - 1833{,}42) - 0{,}000904\,(t - 1833{,}42)^2.$$

" " $- 0{,}000006\,(t - 1833)^3$

und die Vergleichung ist die folgende:

	Berechn.	Beobacht.	Differ.	
1825,57	3,985	3,984	— 0,001	*Struve.*
27,02	4,390	4,375	— 0,015	*Struve.*
28,71	4,813	4,782	— 0,032	*Struve.*
29,59	5,014	5,087	+ 0,073	*Struve.*
30,56	5,208	5,240	+ 0,032	*Bessel.*
30,84	5,275	5,310	+ 0,035	*Struve.*
31,68	5,434	5,410	— 0,024	*Struve.*
32,69	5,611	5,560	— 0,051	*Bessel.*
32,75	5,622	5,553	— 0,069	*Struve.*
34,47	5,877	5,852	— 0,025	*Struve.*
34,61	5,896	5,893	— 0,003	*Bessel.*
35,60	6,013	6,108	+ 0,096	*Struve.*
36,52	6,111	6,110	— 0,001	*Bessel.*
36,66	6,123	6,137	+ 0,014	*Struve.*
37,52	6,198	6,205	+ 0,007	*Bessel.*
37,69	6,211	6,240	+ 0,029	*Bessel.*
37,72	6,213	6,152	— 0,061	*Struve.*
41,53	6,370	6,366	— 0,004	*Middler.*

Wenn 18 Daten, die einen Zeitraum von 16 Jahren und eine Veränderung der Distanz von 0″4 einschließen, durch eine so einfache Formel (denn das von der dritten Potenz abhängende Glied ist schon unwirksam) so dargestellt werden können, daß kein einziger Fehler auf 0″1 steigt, so muß die herausgebrachte Variation eine reelle sein und mit der Wahrheit sehr nahe übereinstimmen; es ist folglich nicht ferner erlaubt sie zu verwerfen.

Aus diesen Distanzen werden nun für die gleichzeitigen Positionswinkel folgende Gleichungen erhalten, wobei p für $1833{,}42 \ldots 133° + x - 80'2\,(1 + \mu)\,(1 - 1833{,}42) + \ldots$ gesetzt wird.

*) Es ist wohl schon mein Erinnern klar, daß hier keine Entscheidung über die absolute Richtigkeit einer der beiden Beobachtungsreihen gegeben werden soll und kann. Der längere Zeitraum, den *Struve's* Beobachtungen umfassen, und ihre größere Anzahl, bestimmten mich, die Redaction von *B.* auf *S.* und nicht umgekehrt, vorzunehmen: das Endresultat wäre im Ganzen dasselbe geworden. *M.*

Digitized by Google

1826,57.	+ 38'7	=	x +871'7 μ
1827,02	+ 73,0	=	x +653,3 μ
1828,60	− 12,5	=	x +456,4 μ
1828,71	− 12,6	=	x +449,0 μ
1829,59	− 44,3	=	x +348,0 μ
1829,70	− 27,6	=	x +336,5 μ
1830,36	+ 38,0	=	x +269,9 μ
1830,50	− 88,3	=	x +256,3 μ
1830,57	+ 9,4	=	x +249,6 μ
1830,84	− 61,8	=	x +223,8 μ
1831,52	+ 28,3	=	x +161,1 μ
1831,68	− 45,7	=	x +146,8 μ
1832,55	− 25,8	=	x + 71,5 μ
1832,67	+ 80,7	=	x + 70,0 μ
1832,69	− 61,9	=	x + 59,7 μ
1832,76	+ 3,6	=	x + 54,2 μ
1833,42	− 11,0	=	x + 0,0 μ
1834,47	− 28,7	=	x − 82,0 μ
1834,61	− 41,0	=	x − 92,6 μ
1835,49	+ 12,2	=	x −159,5 μ
1835,60	+ 33,7	=	x −166,0 μ
1835,52	+ 24,8	=	x −231,8 μ
1835,52	− 1,1	=	x −231,8 μ
1836,66	+ 35,8	=	x −241,7 μ
1837,47	+ 8,9	=	x −297,9 μ
1837,52	+ 56,7	=	x −301,3 μ
1837,69	+ 9,3	=	x −312,9 μ
1837,72	+ 19,4	=	x −315,0 μ
1838,48	− 2,0	=	x −366,4 μ
1839,52	− 27,0	=	x −435,5 μ
1841,53	+108,7	=	x −566,8 μ

Die Endgleichungen werden

$$0 = -89'7 + 31x + 893{,}3\,\mu$$
$$0 = +7732' + 893{,}3\,x + 3422070\,\mu$$

woraus erhalten wird

$$\mu = -0{,}023528$$
$$x = +3'57.$$

Die jährliche Bewegung für 1833,42 ist folglich

$$-80'2\,(1-0{,}023528) = -78'3123$$

und die Position 138°3'6; die übrigbleibenden Fehler sind:

1825,57	+ 55'4	1833,42	−14'6
1827,02	+ 84,6	1834,47	−34,2
1828,60	− 5,6	1834,61	−46,8
1828,71	− 5,8	1835,49	+ 4,9
1829,59	−39,6	1835,60	+26,2
1829,70	−23,4	1835,52	−10,1
1830,36	+ 40,7	1835,52	+15,8
1830,50	− 66,7	1836,66	+26,6
1830,57	+ 11,6	1837,47	− 0,7
1830,84	− 60,1	1837,52	+46,1
1831,52	+ 28,4	1837,69	− 1,6
1831,68	− 45,9	1837,72	+ 8,4
1832,55	− 27,8	1838,48	−14,1
1832,67	+ 78,7	1839,52	−13,2
1832,69	− 64,1	1841,46	+ 91,7
1832,75	+ 1,3		

Die Positionswinkel widersprechen also der aus den Distanzen entwickelten Formel nicht, ja die Abnahme der Winkelgeschwindigkeit würde sogar aus den Richtungen allein noch stärker gefunden werden; das zweite Glied in dem Ausdruck für r also noch vermehrt werden müssen. Denn einen Fehler von 91'7 in der letzten Position halte ich nicht für möglich, da unter den einzelnen 62 Richtungswinkeln keiner um diese Größe vom Mittel abweicht, und eben so scheinen die Fehler für 1825 und 27 zu stark. Im Allgemeinen kann also nicht bezweifelt werden, daſs der Theil der scheinbaren Bahn, welcher durch die Beobachtungen von 1825—41 gegeben ist, der Wahrheit sehr nahe entsprechen und folglich bei allen weiteren Versuchen nothwendig zum Grunde gelegt werden müsse.

Nun aber bleibt, wie schon eine ganz rohe Zeichnung lehrt, durchaus keine Möglichkeit übrig, die Beobachtung von 1818 bis 1823, weder was die Distanzen noch was die Positionen betrifft, damit zu vereinigen, und bei dem voraussehenden Mislingen eines solchen Versuchs blieb nichts übrig als zu prüfen, ob und wie die Beobachtungen *Herschel I.* sich einer Curve anschlössen, von welcher das vorstehend berechnete Stück einen Theil ausmacht. Es fand sich, daſs dies für die beiden Beobachtungen von 1779 und 1802 möglich sei, wenn die verstärkte Zunahme der Distanz, wie die Positionswinkel sie andeuten, für die letzten 16 Jahre angenommen wird.

Ich erhielt auf diese Weise eine Bahn, welche mit der zweiten *Encke*schen Aehnlichkeit hat, und nur in der Umlaufszeit sich erheblich unterscheidet.

$T = 1812{,}73$
$\lambda = 279°47'7$
$\Omega = 126\ 54{,}9$
$i = 64\ 51{,}4$
$\varphi = 26\ 20{,}8$
$\mu = -232''584$
a { = 5'4291 (nach den *Besselsch*en Heliom.-Messungen.)
a { = 5,3162 (nach den *Struve*schen am Refractor.)

Nach ihr wird die Distanz noch langsam bis 1845 wachsen und der Begleiter im Jahre 1862 die erste Position *Herschel I* wieder erreichen; die Umlaufszeit ist 92,869 Jahre.

Vergleichungen mit den angewandten Beobachtungen.

Positionen.	Distanzen des Dorpater Refr.
1779,77	− 18'5
1802,34	+ 26,2
1825,56	+ 34,0
57	+ 33,0
1827,03	+ 33,4
28,60	− 0,2
71	+ 2,3
29,59	− 29,5
70	− 8,9
	+ 0,234
	+ 0,176
	+ 0,168
	+ 0,165

Digitized by Google

	Positionen.	Distanzen des Dorpater Refr.	Distanzen des Königsb. Hel.
1830,36	+ 51,2		
50	— 75,2		+ 0″204
57	+ 23,2		
84	— 46,4	+ 0,068	
31,52	+ 38,1		
68	— 35,6	— 0,009	
32,55	— 21,3		
57	+ 86,4		
69	— 58,3		+ 0,048
75	+ 5,8	— 0,084	
33,42	— 19,2		
34,47	— 34,0	— 0,105	
61	— 46,2		+ 0,014
35,49	— 2,0		
60	+ 21,1	— 0,042	
36,52	+ 8,2		— 0,080
52	+ 7,2		
66	— 9,9	— 0,173	
37,47	— 14,4		
52	+ 32,9		— 0,124
69	— 17,7		— 0,108
72	— 6,4	— 0,304	
38,48	— 25,9		
39,42	— 40,4		
41,58	+ 51,8	— 0,451	

Die ausgeschlossenen Positionen geben dagegen

	1804,41	— 415″9
	1819,64	— 1061,7
	20,77	— 779,3
	21,30	— 757,8
	21,74	— 530,8
	22,51	— 341,6
	22,64	— 364,2
	23,35	— 119,1
	1840,35	+ 138,0.

Eine Vergleichung der übrigen Distanzbeobachtungen habe ich nicht angestellt, da man das gänzlich unbefriedigende Resultat im Voraus übersehen kann.

Die angewandten Positionen sind also völlig befriedigend dargestellt, doch einigermaafsen auf Kosten der Distanzen; hiergegen enthalten die ausgeschlossenen Beobachtungen einen völligen Widerspruch, der mir nur durch die Alternative lösbar scheint:

α) Die Bewegung in diesem Binarsystem erfolgt nicht nach dem *Newton*schen Gesetz;

oder β) die Mittelpunkte der Figuren, welche die beiden Sterne für uns bilden, sind nicht die Schwerpunkte der Massen.

Ich glaube nicht, dafs ein dritter Fall möglich sei, und kann demnach in diesem Resultat nur eine Aufforderung erblicken, nicht allein die Distanz- und Positionsmessungen beharrlich fortzusetzen, sondern auch namentlich den Hauptstern und seine nähere Umgebung mit den kräftigsten Instrumenten zu untersuchen. Es sind viele Fälle gedenkbar, welche in der zweiten der obigen Voraussetzungen eine Erklärung darbieten würden, in jedem derselben aber, wenn nicht ein uns unsichtbarer Körper mitwirkt, müfste man erwarten, den Hauptstern, wenigstens für einen gewissen Zeitraum, länglicht oder abermals getrennt zu erblicken.

Mädler.

Partiale Sonnenfinsternifs am 18ten Juli 1841, beobachtet am Dorpater Refraktor.

Von Herrn Hofrath *Mädler.*

Der Anfang ward durch Wolken vereitelt. Als ich um 11h 46′ 28″6 St.Z. den ersten Blick erhielt, war der Mond schon weit vorgerückt. Ich beobachtete mit 94maliger Vergröfserung.

Die Trübung der Luft nahm während der Finsternifs beständig zu, der anfangs heftige Wind aber ab, und etwa eine halbe Stunde nach dem Anfange ward es möglich, einige Theile des Mondrandes zu zeichnen und Austritte einiger Bergspitzen zu bestimmen. Ich erhielt

Austritt der Raudhöhe bei *Schomberger* in 85° 30′ S. B. ..... 12h 25′ 28″8 St.Z.
——— einer steilen Höhe bei *Boguslawsky* in 78° 0′..... 12 36 22,5 —
——— eines kleinen Randbergs bei *Bouvingault* in 71° 30′.... 12 40 24,5 —
——— einer zweigipfligen Höhe in 66° 30′..... 12 45 19,5 —
——— eines kleinen Berges nahe bei letzterer..... 12 45 3,5 —

Gegen Ende der Finsternifs mafs ich den Abstand der Hörner, welche der starken Trübung ungeachtet noch ziemlich gut zu erkennen waren, mikrometrisch, indem ich eine bestimmte Distanz einstellte und den Zeitpunkt wahrnahm, wo die Sonnenhörner von den senkrecht auf die Hörnerlinie gestellten Fäden getroffen wurden. Deckungspunkt 35°093; Therm. +14°1 R.; Barometer 335″3 für +10° R.; Werth einer Rev. für den angegebenen Wärmegrad. (Ist im Mscr. nicht angegeben. *S.*)

Digitized by Google

80°. der Scala....	13ʰ 4′ 46″5	Spitzen ziemlich deutlich.
75.....	13 5 51,5	—— —— ——
70.....	13 6 47,5	—— —— ——
65.....	13 7 33,5	Trübung sehr stark.
60.....	13 8 17,5	etwas besser.
50.....	13 9 14,5	——
Ende der Finsterniß	13 9 41,0	schlecht.

Die Beobachtungen, wegen Refraktion corrigirt, ergeben folgende halbe Längen der gemeloschaftlichen Hörnerlinie:

80°.....	345″77
75.....	305,49
70.....	267,22
65.....	228,94
60.....	190,67
50.....	114,11

Der Halbmesser der Sonne 945″6; des Mondes für den Anfang der Finsterniß 1013″4, für das Ende 1010″25. Daraus ergeben sich folgende Zeitmomente für das Ende der Finsterniß:

	13ʰ 9′ 51″7
	50,8
	50,2
	47,9::
	52,2
	52,8
	13ʰ 9′ 51″54.

Die Abweichung von 10″ in der directen Beobachtung glaube ich ganz auf Rechnung des dichten Nebels setzen zu müssen der auch für die übrigen Beobachter das Ende der Finsterniß vereitelte. Die Witterung des Juli war höchst ungünstig, fast alle Nächte trübe und regnigt, so daß in der letzten Hälfte des Monats nur zwei vollständige Zeitbestimmungen erhalten wurden und der Uhrstand schwerlich auf 0″5 sicher ist, zumal diese Zeitbestimmungen nicht am Meridiankreise, sondern an einem ältern Passageninstrument gemacht wurden. Der Meridiankreis ist jetzt eines Umbaues wegen abgenommen.

Mädler.

Schreiben des Herrn *Lamont*, Directors der Münchener Sternwarte, an den Herausgeber.

München 1841. Aug. 18.

Unsere astronomischen Arbeiten gehen mit ziemlichem Erfolge von Statten. Für Zonenbeobachtungen habe ich eine eigenthümliche Vorrichtung hergestellt, welche es einem Beobachter möglich macht, gerade Aufsteigung und Zenithdistanz so schnell zu nehmen, daß drei Sterne in einer Minute beobachtet werden können. Die Zonenbeobachtungen, die seit dem Monat April vorigen Jahres gemacht worden sind, enthalten über 6000 Sterne. Der größte Theil ist von Herrn *Leonhardt*, ein Theil von mir beobachtet. Die Beobachtungen am Refractor, welche sich auf Doppelsterne, Sternhaufen und die Saturns-Satelliten beziehen, werden zum Theil von mir, zum Theil von Herrn *Fischer* besorgt.

In letzterer Zeit habe ich mich viel mit magnetischen Untersuchungen beschäftiget. Es wurde im vorigen Jahre ein magnetisches Observatorium neben der hiesigen Sternwarte erbaut, mit der Bestimmung an dem Beobachtungssysteme der Englischen und Russischen Observatorien Theil zu nehmen. Der ganze Bau ist unterirdisch, und mit der Sternwarte durch einen unterirdischen Gang verbunden. Die Beobachtungen fingen am 1ten August vorigen Jahres an und seither haben wir alle Stunde bei Tag und alle zwei Stunden bei der Nacht die Declination und Horizontal-Intensität aufgezeichnet.

Die Instrumente, die ich im Observatorium aufstellte, waren mit der gewöhnlichen Einrichtung im Wesentlichen übereinstimmend; unterdessen kamen mir gleich anfangs mehrere Umstände vor, welche mich zu dem Entschlusse bewogen, eine Untersuchung über magnetische Instrumente, deren Construction und Aufstellung zu unternehmen. Die vorzüglichsten bisher erhaltenen Resultate theile ich Ihnen hier in möglichster Kürze mit.

Den Bemühungen der Physiker ist es gelungen, magnetische Instrumente zu Stande zu bringen, welche eine große Schärfe der Ablesung gewähren; indessen darf man die Schärfe der Ablesung mit der Richtigkeit der Bestimmung selbst nicht verwechseln. Es hat keine Schwierigkeit, ein Barometer so einzurichten, daß man dessen Stand bis auf Tausendtheile von Pariser Linien ablesen kann; jedermann weiß aber, daß ein Barometer aus Gründen, die in der Beschaffenheit des Quecksilbers und des Glases, dann in den Temperatur-Verhältnissen liegen, nie auf Hundert- viel weniger auf Tausendtheile von Pariser Linien den Luftdruck zuverlässig angiebt. Aehnliche Verhältnisse können bei magnetischen Instrumenten vorhanden seyn. Ich habe gefunden, daß die Metalldräthe, an denen ich Magnetstäbe aufhing, wann durch die Temperatur eine Verlängerung oder Verkürzung eintrat, auch ihre Torsion änderten. Die Torsion eines Seidenfadens hängt bekanntlich von der Feuchtigkeit ab. Diese sind Umstände, welche die Angaben magnetischer Instrumente unsicher machen können: noch viele ähnliche Fehler- oder Unsicherheitsquellen lassen sich vermuthen, die bisher gänzlich unberücksichtigt geblieben sind.

Digitized by Google

Die Sicherheit, womit die magnetischen Instrumente den Stand des Erdmagnetismus angeben, kann man dadurch erkennen, dafs man mehrere Instrumente in nicht gar grofser Entfernung von einander aufstellt und sie längere Zeit hindurch gleichzeitig beobachtet. Beobachtungen dieser Art wurden im vorigen Jahre an einem vierpfündigen Stabe der im Beobachtungssaale der Sternwarte sich befand, und an dem 25pfündigen Stabe im magnetischen Observatorium gemacht. Es ergab sich als Resultat, dafs beide Instrumente nie auf einen Tag, wohl aber ganz kurze Zeiträume gleichen Gang hatten; die während eines Tages vorkommenden Abweichungen waren sehr beträchtlich. Ich setzte jedoch die Untersuchung mit gröfsern Stäben, wegen ihrer mühsamen Aufstellung und umständlichen Regulirung nicht weiter fort, sondern suchte vorerst kleine Magnete für genaue Beobachtung einzurichten.

Kleine Magnete sind bisher da, wo es auf gröfsere Schärfe der Bestimmung ankam, ausgeschlossen worden, weil ihr Gang so leicht durch die beständigen Oscillationen der Luft gestört wird. Ich gelangte bald dahin, diesen Uebelstand gänzlich zu heben, und einen vollkommen ruhigen Gang auch ohne Anwendung von Kupfer (welches bei genauen Beobachtungen nie gebraucht werden sollte) zu Stande zu bringen. Die Apparate bestanden im Wesentlichen aus einem kleinen Magnet, der 1 bis 2 Grammes wog, in der Mitte einen Spiegel trug, und unter einer Glasglocke luftdicht eingeschlossen war. Die Scale erhielt eine eigenthümliche Einrichtung und Beleuchtung, ohne welche es nicht möglich gewesen wäre, bei der Kleinheit des Spiegels Theilstriche von geringem Angulär-Werth abzulesen. Für eine Scale, deren Theilstriche $10'$ betragen, braucht man nur ein Fernrohr von 8^{l} Oeffnung.

Ich hatte nun Instrumente, die überall leicht aufgestellt werden konnten, und in jeder Beziehung für den Gebrauch bequem waren. Mit diesen fing ich an, Vergleichungen vorzunehmen. So lange die Beobachtung nur einen kurzen Zeitraum, etwa 5 bis 10 Minuten, umfafste, zeigten die verschiedenen Instrumente vollkommen gleiche Bewegung; wurde aber die Vergleichung auf 24 Stunden ausgedehnt, so kamen beträchtliche Abweichungen zum Vorschein, wie folgendes Beispiel zeigt. Der Werth eines Theilstrichs ist bei sämmtlichen Apparaten $= 30''$.

	App. I.	App. I.—App. II.	App. I.—App. III.
Mai 17. Nachm.	2^{h} ... 155,1	+ 0,55	+ 0,30
	3 ... 157,8	— 0,20	— 1,40
	4 ... 163,3	+ 1,30	+ 0,35
	5 ... 167,5	+ 0,30	+ 0,45
	6 ... 171,8	+ 2,85	+ 1,30
	8 ... 186,4	+ 3,40	+ 1,60
	10^{h} ... 173,75	+ 4,50	+ 2,25

		App. I.	App. I.—App. II.	App. I.—App. III.
Mai. 17. Nachm.	11	172,02	+ 4,27	+ 1,91
— 18. Mittern.	12	171,32	+ 4,42	+ 2,22
	2	176,42	+ 4,72	+ 2,37
	4	180,02	+ 4,95	+ 2,42
	6	182,80	+ 4,20	+ 2,30
	7	181,07	+ 3,52	+ 1,77
	8	179,42	+ 3,27	+ 1,42
	9	173,75	+ 3,20	+ 1,65
	10	167,50	+ 2,75	+ 1,20
	11	161,65	+ 2,45	+ 0,75
Mittag	12	156,95	+ 1,80	+ 0,35
	1	160,20	+ 1,10	+ 0,10
	2	162,10	+ 0,50	— 0,50

Apparat I war südlich im magnetischen Observatorium aufgestellt, Apparat II östlich, Apparat III nördlich. Die Entfernung der Apparate von einander betrug beiläufig 45 Fufs. In den Differenzen zeigt sich, wie man sieht, eine ziemlich regelmäfsige Periode. Aehnliche Vergleichungen wurden einen halben Monat hindurch theils mit diesen, theils mit andern Instrumenten fortgesetzt: überall stellte sich ein periodisches Zu- und Abnehmen während der 24 Stunden heraus; die Differenzen waren bald etwas gröfser, bald etwas kleiner. Ich bemerkte bald, dafs ein Zusammenhang mit der Temperatur statt finde und unternahm nun eine Reihe von Versuchen, welche zum Zwecke hatten den Einfluss der Wärme kennen zu lernen. Die Auseinandersetzung der Versuche wäre hier zu weitläuftig; das Resultat war folgendes: „Jede eingeschlossene Luftmasse geräth durch langsame Temperaturänderung in eine regelmäfsige und andauernde circulirende Bewegung; und wenn in einer solchen Luftmasse ein freischwebender Magnet sich befindet, so hält ihn der Luftstrom beständig nach einer Seite von der wahren Richtung abgelenkt, um einen Betrag, der von dem magnetischen Moment und der Form des Magnets, dann von der Stärke des Stroms abhängt." Die Temperaturänderung, welche das Verdunsten von ein Paar Tropfen Weingeist hervorbringt, reicht hin, in einer Glasglocke eine Strömung zu erzeugen, wodurch ein kleiner Magnet um 5 Minuten abgelenkt wird, und die Ablenkung nimmt so langsam ab, dafs noch nach $\frac{1}{2}$ Stunden ein merklicher Betrag vorhanden ist. Kleine Magnete haben hierin bei übrigens gleichen Umständen den Vorzug gegen schwere Stäbe, weil ihr magnetisches Moment im Verhältnifs gröfser ist.

Durch dieses Resultat war eine Erklärung der bei den magnetischen Apparaten beobachteten Differenzen gewonnen; durch den täglichen Temperaturgang mufste nehmlich in den Glasglocken eine Strömung der eingeschlossenen Luft entstehen, wodurch der Stand der Instrumente geändert wurde. Die Ursache, einmal erkannt, war leicht zu heben. Ich brachte in zweien der obigen Apparate eine Vorrichtung an, wodurch die

Digitized by Google

Magnete vor der Wirkung einer entstehenden Luftströmung geschützt wurden. Um den Erfolg zu zeigen, gebe ich hier einige am 26sten Juni gemachte Vergleichungen.

		App. I.	App. I. — App. III.
Juni 26 Morgens	7h 36′ 0″	31,0	+ 0,15
	9 4 30	32,75	— 0,05
	45	32,75	+ 0,05
	5 0	32,40	0,00
	15	32,50	+ 0,05
	30	32,80	0,00
	45	32,90	0,00
	6 0	32,70	0,00
	15	32,40	+ 0,10
	30	32,30	+ 0,10
	45	32,00	— 0,05
	7 0	31,90	0,00
	10 3 0	23,30	0,00
	11 3 0	16,40	— 0,20
Mittag	12 56 0	11,65	— 0,32
	2 57 0	10,70	— 0,40
	4 4 0	14,50	— 0,30
	5 14 0	18,45	— 0,45
	7 27 0	20,70	0,00
	9 3 0	21,30	— 0,40
	11 0	21,00	— 0,40
	16 0	20,70	— 0,40
	23 0	20,15	— 0,60
	38 0	19,75	— 0,50

Der Werth eines Theilstriches ist wie zuvor 30″. Die Differenzen, obwohl weit kleiner geworden, sind nicht gänzlich verschwunden; auch bei den sehr zahlreichen Vergleichungen, die mit andern Apparaten gemacht worden sind, traf sich's niemals, dafs eine vollkommene Uebereinstimmung statt gefunden hätte. Ich bin jedoch zu der Ueberzeugung gekommen, dafs der Grund der Abweichungen nicht mehr in der Construction der Instrumente, sondern in Localverhältnissen zu suchen sey, und bin nun beschäftiget diesen Gegenstand näher zu untersuchen.

Der Gebrauch kleiner Magnete hat mich gleich anfangs auf eine Bemerkung geführt, die ich hier noch erwähne. Die Aenderungen der erdmagnetischen Kraft (Declination sowohl als Intensität) bestehen nicht etwa in einer stetigen Zu- und Abnahme, sondern Zunahme, Abnahme, Stillstand folgen abwechselnd und in ganz kurzen Intervallen (etwa 4″ bis 15″ Zeit) auf einander. Da die Schnelligkeit, womit ein Magnet einer Aenderung der erdmagnetischen Kraft folgt, von seinem Trägheitsmoment abhängt so sieht man, dafs Stäbe von verschiedenem Trägheitsmomen nur in so fern man Mittelwerthe berücksichtiget, nicht abe wenn es sich um einzelne Stände oder um den Gang de Veränderungen handelt, absolut vergleichbare Resultat geben, ferner dafs ein Stab von beträchtlichem Trägheitsmomen nicht geeignet sey eine genaue Darstellung der magnetische Variationen zu gewähren.

Nach den vorhergehenden Erfahrungen und mit Berücksich tigung einiger anderer Erfordernisse, auf welche die fortgesetzt Beobachtung geführt hat, habe ich magnetische Apparate vo einer neuen Construction in der Werkstätte der Sternwarte aus führen lassen. Sie sind bereits einige Zeit im Gebrauche un bestehen aus

1. einem Differential-Apparat für Declination;
2. einem Differential-Apparat für Horizontal-Intensität;
3. einem absoluten Declinations-Apparat;
4. einem absoluten Horizontalintensitäts-Apparat.

Die einzelnen Apparate bestehen nicht etwa aus Theilen, di man bei der Aufstellung erst zusammensetzen und jedesma reguliren mufste. Bei der Aufstellung ist es nur nothwendi dem Instrumente eine senkrechte Lage zu geben und die Klemme welche den Magnet aperrt, zu lüsen. Die Spiegel der Diffe rential-Apparate haben eine Vertical- und Horizontal-Bewegung man kann in jedem Azimuth beobachten. Die Intensitäts-Apparat sind von der gewöhnlichen Einrichtung gänzlich verschieden Sämmtliche vier Apparate können in einem Kästchen von 4 Fufs Länge und $\frac{1}{2}$ Fufs Höhe und Breite verpackt werden.

Um ein Urtheil über die Leistung der neuen Apparate zu begründen, wäre es noch übrig, aus den vorliegenden Beobach tungsreihen diejenigen Data hervorzuheben, welche geeignet sin zu zeigen, in wie weit wiederholte Messungen mit denselben ab soluten Apparaten, und in wie weit Messungen mit verschiedene absoluten Apparaten von gleicher Construction übereinstimmen ferner bis auf welchen Grad der Genauigkeit die absoluten Wer the, zu verschiedenen Zeiten gemessen, mit den Angaben de Differential-Apparate harmoniren. Nachdem jedoch die gegen wärtige Notiz bereits so grofse Ausdehnung erlangt hat, behalte ich dieses einer künftigen Mittheilung vor, und bemerke blofs dafs die Uebereinstimmung der Resultate bei den neuen Instru menten weit gröfser ist, als ich bisher mit grofsen Stäben zu erlangen im Stande war.

Lamont.

Vermischte Nachrichten.

Herr Professor *Hansen*, Director der Sternwarte Seeberg, hat von der Königl. Astronomischen Gesellschaft in London die goldene Medaille für seine Arbeiten in der Störungstheorie erhalten.

Herr Dr. *Lehmann*, Prediger zu Derwitz bei Potsdam, hatte mir einen Aufsatz über die sehr grofsen und totalen Sonnenfinsternisse auf der Erde überhaupt (mit besonderem Bezug auf die Finsternifs im Julius dieses Jahres) gesandt, der, so interessant er war, doch wegen seiner Ausdehnung nicht wohl in diesen Blättern erscheinen konnte. Er würde etwa 11 Nummern eingenommen haben. Unter diesen Umständen entschlofs sich mein Freund, der Herr *Mauke* in Hamburg, ihn als besonderes Werk, und zugleich als Supplementband der Astronomischen Nachrichten drucken zu lassen. Er wird vor dem Ende des Maimonats ausgegeben werden, und ich ersuche alle meine Leser, die ihn zeitig zu erhalten wünschen, schon jetzt ihre Bestellungen bei der Buchhandlung der Herren *Perthes-Besser* und *Mauke* zu machen.

Ich benutze diese Gelegenheit, um diejenigen meiner Herren Correspondenten, denen ich angezeigt haben kann, dafs die Theoria Motuum Corporum Coelestium von *Gauss* nicht mehr im Buchhandel sei, zu benachrichtigen, dafs diese Anzeige auf einem Mifsverständnisse, an dem ich keinen Theil hatte, beruhete und dafs noch immer Exemplare dieses classischen Werkes zu haben sind.

Eine astronomische Pendeluhr mit Rostpendel, die halbe Secunden schlägt, von *Liebherr*, ist bei der Demoiselle *Wilhelmine Landre* in Lübeck auf dem Kaufberge (in dem Hotel Stadt Wismar) für Ct. $\frac{3}{4}$ 250. (etwas über 31 Ducaten) zu haben.

S.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 445.

Ueber die Sonnenflecken im Jahre 1841.

Von Herrn Hofrath *Schwabe*.

Ich konnte die Sonne an 283 Tagen beobachten und 102 Fleckengruppen darauf bemerken. Januar 21, 22, 23, 24, 25, März 1, 5, 23, Juli 27, 29, 30, September 28, November 19, 23, Decbr. 20, mithin an 15 Tagen war sie vollkommen fleckenfrei.

Im Januar, Februar, Juli, August, September, October und November zeigten sich die wenigsten Flecken, die, ungeachtet ihrer Kleinheit, doch ziemlich beständig waren. In dieser Zeit war auch die Fleckenbildung überhaupt am trägsten, so daß die vorhandenen Flecken sich nur wenig oder gar nicht vermehrten. Am 2ten, 3ten, 4ten und 5ten Dec. zeigten sich die Sonnenwolken in großer Thätigkeit, indem mehrere Flecken-Gruppen schnell entstanden, daher in diesen Tagen die Soune daran am reichhaltigsten erschien und 5 Gruppen zu gleicher Zeit sichtbar waren. Die Gruppen selbst besaßen keine ausgezeichnete Größe und Reichhaltigkeit. Die behoften Kernflecken waren meistens nur von mittlerer Größe und kein einziger erreichte eine solche Ausdehnung, daß er mit unbewaffnetem Auge gesehen werden konnte. Die an Flecken reichhaltigsten Gruppen waren im April den 7ten, 8ten, 9ten, 10ten, 11ten, im Mai den 4ten, 5ten, 6ten, 7ten, 8ten, 9ten, 29sten, 30sten, 31sten, im September den 18ten, 19ten, 20sten, 21sten und im December den 28sten sichtbar.

Auch in diesem Jahre war die schon oft bemerkte Erscheinung sehr augenfällig; 1) daß die westlichsten Flecken der Gruppen sich zuerst aufzulösen anfangen; 2) daß im östlichen Theile der Gruppen die meisten neuen Flecken aufangen; 3) daß auf der östlichen Seite neben großen behoften Kernflecken sich die meisten Nebenpunkte zeigen und 4) daß die kleinen Flecken und Punkte gewöhnlich paarweise stehen.

Die Oberfläche der Sonne zeigte sich am 15ten September 7h M. mit seltener Deutlichkeit, und ich bemerkte mit dem 6f. F. 64mal. Vergr., vorzüglich in dem Gürtel, worin die Flecken entstehen, dicht gedrängte, sehr feine, kleine, mattgraue, fettige Adern mit unzähligen dazwischen liegenden Poren. An diesem Tage waren nur drei behofte Kernflecke mittlerer Größe, und fast kein geballtes Lichtgewölk vorhanden.

Es ist gewiß sehr merkwürdig, daß die Fleckengruppe, welche im vorigen Jahre zehn Sonnen-Rotationen hindurch beobachtet wurde, auch in diesem Jahre achtmal wiederkehrte; sie scheint mithin einem Orte anzugehören, der die Sonnenflecken am häufigsten hervorzubringen vermag und deshalb besondere Beachtung verdient. Nachdem sich der Himmel erst am 4ten Januar aufgeheitert hatte, bemerkte ich nämlich an diesem Tage zwei Punkte, welche jedoch so weit vom östlichen Sonnenrande entfernt standen, daß sie schon am 3ten Januar eingetreten sein mußten; da nun der letzte Eintritt der oft wiedergekehrten Gruppe im Jahre 1840 am 7ten December geschah, und der Eintrittsort ebenfalls aufs genaueste übereinstimmt, so kann kein Zweifel über die Einerleiheit beider Gruppen obwalten. Zwischen dem 10ten und 11ten Januar 1841 standen die beiden erwähnten Punkte ungefähr in der Mitte ihrer Bahn, sie lösten sich dann aber bald, noch vor ihrem Austritte, auf. Zwei Sonnen-Rotationen hindurch blieb diese Gruppe unsichtbar, aber am 26sten März wurde sie zum zweitenmal als ein Punkt sichtbar, der nach seiner Lage schon am 25sten eingetreten sein mußte, wo aber des trüben Himmels wegen keine Beobachtung gemacht werden konnte. Noch am 28sten März war dieser Punkt vorhanden, jedoch am 31sten, wo erst wieder beobachtet werden konnte, aufgelöst. Die Gruppe blieb nun vier Sonnen-Rotationen aus und obgleich sie der Berechnung nach schon am 7ten oder 8ten August eintreten mußte, so fand ich sie doch erst am 9ten als einen Punkt, der schon so weit vom östlichen Sonnenrand entfernt stand, daß er zur gehörigen Zeit und zum drittenmal eingetreten war. Zwischen dem 14ten und 15ten August erreichte er die Mitte seiner Bahn und trat zwischen dem 20sten und 21sten am westlichen Sonnenrande aus, ohne wesentliche Veränderungen erlitten zu haben, obgleich südlich von ihm sich eine größere Gruppe gebildet hatte. Am 4ten September trat die Gruppe zum viertenmale als ein ziemlich großer behofter Kernflecken ein, hatte am 10ten ungefähr die Mitte seiner Bahn erlangt und trat zwischen dem 16ten und 17ten aus, nachdem sich ein Nebenpunkt gebildet hatte. Vom 29sten Septbr. bis 1sten Octbr. trat sie zum fünftenmal als eine große und zahlreiche Gruppe ein, die aus vier ziemlich großen behoften Kernflecken und mehreren Punkten bestand; am 8ten, 4ten, 5ten und 6ten Octbr. ward die Sonne nicht sichtbar und am 7ten fand ich die Gruppe aus 4 kleinen unregelmäßig behoften Kernflecken bestehend,

Digitized by Google

am 10ten bestand sie nur noch aus wenigen Punkten und am 11ten war sie verschwunden. Den 28sten October erschien am Eintrittsort der Gruppe viel aderförmiges und geballtes Lichtgewölk mit einigen feinen Punkten und am 30sten konnte ich drei grosse Kernflecken mit Nebel erkennen, die Gruppe war nun zum sechstenmal eingetreten. Am 4ten November hatte sie die Mitte ihrer Bahn erreicht und bildete zwei regelmäßig behofte Kernflecken, mehrere kleine freie Kernflecken und Punkte und muſs am 10ten ausgetreten sein, da ich sie am 9ten als einen ziemlich groſsen behoften Kernflecken sah, am 11ten aber ausgetreten fand. Am 25sten November sah ich die Gruppe zum siebentenmal als einen behoften Kernflecken eingetreten, er stand jedoch vom Sonnenrand entfernt, so daſs sein Eintritt schon am 24sten erfolgt sein muſste, wo aber der dick bewölkte Himmel keine Beobachtung zuliefs; am 1sten Decbr. stand er in der Mitte seiner Bahn, am 7ten dicht am Westrand der Sonne und am 8ten war er ausgetreten. Den 21sten und 22sten Decbr. wurde die Sonne nicht sichtbar, am 23sten aber war die Gruppe zum achten und letztenmal eingetreten, stand schon vom südlichen Sonnenrand entfernt und bildete drei behofte Kernflecken mit einigen dazwischen befindlichen Punkten; zwischen dem 27sten und 28sten befand sie sich in der Mitte ihrer Bahn, ihr Austritt aber konnte wegen Wolken nicht beobachtet werden. Nach meinem Verzeichnisse hat diese Gruppe nach ihren Eintritten die Nummer 2, 23, 68, 78, 85, 90, 94 und 102 erhalten.

Noch einige andere Gruppen hielten mehr als eine Sonnenrotation aus, von denen nach meinem Verzeichnisse Nr. 1, 3 und 4 zweimal, Nr. 10 dreimal, Nr. 14 zweimal, Nr. 25 fünfmal, Nr. 33 viermal und Nr. 72 dreimal eintreten.

Die sogenannten Lichtflocken bei der Sonne bemerkte ich nur an zwei Tagen, nämlich den 7ten Mai und den 18ten Juli. Am ersten Tage erschienen sie in ungeheurer noch nie gesehener Menge von Mittag bis gegen fünf Uhr Abends fast ohne Unterbrechung, sie waren eben so scharf und deutlich, wenn das Okular des Fernrohrs für die Sonne gestellt, als wenn es beträchtlich weit herausgezogen war. Weit von der Sonne und ohne Sonnenglas konnte ich keine wahrnehmen. Am zweiten Tage bemerkte ich nur einige wenige, die in Absätzen durch das Feld des Fernrohrs flogen.

Dessau den 10ten Januar 1842.

S. Heinrich Schwabe.

Schreiben des Herrn *Rümker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber.

Hamburg 1842. Januar 28

Hier folgt nach lange bewölktem Himmel die erste Sternbedeckung.

		R.	*W'ger.*
1842 Jan. 23.	Eintr. 125 Tauri	8h 29′ 27″03	8h 29′ 27″1 MZ.

Besonders der Anfang der Mondfinsterniſs am 26sten Januar war hier unter ungünstigen Umständen zu beobachten. Jedoch glaube ich, daſs mir die folgenden Beobachtungen ziemlich gelungen sind.

Eintritte.

Nr.			
4	Kepler *)	5h 5′ 44″	M.Z.
11	Copernicus	5 20 17	
18	Archimed	5 22 43	
5	Gassendi	5 25 43	
22	Eudoxus	5 27 30	
23	Aristoteles	5 27 30	
14	Bullialdi	5 32 34	
24	Manilius	5 33 54	
26	Hermes	5 34 16	
13	Capuanus	5 34 34	
25?	Menelaus	5 37 7	
25?	Menelaus	5 40 30	
29	Plinius	5 44 42	

*) Aristarch?

Nr. 20	Pitatus	5h 45′ 41″	M.Z.
28	Dionisius	5 52 25	
32	Prom. ac. Ceo.	5 54 28	
30	Theophilus	6 1 23	
38	Petavius	6 12 7	

Austritte.

13	Capuanus	6 35 4	
20	Pitatus	6 40 12	
5	Gassendi	6 42 32	
1	Grimaldus	6 45 47	
14	Bullialdus	6 48 27	
4	Kepler	7 3 41	
	Anon.	7 5 1	
3	Aristarchus	7 7 45	
10	Heinsius	7 9 50	
11	Copernicus	7 10 56	
19	Ins. sin. med.	7 17 0	
30	Theophil.	7 17 19	
28	Dionisius	7 22 27	
8	Heraclides	7 22 58	
24	Manilius	7 25 14	
32	Promont. acut.	7 25 14	
12	Helicon	7 26 20	
18	Archimed.	7 28 40	
26	Menelaus	7 29 00	
17	Plato	7 31 57	

Digitized by Google

Nr. 29	Plinius	7h 32′ 1″ M.Z.
40	Tarunt	7 35 11
23	Aristot.	7 36 29
22	Eudoxus	7 37 1
17	Plato	7 40 47
35	Proclus	7 41 55
	Anon.	7h 46′ 13″ M.Z.
Nr. 26	Hermes	7 47 28
37	Soellius	4 49 19
	Ende	7 50 4

C. Rümker.

Fehler in *Burckhardts* Mondstafeln.

Von Herrn *Thomas Clausen.*

Längengleichungen.

Arg.	statt	lese
0	33″9	33″8
1	15,1	15,2
2	46,7	46,6
3	44,2	44,1
4	29,7	29,8
5	53,1	53,2
6	4,7	4,8
7	15,2	15,2
8	26,9	26,8
9	50,3	50,2
10	35,8	35,9
11	33,3	33,4
12	4,9	4,8
13	46,1	46,2
5		
0	34,1	34,0
0	5,9	5,0
6		
0	32,7	32,6
0	27,3	27,4
8		
0	10,1	10,0
9		
0	14,7	14,6
0	56,6	56,7
0	8,5	8,5
0	31,4	31,5
0	43,4	43,3
0	25,3	25,4
10		
0	6,7	6,6
0	8,3	8,2
0	11,3	11,2
0	12,6	12,7
0	11,1	11,2
0	8,9	8,8
0	7,4	7,3
0	8,7	8,8
0	11,7	11,8
0	13,3	13,4
11		
0	17,9	17,8
0	18,6	18,5
0	7,2	7,1
0	5,8	5,9
0	5,0	4,9

Arg.	statt	lese
11		
580	15″0	15″1
670	14,2	14,1
690	12,8	12,9
840	1,4	1,5
910	2,1	2,2
13		
340	4,4	4,5
470	16,5	16,6
530	23,5	23,4
660	35,5	35,5
14		
380	11,7	11,6
620	28,3	28,4
16		
290	33,2	33,3
370	30,1	30,0
400	28,0	28,1
600	12,0	11,9
630	9,9	10,0
710	6,8	6,7
19		
370	1,7	1,6
430	3,1	3,0
570	6,9	7,0
630	8,3	8,4
20		
040	13,5	13,6
060	15,0	15,1
110	17,2	17,3
140	17,2	17,3
190	15,0	15,1
210	13,5	13,6
290	6,5	6,4
310	5,0	4,9
360	2,8	2,7
390	2,8	2,7
440	5,0	4,9
460	6,5	6,4
30		
10	4,8	4,7
12	4,7	4,6
14	4,6	4,5
16	4,5	4,4
18	4,4	4,3
36	3,7	3,8
40	3,9	4,0
60	6,1	6,0

Arg.	statt	lese
30		
64	6″3	6″2
74	6,2	6,1
84	5,5	5,6
86	5,4	5,5
88	5,3	5,4
90	5,2	5,3
92	5,1	5,2
96	5,0	5,1
31		
02	5,0	5,1
06	5,1	5,2
10	5,2	5,3

Arg.	statt	lese
31		
18	5″5	5″6
35	5,9	5,8
38	5,8	5,7
44	5,5	5,4
56	4,5	4,6
62	4,2	4,3
64	4,1	4,2
82	4,5	4,4
84	4,6	4,5
90	4,8	4,7
94	4,9	4,8
98	5,0	4,9

Die Tafel XVI Equation 32 ist berechnet $-6''9$ *sin suppl.* Ω. In der Aufzählung sämmtlicher Gleichungen in der Vorrede steht sie $-7''0$ *sin suppl.* Ω.

Evection.

		statt	lese
O	21°	13″0	13″1
	27	59,4	59,5
I.	5	41,1	41,2
	15	26,6	26,7
II.	20	24,4	24,3
III.	7	41,0	40,9
	10	0,2	0,0
	20	11,6	11,7
IV.	2	40,4	40,3
	15	30,2	30,1
V.	5	32,2	32,1
VI.	25	27″8	27″9
VII.	24	29,8	29,9
	28	19,6	19,7
VIII.	10	48,4	48,3
	20	59,8	60,0
	23	19,0	19,1
IX.	10	35,5	35,7
X.	14	33,4	33,3
	25	18,9	18,8
XI	3	0,0	0,1
	9	47,0	46,9

Equation du Centre.

		statt	lese
O	3° 0′	15″0	15″1
	3 20	35,6	35,5
	4 0	19,4	19,3
	6 50	17,5	17,4
	9 40	6,9	6,8
	10 20	45,0	45,1
	14 10	9,2	9,3
	14 20	17,4	17,5
	16 30	58,1	58,2
	18 30	20,4	20,5
	19 20	51,4	51,5
	21 30	2,2	2,1
	23 40	57,5	57,4
	24 50	20,3	20,4
	27 50	55,4	55,5
O	29° 50′	58″4	58″5
I.	2 50	29,9	30,0
	3 0	27,1	27,2
	4 10	3,9	3,8
	6 20	2,9	2,8
	10 20	6,5	6,6
	14 20	42,4	42,3
	14 30	29,4	29,3
	15 0	49,8	49,4
	18 30	27,6	27,5
	22 30	47,1	47,0
	25 0	39,8	39,9
	26 20	49,2	49,3
	28 50	6,2	6,1
II.	0 20	44,0	44,1

Digitized by Google

		statt	lies
II.	1° 10′	11″8	11″9
	2 50	53,1	53,2
	4 20	49,9	50,0
	5 20	19,1	19,2
	6 0	54,7	54,8
	9 30	25,7	25,6
	10 30	18,7	18,6
	17 50	31,7	31,6
	21 0	58,9	59,0
	21 10	4,7	4,8
	21 20	10,3	10,4
	22 10	35,8	35,4
	24 0	13,6	13,5
	28 0	15,6	15,5
	29 30	47,9	47,8
III.	0 30	20,9	20,8
	4 30	25,2	25,3
	5 20	35,3	35,2
	8 10	10,8	10,9
	9 10	46,3	46,2
	11 10	37,8	37,7
	11 30	3,9	3,8
	12 10	54,0	53,9
	12 20	36,1	36,0
	12 30	18,0	17,9
	13 0	22,7	22,6
	14 20	47,6	47,6
	16 30	22,9	22,8
	17 20	18,6	18,7
	18 10	20,9	21,0
	18 40	8,3	8,4
	20 30	29,6	29,5
	20 40	3,3	3,2
	20 50	36,8	36,7
	21 0	10,2	10,1
	21 10	43,4	43,3
	21 20	16,4	16,3
	23 40	42,1	42,2
	26 10	5,9	6,0
	27 50	42,8	42,9
	28 10	35,4	35,5
	28 40	55,8	55,7
	28 50	22,0	21,9
	29 0	48,0	47,9
	29 50	58,7	58,6
IV.	4 20	24,5	24,4
	7 0	60,3	60,2
	8 20	20,6	20,7
	15 50	1,6	1,4
	16 50	17,3	17,4
	18 30	16,3	16,4
	19 20	10,4	10,5
	19 30	21,1	21,2
	20 30	23,4	23,3
	22 20	8,1	8,2
	26 0	4,0	4,1
	27 40	10,0	10,1
	28 10	25,3	25,2
V.	5 10	32,0	32,1
	7 40	9,2	9,1

		statt	lies
V.	7° 60′	11″2	11″1
	12 0	43,9	44,0
	12 20	45,2	45,3
	14 30	49,5	49,4
	16 30	47,4	47,3
	22 0	18,1	18,2
	24 50	53,6	53,4
	25 0	51,9	51,8
	25 10	50,3	50,2
	26 10	40,3	40,4
	29 0	10,8	10,7
VI.	1 0	49,2	49,3
	3 0	28,1	28,2
	3 50	19,7	19,6
	4 50	9,7	9,8
	5 0	8,1	8,2
	5 10	6,5	6,6
	8 0	41,9	41,8
	13 30	12,6	12,7
	16 30	10,6	10,6
	17 40	14,8	14,7
	18 0	16,1	16,0
	22 10	48,8	48,9
	22 20	50,8	50,9
	24 50	28,0	27,9
VII.	1 50	31,7	31,8
	2 20	50,0	49,9
	3 0	15,4	15,3
	4 0	66,0	65,9
	7 40	51,9	51,8
	9 30	36,5	36,7
	10 30	38,8	38,8
	10 40	49,6	49,5
	11 30	44,7	44,5
	13 10	42,7	42,6
	14 10	58,5	58,6
	21 40	39,4	39,3
	23 0	9,7	9,8
	25 40	35,5	35,6
VIII	0 10	4,3	4,4
	1 0	12,0	12,1
	1 10	38,0	38,1
	1 20	4,2	4,3
	1 50	23,6	23,6
	2 10	11,7	11,8
	3 50	54,1	54,0
	6 20	17,9	17,8
	8 40	43,6	43,7
	8 50	16,6	16,7
	9 0	49,8	49,9
	9 10	23,2	23,3
	9 20	56,7	56,8
	9 30	30,4	30,5
	11 20	61,7	61,6
	11 60	39,1	39,0
	12 40	41,4	41,3
	14 30	37,1	37,2
	15 40	12,8	12,4
	17 0	37,3	37,4
	17 30	42,0	42,1

		statt	lies
VIII	17° 40′	23″9	24″0
	17 50	6,0	6,1
	18 30	56,1	56,2
	18 60	22,2	22,3
	20 60	13,7	13,8
	21 50	49,2	49,1
	24 40	24,7	24,8
	25 30	34,8	34,7
	29 30	39,1	39,2
IX.	0 30	12,1	12,2
	1 50	46,7	46,8
	2 0	44,4	44,5
	6 0	46,4	46,5
	7 50	24,5	24,6
	8 40	49,7	49,6
	8 50	56,3	65,2
	9 0	1,1	1,0
	12 10	28,3	28,4
	19 30	41,3	41,4
	20 30	34,3	34,4
	24 0	5,3	5,2
	24 40	40,9	40,8
	25 40	10,1	10,0
	27 10	6,9	6,8
	28 60	48,2	48,1
	29 40	16,0	15,9
X.	1 10	53,6	53,9
	3 40	10,8	10,7
	4 0	20,2	20,1
	7 30	12,9	13,0
	11 30	32,4	32,5
	15 0	10,7	10,6
	15 30	30,5	30,7
	16 40	17,6	17,7
	19 40	53,6	53,4
	23 40	57,1	57,2
	25 50	55,1	55,2
	27 0	32,9	32,8
	27 10	30,1	30,0
XI.	0 10	1,6	1,5
	2 10	4,6	4,5
	5 10	39,7	39,6
	6 20	2,5	2,6
	8 30	57,8	67,9
	10 40	5,6	5,5
	11 30	39,6	39,5
	13 30	1,9	1,8
	15 40	42,6	42,5
	15 50	50,8	50,7
	19 40	15,0	14,9
	20 20	53,1	53,2
	20 60	22,2	22,3
	21 0	31,9	32,0
	21 10	41,8	41,9

Breitengleichungen.

Distance polaire.

III.	3° 0′	41″5	41″4
	6 10	31,5	31,4
	5 50	52,1	52,2

		statt	lies
XI.	23° 10′	42″5	42″6
	26 10	51,4	51,3
	26 20	2,1	2,0
	26 30	12,8	12,7
	26 60	34,3	34,2
	27 0	45,1	44,9
	27 10	55,8	55,7
	27 20	6,6	6,5

Variation.

O	23°	2″3	2″2
I.	8	26,4	26,5
	14	14,6	14,8
	19	44,2	44,3
II.	6	27,2	27,3
	15	40,9	40,8
	24	16,1	16,2
	27	36,2	36,3
III.	12	34,5	34,6
	22	28,6	28,6
	25	58,8	58,7
IV.	6	33,1	33,0
V.	3	8,4	8,3
	13	22,0	22,1
	19	10,8	10,7
	20	22,9	22,8
	23	4,5	4,4
VI.	7	55,5	55,6
	10	37,1	37,2
	11	49,2	49,3
	17	38,0	37,9
	27	51,6	51,7
VII.	24	26,0	27,0
VIII.	5	1,2	1,3
	8	31,5	31,4
	18	25,5	25,4
IX.	3	23,8	23,7
	6	43,9	43,8
	15	19,1	19,2
	24	32,8	32,7
X	11	15,8	15,7
	16	45,2	45,1
	22	33,6	33,5
XI.	7	57,7	57,8

Reduction.

I.	6	28″2	28″0
	7	23,9	23,8
	23	23,9	23,8
	24	28,2	28,0
IV.	6	31,8	32,0
	7	36,1	36,2
	23	36,1	36,2
	24	31,8	32,0

III.	7° 30′	54″8	54,9
	8 20	32,0	32,1
	8 30	39,9	40,0
	9 30	30,6	30,7

Digitized by Google

			statt	lies
III.	10°	10′	7″5	7″6
	10	20	17,1	17,2
	10	40	36,8	36,9
	11	0	57,1	57,2
	17	20	19,1	19,2
	19	10	25,1	25,2
	19	20	42,9	43,0
	22	40	9,8	9,9
	22	50	30,7	30,8
	23	10	13,0	12,9
	23	20	34,3	34,2
	23	50	39,1	39,0
	24	0	1,0	0,9
	26	50	34,8	34,7
IV.	4	10	39,0	39,1
	7	20	37,9	37,8
	7	50	16,5	16,6
	11	0	7,1	7,2
	11	20	18,1	18,2
	13	0	20,1	20,2
	14	50	11,6	11,5
	17	20	54,1	54,0
	18	0	33,4	33,5
	19	20	57,3	57,2
	24	30	51,9	51,8
	24	40	35,8	35,7
	27	50	46,9	46,8
	28	30	49,8	49,9
	28	40	35,7	35,9
	28	50	21,7	21,9
	29	0	7,8	8,1
	29	10	54,0	54,3
	29	20	40,4	40,6
	29	30	26,9	27,0
V.	0	10	33,3	33,2
	2	0	11,8	11,9
	2	30	54,8	54,9
	2	40	22,6	22,7
	6	0	33,4	33,3
	12	10	33,3	33,4
	12	50	58,8	58,7
	15	10	3,1	3,2
	16	40	53,0	53,1
	17	10	30,4	30,3
	17	20	22,9	22,8
	17	40	8,0	7,9
	17	50	0,6	0,5
	23	40	59,0	59,1
	23	50	52,5	52,6
	24	0	46,0	46,1
	24	20	33,1	33,2
	27	40	26,7	26,8
	29	30	18,6	18,5
VI.	0	30	41,4	41,5
	2	20	33,3	33,2
	5	40	26,9	26,8

			statt	lese
VI.	6°	0′	14″0	13″9
	6	10	7,5	7,4
	6	20	1,0	0,9
	12	10	59,4	59,5
	12	20	52,0	52,1
	12	40	37,1	37,2
	12	50	29,6	29,7
	13	20	7,0	6,9
	14	50	56,9	56,8
	17	10	1,2	1,3
	17	50	26,7	26,6
	24	0	26,6	26,7
	27	20	37,4	37,3
	27	30	25,2	25,1
	28	0	48,2	48,1
	29	50	26,7	26,8
VII.	0	30	33,1	33,0
	0	40	19,6	19,4
	0	50	6,0	5,7
	1	0	52,2	51,9
	1	10	38,3	38,1
	1	20	24,3	24,1
	1	30	10,2	10,1
	2	10	13,1	13,2
	5	20	24,2	24,3
	5	30	8,1	8,2
	10	40	2,7	2,8
	12	0	26,6	26,5
	12	40	5,9	6,0
	15	10	48,4	48,5
	17	0	39,9	39,8
	18	40	41,9	41,8
	19	0	52,9	52,8
	22	10	43,5	43,4
	22	40	22,1	22,2
	25	50	21,0	20,9
VIII.	3	10	25,2	25,3
	6	0	59,0	59,1
	6	10	20,9	21,0
	6	40	25,7	25,8
	6	50	47,0	47,1
	7	10	29,3	29,2
	7	20	50,2	50,1
	10	40	17,1	17,0
	10	50	34,9	34,8
	12	40	40,9	40,8
	19	0	2,9	2,8
	19	20	23,2	23,1
	19	40	42,9	42,8
	19	50	52,5	52,4
	20	30	29,4	29,3
	21	30	20,1	20,0
	21	40	28,0	27,9
	22	30	5,2	5,1
	24	10	7,9	7,8
	24	50	28 5	28,6
	27	0	18,5	18,6

Equ. II. de la distance polaire.

		statt	lese
III.	26°	7″0	7″1
	27	11,1	11,2
IV.	0	24,4	24,3
	8	5,4	5,3
	21	28,8	28,9
VII.	9	31,2	31,1
	22	54,6	54,7
VIII.	0	35,6	35,7
	3	48,9	48,8
	4	53,0	52,9

Tab. XXV.

Arg. 20 Long.

430	8″8	8″7
570	21,2	21,3

VI.

260	6,2	6,1
740	53,8	53,9

VII.

260	2,7	2,6
740	47,3	47,4

	statt	lese
VIII.		
300	24″7	24″6
330	23,8	23,9
670	6,2	6,1
700	5,3	5,4
IX.		
330	6,4	6,3
670	53,6	53,7
X.		
270	1,0	0,9
300	1,2	1,1
390	2,8	2,7
610	9,2	9,3
700	10,8	10,9
730	11,0	11,1
XII.		
320	2,2	2,3
680	31,8	31,7

Parallaxengleichungen.

Parall. aequat.

		statt	lese
O	26°	34″4	34″5
I.	1	25,0	25,1
	12	59,8	59,7
	14	54,6	54,5
	26	20,2	20,3
II.	20	2,7	2,6
	28	36,4	36,3
	29	33,1	33,0
V.	10	51,9	51,8

Evect.

O	5	20,6	20,7
	20	18,4	18,5
	25	17,1	17,2
I.	9	12,2	12,1
	24	4,8	4,9
II.	4	59,2	59,1
	5	58,6	58,5
III.	5	39,4	39,3
	26	26,3	26,4
V.	7	8,8	8,9

Variat.

		statt	lese
O	21°	48″8	48″7
	23	47,4	47,5
II.	10	9,2	9,3
	15	6,7	6,8
III.	1	3,8	3,7
	12	6,3	6,4
	19	9,8	9,9
IV.	26	40,8	40,7
V.	26	56,8	56,7

Equat. 1.

15	0,1	0,2

Equat. 9.

15	1,3	1,2
30	0,4	0,3
45	3,2	3,3

Equat. 13.

24	1,0	1,1

Beim Gebrauche der Tafeln fand ich an mehrern Stellen Fehler von 0″2; diesea veranlafste mich, fast sämmtliche Tafeln genau nachzurechnen. Die Differenzen, die ich gefunden habe, setze ich alle her, obgleich die meisten fast ganz aufser Acht gelassen werden könnten.

Ich bemerke noch bei dieser Gelegenheit, dafs die Gleichung von langer Periode mit einem Argumente, das in der Theorie nicht existirt, eingeführt ist.

Thomas Clausen.

Digitized by Google

Suite des observations faites à l'Observatoire Impérial de Vilna, pendant l'année 1836 n. s.

Par Mr. *Slawinsky*.

Cérès

Position des étoiles de comparaison.

Pour 1836.	Noms des étoiles.			Asc. droite app.	Décl. appar.	Pour 1836.	Noms des étoiles.			Asc. droite app.	Décl. appar.
28 Août	2850—108	Aquar. A^{a}	6	$23^{h}42'55''0$	$-19°48'56''0$	17 Sept.	2836—107	Aquar. A^{4}	6	$23^{h}37'32''1$	$-19°35'6''1$
7 Sept.	——	——		55,2	56,3	27 ——	2764—88	Aquar. c^{a}	4.5	0 44,7	—22 3 19,9
17 ——	——	——		55,3	55,8	7 Octbr.	——	——		44,6	20,9
28 Août	2874—2	Ceti g	4	55 22,7	—18 14 31,7	17 ——				44,6	22,1
7 Sept.				22,9	31,8	27 Sept.	2810—101	Aquar. b^{4}	5	24 44,3	—21 48 53,0
	2836—107	Aquar. A^{4}.	6	37 32,0	—19 35 5,6	7 Octbr.	——	——		44,3	55,4

Position de la Planète Cérès.

Jour de l'observation.	Tems moyen du passage au méridien.	Ascension droite appar. Berl. Astron. Jahrb. für 1836.	Observée.	Différ.	Déclin. appar. Berl. Astron. Jahrb. für 1836.	Observée.	Différ.
1836.							
2 Sept.	$12^{h}47'49''1$	$23^{h}36'18''84$	$23^{h}36'17''88$	+ 0''95	—19°50'49''1	—19°50'56''3	— 7''2
5 ——	38 36,3	33 53,76	33 52,47	+ 1,29	—20 8 34,5	—20 8 43,1	— 8,6
7 ——	24 5,6	32 14,91	32 13,32	+ 1,59	19 49,2	19 59,7	—10,5
10 ——	9 46,3	29 44,55	29 43,27	+ 1,28	35 40,0	35 51,9	—11,9
11 ——	5 1,8	28 54,15	28 52,61	+ 1,54	40 38,9	40 46,4	— 7,5
13 ——	11 55 29,3	27 12,99	27 11,65	+ 1,34	50 9,2	50 19,3	—10,1
14 ——	50 43,6	26 22,48	26 21,57	+ 0,91	54 41,4	54 50,6	— 9,2
16 ——	41 11,0	24 41,80	24 40,66	+ 1,14	—21 3 8,0	—21 3 19,6	—11,6
17 ——	36 25,0	23 51,74	23 50,40	+ 1,34	7 6,3	7 14,3	— 8,0
28 ——	10 44 39,9		15 18,84			38 7,7	
30 ——	35 21,6		13 52,14			41 7,1	
6 Octbr.	7 40,0		9 45,30			45 11,6	
7 ——	3 8,1		9,29			16,8	
8 ——	9 58 36,9		8 33,85			0,9	
9 ——	54 7,6		0,38			44 32,2	

Junon.

Position des étoiles de comparaison.

Pour 1836.	Noms des étoiles.			Asc. droite app.	Décl. appar.	Pour 1836.	Noms des étoiles.			Asc. droite app.	Décl. appar.
11 Janvier	812—12	Monoc er.	6	$6^{h}23'37''5$	+ 4°55' 6''8	20 Février	752—56	Orionis C	6	$5^{h}56'18''4$	+ 4° 9'41''3
21 ——	——	——		37,5	6,0	10 ——	785—75	Orionis I	6	6 8 4,8	+ 9 59 45,8
31 ——	——	——		37,5	5,3	20 ——	——	——		4,8	45,6
11 ——	887—22	Monoc er m	4.5	7 3 30,0	— 0 13 34,0	1 Mars	——	——		4,6	45,5
21 ——	——	——		30,0	35,2	11 ——	——	——		4,4	45,5
31 ——	——	——		30,0	36,4	1 ——	794—8	Monoc er b	5.6	15 4,7	+ 4 40 18,4
10 Février	752—66	Orionis C	6	5 56 18,6	+ 4 9 41,7	11 ——	——	——		4,6	18,3

Position de la Planète Junon.

Jour de l'observation.	Tems moyen du passage au méridien.	Ascension droite appar. Berl. Astron. Jahrb. für 1836.	Observée.	Différ.	Déclin. appar. Berl. Astron. Jahrb. für 1836.	Observée.	Différ.
1836.							
11 Janvier	$11^{h}7'17''5$	$6^{h}28'56''18$	$6^{h}28'59''27$	— 3''09	+ 1°32'16''6	+ 1°32'36''7	— 20''1
22 ——	10 16 53,0	21 45,17	21 48,49	— 3,32	+ 3 6 39,9	+ 3 6 5,1	— 25,2
14 Février	8 42 43,1		18 4,33			+ 5 55 49,2	
10 Mars	7 17 47,6		31 28,59			+10 40 52,6	

Digitized by Google

Pallas.

Position des étoiles de comparaison.

Pour 1836.	Noms des étoiles.		Asc. droite app.	Décl. appar.
8 Août	2479—16 Delphini χ	6	20h 47′ 50″9	+11° 56′ 53″4
18 —	— —		50,9	55,1
28 —	— —		50,9	56,6
18 —	2515—7 Equulei δ	4,5	21 6 31,9	+ 9 21 3,2
28 —	— —		31,9	4,6
— —	2495—2 Equulei λ	6	20 54 9,8	+ 6 32 36,3

Pour 1836.	Noms des étoiles		Asc. droite app.	Décl. appar.
7 Sept.	2495—2 Equulei λ	6	20h 54′ 9″8	+ 6° 32′ 37″2
17 —	— —		9,7	38,0
18 Août	2510—5 Equulei γ	5	21 2 24,2	+ 9 28 41,5
28 —	— —		24,2	42,9
7 Sept.	— —		24,1	44,0

Position de la Planète Pallas.

Jour de l'observation.	Tems moyen du passage au méridien.	Ascension droite appar. Berl. Astron. Jahrb. für 1836.	Ascension droite appar. Observée.	Différ.	Déclin. appar. Berl. Astron. Jahrb. für 1836.	Déclin. appar. Observée.	Différ.
1836.							
15 Août	11h 22′ 34″0	20h 59′ 53″29	20h 59′ 50″79	+ 2″50	+11° 32′ 30″5	+11° 31′ 59″0	+ 31″5
19 —	3 51,5	56 54,41	56 51,43	+ 2,98	+10 51 59,7	+10 51 29,6	+ 30,1
26 —	10 31 29,0		51 59,60			+ 9 34 34,4	
28 —	22 19,3		50 41,45			11 37,3	
30 —	13 13,5		49 27,24			+ 8 48 12,5	
31 —	8 53,1		48 52,68			35 27,4	
2 Sept.	9 59 43,0		47 44,21			12 29,6	
5 —	46 17,3		46 5,93			+ 7 36 18,4	
6 —	41 52,2		45 36,66			24 11,1	
11 —	19 59,5		43 23,16			+ 6 22 59,3	

Vesta.

Position des étoiles de comparaison.

Pour 1836.	Noms des étoiles.		Asc. droite app.	Décl. appar.
11 Mars	1392—9 Virginis o	4,5	11h 56′ 52″2	+ 9° 38′ 32″5
21 —	— —		52,3	32,6
11 —	1440—19 Virginis	6	12 22 14,5	+10 37 30,7
21 —	— —		14,6	29,7
— —	1375—94 Leonis β	2,3	11 40 42,4	+15 29 18,9
31 —	— —		42,4	19,5
10 Avril	— —		42,4	20,3
20 —	— —		42,3	21,2
30 —	— —		42,3	22,7
10 Mai	— —		42,2	23,1
21 Mars	1409—6 Comæ Ber.	5	12 7 41,1	48 43,2
31 —	— —		41,2	43,9

Pour 1836.	Noms des étoiles.		Asc. droite app.	Décl. appar.
10 Avril	1409—6 Comæ Ber.	5	12h 7′ 41″2	+15° 48′ 44″7
30 —	1349—85 Leonis	6	11 21 9,3	+16 19 5,7
20 —	— —		9,3	6,6
30 —	— —		9,2	7,5
10 Mai.	— —		9,1	8,4
20 —	— —		9,0	9,2
10 Avril	1358—90 Leonis C	6	26 10,9	+17 42 9,8
30 —	— —		10,9	10,7
10 Mai	— —		10,8	11,7
— —	1338—78 Leonis ι	4	15 22,8	+11 25 56,7
10 —	— —		22,7	57,4
20 —	— —		22,6	58,1

Position de la Planète Vesta.

Jour de l'observation.	Tems moyen du passage au méridien.	Ascension droite apparente. Observée.	Différ.	Ascension droite apparente. Observée moy.	Berl. Astron. Jahrb. für 1836.	Différ.
1836.		1440.				
12 Mars	12h 47′ 41″3	12h 9′ 9″20		12h 9′ 9″20	12h 9′ 12″40	+ 3″20
		1392 *)				
21 —	3 10,8	12h 1′ 0″53	+ 0″16	1 0,45	1 3,82	+ 3,37
23 —	11 53 28,6	11 59 10,13	+ 0,31	11 59 9,97	11 59 13,38	+ 3,41
24 —	48 38,2	58 15,17	+ 0,06	58 15,14	58 18,39	+ 3,25
29 —	24 29,9	53 45,74	+ 0,17	53 45,65		
6 Avril	10 46 27,8	47 11,80	+ 0,09	47 11,75		
8 —	37 10,1			45 43,63		
9 —	32 31,6	45 1,41	1,21	1,30		

*) Le numéro du Catalogue qui désigne l'étoile avec laquelle la planète a été comparée.

Digitized by Google

Jour de l'observation.	Temps moyen du passage au méridien.	Ascension droite apparente. Observée.		Différ.	Observée moy.	Berl. Astron. Jahrb. für 1836.	Différ.
1836.		1349.		1358.			
12 Avril	10h 18′ 45″7	11h 45′ 2″10		11h 45′ 2″75	— 0″65	11h 43′ 2″42	
16 ——	0 45,0	40 44,58		40 45,30	— 0,72	40 44,94	
18 ——	9 51 53,8	39 45,06		39 45,74	— 0,68	39 45,40	
19 ——	47 30,6	17,63		18,48	— 0,85	18,05	
21 ——	38 49,8	38 28,58		38 29,38	— 0,80	38 28,98	
23 ——	30 15,5	37 46,12		37 46,68	— 0,56	37 46,40	
24 ——	26 1,1	27,43		28,08	— 0,65	27,75	
25 ——	21 48,5	10,73		11,35	— 0,62	11,04	
				1375.			
27 ——	13 28,7			36 42,98		36 42,98	
				1358.			
28 ——	9 26,8	36 30,65		31,38	— 0,73	31,01	
30 ——	1 11,3	12,91		13,69	— 0,78	13,30	
				1375.			
2 Mai	8 58 8,7	2,29		2,69	— 0,40	2,49	
3 ——	49 10,3	35 59,62		0,24	— 0,62	35 59,93	
5 ——	41 18,0	58,98		35 59,90	— 0,92	59,44	
6 ——	37 24,6	36 1,66		36 2,27	— 0,61	36 1,96	
				1338.			
7 ——	33 32,4	5,55		5,86	— 0,31	5,70	
9 ——	25 53,8	18,95		19,10	— 0,15	19,02	
11 ——	18 22,4	39,23		39,66	— 0,43	39,44	

Jour de l'observ.	Déclin. appar. Observée.	Berl. Astr. Jahrb. für 1836.	Différ.
1836.			
12 Mars	+12° 0′ 42″7	+12° 0′ 23″7	— 19″0
21 ——	+13 7 19,5	+13 7 1,7	— 17,8
23 ——	20 22,6	20 3,3	— 19,3
24 ——	26 36,0	26 16,2	— 19,8
29 ——	54 22,4		
6 Avril	+14 26 17,9		
8 ——	32 40,8		
9 ——	33 55,9		
12 ——	39 16,3		
16 ——	42 30,4		
18 ——	33,2		
19 ——	9,8		
21 ——	40 35,5		

Jour de l'observ.	Declin. appar. Observée.
23 Avril	14° 38′ 2″2
24 ——	36 20,7
25 ——	34 35,9
27 ——	30 2,9
28 ——	27 26,9
30 ——	21 24,8
2 Mai	14 43,9
3 ——	11 0,8
5 ——	2 59,2
6 ——	13 58 37,7
7 ——	54 5,7
9 ——	44 27,6
11 ——	34 4,2

(Der Beschluß folgt.)

Vermischte Nachrichten.

Herr *Dr. Lehmann*, Prediger zu Derwite bei Potsdam, hatte mir einen Aufsatz über die sehr großen und totalen Sonnenfinsternisse auf der Erde überhaupt (mit besonderem Bezug auf die Finsterniß im Julius dieses Jahres) gesandt, der, so interessant er war, doch wegen seiner Ausdehnung nicht wohl in diesen Blättern erscheinen konnte. Er würde etwa 11 Nummern eingenommen haben. Unter diesen Umständen entschloß sich mein Freund, der Herr *Mauke* in Hamburg, ihn als besonderes Werk und zugleich als Supplementband der Astronomischen Nachrichten drucken zu lassen. Er wird vor dem Ende des Maimonats ausgegeben werden, und ich ersuche alle meine Leser, die ihn nöthig zu erhalten wünschen, schon jetzt ihre Bestellungen bei der Buchhandlung der Herren *Perthes-Besser* und *Mauke* zu machen.

S.

(Inh. zu Nr. 444.) Ueber den Doppelstern ρ Ophiuchi. Von Herrn Hofrath *Mädler*. p. 201. — Derselbe Partiele Sonnenflusternis am 18. Juli 1841 beobachtet am Dorpater Refraktor. p. 209. — Schreiben des Herrn *Lamont*, Directors der Münchener Sternwarte, an den Herausgeber. p. 211. — Vermischte Nachrichten. p. 215.

(zu Nr. 445.) Ueber die Sonnenflecken im Jahre 1841. Von Herrn Hofrath *Schwabe*. p. 217. — Schreiben des Herrn *Rümker*, Director der Hamb. Sternwarte, an den Herausgeber. p. 219. — Fehler in *Burckhardts* Mondstafeln. Von Herrn *Thomas Clausen*. p. 221. Suite des observations faites à l'Observ. Imp. de Vilna etc., par Mr. *Slawinsky*. p. 227. — Vermischte Nachrichten. p. 231.

Altona 1842. März 31.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 446.

Suite des observations faites à l'Observatoire Impérial de Vilna, pendant l'année 1836 n. s.

Par Mr. *Slavinsky*.
(Beschluß.)

Observations de la Lune faites à la lunette méridienne de *Ramsden* de 6 pieds anglais de longueur, objectif de 4 pouces, grossissement de 100 fois.

Jour de l'observation. 1836.	Noms des Astres.		Passage.	Fils.	Mouvement diurne de la pendule.	La lunette montrait exactement sur la mire.
29 Janvier	109 n Tauri	5.5	5h 2′ 6″25	5	+ 1,04 *Hardy* *)	à 1h 10′
——	112 β Tauri	2	8 36,37	5		
——	Lune 1er Bord		26 35,96	5		
25 Février	97 i Tauri	5.6	4 34 43,81	5	+ 0,50 ——	à 3 55
——	102 ι Tauri	5.6	46 14,47	5		
——	Lune 1er Bord		5 5 5,26	5		
——	136 C Tauri	4.5	35 58,19	5		
——	1 H Geminor.	5	47 6,02	5		
25 ——	136 C Tauri	4.5	35 58,71	5	+ 0,50 ——	à 3 55
——	1 H Geminor.	5	47 6,54	5		
——	Lune 1er Bord		59 25,77	5		
29 Mars	41 γ Leonis	2	10 4 6,26	3	+ 0,05 ——	à 7 0
——	Lune 1er Bord		8 49,13	5		
——	52 k Leonis	6	30 54,55	4		
25 Avril	4 λ Leonis	4.5	9 19 34,64	5	+ 0,26 ——	à 9 15
——	16 ψ Leonis	6	32 0,89	5		à 9 25
——	Lune 1er Bord		49 24,37	5		à 9 45
——	41 γ Leonis	2	10 8 8,90	5		
——	47 ρ Leonis	4	21 23,72	5		
27 ——	77 σ Leonis	4	11 9 54,84	5	+ 0,15 ——	à 9 40
——	84 τ Leonis	4	16 44,44	5		
——	Lune 1er Bord		30 41,78	5		
——	9 α Virginis	4.5	54 5,62	5		
——	15 γ Virginis	3.4	12 8 45,30	3		
30 ——	99 ι Virginis	4	14 4 41,20	5	+ 0,22 ——	à 10 20
——	Lune 1er Bord		8 3,74	5		
——	9 α Libræ	3	39 4,79	5		
——	15 β Libræ	5	45 8,46	5		
26 Mai	16 c Virginis	5.6	12 9 23,10	4	+ 0,78 ——	à 12 5
——	29 γ Virginis	4	30 43,04	5		à 12 25
——	Lune 1er Bord		47 35,68	5		à 12 40
——	51 δ Virginis	4.5	58 49,68	4		
——	57 α Virginis	1	13 13 55,66	5		
27 ——	51 δ Virginis	4.5	12 58 50,58	5	+ 0,78 ——	à 12 55
——	67 α Virginis	1	13 13 56,32	5		
——	Lune 1er Bord		39 51,70	5		
——	98 κ Virginis	4	14 1 32,16	5		
——	100 λ Virginis	4	7 37,62	5		

*) La pendule de *Hardy* est réglée sur le tems sidéral.

Digitized by Google

Jour de l'observation. 1836.	Noms des Astres.	Passage.	Fils.	Mouvement diurne de la pendule.	La lunette montrait exactement sur la mire.
30 Mai	21 α Scorpii 1	16^h 16′ 46″47	5	+ 0″54 *Hardy*	à 18′ 0′
—	23 τ Scorpii 3.4	23 5,81	5		
—	Lune 2me Bord	45 7,47	5		
—	51 e^2 Ophiuchi 5	17 18 49,48	5		
—	3 p Sagittarii 5	34 38,95	5		
28 Juin	13 μ Sagittarii 3.4	18 1 26,20	5	— 0,24 —	à 15 5
—	19 δ Sagittarii 3.4	7 58,83	4		
—	Lune 1er Bord	26 32,29	5		
—	40 τ Sagittarii 4	54 10,73	5		
—	52 h^3 Sagittarii 4.5	19 24 12,03	5		
26 Août	71 τ^2 Aquarii 5.6	22 38 29.61	5	+ 0,14 —	à 17 40
—	Lune 2me Bord	47 10,90	5		
—	90 φ Aquarii	23 3 24,80	5		
21 Sept.	34 ζ Capric. 6	9 14 9,70	5	— 1,64 *Shelton* *)	à 6 20
—	Lune 1er Bord	21 9,54	5		
—	33 : Aquarii 4.5	— 54 19,69	5		
18 Novbr.	Lune 1er Bord	4 8 47,33	5	— 0,77 —	à 4 0
—	16 ψ Capric. 4.5	5 3 13,21	5		à 4 30

Remarque. Comme la lunette n'a pu être toujours vérifiée sur la mire méridienne invisible pendant la nuit, immédiatement avant les passages de la Lune, et que le ciel brumeux a souvent empêché de la vérifier même pendant le jour; nous avons donné ici le moment de la vérification la plus proche qu'il ait été possible de faire.

Occultations d'étoiles par la Lune et éclipses de satellites de Jupiter observées à la lunette de *Dollond* (grossissement de 80 fois).

1836 n.s.	16 Janvier.	Emersion du premier satellite de Jupiter	à 1^h 39′ 26″3	t. sidéral. bonne.
	8 Février.	——— ——— ——— ———	à 3 22 47,8	——— bonne.
	24 Mars.	Immersion de 139 Tauri 5.6 sous le bord obscur de la Lune	à 6 58 25,0	——— bonne.
	8 Avril.	Emersion du premier satellite de Jupiter	à 11 40 32,8	——— bonne.
	23 ———	Immersion de 19 λ Cancri 6 sous le bord obscur de la Lune	à 9 31 11,1	——— bonne.
	24 ———	Emersion du premier satellite de Jupiter	à 11 3 7,0	——— dout.
	17 ———	——— ——— ——— ———	à 12 49 25,5	——— médiocre.
	22 Juin.	Immersion de 29 γ′ Virg. 4 sous le bord obscur de la Lune	à 14 1 51,5	——— bonne.
		Emersion ——— ——— de dessous le bord éclairé de la Lune	à 14 47 3,5	——— bonne.
	24 Décbr.	Immersion du premier satellite de Jupiter	à 6 29 3,1	——— médiocre.

Eclipse de Soleil le 15 Mai.

La fin de l'éclipse a eu lieu à 9^h 59′ 59″2 t. sidéral. Observ. bonne.

Extrait des observations météorologiques faites pendant l'année 1836 à l'Observatoire de Vilna

Ann. 1836 nouv. style.	Baromètre 1). Maximum.	Minimum.	Moyenne.	Thermomètre 2). Maximum.	Minimum.	Moyenne.	Vent dominant.
	p l	p l	p l	d	d	d	
Janvier	28 3,8 le 7	26 8,3 le 19	27 7,94	+ 3,2 le 24	—22,2 le 4	— 5,65	Sud.
Février	28 1,1 le 4,5	26 9,9 le 11	27 7,01	+ 3,2 le 26	—10,7 le 19	— 0,81	Sud.
Mars	28 1,1 le 19	27 0,7 le 15	27 7,17	+12,9 le 26	— 0,7 le 2	+ 4,52	Sud.
Avril	28 1,5 le 12	27 2,1 le 1	27 9,29	+17,2 le 30	+ 1,2 le 9,19	+ 7,94	Sud et Sud-Est.
Mai	28 1,7 le 28	27 5,1 le 22	27 9,65	+18,5 le 8	— 1,7 le 10	+ 7,92	Nord-Ouest.
Juin	28 0,2 le 12	27 4,6 le 20	27 9,30	+23,7 le 8	+ 3,5 le 3	+13,86	Nord-Ouest.

*) La pendule de *Shelton* est réglée sur le tems moyen.

Digitized by Google

Ann. 1836 nouv. style.	Baromètre 1). Maximum.		Minimum.		Moyenne.	Thermomètre 2). Maximum.		Minimum.		Moyenne.	Vent dominant.
	p.	l.	p.	l.	p. l.	d.		d.		d.	
Juillet	28	0,4 le 28	27	3,8 le 20	27 8,71	+23,0 le 30		+ 6,8 le 11		+13,31	Nord-Ouest.
Août	27	11,4 le 11	27	4,9 le 20	27 8,78	+20,0 le 16		+ 5,8 le 29		+11,71	Nord-Ouest.
Septemb.	28	1,8 le 14	27	3,1 le 19	27 9,15	+21,0 le 6		+ 1,5 le 14		+10,09	Sud et Nord-Ouest.
Octob.	28	3,6 le 18	27	0,4 le 30	27 9,29	+16,2 le 5		+ 0,5 le 23		+ 8,74	Sud.
Novemb.	28	2,8 le 13	27	1,2 le 30	27 8,16	+ 4,7 le 30		—10,0 le 25		— 0,82	Sud.
Décemb.	28	1,1 le 30	26	9,2 le 11	27 6,22	+ 4,0 le 9,20		—11,6 le 29,30		— 1,42	Sud et Nord-Ouest.
Maximum de l'année			28	3,8 le 7 Janv. à 3h du soir		+23,7 le 18 Juin à 3h du soir.					
Minimum de l'année			26	8,3 le 19 Janv. à 8h du matin		—22,2 le 4 Janvier à 8½ du matin.					
Moyenne			27	8,39		+ 5,78					

Vent dominant Sud et Nord-Ouest.

1) Le baromètre est placé à l'Observatoire à 2 pieds au-dessus du plancher, et le plancher de l'Observatoire est élevé au-dessus du niveau de la mer à 375,6 pieds de Paris. La division du baromètre est en pouces, lignes et dixièmes de ligne du pied de Paris.

2) Divisé selon l'échelle de Réaumur.

Slavinsky.

Meteorologische Beobachtungen auf der Dorpater Sternwarte.

Von Herrn Hofrath *Mädler*.

	Barometer bei 10° R. 9h M.	3h Ab.	9h Ab.	Thermometer. 9h	3h	9h	Thermograph. Min.	Max.	Absolutes Minimum.	Maximum.	Heiterkeit.
1840 Decbr.	338‴288	338‴323	338‴284	— 8°16	— 7°51	— 6°15	—10°42	— 6°03	—21°9 am 12.	— 2,1 am 5.	0,61
1841 Januar	334,544	334,470	334,677	— 7,34	— 5,94	— 6,69	— 9,37	— 4,20	—19,0 am 21.	+ 1,5 am 7.	0,27
Februar	38,191	38,027	37,880	— 8,20	— 6,09	— 8,44	—11,06	— 4,86	—24,0 am 7.	+ 2,7 am 19.	0,32
März	35,816	35,469	35,389	— 2,01	+ 0,81	— 1,84	— 4,52	+ 1,86	—11,7 am 16.	+ 6,4 am 29.	0,31
April	35,534	35,286	35,309	+ 4,81	+ 7,55	+ 3,63	+ 1,09	+ 8,24	— 2,2 am 4.	+15,8 am 29.	0,37
Mai	35,431	35,288	35,292	+11,98	+13,56	+ 8,92	+ 6,04	+14,60	+ 0,1 am 6.	+21,3 am 31.	0,62
Juni	33,390	33,852	33,986	+14,38	+16,58	+12,39	+ 9,82	+17,54	+ 5,7 am 16.	+22,6 am 27.	0,52
Juli	33,032	32,965	32,937	+14,32	+16,78	+12,07	+ 9,89	+17,38	+ 6,8 am 19.	+23,0 am 5.	0,43
August	35,418	35,364	35,476	+14,59	+16,64	+11,54	+ 9,24	+17,50	+ 6,8 am 1.	+21,9 am 13.	0,60
Septbr.	35,035	34,993	34,728	+ 9,81	+12,20	+ 7,78	+ 5,50	+12,80	+ 1,4 am 24.	+19,8 am 6.	0,53
October	32,281	32,329	32,680	+ 5,41	+ 7,08	+ 4,48	+ 3,36	+ 7,89	— 4,7 am 31.	+13,5 pm 2.	0,33
Novbr.	34,032	33,835	33,614	— 0,09	+ 0,59	+ 0,02	— 1,64	+ 1,99	— 9,0 am 15.	+ 6,2 am 8.	0,26
Decbr.	35,299	35,319	35,546	+ 0,41	+ 0,76	+ 0,50	— 0,11	+ 1,27	— 5,8 am 31.	+ 6,3 am 1.	0,04
Jahr 1841.	334,792	334,743	334,793	+ 4,85	+ 6,79	+ 3,77	+ 1,60	+ 7,82	—24,0 (7 Febr.)	+23,0 (5 Juli)	0,383

Aus dem tägl. Maximum und Minimum folgt die Mitteltemperatur des Jahres = + 6°71.

Aus $\frac{(9^h) + (3^h) + 2\,(9^h)}{4}$ folgt..... + 4,79.

Mädler.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Hansteen*, Directors der Sternwarte in Christiania.

1842. Febr. 4.

Von den Herren *Hagerup* und *Due* (beide sind Officiere in der Norwegischen Marine) sind auf Tromsöe folgende Sternbedeckungen beobachtet.

Die Breite von Tromsöe ist 69° 39′ 16″2, die Länge 16° 38′ 30″ östlich von Paris.

1) 1836 März 22 (6.7) Grösse Eintr. 9h 2′ 52″22 mittl. Zt.
Austr. 9 25 18,12

2) 1836 Nov. 22 37 A′ Tauri Eintr. 19h 37′ 6″71 mittl. Zt.

3) 1837 Dec. 9 (4) Gr. Eintr. 11 39 5,84

4) 1838 Jan. 8 (4) Gr. Eintr. 4 48 25,71

5) — 5 (4) Gr. Eintr. 12 45 40,70

Auf Bodöe (Hundholm) Breite 67° 17′, Länge obngefähr 1½° östlich von Copenhagen, oder 4′ 50″ in Zeit westlich von

Digitized by Google

Berlin, ward die Sonnenfinsterniss am 16ten Juli 1833 folgendermaafsen beobachtet:

Anfang 18h 23′ 24″ 38 m. Zt.
Ende 20 19 35,55.

Sollten sich zu den in Tromsöe beobachteten Sternbedeckungen correspondirende Beobachtungen finden, so würde daraus die Länge der ganzen nördlichen Küste von Norwegen bis zur Russischen Gränze berichtigt werden können.

Sonnenfinsterniss 1841 Jul. 18 auf der Sternwarte in Christiania beobachtet.

Gegen das voraus berechnete Zeitmoment des Anfangs dieser kleinen Finsterniss bemerkte ich am Sonnenrande einige kleine Ungleichheiten, die ich für Randgebirge des Mondes hielt. Diese Vermuthung ward nach ein paar Secunden dadurch bekräftigt, dafs ich einen merklichen Einschnitt erblickte in dessen Mitte sich eine länglichte Erhöhung zeigte, die ein langer Bergrücken seyn mufste. Später, als der Einschnitt bedeutend gröfser geworden war, zeigten sich weiter nach der linken Hand (im umkehrenden Fernrohre) 3 andere nahe bei einander liegende Erhöhungen, die wie isolirte abgerundete Bergspitzen aussahen. Ich bezeichne den ersten langen Bergrücken mit *a*, die 3 Bergspitzen nach der Reihe mit *b*, *c*, *d*.

	Mittl. Zt.	
Anfang der Finsterniss	2h 54′ 19″5	ein paar Secunden
Austritt des letzten Puncts von *a*	3 33 59,5	zu spät.
—— des vorderst. Puncts von *b*	44 10,5	
—— der Mitte von *c*	45 18,5	
—— der Mitte von *d*	52 3,5	
Ende der Finsterniss	4 8 14,6.	

Hansteen.

Beobachtungen des Herrn Dr. *Bergius* auf der Altonaer Sternwarte mit einem Universalinstrumente von *Repsold*.

Herr Dr. *Bergius* aus Upsala, der ein halbes Jahr hindurch auf der hiesigen Sternwarte gearbeitet hat, beobachtete in dieser Zeit auch mit einem Universal-Instrumente von neuer Construction, das *Repsold* der Vater angefangen und seine Söhne vollendet hatten. Die Ablesung daran wird mit Microscopen, nicht mit Nonien gemacht. Die Kreise haben 9½ Paris. Zoll Durchmesser.

Um von den Leistungen dieses vortrefflichen Instruments, das für Herrn *Habicht* in Bernburg bestimmt ist, einen Begriff zu geben, führe ich einige Resultate der Beobb. an.

Da bekanntlich seit vorigem Sommer das Wetter ungewöhnlich trübe, und selten ein Anblick des heiteren Himmels zu erhalten war, mufsten die meisten Prüfungen in der nicht geöffneten Sternwarte gemacht werden. Das Instrument ward vor das Objectiv des Meridiankreises gestellt, und man beobachtete die Zenithdistanz eines der im Brennpuncte eingespannten Fäden. Wie diese unter sich stimmten, kann man aus den hier gegebenen Resultaten sehen.

	Z. D. des Fadens.	Abw. v. Mittel.
1841 Dec. 9.	79° 18′ 36″42	+ 0″61
	35,52	— 0,29
	35,92	+ 0,11
	36,07	+ 0,27
	35,68	— 0,13
	35,25	— 0,56
	35,79	— 0,02
	79 18 35,81	
— 11.	79 18 35,39	+ 0,30
	36,48	+ 1,39
	35,43	+ 0,34
	34,22	— 0,87
	34,56	— 0,53
	35,08	— 0,01
	79 18 35,09	

	Z. D. des Fadens.	Abw. v. Mittel.
1841 Dec. 12.	79° 18′ 35″32	— 0″15
	35,61	+ 0,14
	35,53	+ 0,06
	35,44	— 0,03
	79 18 35,47	
— 13.	79 18 34,45	— 0,40
	34,65	— 0,20
	34,85	0,00
	35,44	+ 0,59
	79 18 34,85.	

Man sieht, welche übereinstimmende Resultate dies Instrument giebt, wobei noch zu bemerken ist, dafs Herr Dr. *Bergius* nie früher mit einem ähnlichen Instrumente beobachtet hatte, und dafs daher die Abweichungen nicht allein dem Instrumente zur Last fallen. Wir wollen jetzt sehen, ob es auch richtige Resultate giebt, und ich wähle dazu die Breite der Sternwarte, die Herr Dr. *Bergius* durch Z. D. des Polaris bestimmte.

Alle diese Beobachtungen sind am Tage gewöhnlich des Morgens von 9 Uhr an gemacht.

1841 Dec.	15.	53° 32′ 45″24	8 Einstell.
——	17.	44,06	4 ——
——	27.	45,75	9 ——
1842 Jan.	6.	44,83	8 ——
——	7.	46,92	4 ——
——	8.	45,70	4 ——
		53 32 45,38.	

Das Instrument stand 5 P. F. nördlich vom Meridiankreise, so dafs daraus die Breite des Meridiankreises

53° 32′ 45″33

folgt, was auf wenige Zehntel einer Secunde richtig ist.

Digitized by Google

Ich habe hier nur die Beobachtungen zweier Tage vor dem 15ten December ausgelassen, weil sie die ersten Versuche waren, die Dr. *Bergius* mit Tagbeobachtungen machte, und er daher nicht gewohnt war einen so schwachen Lichtpunct als den Polaris, wenn man ihn nicht weit vom Mittage entfernt durch ein Fernrohr von 19 Par. Linien Oeffnung sieht, einzustellen. Zieht man diese beiden Tage zu, so wird die Breite 53° 32′ 45″56. *S.*

Entwickelung der Wurzel einer cubischen Gleichung des irreducibeln Falles in einen Kettenbruch.

Von Herrn *Thomas Clausen.*

Es sei die Gleichung $x^3 - bx - c = 0$, worin $\frac{1}{27}b^3 > \frac{1}{4}c^2$. Setzt man $x = y\sqrt{\frac{b}{3}}$ und $\frac{c}{2}\left(\frac{3}{b}\right)^{\frac{3}{2}} = a$, so verwandelt sich die Gleichung in $y^3 - 3y - 2a = 0$, in der a positiv und kleiner als die Einheit. Setzt man $y = 1 + \frac{2\sqrt{\left(\frac{1+a}{2}\right)}}{y'}$, so erhält man $y'^3 - 3y' - 2\sqrt{\left(\frac{1+a}{2}\right)} = 0$. Es ist daher, wenn man

$$\sqrt{\left(\frac{1+a}{2}\right)} = a'$$
$$\sqrt{\left(\frac{1+a'}{2}\right)} = a''$$
$$\sqrt{\left(\frac{1+a''}{2}\right)} = a''' \text{ etc.}$$

setzt,

$$y = 1 + \cfrac{2a'}{1 + \cfrac{2a''}{1 + \cfrac{2a'''}{1 + 2a^{IV} \ldots .}}}$$

Die Werthe von a, a', a''... convergiren sehr schnell gegen die Einheit. In dem Falle, dafs $a = 1$, ist $x = 2$. Setzt man also

$$\mu = 0 \qquad \nu = 1$$
$$\mu_1 = 1 \qquad \nu_1 = 0$$
$$\mu_2 = \frac{\mu + \mu_1}{2a'} \qquad \nu_2 = \frac{\nu + \nu_1}{2a'}$$
$$\mu_3 = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2a''} \qquad \nu_3 = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2a''}$$
$$\mu_4 = \frac{\mu_2 + \mu_3}{2a'''} \qquad \nu_4 = \frac{\nu_2 + \nu_3}{2a'''}$$

so ist

$$y = \frac{\mu_n + 2\mu_{n+1}}{\nu_n + 2\nu_{n+1}} = \frac{\mu_m}{\nu_m}.$$

Als Beispiel nehme ich aus *Klügels* Wörterbuch: „*Cardans* Regel" p. 390 die Gleichung $x^3 - 2100x - 24000 = 0$. Hier wird $Log\, x = Log\, y + 1{,}42255$.

$Log\, a$ ... 9,81153	$Log\, \mu_2$ ... 9,74101	$Log\, \nu_2$ ... 9,74101
a' ... 9,95796	μ_3 ... 9,89978	ν_3 ... 9,45023
a'' .. 9,98975	μ_4 ... 9,83016	ν_4 ... 9,62206
a''' .. 9,99745	μ_5 ... 9,86699	ν_5 ... 9,54522
a^{IV} .. 9,99937	μ_6 ... 9,84913	ν_6 ... 9,59550
a^V .. 9,99984	μ_7 ... 9,85819	ν_7 ... 9,56587
a^{VI} .. 9,99996	μ_8 ... 9,85369	ν_8 ... 9,57581
a^{VII} .. 9,99999		

$$Log\, y = Log\, \frac{\mu_7 + 2\mu_8}{\nu_7 + 2\nu_8} = 0{,}28268; \quad Log\, x = 1{,}70523,$$
$$x = 50{,}726,$$

welches eine Wurzel der Gleichung ist. Schon μ_4 und μ_5, ν_4 und ν_5 geben einen Werth von x, dessen Logarithmen nur um ein paar Einheiten der fünften Decimalstelle vom wahren Werthe abweicht.

Ein anderer Kettenbruch entsteht aus der Gleichung $y^3 - 3y + 2a = 0$, denn setzt man $y = 1 - \frac{1\sqrt{\left(\frac{1-a}{2}\right)}}{y'}$, so verwandelt sie sich in $y'^3 - 3y' + 2\sqrt{\left(\frac{1-a}{2}\right)}$. Bildet man daher die Reihe Werthe:

$$a' = \sqrt{\left(\frac{1-a}{2}\right)}$$
$$a'' = \sqrt{\left(\frac{1-a'}{2}\right)}$$
$$a''' = \sqrt{\left(\frac{1-a''}{2}\right)}$$

so ist

$$y = 1 - \cfrac{2a'}{1 - \cfrac{2a''}{1 - 2a'''}} \text{ etc.}$$

Hier convergiren aber die Gröfsen a, a', a'' etc. gegen $\frac{1}{2}$.

Thomas Clausen.

Digitized by Google

Die Construction des Siebenzehnecks der Lemniscata.

Von Herrn *Thomas Clausen*.

Es ist merkwürdig, daſs die von *Abel* eingeführte Theilung der elliptischen Transcendenten in eine imaginaire Anzahl Theile, die Theilung des Quadranten der Lemniscata in siebenzehn Theile leicht und einfach macht. Da, wenn man nach *Legendre* die Amplitude des einfachen Bogens φ setzt, und des sen Cosinus y die Amplitude, des vierfachen Bogens $= \varphi_4$: so werden die trigonometrischen Functionen desselben für die Lemniscata, in der $a^2 = \frac{1}{2}$:

$$\begin{aligned}
x &= 1 - 8y^8 - 12y^4 - 8y^6 + 38y^8 + 8y^{10} - 12y^{12} + 8y^{14} + y^{16} \\
x\cos\varphi_4 &= 1 + 8y^2 - 12y^4 + 8y^6 + 38y^8 - 8y^{10} - 12y^{12} - 8y^{14} + y^{16} \\
x\Delta\varphi_4 &= 1 \qquad + 20y^4 \qquad - 26y^8 \qquad + 20y^{12} \qquad + y^{16} \\
x\sin\varphi_4 &= -4\sqrt{2}\cdot y\cdot\sqrt{(1-y^4)}\,(1-5y^4-5y^8+y^{12}).
\end{aligned}$$

Bedeutet i die imaginäre Einheit $\sqrt{-1}$; so wird der Cosinus der Amplitude des $(4+i)$fachen Bogens:

$$\frac{\begin{aligned}1 &- 88y^4 + 92y^8 - 872y^{12} + 1990y^{16} - 872y^{20} + 92y^{24} - 88y^{28} + y^{32} \\ &+ 4i[1 + 14y^4 - 146y^8 + 182y^{12} \qquad - 182y^{20} + 146y^{24} - 14y^{28} - y^{32}]\end{aligned}}{1 + 24y^4 + 524y^8 - 1400y^{12} + 886y^{16} - 408y^{20} + 748y^{24} - 136y^{28} + 17y^{32}} \cdot y$$

Der gemeinschaftliche Theiler im Zähler und Nenner ist:

$$1 + 12y^4 - 10y^6 - 20y^{12} + y^{16} + 4iy^4(5 - 7y^4 + 3y^8 - y^{12}),$$

nach dessen Wegschaffung dieser Ausdruck:

$$\frac{y^{16} + 12y^{12} - 10y^8 - 20y^4 + 1 + 4i(-5y^{12} + 7y^8 - 3y^4 + 1)}{1 + 12y^4 - 10y^8 - 20y^{12} + y^{16} - 4iy^4(5 - 7y^4 + 3y^8 - y^{12})} \cdot y$$

wird. Setzt man $y^4 = x - (3 - 5i)$; so erhält man für den Zähler die Gleichung:

$$x^4 + (86 + 208i)x^3 - (1824 + 360i)x + 3053 - 8088i$$

die sich in die zwei Factoren:

$$\begin{aligned}
&x^2 + 5i\sqrt{(1+4i)}\,x + 25 + 32i - (34 + 16i)\sqrt{(1+4i)} \\
&x^2 - 5i\sqrt{(1+4i)}\,x + 25 + 32i + (34 + 16i)\sqrt{(1+4i)}
\end{aligned}$$

zerlegen läſst. Die Zahlenwerthe für y^4 sind

$$\begin{aligned}
&+ 0{,}74886\ 32030\ 63 + 0{,}19854\ 44586\ 79\,i \\
&\pm\sqrt{(+ 0{,}42255\ 90519\ 66 + 0{,}09487\ 91884\ 24\,i)}
\end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
&- 6{,}74886\ 32030\ 63 + 9{,}80145\ 55413\ 21\,i \\
&\pm\sqrt{(-68{,}42255\ 90519\ 66 - 136{,}09487\ 91884\ 24\,i}
\end{aligned}$$

Die ersten beiden sind:

$$+ 1{,}40294\ 23140\ 99 + 0{,}27107\ 32910\ 66\,i$$

und

$$+ 0{,}09478\ 40920\ 27 + 0{,}12601\ 56262\ 93\,i.$$

Die Amplitude φ entspricht einem Bogen $\frac{mK}{4+i}$ wenn m eine ganze Zahl und K der Quadrant der Lemniscata ist. Die trigonometrischen Functionen der Amplitude φ', die dem Bogen $\frac{mK}{4-i}$ entspricht, erhält man durch bloſse Verwechselung der beiden imaginären Einheiten $+i$ und $-i$. Sei ψ die Amplitude des Bogens $\frac{mK}{4+i} + \frac{mK}{4-i} = \frac{8mK}{17}$; so ist:

$$\cos\psi = \frac{\cos\varphi\cos\varphi' - i\sqrt{(1-\cos\varphi^4)}\sqrt{(1-\cos\varphi'^4)}}{1 - i\sin\varphi^2\sin\varphi'^2}$$

der erste Werth von $\cos\varphi^4$, von den beiden letzten giebt $\psi = 12°\,26'\,55''$, welches die Amplitude ist, die nach *Legendre's* Tafeln dem Bogen $\frac{2K}{17}$ entspricht.

Der Ausdruck des von i völlig befreiten Werthes von $\cos\psi$, der im Falle des Fünfecks sehr einfach ist, wird hier sehr verwickelt. Von $\cos\varphi^4$ ist einer der Werthe

$$\begin{aligned}
&-8+8\sqrt{\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)}+\sqrt{\left\{\sqrt{\left(1445-864\sqrt{\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)}-1122\sqrt{\left(\frac{\sqrt{17}+1}{2}\right)}+853\sqrt{17}\right)}-17-8\sqrt{\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)}\right.} \\
&\qquad\left.+17\sqrt{\left(\frac{\sqrt{17}+1}{2}\right)}\right\} \\
&+i\left[+8-8\sqrt{\left(\frac{\sqrt{17}+1}{2}\right)}+\sqrt{\left\{\sqrt{\left(1448-864\sqrt{\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)}-1122\sqrt{\left(\frac{\sqrt{17}+1}{2}\right)}+853\sqrt{17}\right)}+17+8\sqrt{\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)}\right.}\right. \\
&\qquad\left.\left.-17\sqrt{\left(\frac{\sqrt{17}+1}{2}\right)}\right\}\right].
\end{aligned}$$

Digitized by Google

Sei dieser Ausdruck $a+bi$, so ist

$$\cos\psi = \frac{\sqrt{(a^2+b^2)} - \frac{1}{2}\sqrt{((1-a)^2+b^2)}}{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{(a^2+b)}+\sqrt{\left(\frac{\sqrt{(a^2+b^2)}+a}{2}\right)}}.$$

Th. Clausen.

Schreiben des Herrn Professors *Gerling* an den Herausgeber.

Marburg 1841. Septbr. 24.

Sie haben in Nr. 272 schon eine Notiz über Theodolithen von *Breithaupt* gegeben, welche dem verdienstlichen Streben des Künstlers nach immer größerer Vollkommenheit des Instruments alle Gerechtigkeit widerfahren läßt. Da ich nun seit beinahe 30 Jahren immer von Zeit zu Zeit persönlicher Zeuge desselben gewesen bin, und selbst mit einem seiner Instrumente, was noch aus älterer Zeit herrührt, und nachher hin und wieder abgeändert ist, viel gearbeitet habe, so unterzog ich mich gern dem von Herrn Münzmeister *Breithaupt* gewünschten Geschäft, mit einem seiner neueren Instrumente eine specielle Prüfung, namentlich in Beziehung auf Excentricität und Theilung, vorzunehmen. Das, meines Erachtens sehr befriedigende, Resultat derselben beehre ich mich Ihnen hier mitzutheilen.

Das Instrument ist im Wesentlichen ganz dasselbe, was in des Verfertigers Magazin von mathematischen Instrumenten. Cassel 1835 auf Taf. 1 und 2 sich abgebildet findet. Ueber die Construction brauche ich also nichts zu sagen. Doch kann ich nicht umhin aufs Neue die große Nützlichkeit der von Ihnen gebilligten Verdeckung der Theilung und Nonien anzuerkennen; so wie ich namentlich auch die an den Loupen angebrachten Zeiger für Genauigkeit des Ablesens überaus vortheilhaft finde.

Der eingetheilte Kreis hat 74,4 par. Linien Durchmesser. Die Theilung ist die sogenannte Centesimal-Theilung (der Künstler macht übrigens nach dem Wunsche des Bestellers diese oder die gewöhnliche Sexagesimal-Theilung) und geht unmittelbar bis 0°25. Jeder der beiden Nonien giebt dann unmittelbar 0'0050; es bleibt aber eine weitere Schätzung immer thunlich.

Zur Ausmittelung der Excentricität und der unregelmäßigen Theilungsfehler machte ich zwei Beobachtungsreihen, indem ich bei jeder derselben den Non. I. 40mal, immer von 10 zu 10 Centesimal-Graden einstellte und den Non. II. ablas. Der Unterschied der beiden Reihen bestand aber darin, daß ich bei der ersten mich begnügte die Angaben des Non. II. in ihren Hälften zu schätzen, also immer 0, 25, 50 oder 75 Centesimalsecunden niederzuschreiben; bei der zweiten aber, durch Vergleichung der benachbarten Theilstriche, mich bemühte die Schätzung noch weiter zu treiben, und die Angabe des Non. II. dann von 10 zu 10 Centesimal-Secunden niederschrieb.

Nachdem ich meine beiden Beobachtungs-Reihen geschlossen, übernahm es ein geschickter Zuhörer von mir, Herr *H. L. Westphalen* aus Hamburg, dieselbe nach der Methode der kleinsten Quadrate zu bearbeiten. Seine, gehörig geprüfte, Rechnung ergab folgendes:

Nach der ersten Reihe liegt der Mittelpunkt der Drehung um 0,001182 pariser Linien entfernt vom Mittelpunkt der Theilung, auf dem Halbmesser von 299920, und ist im Sinne der Theilung der Non. II von dem Non. I entfernt um 199°9957.

Nach der zweiten Reihe finden sich dieselben Größen der Reihe nach: 0,0012054; 277°23; 199°9968.

Eine Uebereinstimmung, die meines Erachtens nicht besser gewünscht werden kann.

Die Ablesungen beider Reihen wurden nun einzeln mit den vorstehenden Elementen verglichen, und somit fand sich durch Quadriren etc. der mittlere Fehler einer einzelnen Einstellung, vermöge des (einfachen) Ablesungs- und Theilungsfehlers:

aus der ersten Reihe = 16,805 Centesimal Secunde = 5"5

—— zweiten —— = 19,654 —— —— = 6,4,

welches zu beweisen scheint, daß eine Schätzung, die auf kleinere Theile als 25 Centesimal-Secunden gerichtet ist, bei diesem Instrumente von keinem erheblichen Nutzen seyn kann, zugleich aber darthut, daß die zufälligen Theilungsfehler jedenfalls höchst unbedeutend sind, und recht wohl ohne Weiteres = 0 gesetzt werden dürfen. Dieses letztere bestätigt sich noch durch Vergleichung der beiden Reihen unter sich. Zu dem Ende nahm nämlich Herr *Westphalen* noch die Unterschiede der einzelnen Ablesungen des Non. II in beiden Reihen, welche also, mit Elimination des Theilungsfehlers, nur mit einem vierfachen Ablesungsfehler behaftet seyn mußten. Die Berechnung des mittleren Fehlers durch Quadriren etc.

Digitized by Google

gab hiernach für den einfachen Ablesungsfehler 14,30 Centesimal-Secunden = 4″6.

Eine weitere Prüfung des Instruments nahm ich durch Winkel-Messung vor. Von meinem Auditorium aus maß ich nämlich auf fester steinerner Grundlage einen Winkel zwischen zwei vielfältig zu Uebungen und Prüfungen der Art angewandten guten Objecten durch 20malige Repetition, las jedesmal ab, und fand den mittleren Fehler einer einfachen Messung = 12,7 Centesimal-Secunden = 4″1, also nicht größer, als ich ihn unter ähnlichen Umständen früher bei dem 12zölligen *Ertel*schen Instrument, womit ich die Triangulirung ausführte, auch zu finden gewohnt war.

Endlich prüfte ich noch das Instrument dadurch, daß ich auf einem Thurm, von einem hölzernen starken Stativ aus, den Winkel zwischen drei weniger guten Objecten durch je 20malige Repetition maß und durch Horizont-Abschluß ausglich. Hier fand sich der mittlere Fehler der einzelnen Messung = 8″5, was auch nicht mehr ist, als ich mit den besten Instrumenten unter ähnlichen Umständen etwa zu erwarten mich berechtigt halten würde.

Gern hätte ich nun noch eine Prüfung darüber vorgenommen, ob dieses Instrument bei heiterem aber stürmischen Wetter eben so gut gegen den Wind steht, als mein gewöhnlicher älterer *Breithaupt*scher Theodolith, welcher darin eine merkwürdige Festigkeit zeigt, daß er auch in diesem Fall, eben so wie bei Windstille, wenn es nur auf fester Grundlage steht, immer regelmäßig zwischen 6″ und 7″ mittleren Fehler giebt. Die regnerische Witterung dieses Sommers hat mich aber verhindert deshalbige Beobachtungs-Reihen zu unternehmen.

Jedenfalls aber scheint aus der vorliegenden Prüfung zu erhellen, daß dieser Theodolith, ungeachtet seiner Kleinheit, mit den vorzüglichsten Instrumenten die Vergleichung aushält.

Gerling.

Vermischte Nachrichten.

In den Astronomischen Nachrichten Bd. 18. pag. 391 ist in dem Verzeichniß von Sternbedeckungen beobachtet auf der Altonaer Sternwarte der folgende von Herrn Observator *Petersen* beobachtete Eintritt von (42) Cancri in den dunkeln Mondrand vergessen:

Febr. 4. 1841 (42) Cancri, Eintr. D. R., $7^h 54' 8^s 53$ St. Zt. $= 10^h 54' 33''38$ mittl. Zt. gut.

Der beobachtete Eintritt ist sehr gut, allein die Zeitbestimmung am Meridiankreise kann 1 bis 2 Zehntel einer Zeitsecunde unsicherlich sein. Sie beruht auf den Stern β Cancri, der gleich nach dem obigen Eintritt beobachtet wurde und dessen scheinbare AR. für diesen Tag $8^h 7' 55''69$ aus späteren Bestimmungen desselben am Meridiankreise gefunden ist. Wegen des nahebeständigen Wettters gelang es nicht an diesem Tage, die Zeit, wie sonst immer, durch Fundamentalsterne zu bestimmen.

Herr Dr. *Lehmann*, Ritter des Königl. Preußischen rothen Adler-Ordens 4ter Classe, Prediger zu Derwitz bei Potsdam, hatte mir einen Aufsatz über die sehr großen und totalen Sonnenfinsternisse auf der Erde überhaupt (mit besonderem Bezug auf die Finsterniß im Julius dieses Jahres) gesandt, der, so interessant er war, doch wegen seiner Ausdehnung nicht wohl in diesen Blättern erscheinen konnte. Er würde etwa 11 Nummern eingenommen haben. Unter diesen Umständen notschlofs sich mein Freund, der Herr *Mosler* in Hamburg, ihn als besonderes Werk, und zugleich als Supplementband der Astronomischen Nachrichten drucken zu lassen. Er wird, da der Druck rasch fortgeht, schon vor dem Ende des Aprilmonats ausgegeben werden, und ich ersuche alle meine Leser, die ihn zeitig zu erhalten wünschen, schon jetzt ihre Bestellungen bei der Buchhandlung der Herren *Perthes-Besser* und *Mosler* zu machen. *S.*

Inhalt.

Suite des observations faites à l'Observ. Impérial de Vilna etc., par Mr. *Slavinsky* (Beschluß). p. 233.
Meteorologische Beobachtungen auf der Dorpater Sternwarte. Von Herrn Hofrath *Mädler*. p. 237.
Auszug aus einem Schreiben des Herrn Prof. *Hansteen*, Directors der Sternwarte in Christiania, an den Herausgeber. p. 237.
Beobachtungen des Herrn Dr. *Bergius* auf der Altonaer Sternwarte mit einem Universal-Instrumente von *Repsold*. p. 239.
Entwickelung der Wurzel einer cubischen Gleichung des irreducibeln Falles in einen Kettenbruch. Von Herrn *Thomas Clausen*. p. 241.
Derselbe, Die Construction des Siebenzehnecks der Lemniscata. p. 243.
Schreiben des Herrn Prof. *Gerling* an den Herausgeber. p. 245.
Vermischte Nachrichten. p. 247.

Altona 1842. April 14. (Hiebei ein Blatt mit den Zeichnungen zu Nr. 434 p. 19.)

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 447.

Monds-Ephemeride für die Zeit der Culmination in Altona für 1842.

Von Herrn *Thomas Clausen.*

Die nach den *Burkhardt*schen Tafeln berechnete Ephemeride giebt die Grade Aufsteigung und Abweichung des Mondmittelpuncts, Parallaxe, Halbmesser und Unterschied der Graden Aufsteigungen der Ränder und des Mittelpuncts für die Zeit der obern (*o*) und untern (*u*) Culminationen *) im Altonaer Meridiane. Um die obere Culmination für europäische Sternwarten oder eigentlicher für Oerter, die weniger als 3 Stunden Meridiandifferenz von Altona haben, zu erhalten, addire man zur Culminationszeit in Altona

$$a\left(\frac{t}{10{,}000}\right)+b\left(\frac{t}{10{,}000}\right)^2+c\left(\frac{t}{10{,}000}\right)^3$$

wenn t die Meridiandifferenz in Zeitsecunden bedeutet positiv für westliche Oerter, negativ für östliche.

Da blos die Culmination des einen Randes beobachtet wird, so ist es erforderlich, dieselbe auf einfache Art aus der Ephemeride finden zu können. Dieselbe ergiebt sich eben so leicht durch Hülfe des Unterschieds der Gr. Aufst. des Mittelpuncts und der Ränder, die in der mit „Rand" überschriebenen Columne enthalten sind, als die des Mittelpuncts für jeden andern Ort, wenn man die Culminationszeit des Mittelpuncts für einen Meridian sucht, der so viel östlicher, wenn der erste Rand beobachtet wird, oder westlicher, wenn der zweite Rand beobachtet wird, liegt, als der Ort, für den die Culmination des Randes gesucht wird; und von dieser den Unterschied der Graden Aufsteigungen des Mittelpuncts und der Ränder im erstee Falle subtrahirt, oder im zweiten Falle dazu addirt.

Für t Sternzeitsecunden nach der obern Culmination in Altona müssen zu der Graden Aufsteigung, Abweichung und Parallaxe addirt werden:

$$a'\left(\frac{t}{10{,}000}\right)+b'\left(\frac{t}{10{,}000}\right)^2+c'\left(\frac{t}{10{,}000}\right)^3 \text{ in Gr. Aufst.}$$

$$a''\left(\frac{t}{10{,}000}\right)+b''\left(\frac{t}{10{,}000}\right)^2+c''\left(\frac{t}{10{,}000}\right)^3 \text{ in Abw.}$$

$$a'''\left(\frac{t}{10{,}000}\right)+b'''\left(\frac{t}{10{,}000}\right)^2 \text{ in Parallaxe.}$$

Die kleinen Aenderungen für wenige Minuten um diese Zeit sind:

$$a'+2b'\left(\frac{t}{10{,}000}\right)+3c'\left(\frac{t}{10{,}000}\right)^2 \text{ in Gr. Aufst.}$$

$$a''+2b''\left(\frac{t}{10{,}000}\right)+3c''\left(\frac{t}{10{,}000}\right)^2 \text{ in Abweichung.}$$

$$a'''+2b''\left(\frac{t}{10{,}000}\right) \text{ in Parallaxe.}$$

die mit dem Zeitunterschiede in Sternzeitsecunden multiplicirt und mit 10,000 dividirt werden müssen.

*) Die untern Culminationen sind beigesetzt, um für Oerter, deren Längenunterschied von Altona gröfser als 3 Stunden ist, interpoliren zu können.

Mondculminationen in Altona 1842.

		Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
Janr.	1 u	10h 48′ 17″ 99	+ 4° 9′ 12″ 2	59′ 47″ 0	16′ 17″ 5	60″ 34
	o	11 11 53,35	+ 0 51 55,0	59 25,5	16 11,6	64,78
	2 u	11 38 4,85	— 2 23 24,1	59 2,7	16 5,4	64,42
	o	12 4 0,98	5 34 12,9	58 39,0	15 58,9	64,28
	3 u	12 29 52,64	8 38 13,2	58 15,0	15 52,4	64,22
	o	12 56 47,97	11 33 18,6	57 51,4	15 45,9	64,36
	4 u	13 21 54,61	14 17 32,0	57 28,5	15 39,7	64,66
	o	13 48 18,80	16 49 2,5	57 6,2	15 33,6	65,02
	5 u	14 15 5,10	19 6 5,7	56 45,2	15 27,9	65,46
	o	14 42 16,20	21 7 3,4	56 25,4	15 22,5	65,93
	6 u	15 9 52,48	22 50 24,5	56 6,7	15 17,4	66,36
	o	15 37 51,90	24 14 48,8	55 49,4	15 12,7	66,73
	7 u	16 6 10,02	25 19 10,5	55 33,3	15 8,3	66,99
	o	16 34 40,05	— 26 2 41,5	55 18,5	15 4,3	67,10

		Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
Janr.	7 o	16h 34′ 40″ 05	— 26° 2′ 41″ 5	55′ 18″ 5	15′ 4″ 3	67″ 10
	8 u	17 3 13,55	26 24 56,3	55 4,9	15 0,6	67,04
	o	17 31 40,93	26 25 54,0	54 52,4	14 57,2	66,80
	9 u	17 59 52,48	26 5 58,5	54 41,2	14 54,1	66,38
	o	18 27 39,21	25 25 58,3	54 31,2	14 51,4	65,80
	10 u	18 54 53,58	24 27 2,1	54 22,2	14 49,0	65,10
	o	19 21 29,97	23 10 36,1	54 14,5	14 46,8	64,34
	11 u	19 47 25,00	21 38 16,7	54 7,9	14 45,0	63,47
	12 o	20 12 37,54	19 51 43,5	54 2,7	14 43,6	62,53
	u	20 37 8,51	17 52 44,7	53 58,5	14 42,6	61,52
	13 o	21 1 0,46	15 42 59,9	53 56,0	14 41,8	61,07
	u	21 24 17,47	13 24 8,5	53 55,1	14 41,6	60,42
	14o	21 47 4,61	10 57 42,2	53 55,7	14 41,7	59,87
	u	22 9 27,86	— 8 26 9,0	53 57,9	14 42,3	59,46

Digitized by Google

		Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
Jan.	14 u	22ʰ 9′ 27″ 86	− 8° 25′ 9″ 0	53″ 57″ 9	14′ 42″ 33	59′ 46
	15 o	22 31 33,90	5 47 50,254	2,1 14	43,5 59,20	
	u	22 53 29,85	3 7 3,454	8,4 14	45,2 59,10	
	16 o	23.16 33,26	− 0 24 3,354	16,2 14	47,0 59,17	
	u	23 37 22,11	+ 2 19 57,654	27,7 14	50,4 59,41	
	17 o	23 59 34,66	5 8 44,054	40,7 14	54,0 59,83	
	u	0 22 9,58	7 45 37,654	56,4 14	58,2 60,43	
	18 o	0 45 15,70	10 26 13,855	14,5 15	3,2 61,22	
	u	1 9 2 11	12 59 57,755	35,1 15	8,462,18	
	19 o	1 33 37,81	15 28 27,155	57,9 15	15,063,29	
	u	1 59 11,49	17 48 24,556	23,2 15	21,964,55	
	20 o	2 25 51,02	19 57 43,756	50,5 15	29,365,91	
	u	2 53 42,62	21 53 40,357	19,2 15	37,267,34	
	21 o	3 22 50,07	23 33 18,957	49,4 15	45,468,76	
	u	3 53 13,61	24 53 30,458	20,2 15	53,870,10	
	22 o	4 24 46,80	25 51 4,758	51,1 16	2,271,28	
	u	4 57 25,96	26 23 3,059	21,0 16	10,472,21	
	23 o	5 30 50,19	26 26 57,959	49,5 16	18,172,83	
	u	6 4 42,36	26 1 8,760	15,5 16	25,273,09	
	24 o	6 38 41,21	25 6 1,960	38,3 16	31,573,98	
	u	7 12 25,87	23 39 13,960	57,2 16	38,674,53	
	25 o	7 45 38,23	21 45 35,961	11,3 16	40,474,81	
	u	8 18 4,98	19 26 54,461	20,4 16	42,075,91	
	26 o	8 49 38,14	16 46 49,261	24,1 16	43,976,90	
	27 u	9 20 15,05	13 49 22,561	23,8 16	45,577,80	
	o	9 49 57,42	10 38 51,961	15,3 16	41,678,94	
	28 u	10 18 50,30	7 19 29,861	3,0 16	38,179,09	
	o	10 47 1,05	3 55 19,660	46,2 16	33,666,40	
	29 u	11 14 38,25	+ 0 30 6,660	25,4 16	27,965,86	
	o	11 41 51,07	− 2 53 43,460	1,5 16	21,465,51	
	30 u	12 8 48,66	6 10 7,759	35,3 16	14,365,33	
	o	12 35 39,63	9 19 19,959	7,4 16	6,765,31	
	31 u	13 2 31,88	12 17 55,958	38,5 15	58,765,42	
	o	13 29 32,03	15 8 45,458	9,2 15	50,865,64	
Febr.	1 u	13 56 45,32	17 34 52,957	40,7 15	43,065,95	
	o	14 24 15,23	19 49 36,157	12,8 15	35,466,29	
	2 u	14 52 15,63	21 46 26,356	46,5 15	28,366,64	
	o	15 20 8,61	23 24 7,356	21,0 15	21,566,94	
	3 u	15 48 28,48	24 41 39,255	58,6 15	15,267,15	
	o	16 15 57,91	25 38 18,955	37,6 15	9,567,26	
	4 u	16 45 30,16	26 13 43,055	18,8 15	4,467,21	
	o	17 13 57,36	26 27 48,455	1,9 14	59,867,01	
	5 u	17 42 11,20	26 20 53,954	47,2 14	55,866,64	
	o	18 10 1,64	25 53 38,854	36,5 14	52,366,13	
	6 u	18 37 27,58	25 7 1,454	23,7 14	49,465,49	
	o	19 4 17,46	24 2 14,554	14,6 14	46,964,74	
	7 u	19 30 29,48	22 40 43,654	7,4 14	44,963,94	
	o	19 56 1,71	21 4 0,754	1,5 14	43,363,10	
	8 u	20 20 44,17	19 13 42,253	57,1 14	42,162,28	
	o	20 45 0,40	17 11 25,653	54,4 14	41,461,51	
	9 u	21 8 47,37	14 58 48,353	53,0 14	41,060,80	
	o	21 31 55,15	12 37 24,153	52,9 14	41,060,19	
	10 u	21 54 36,74	10 8 44,153	54,2 14	41,459,73	
	o	22 16 57,77	7 34 15,653	56,9 14	42,059,32	
	11 u	22 39 4,37	+ 4 55 23,456	0,8 14	43,259,10	
	o	23 1 1 3,11	− 2 13 30,856	6,2 14	44,659,02	
	12 u	23 23 0,93	+ 0 30 53,456	13,4 14	46,559,10	
	o	23 45 5,00	+ 3 13 37,656	22,4 14	49,049,35	
	13 u	0 7 22,79	+ 5 56 48,754	32,4 14	51,859,78	

		Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
Febr.	13 u	0ʰ 7′ 22″ 79	+ 5° 56′ 48″ 754	32″ 4	14′ 51″ 8	59′ 78
	14 o	0 30 1,94	8 37 13,254	44,4 14	55,0 60,35	
	u	0 53 10,27	11 13 39,854	57,0 14	58,7 61,08	
	15 o	1 16 55,69	13 44 31,955	13,9 16	3,1 61,98	
	u	1 41 25,56	16 8 3,156	31,8 15	8,0 62,92	
	16 o	2 6 47,40	18 22 16,055	51,7 15	13,4 64,16	
	u	2 33 7,41	20 26 1,756	13,7 15	19,3 65,40	
	17 o	3 0 30,44	22 13 58,456	37,3 15	25,8 66,68	
	u	3 28 59,09	23 46 34,057	2,6 15	32,6 67,94	
	18 o	3 58 33,19	25 0 10,857	29,4 15	39,9 69,14	
	u	4 29 8,87	25 52 10,457	47,4 15	47,6 70,21	
	19 o	5 0 38,23	26 20 6,558	26,1 15	55,4 71,07	
	u	5 32 49,44	26 21 58,158	54,9 16	3,3 71,68	
	20 o	6 5 27,69	25 56 12,359	23,1 16	10,9 71,97	
	u	6 38,16,35	25 2 15,659	49,9 16	18,2 71,98	
	21 o	7 10 58,99	23 40 22,360	14,8 16	25,0 71,70	
	u	7 43 21,10	21 51 44,360	36,7 16	31,0 71,19	
	22 o	8 15 11,41	19 38 26,760	54,9 16	36,0 70,50	
	u	8 46 22,70	17 3 17,161	8,8 16	39,8 69,72	
	23 o	9 16 52,08	14 9 39,361	18,1 16	42,8 68,91	
	u	9 46 40,20	11 1 18,861	22,0 16	43,4 68,15	
	24 o	10 15 50,76	7 42 13,761	20,6 16	43,0 67,47	
	25 u	10 44 29,47	4 16 25,461	13,8 16	41,1 66,92	
	o	11 12 43,62	+ 0 47 51,561	2,1 16	37,9 66,53	
	26 u	11 40 40,95	− 2 59 40,360	45,3 16	33,3 66,29	
	o	12 8 29,43	6 2 34,760	24,5 16	27,7 66,22	
	27 u	12 36 16,49	9 17 34,360	0,2 16	21,1 66,28	
	o	13 4 8,70	12 21 38,459	33,0 16	13,6 66,45	
	28 u	13 32 11,40	15 12 6,359	3,7 15	5,7 68,71	
	o	14 0 28,27	17 46 37,358	33,4 15	57,4 67,03	
März	1 u	14 29 6,93	20 3 10,958	2,6 15	49,0 67,35	
	o	14 57 48,98	22 0 7,957	32,2 15	40,8 67,65	
	2 u	15 26 49,68	23 36 11,857	2,6 15	32,7 67,86	
	o	15 55 58,18	24 50 29,756	34,5 15	25,0 67,96	
	3 u	16 25 7,80	25 42 33,256	8,3 15	17,9 67,92	
	o	16 54 10,68	26 12 18,655	44,7 15	11,3 67,71	
	4 u	17 22 55,48	26 20 0,655	22,8 15	5,4 67,36	
	o	17 51 23,08	26 6 40,055	2,9 15	0,1 66,83	
	5 u	18 19 17,38	25 32 58,954	46,2 14	55,5 66,17	
	o	18 46 35,77	24 40 19,454	32,0 14	51,8 65,41	
	6 u	19 13 14,47	23 30 7,654	20,3 14	48,4 64,58	
	o	19 39 11,70	22 3 55,254	10,9 14	45,9 63,73	
	7 u	20 4 27,41	20 23 16,554	4,0 14	44,0 62,87	
	o	20 29 3,28	18 29 46,353	59,2 14	42,7 62,05	
	8 u	20 53 2,18	16 24 67,453	56,3 14	41,9 61,29	
	o	21 16 28,33	14 10 20,153	58,3 14	41,6 60,62	
	9 u	21 39 26,58	11 47 21,453	55,9 14	41,8 60,05	
	o	22 2 2,40	9 17 26,553	58,2 14	42,4 59,61	
	10 u	22 24 21,86	6 41 58,854	2,1 14	43,4 59,30	
	o	22 46 31,20	4 2 19,754	7,4 14	44,9 59,14	
	11 u	23 8 37,06	− 1 19 50,954	13,8 14	46,7 59,13	
	o	23 30 46,10	+ 1 24 4,254	21,6 14	48,8 59,27	
	12 u	23 53 5,35	4 7 69,254	30,5 14	51,2 59,57	
	o	0 15 41,76	6 50 25,854	40,3 14	53,9 60,02	
	13 u	0 38 42,36	9 29 49,654	51,5 14	56,9 60,62	
	o	1 2 14,16	12 4 30,055	3,8 15	0,3 61,38	
	14 u	1 26 33,87	14 32 49,855	17,1 15	3,9 62,26	
	o	1 51 17,79	16 52 25,255	31,6 15	7,9 63,25	
	15 u	2 17 1,33	+ 19 1 40,855	47,1 15	12,4 64,32	

Digitized by Google

		Gr. Aufst.	Abweichung	Parall.	Halbm.	Rand.
März	15 u	2h17′ 1″33	+19° 1′40″6	55′ 47″1	15′ 12″1	54″32
	16 o	2 43 38,80	20 58 16,0	56 4,1	15 15,7	65,45
	u	3 11 12,62	22 39 53,5	56 22,1	15 21,7	66,59
	17 o	3 39 43,02	24 4 13,8	56 41,4	15 26,8	67,67
	u	4 9 7,43	25 8 58,0	57 1,8	15 32,4	68,67
	18 o	4 39 26,11	25 51 58,4	57 23,4	15 38,3	69,52
	u	5 10 12,21	26 11 23,3	57 45,6	15 44,4	70,15
	19 o	5 41 22,28	26 5 48,1	58 8,4	15 50,6	70,57
	u	6 13 7,33	25 34 22,5	58 31,6	15 56,9	70,72
	20 o	6 44 43,75	24 36 55,6	58 54,8	15 3,2	70,63
	u	7 15 9,03	23 13 58,8	59 17,3	15 9,4	70,33
	21 o	7 47 12,90	21 26 44,6	59 38,7	15 15,2	69,85
	u	8 17 48,04	19 17 1,6	59 58,3	15 20,5	69,26
	22 o	8 47 50,47	16 43 7,3	60 16,5	15 25,3	68,61
	u	9 17 19,57	13 59 53,9	60 30,1	15 29,2	67,97
	23 o	9 46 17,41	10 58 17,0	60 41,0	15 32,2	67,38
	u	10 14 48,46	7 45 37,1	60 47,9	15 34,1	66,89
	24 o	10 42 58,79	4 25 19,7	60 50,4	15 34,7	66,51
	u	11 10 55,50	+ 1 0 55,7	60 48,6	15 34,2	66,29
	25 o	11 38 46,14	− 2 23 57,4	60 42,0	15 32,6	66,22
	u	12 5 38,27	5 45 50,8	60 31,0	15 29,4	66,30
	26 o	12 34 38,91	9 1 15,7	60 15,9	15 25,3	66,51
	27 u	13 2 54,13	12 6 54,2	59 55,8	15 20,2	66,83
	o	13 31 28,41	14 59 39,7	59 34,8	15 14,0	67,22
	28 u	14 0 24,43	17 35 42,0	59 9,8	15 7,1	67,64
	o	14 29 42,48	19 55 31,9	58 42,8	15 59,8	68,06
	29 u	14 59 29,35	21 54 4,5	58 14,0	15 52,1	68,41
	o	15 29 15,09	23 30 43,2	57 45,0	15 44,2	68,64
	30 u	15 59 13,50	24 44 23,8	57 15,8	15 36,3	68,78
	o	16 29 12,46	25 34 34,7	56 48,4	15 28,7	68,64
	31 u	16 58 59,89	26 1 17,9	56 21,6	15 21,5	68,36
	o	17 28 25,68	26 5 6,6	55 56,4	15 14,8	67,89
April	1 u	17 57 26,02	25 47 0,6	55 33,5	15 8,8	67,25
	o	18 25 37,17	25 8 51,6	55 13,5	15 3,8	66,48
	2 u	18 53 10,05	24 10 41,2	54 54,9	14 57,9	65,62
	o	19 19 56,30	22 55 44,2	54 39,4	14 53,6	64,58
	3 u	19 45 55,26	21 25 14,9	54 26,8	14 50,2	63,75
	o	20 11 8,29	19 40 57,0	54 16,8	14 47,5	62,84
	4 u	20 35 38,46	17 44 28,8	54 9,6	14 45,5	61,99
	o	20 59 30,16	15 37 26,0	54 5,0	14 44,3	61,22
	5 u	21 22 46,70	13 21 13,3	54 3,0	14 43,7	60,55
	o	21 45 40,08	10 57 16,4	54 3,3	14 43,8	60,01
	6 u	22 8 10,77	8 26 53,7	54 5,7	14 44,5	59,61
	o	22 30 27,64	5 51 21,9	54 10,2	14 45,7	59,36
	7 u	22 52 37,65	3 11 56,8	54 16,4	14 47,4	59,25
	o	23 14 48,04	− 0 29 55,5	54 24,3	14 49,5	59,30
	8 u	23 37 5,04	+ 2 13 22,4	54 33,7	14 52,1	59,52
	o	23 59 38,98	4 56 31,6	54 44,5	14 55,0	59,89
	9 u	0 22 34,10	7 38 0,7	54 56,3	14 58,3	60,42
	o	0 45 58,58	10 16 11,5	55 9,0	15 1,7	61,09
	10 u	1 9 59,32	12 49 15,8	55 22,6	15 5,4	61,90
	11 o	1 34 42,75	15 15 14,8	55 36,7	15 9,3	62,83
	u	2 0 14,34	17 32 1,0	55 51,8	15 13,3	63,85
	12 o	2 25 58,44	19 37 20,6	56 6,6	15 17,3	64,92
	u	2 58 57,64	21 28 47,4	56 21,8	15 21,5	66,02
	13 o	3 32 12,14	23 8 57,6	56 37,3	15 25,7	67,08
	u	4 5 51 19,43	24 20 27,8	56 58,0	15 30,0	68,05
	14 o	4 21 13,85	25 15 7,2	57 8,9	15 34,4	68,88
	u	4 51 46,65	25 49 2,0	57 24,9	15 38,7	69,52
	15 o	5 22 46,44	25 57 46,8	57 41,0	15 43,1	69,93
	u	5 54 0,06	+25 41 31,0	57′ 57″0	15′ 47″5	70″10

		Gr. Aufst.	Abweichung	Parall.	Halbm.	Rand.
April	15 u	5h54′ 0″06	+25° 41′ 31″0	57′ 57″0	15′ 47″5	70″10
	16 o	6 25 13,98	25 0 2,3	58 12,8	15 51,8	70,01
	u	6 56 15,44	23 53 49,3	58 28,5	15 56,1	69,71
	17 o	7 26 53,89	22 22 56,8	58 43,8	16 0,2	69,24
	u	7 57 1,76	20 32 2,3	58 58,7	16 4,3	68,55
	18 o	8 26 34,80	18 20 8,7	59 12,8	16 8,1	67,99
	u	8 56 32,05	15 50 35,8	59 25,3	16 11,5	67,38
	19 o	9 23 55,42	13 6 0,3	59 36,7	16 14,7	66,72
	u	9 51 49,29	10 9 2,7	59 46,2	16 17,3	66,19
	20 o	10 19 19,76	7 2 32,5	59 53,5	16 19,2	65,78
	u	10 45 34,17	3 49 24,1	59 58,2	16 20,5	65,51
	21 o	11 13 40,56	+ 0 32 35,1	60 0,2	16 21,1	65,41
	u	11 40 47,25	− 2 44 53,3	59 59,0	16 20,7	65,46
	22 o	12 8 7,34	5 59 53,9	59 54,3	16 19,5	65,63
	u	12 35 33,43	9 2 22,6	59 45,6	16 17,3	65,99
	23 o	13 3 26,98	12 10 12,2	59 35,6	16 14,3	66,45
	u	13 31 47,95	14 59 18,7	59 21,3	16 10,4	66,97
	24 o	14 0 39,18	17 33 47,1	59 4,2	16 5,8	67,53
	25 u	14 30 1,02	19 50 53,4	58 44,7	16 0,6	68,08
	o	14 59 50,73	21 46 15,0	58 23,1	15 54,7	68,56
	26 u	15 30 2,62	23 23 53,8	57 59,9	15 48,3	68,89
	o	16 0 28,03	24 36 25,6	57 35,7	15 41,6	69,04
	27 u	16 30 55,14	25 25 2,8	57 11,0	15 35,0	69,01
	o	17 1 14,70	25 49 36,2	56 46,5	15 28,2	68,75
	28 u	17 31 11,55	25 50 27,0	56 22,6	15 21,7	68,28
	o	18 0 55,52	25 29 7,8	55 59,7	15 15,6	67,61
	29 u	18 29 17,93	24 46 36,0	55 38,2	15 9,7	66,80
	o	18 57 12,26	23 44 51,0	55 18,7	15 4,3	65,86
	30 u	19 24 15,18	22 25 46,5	55 1,1	14 59,6	64,88
	o	19 50 26,10	20 51 20,8	54 46,0	14 55,5	63,89
Mai	1 u	20 15 45,77	19 8 28,5	54 33,6	14 52,0	62,91
	o	20 40 20,82	17 8 57,6	54 23,9	14 49,4	62,03
	2 u	21 4 13,33	14 54 28,3	54 16,6	14 47,4	61,22
	o	21 27 30,39	12 36 31,0	54 12,3	14 46,2	60,54
	3 u	21 50 18,86	10 11 31,2	54 10,5	14 45,8	60,00
	o	22 12 45,95	7 40 44,2	54 11,8	14 46,2	59,62
	4 u	22 34 59,28	5 5 23,2	54 15,5	14 47,1	59,36
	o	22 57 6,61	− 2 26 39,7	54 21,8	14 48,8	59,31
	5 u	23 19 15,84	+ 0 14 14,7	54 30,2	14 51,2	59,41
	o	23 41 34,95	2 55 3,3	54 40,7	14 54,0	59,68
	6 u	0 4 12,15	5 37 35,9	54 53,1	14 57,3	60,11
	o	0 27 15,02	8 17 15,5	55 7,2	15 1,2	60,71
	7 u	0 50 51,02	10 53 29,9	55 22,7	15 5,4	61,47
	o	1 15 9,98	13 24 29,0	55 39,1	15 9,9	62,36
	8 u	1 40 15,40	15 48 11,0	55 55,5	15 14,7	63,38
	o	2 5 15,91	18 2 20,9	56 14,4	15 19,5	64,47
	9 u	2 33 15,87	20 5 31,5	56 32,8	15 24,4	65,61
	o	3 1 15,31	21 52 6,5	56 50,3	15 29,3	66,76
	10 u	3 30 14,42	23 22 27,1	57 7,9	15 34,1	67,84
	11 o	4 0 8,89	24 32 57,9	57 24,8	15 38,7	68,80
	u	4 30 50,71	25 21 18,6	57 40,7	15 43,1	69,58
	12 o	5 2 8,26	25 45 35,7	57 55,7	15 47,1	70,11
	u	5 33 47,32	25 44 32,3	58 9,6	15 50,9	70,38
	o	6 5 31,76	25 17 36,1	58 22,8	15 54,3	70,36
	u	6 37 6,40	24 25 2,8	58 33,6	15 57,4	70,10
	14 o	7 8 17,47	23 7 54,0	58 43,8	16 0,1	69,60
	u	7 38 54,46	21 27 49,2	58 51,9	16 2,4	68,94
	15 o	8 8 50,70	19 26 58,7	58 59,3	16 4,5	68,19
	u	8 38 3,36	17 7 55,3	59′ 5″4	16 6,1	67,40
	16 o	9 6 33,15	+14 33 13,8	59 10,3	16 7,5	66,64

17*

Digitized by Google

1842.	Culmination. Log a	Log b	Log c	Grade Aufsteigung. Log a′	Log b′	Log c′	Abweichung. Log a″	Log b″	Log c″	Parallaxe. Log a‴	Log b‴
Januar 1	2,563579	9,81410n	8,3255	2,547972	9,76433n	8,2423	3,420962n	0,45102	9,4809	0,69494n	8,5396n
2	2,566586	9,11882n	8,3731	2,540256	9,05722n	8,2008	3,400966n	1,00891	9,3935	0,72770n	8,1246n
3	2,567690	9,48594	8,1621	2,542189	9,43685	8,0965	3,367638n	1,21417	9,3255	0,71245n	8,3287
4	2,567176	9,77564	7,8841	2,541440	9,72720	7,7835	3,326978n	1,33728	9,2672	0,68810n	8,5048
5	2,580372	9,83252	7,2287n	2,564164	9,78100	7,2203n	3,177187n	1,42186	9,1822	0,63573n	8,5799
6	2,592331	9,70437	8,0720n	2,575664	9,64901	7,9777n	2,998387n	1,47614	8,9762	0,57061n	8,5048
7	2,598348	8,98018	8,2795n	2,581447	8,93472	8,1962n	2,643194n	1,50074	8,3787	0,49767n	8,5048
8	2,595233	9,62912n	8,2952n	2,578458	9,58480n	8,2116n	2,107151	1,49290	8,7569n	0,42769n	8,4256
9	2,582437	9,91015n	8,1401n	2,566143	9,88985n	8,0907n	2,822616	1,45213	9,1456n	0,33008n	8,3799
10	2,562095	0,04654n	7,6639n	2,546536	0,00115n	7,6517n	3,054805	1,37869	9,2546n	0,20293n	8,4670
12	2,538127	0,04620n	7,5707	2,523385	0,00295n	7,5213	3,181176	1,27454	9,2795n	0,02523n	8,4256
13	2,514876	9,97234n	7,9831	2,500887	9,92983n	7,9380	3,257613	1,14090	9,2407n	9,87923n	8,5017
14	2,496177	9,80727n	8,1208	2,482769	9,76751n	8,0777	3,304676	0,97080	9,2116n	9,74958	8,6017
15	2,485014	9,43348n	8,1820	2,471940	9,39598n	8,1436	3,331704	0,72556	9,1765n	0,07103	8,7044
16	2,483368	9,15773	8,2251	2,470355	9,11786	8,1578	3,343728	0,18319	9,1487n	0,33779	8,7680
17	2,492359	9,77738	8,2574	2,479070	9,74031	8,1971	3,342164	0,38736n	9,1953n	0,50916	8,8236
18	2,512115	0,03328	8,2752	2,498217	9,99272	8,2107	3,325461	0,84674n	9,2885n	0,63863	8,8058
19	2,541558	0,19179	8,2421	2,526708	0,14753	8,1548	3,287959	1,10735n	9,3941n	0,73079	8,7874
20	2,577914	0,12498	8,0344	2,561829	0,07888	7,9382	3,216926	1,39501n	9,5004n	0,79132	8,8396
21	2,616353	0,31166	7,5913n	2,598758	0,26855	7,5657n	3,081501	1,46362n	9,5359n	0,83078	8,8707
22	2,649677	0,22321	8,4094n	2,630715	0,16688	8,3469n	2,779242	1,67853n	9,4678n	0,82729	8,8707n
23	2,670221	9,87698	8,6329n	2,650359	9,81860	8,5540n	2,164151n	1,64042n	9,1352n	0,78365	8,6561n
24	2,673097	9,58697n	8,6173n	2,653105	9,52835n	8,5376n	2,974901n	1,64087n	9,0884	0,67014	8,9027n
25	2,669277	0,09127n	8,3452n	2,639904	0,03220n	8,2870n	3,226079n	1,56924n	9,5316	0,40900	9,0788n
26	2,635214	0,18092n	6,6724n	2,616858	0,12546n	7,0399n	3,353403n	1,41505n	9,6612	9,29065	9,1332n
27	2,609178	0,12498n	8,1263	2,591172	0,07388n	8,0124n	3,416802n	1,12902n	9,6622	0,33370n	8,7158n
28	2,587876	9,95433n	8,2711	2,571384	9,90471n	8,1907	3,438660n	0,24331n	9,6088	0,62263n	9,0167n
29	2,575026	9,60942n	8,2680	2,559006	9,55769n	8,1841	3,428974n	0,90422	9,5187	0,74746n	8,7874n
30	2,571447	9,57008	8,1813	2,555555	9,55538	8,1079	3,392271n	1,19999	9,4123	0,80223n	8,4256n
31	2,576632	9,95142	7,9628	2,559587	9,50620	7,8697	3,327410n	1,34318	9,3053	0,80861n	8,1246
Febr. 1	2,584332	9,68945	6,9361	2,567964	9,64161	6,7518	3,226698n	1,42731	9,1860	0,78172n	8,5048
2	2,593248	9,69376	7,9145n	2,576538	9,64393	7,7978n	3,069220n	1,47790	8,9479	0,72740n	8,6017
3	2,598040	9,89945	8,1892n	2,581164	9,86160	8,1298n	2,789165n	1,50034	8,3474	0,64392n	8,7478
4	2,595452	9,85456n	8,2370n	2,578670	9,80268n	8,1687n	1,670654n	1,49544	8,7388n	0,54305n	8,7478
5	2,584430	9,88479n	8,1238n	2,568057	9,83517n	8,0528n	2,695954	1,46197	9,0860n	0,41233n	8,7267
6	2,566304	0,00797n	7,7761n	2,550587	9,96186n	7,6827n	2,992646	1,39978	9,2035n	0,26596n	8,6809
7	2,544127	0,02894n	7,2423	2,529188	9,98280n	7,0442	3,143839	1,31197	9,2407n	0,07035n	8,5048
8	2,521672	9,97641n	7,8694	2,507465	9,93474n	7,8518	3,234714	1,19717	9,2537n	9,84165n	8,6017
10	2,502440	9,84678n	8,0439	2,488841	9,80576n	7,9985	3,291280	1,04562	9,2238n	9,14067	8,5396
11	2,489264	9,58796n	8,1205	2,476066	9,55048n	8,0789	3,325105	0,82388	9,1953n	9,87132	8,5048
12	2,484133	9,40664n	8,1655	2,471090	9,37651n	8,1190	3,341667	0,49534	9,1860n	9,14987	8,6207
13	2,488262	9,56450	8,1936	2,475101	9,52724	8,1299	3,343303	0,21746n	9,1999n	0,32914	8,6017
14	2,502087	9,89310	8,2105	2,488423	9,84972	8,1548	3,329620	0,78777n	9,2481n	0,45774	8,6017
15	2,524803	0,07818	8,1925	2,510486	0,03372	8,1578	3,297186	1,05093n	9,3369n	0,57661	8,6809
16	2,554841	0,19360	8,0744	2,539629	0,14725	7,9897	3,237491	1,24007n	9,3935n	0,67119	8,7267
17	2,588690	0,24657	7,4603	2,572163	0,19733	7,1934	3,131334	1,39049n	9,4456n	0,73654	8,6017
18	2,621202	0,21980	8,0830n	2,603416	0,16599	8,0412n	2,926839	1,56746n	9,4399n	0,78407	8,4670
19	2,646137	0,05226	8,4484n	2,627310	9,99327	8,3683n	2,395139	1,58634n	9,2595n	0,80996	8,6207
20	2,658160	9,44474	8,5458n	2,638836	9,39169	8,4741n	2,732273n	1,61884n	8,3665n	0,78851	8,2707n
21	2,655565	9,74606n	8,4345n	2,636349	9,68886n	8,3583n	3,103608n	1,59719n	9,2323	0,72156	8,7044n
22	2,641353	0,02329n	8,0136n	2,622743	9,96922n	7,9511n	3,284646n	1,51206n	9,6112	0,65078	8,9441n
23	2,621802	0,04619n	7,6894	2,604000	9,99337n	7,5081	3,384055n	1,34340n	9,6296	0,19344	9,0489n
24	2,603447	9,93291n	8,1411	2,586356	9,88153n	8,0764	3,433323n	1,00799n	9,6488	9,94570n	9,1069n
25	2,590965	9,66431n	8,2173	2,574358	9,60309n	8,1331	3,445504n	0,15322	9,6186	0,50241n	9,1069n
26	2,586346	9,55769n	8,1658	2,569902	9,47608n	8,1157	3,426109n	1,07044	9,5430	0,70178n	8,9571n
27	2,588969	9,45445	7,9795	2,572431	9,40852	7,8998	3,375770n	1,30964	9,4298	0,79924n	8,7478n
28	2,596164	9,63098	7,1250	2,579344	9,58006	7,1124	3,289763n	1,42831	9,2995	0,83373n	8,2038n

Digitized by Google

1842.	Culmination. Log a	Log b	Log c	Grade Aufsteigung. Log a′	Log b′	Log c′	Abweichung. Log a″	Log b″	Log c″	Parallaxe. Log a‴	Log b‴
März 1	2,603820	9,53609	7,9019n	2,586720	9,49227	7,8577n	3,153681n	1,49307	9,0654	0,82569n	8,1245
2	2,607627	8,51365	8,1869n	2,590383	8,44508	8,1342n	2,926294n	1,51948	9,4508	0,78148n	8,6297
3	2,604250	9,50692n	8,2408n	2,587125	9,43508n	8,1578n	2,397206n	1,51667	8,7432n	0,70946n	8,7267
4	2,592538	9,91172n	8,1255n	2,575863	9,85936n	8,0477n	2,501817	1,48047	9,0872n	0,60461n	8,8058
5	2,573755	0,02854n	7,7579n	2,557788	9,98067n	7,7173n	2,916818	1,41990	9,2142n	0,45880n	8,8058
6	2,551002	0,04772n	7,2345	2,535821	0,00227n	7,2195	3,099173	1,33790	9,2848n	0,26264n	8,7681
7	2,527912	9,99574n	7,8735	2,513498	9,95232n	7,8456	3,205827	1,23407	9,2690n	9,94124n	8,6809
8	2,507947	9,87439n	8,0326	2,494170	9,83478n	8,0069	3,272042	1,10527	9,2151n	8,88097n	8,5561
9	2,493758	9,84205n	8,1054	2,480425	9,99940n	8,0528	3,313785	0,92703	9,1888n	9,84892	8,5298
10	2,487219	8,97083n	8,1395	2,474091	8,91186n	8,0528	3,337149	0,63529	9,1971n	0,11819	8,5048
12	2,489642	9,43660	8,1505	2,476137	9,39782	8,1234	3,344736	8,89838n	9,2212n	0,27222	8,4670
13	2,500390	9,81218	8,1545	2,486852	9,77136	8,1264	3,336472	0,67376n	9,2688n	0,57081	8,5396
14	2,519749	0,00710	8,1343	2,506509	9,96529	8,0954	3,309604	0,99663n	9,3282n	0,85944	8,4256
15	2,545761	0,12445	8,0131	2,530769	0,07943	7,9087	3,257544	1,20276n	9,3564n	0,52397	8,3799
16	2,575479	0,18028	7,4738	2,559439	0,13253	7,2922	3,166009	1,35256n	9,3987n	0,59139	8,4256
17	2,604589	0,16256	7,9298n	2,587455	0,11165	7,8868n	6,000081	1,46653n	9,3811n	0,64388	8,4256
18	2,627941	0,02614	8,3301n	2,609875	9,97207	8,2578n	2,622755	1,54408n	9,2440n	0,68760	8,2707
19	2,640937	9,80496	8,4499n	2,622321	9,85971	8,3396n	2,389322n	1,58205n	8,7569n	0,70722	8,0277
20	2,641616	9,46258n	8,5005n	2,623093	9,41809n	8,3907n	2,071250n	1,57708n	8,9391	0,70383	8,2038n
21	2,631795	9,89055n	8,0713n	2,613578	9,83471n	8,0085n	3,199360n	1,52393n	9,3474	0,65912	8,5718n
22	2,616308	9,95370n	7,2397	2,598709	9,90116n	7,2995	3,326613n	1,41544n	9,5000	0,55387	8,7874n
23	2,600943	9,85776n	8,0486	2,583948	9,80619n	7,9867	3,399150n	1,22089n	9,5729	0,30594	8,9441n
24	2,590412	9,56250n	8,1896	2,573818	9,50762n	8,1191	3,433427n	0,79205n	9,6049	8,77774	9,0386n
25	2,587276	8,61269	8,1852	2,570790	8,54954	8,1487	3,436785n	0,65426	9,5965	0,29349n	9,0591n
26	2,591640	9,59362	8,0482	2,574998	9,54778	7,9985	3,407215n	1,15647	9,5580	0,58436n	9,0167n
27	2,601978	9,96117n	7,8896	2,585257	9,91779n	7,7962	3,344004n	1,37159	9,4653	0,72359n	8,8736n
28	2,612166	9,73012	7,8729n	2,594708	9,67894	7,7766n	3,255830n	1,48024	9,3038	0,78960n	8,6718n
29	2,619295	9,92177	8,2355n	2,601591	9,87130	8,1707n	3,055854n	1,53292	8,9141	0,80737n	——
30	2,618559	9,48983n	8,3293n	2,600875	9,43830n	8,2545n	2,709347n	1,54217	8,4756n	0,78372n	8,4256
31	2,607997	9,91923n	8,2471n	2,590734	9,86791n	8,1794n	1,991185	1,51315	9,1079n	0,72721n	8,7478
April 1	2,588635	0,07007n	7,9308n	2,572118	0,01975n	7,9052n	2,811659	1,45341	9,2562n	0,63045n	8,8406
2	2,563870	0,10433n	6,9438	2,548248	0,05757n	6,4744	3,046166	1,36852	9,2649n	0,49421n	8,8570
3	2,537964	9,96117n	7,8896	2,523252	9,91779n	7,7962	6,171893	1,26405	9,2481n	0,28517n	8,8736
4	2,515018	9,94940n	8,0720	2,501026	9,90732n	8,0222	3,248809	1,14211	9,1990n	9,86985n	8,8058
6	2,498028	9,74439n	8,1424	2,484556	9,70460n	8,0965	3,297651	0,99147	9,1813n	9,46319	8,7267
6	2,489104	9,26559n	8,1673	2,475920	9,22645n	8,1046	3,327265	0,77158	9,1538n	0,08137	8,6809
7	2,489340	9,30882	8,1781	2,476147	9,27219	8,1124	3,341355	0,27308	9,1925n	0,28956	8,6017
8	2,498956	9,77396	8,1748	2,485467	9,73413	8,1284	3,340245	0,42370n	9,2464n	0,41073	8,5396
9	2,517259	9,98791	8,1447	2,503195	9,94562	8,1000	3,321577	0,89812n	9,3369n	0,46801	8,3287
11	2,542537	0,11150	8,0152	2,527648	0,06710	7,9397	6,279297	1,14603n	9,3864n	0,50742	8,1246
12	2,571720	0,17073	7,4958	2,555819	0,12307	7,2456	3,201511	1,32096n	9,4190n	0,53086	7,7267
13	2,600441	0,15269	7,9207n	2,583470	0,10308	7,8774n	6,061311	1,44596n	9,3953n	0,54115	8,4256
14	2,623457	0,01436	8,3255n	2,605581	9,95890	8,2407n	2,773809	1,52834n	9,2562n	0,54995	7,4256
15	2,635120	9,96977	8,4512n	2,617221	9,91458	8,3720n	1,628738n	1,56847n	8,7569n	0,55085	——
16	2,635281	9,52975n	8,3920n	2,617874	9,47452n	8,3109n	2,855488n	1,56359n	8,9070	0,54820	7,7267n
17	2,625576	9,91784n	8,0884n	2,607607	9,86368n	8,0085n	3,129896n	1,51546n	9,2944	0,52836	7,9027n
18	2,608808	9,98479n	7,0636	2,591506	9,96132n	7,0442	3,274967n	1,42121n	9,4201	0,47388	8,3287n
19	2,591818	9,89988n	8,0470	2,575173	9,85007n	7,9852	3,339554n	1,28889n	9,4894	0,39676	8,6297n
20	2,579668	9,83837n	8,2080	2,563498	9,78718n	8,1638	3,405943n	1,09078n	9,5192	0,12283	8,8058n
21	2,575412	9,78315	8,2647	2,559371	7,62588	8,1736	3,422533n	0,97581n	9,5450	9,09334	8,8406n
22	2,579866	9,66456	8,1700	2,563664	9,58534	8,1046	3,411521n	0,92394	9,5450	0,15885n	8,9441n
23	2,591527	9,86891	7,9202	2,574887	9,81949	7,8850	3,370239n	1,24648	9,5205	0,46080n	8,9571n
24	2,606741	9,91754	7,3723n	2,589527	9,86746	7,3726n	3,290461n	1,41520	9,4487	0,61533n	8,8570n
25	2,620274	9,77883	8,1772n	2,602521	9,72564	8,0963n	3,153425n	1,51045	9,2578	0,69702n	8,6017n
26	2,626664	9,87825	8,3479n	2,608653	9,82141	8,3227n	2,907466n	1,55032	8,6705	0,73504n	8,0277n
27	2,622117	9,76646n	8,3897n	2,604300	9,71113n	8,3316n	2,227229n	1,54823	8,9034n	0,73182n	8,9277

Digitized by Google

1842.	Culmination. Log a	Log b	Log c	Grade Aufsteigung. Log a′	Log b′	Log c′	Abweichung. Log a″	Log b″	Log c″	Parallaxe. Log a‴	Log b‴
April 28	2,606180	0,05115n	8,2010n	2,588979	9,99965n	8,1068n	2,634433	1,49544	9,2546n	0,69394n	8,5048
29	2,581724	0,14107n	7,6065n	2,565454	0,09208n	7,5667n	2,976092	1,41389	9,3186n	0,61699n	8,6809
30	2,563638	0,13052n	7,7826	2,538280	0,08495n	7,6419	3,133720	1,30799	9,3186n	0,48692n	8,8236
Mai 1	2,526586	0,04731n	8,0690	2,512228	0,00481n	7,9941	3,224393	1,18055	9,2456n	0,28357n	8,7874
2	2,504894	9,88467n	8,1664	2,491227	9,84481n	8,1057	3,280361	1,03470	9,1832n	9,83803n	8,8236
3	2,491273	9,86694n	8,2033	2,478027	9,82270n	8,1277	3,314829	0,84484	9,1113n	9,73502	8,8058
4	2,487373	9,70446	8,2160	2,474236	9,68449	8,1687	3,333691	0,51697	9,1477n	9,22592	8,8058
5	2,493800	9,68158	8,2220	2,480471	9,64189	8,1668	3,338595	9,80930n	9,1980n	0,41000	8,7044
6	2,510216	9,95705	8,2053	2,496379	9,91521	8,1415	3,328124	0,73043n	9,2818n	0,52322	8,6017
7	2,536134	0,11240	8,1260	2,520495	0,06916	8,0464	3,297392	1,04911n	9,3671n	0,57647	8,3287
8	2,565689	0,19620	7,8424	2,550009	0,14916	7,6887	3,236212	1,25968n	9,4492n	0,60746	8,0277
9	2,597432	0,20587	7,7054n	2,580677	0,15593	7,7089n	3,123200	1,41208n	9,4513n	0,59668	7,7257n
11	2,624539	0,10607	8,3119n	2,606617	0,05390	8,2440n	2,902317	1,51823n	9,3551n	0,56180	8,4256n
12	2,641166	9,76024	8,5046n	2,622662	9,70535	8,4336n	2,194776	1,57400n	8,9852n	0,50675	8,4256n
13	2,643743	9,43017n	8,4899n	2,625031	9,37366n	8,4151n	2,724477n	1,57826n	8,8578	0,42136	8,5396n
14	2,632972	9,96456n	8,2537n	2,614704	9,91081n	8,1746n	3,073487n	1,53223n	9,3116	0,31144	8,4570n
16	2,613619	0,07017n	7,2931n	2,596130	0,01590n	7,1841n	3,240472n	1,43606n	9,4528	0,17656	8,5048n

Thomas Clausen.

Ueber die Bestimmung der geographischen Länge aus beobachteten Mondsazimuthen.

Von Herrn *Thomas Clausen*.

Die geographischen Längen lassen sich aus beobachteten Azimuthen des einen Randes sehr einfach auf folgende Art bestimmen. Nimmt man vorläufig an, die Erde sei vollkommen sphärisch gestaltet; so geht der Höheukreis durch den Mittelpunct der Erde. Der beobachtete Mondrand ist genau um einen Quadranten entfernt von einem Puncte im Horizonte des Orts, der ein Viertel Peripherie größeres oder kleineres Azimuth hat, wenn keine Refraction wäre, und eben so weit von demselben Puncte aus dem Mittelpuncte der Erde gesehen. Es sei das Azimuth des erwähnten Puncts von Süden nach Westen gezählt a, die Polhöhe β, und δ und δ Stundenwinkel und Abweichung desselben; so ist

$$\begin{aligned} \sin\delta &= -\cos a\cos\beta \\ \cos\delta\cos\delta &= \cos a\sin\beta \\ \cos\delta\sin\delta &= \sin a \end{aligned}$$

Subtrahirt man den Stundenwinkel von der Sternzeit des Orts; so hat man die Grade Aufsteigung des beregten Puncts des Himmels. Man berechnet nun den Abstand des Standes von diesem Puncte zu dreien gegebenen Zeiten, aus den durch die Mondsephemeride gegebenen Oerter, und sucht durch Einschaltung die Ephemeridenzeit, da diese Entfernung einem rechten Winkel gleich war, welches die gesuchte Ephemeridenzeit der Mondsbeobachtung ist. Es versteht sich von selbst, daß man den durch die Ephemeride gegebenen Mondhalbmesser, von der berechneten geocentrischen Distanz des Mittelpuncts subtrahiren, oder dazu addiren muß; je nachdem der angewandte Punct im Horizonte auf derselben oder entgegengesetzten Seite des Mondmittelpuncts liegt, als der beobachtete Rand.

Um die sphäroidische Gestalt der Erde zu berücksichtigen, muß man blos einige kleine Correctionen an die Abweichung und den Halbmesser des Mondes anbringen, daß sie für den Punct der Erdumdrehunge-Axe gelten, in dem sie von der Lothlinia des Beobachtungsorts durchschnitten wird. Sei der Halbmesser des Aequators $= 1$, die halbe Umdrehungsaxe b (*Log b* nach *Bessel* $= 9{,}9985458$). Die Polhöhe β (nördlich positiv, südlich negativ) $tg\,\varphi = b\,tg\,\beta$; so ist dieser Punct vom Mittelpunct der Erde $-\left(\frac{1-b^2}{b}\right)\sin\varphi$ entfernt $\left(Log\left(\frac{1-b^2}{b}\right) = 7{,}8258646\right)$. Ist die Declination des Mondes d und die Aequatoreallparallaxe π, so wird diese Correction der Declination $\frac{1-b^2}{b}\sin\varphi\cos d\sin\pi$. Die Correction des Halbmessers D.... $-\frac{1-b^2}{b}\sin\varphi\sin d\sin\pi . D$.

Th. Clausen.

Digitized by Google

Geometrische Construction einer astronomischen Aufgabe.

Von Herrn *Thomas Clausen*.

Die Freunde der descriptiven Geometrie werden, glaube ich, mit Vergnügen sehen, dafs die Aufgabe: „Aus dreien gemessenen Höhen dreier bekannter Sterne, und die Uhrzeiten der Messung, die Polhöhe, Collimation des Instruments und Correction der Uhrzeiten zu finden;" sich leicht und ohne alle Rechnung construiren lasse.

Ist $AR.$ die Grade Aufsteigung des Sterns der zur Zeit T der nach Sternzeit gehenden Uhr in einem gewissen Azimuth und einer bestimmten Höhe beobachtet wurde; so befände sich ein Stern, der die Grade Aufsteigung $AR. - T$, und dieselbe Declination hätte genau in demselben Azimuth und derselben Höhe zur Zeit, da die Uhr 0^h zeigte. Man bestimme dessen Punct auf der Sternkugel, und beschreibe mit dem sphärischen Halbmesser der gemessenen Zenithdistanz (von der Refraction befreit) einen sphärischen kleinen Kreis um denselben. Eben so verfahre man mit den beiden andern Beobachtungen. Beschreibt man darauf einen kleinen Kreis, der alle drei zugleich äufserlich oder innerlich berührt; so ist dessen sphärischer Halbmesser die Correction des Instruments, die zu den Zenithdistanzen addirt werden mufs, wenn die Berührung äufserlich ist, und subtrahirt, wenn die Berührung innerlich ist. Die Grade Aufsteigung des Mittelpuncts desselben ist die Correction der Uhr, und die Declination desselben die Polhöhe.

Bekanntlich werden durch die stereographische Projection alle Kreise auf der Kugelfläche nach Kreisen oder graden Linien in der Ebene projicirt. Diese Eigenschaft macht die Construction der Aufgabe in der Ebene möglich. Es sei Fig. 2) P der Pol der Projection und des Aequators, $AOBC$ die Projection des Aequators, O der Punct der Frühlingsnachtgleichen. Alle Declinationskreise werden nach grade Linien projicirt, die denselben Winkel unter sich bilden, wie auf der Kugel. Ueberdem sind die Entfernungen vom Pol den Tangenten der halben Polardistanzen proportionirt. Beschreibt man demnach auf den Halbmesser des projicirten Aequators, als Durchmesser $P'P$ Fig. 1 einen Kreis; so ist die Entfernung der Projection einer gegebenen Polardistanz Pa oder Abweichung Qa vom Pol P, dem von der graden durch P' und a gelegten Linie von der an P gezogenen Tangente Pa gleich. Die Projection der drei erwähnten Kreise ist hiernach leicht. Macht man nämlich $OA = AR. - T$, indem man von O aus nach der Ordnung des wachsenden Winkels die Grade Aufsteigung des Sterns abmifst, und von diesem Puncte zurück die Uhrzeit abschneidet, und zieht die Projection des Declinationskreises, die Grade Linie PA, die durch den Mittelpunct des projicirten Kreises geht; so kann man ihn, wenn man blos auf derselben die Endpuncte des Durch-

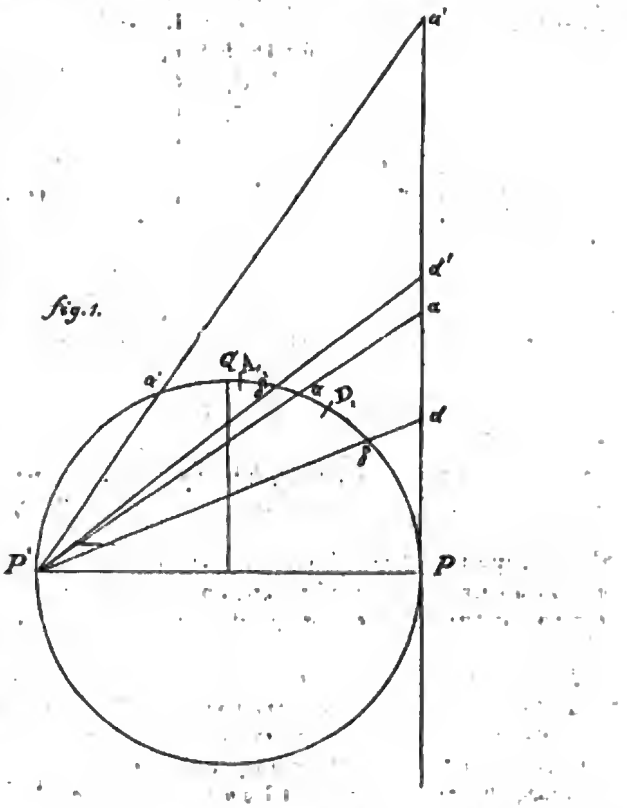


fig. 1.

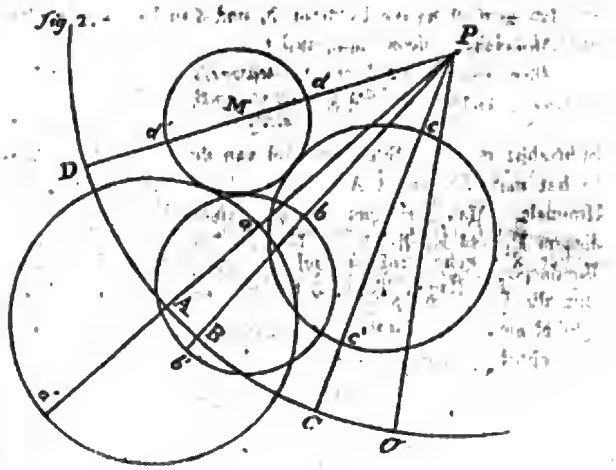


fig. 2.

Digitized by Google

messers bestimmt, sogleich beschreiben. Es sei demnach PA, die Polardistanz, oder QA, die Abweichung des Sterns, (Fig. 1) $A,z = A,z'$ die gemessene Zenithdistanz und Pa und Pa' die durch die Linien $P'z$ und $P'z'$ von der Tangente $P\,a\,a'$ abgeschnittenen Theile; so sind, wie man leicht sieht, a und a' (Fig. 2) (Pa und Pa' in beiden Figuren gleich genommen, da Fig. 1 nur als Scale dient) die beiden Puncte, in denen die Projection des Declinationskreises von der Projection des kleinen sphärischen Kreises, und zwar in beiden Figuren, auf der Kugel und in der Ebene, rechtwinklicht geschnitten wird. Beschreibt man also auf dem Durchmesser $a\,a'$ einen Kreis, und eben so auf $b\,b'$ und $c\,c'$ für die beiden übrigen Beobachtungen, und um den Mittelpunct M einen Kreis, der alle drei zugleich innerlich oder äufserlich berührt, und zieht durch P und M die grade Linie, die den Kreisumfang in den Puncten d und d', und den projicirten Aequator in dem Puncte D schneidet; so ist OD die wahre Sternzeit zur Zeit da die Uhr 0^h zeigt. Trägt man die Entfernungen Pd und Pd' auf die Tangente der Scale Fig. 1 und zieht durch d und d' nach dem Puncte P' die graden Linien, die den Kreisumfang in δ und δ' schneiden, halbirt hierauf den Bogen $\delta\,\delta'$ in D_1; so ist QD, die Polhöhe und $\delta D' = \delta' D$, die Correction des Instruments, die zu den Zenithdistanzen addirt werden mufs, wenn die Berührungen äufserlich sind, und subtrahirt, wenn der vierte Kreis die drei innerlich berührt.

Th. Clausen.

Ueber die Längenbestimmungen durch beobachtete Mondshöhen.

Von Herrn *Thomas Clausen.*

Bekanntlich läfst sich mittelst eines schlecht getheilten Sextanten blofs mit einer guten Uhr durch die Beobachtung dreier bekannter Sterne in derselben Höhe: Zeit, Polhöhe und die Höhe selbst bestimmen. Beobachtet man noch die Zeit, da der erleuchtete Mondrand dieselbe Höhe erreicht; so läfst sich daraus zugleich die Länge des Orts ableiten, die um so sicherer gefunden wird, je näher der Mond dem ersten Vertical ist. Für Reisende in entfernte Gegenden kann diese Bestimmung der Länge oft von Nutzen sein, weshalb ich deren Berechnung auseinandersetze. Es ist also durch die Beobachtungen der Sterne die Zeit der Mondshöhe, die Polhöhe des Orts der Beobachtung, und die Höhe selbst gegeben; man soll die Zeit der Ephemeride finden, die einen dieser Höhe entsprechenden Mondort giebt. Es sei die Grade Aufsteigung des Zenithe A, Abweichung D. Setzt man $tg\,\varphi = b\,tg\,D$ ($Log\,b = 9{,}998546$); so wird das Perpendikel auf die Erdumdrehungsaxe $cos\,\varphi$, und die Entfernung des Durchschnitts desselben vom Mittelpuncte der Erde $b\,sin\,\varphi$. Die Winkeldistanz zwischen dem Mondmittelpunct und dem Zenithe ist dieselbe als die zwischen dem Rande und dem Zenithe gemessenen an einem Orte, der um $\frac{\Delta}{sin\,z}$ unter oder über dem Beobachtungsorte in der Lothlinie desselben liegt, je nachdem der Abstand des Zeniths vom obern oder untern Rande gemessen ist; Δ bedeutet den Mondhalbmesser ($Log\,\Delta = 9{,}4353665$ nach *Burkhardt*) und z die beobachtete Zenithdistanz. Die Coordinaten dieses Puncts auf die Meridianfläche bezogen sind also, wenn man den Aequatorealradius in derselben als Axe der x, und die nördliche halbe Umdrehungsaxe als Axe der positiven y annimmt, $x = cos\,\varphi \mp \frac{\Delta}{sin\,z}\,cos\,D$; $y = b\,sin\,\varphi \mp \frac{\Delta}{sin\,z}\,sin\,D$.

Berechnet man also die aus diesem Puncte erscheinenden Grade Aufsteigungen und Abweichungen des Mondmittelpuncts für drei Stunden der Ephemeride, zwischen deren zweien die Beobachtung fällt, und die aus denselben folgenden Abstände vom Zenithpuncte der Beobachtungszeit; so läfst sich daraus sogleich durch Interpolation die Zeit der Ephemeride, die der Beobachtungszeit entspricht, finden.

Th. Clausen.

Anzeige.

Bei *Perthes, Besser* und *Mauke* in Hamburg wird binnen 8 Tagen erscheinen:

Ueber die sehr grofsen und totalen Sonnenverfinsterungen auf der Erde überhaupt, von Dr. *J. W. H. Lehmann.* 10½ Bogen Text, 8 Bogen Tabellen und 1 lithograph. Tafel. Preis 1 Rthlr.

Monde-Ephemeride für die Zeit der Culmination in Altona für 1842. Von Herrn *Th. Clausen.* p. 249.
Ueber die Bestimmung der geographischen Länge aus beobachteten Mondesculminationen. Von demselben. p. 259.
Geometrische Construction einer astronomischen Aufgabe. Von demselben. p. 261.
Ueber die Längenbestimmung durch beobachtete Mondshöhen. Von demselben. p. 263.
Anzeige. p. 263

Altona 1842. Mai 5.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 448.

Versuch einer neuen Methode, die Bahnen der Cometen zu berechnen.

Von Herrn Professor Dr. *Grunert* in Greifswald.

§. 1.

In dem Berliner astronomischen Jahrbuche für 1783. S. 166. findet man eine Abhandlung von *Lagrange*, in welcher dieser berühmte Mathematiker eine von seiner in den Nouveaux Mémoires de l'Académie royale des sciences et belles lettres de Berlin. 1778. p. 124. entwickelten und in denselben Memoiren von 1783. p. 296. weiter ausgebildeten Methode, die Cometenbahnen zu berechnen, wesentlich verschiedene Methode dieser Berechnung vorträgt, von welcher auch in demselben Jahrgange des Berliner astronomischen Jahrbuchs S. 196 *Schulze* nicht ohne Erfolg eine Anwendung auf den Cometen von 1774 gemacht hat. In dem Eingange seiner Abhandlung characterisirt *Lagrange* seine Methode auf folgende Art: „Alle bisher vorgeschlagenen Mittel, die Laufbahnen der Cometen aus Beobachtungen zu bestimmen, setzen nur drei geocentrische Oerter, mit denen zwischen den Beobachtungen verflossenen Zeiten, als bekannt voraus; allein sie gründen sich auch alle auf die Voraussetzung, die Laufbahnen der Cometen seyen parabolisch. Eines Theils ist es aber ein seltener Fall, dafs man nicht mehr als drei Beobachtungen von einem Cometen haben sollte, und andern Theils beweiset der Comet von 1770 genugsam, dafs man nicht durchaus die Laufbahn eines Cometen als parabolisch voraussetzen könne. Diese Betrachtungen, nebst den Schwierigkeiten, die gewöhnlich sich bei der Anwendung solcher Mittel finden, die nur drei Beobachtungen erfordern, haben mir Anlafs gegeben zu untersuchen, ob sich, indem man mehrere Beobachtungen gebraucht, die Aufgabe von Bestimmung der Laufbahnen der Cometen nicht leichter und allgemeiner würde auflösen lassen; und ich habe folgendes Mittel gefunden, durch welches man, mittelst sechs Beobachtungen, die Bestimmungsstücke einer jeden beliebigen Laufbahn, nach geschehener Auflösung einer einfachen Gleichung vom achten Grade findet." Die sechs Beobachtungen, welche diese *Lagrange*'sche Methode in Anspruch nimmt, müssen so beschaffen seyn, dafs die Zwischenzeiten zwischen der ersten und zweiten, zwischen der dritten und vierten, und zwischen der fünften und sechsten Beobachtung sehr klein sind; die Zwischenzeiten zwischen der zweiten und dritten, und zwischen der vierten und fünften Beobachtung können dagegen beliebig grofs seyn, und es wird selbst seine besondern Vortheile haben, dieselben so grofs als nur möglich anzunehmen. Dafs diese Methode, so wie alle bekannten Methoden, auch nur eine Näherungsmethode ist, brauche ich wohl kaum noch besonders zu erinnern; nach Nr. VIII. der Abhandlung werden die zwischen der ersten und zweiten, dritten und vierten, fünften und sechsten Beobachtung von dem Cometen durchlaufenen Bogen seiner Bahn, und auch die in denselben Zeiten von der Erde durchlaufenen Bogen ihrer Bahn als gerade Linien, oder die diesen Bogen entsprechenden Sectoren als geradlinige Dreiecke betrachtet, auf ganz ähnliche Art, wie z. B. auch bei der *Olbers*'schen, nur drei nahe an einander liegende Beobachtungen in Anspruch nehmenden Methode, welche aber bekanntlich die Bahn als eine Parabel voraussetzt. Am Schlufs seiner Abhandlung sagt *Lagrange*: „Das Mittel, welches wir in dieser Abhandlung vorgeschlagen haben, ist vielleicht eines der einfachsten und zuverlässigsten, so sich finden lassen, um die merkwürdige Aufgabe, die Laufbahn der Cometen aus Beobachtungen zu bestimmen, geradezu und ohne langes Verauchen aufzulösen. Auferdem dafs sie nur die Auflösung einer Gleichung vom achenten Grade erfordert, so hat sie noch den Vorzug, dafs sie sich eben so leicht auflösen läfst, die Laufbahn mag als parabolisch, oder als ein anderer beliebiger Kegelschnitt betrachtet werden. Ich kann nicht unterlassen, endlich noch anzumerken, dafs, wenn man die Aufgabe von der Bestimmung der Laufbahnen der Cometen geradezu und genau mittelst dreier sehr nahe bei einander fallender Beobachtungen, in der Voraussetzung der parabolischen Laufbahn, auflösen will, man ebenermafsen auf eine Gleichung vom siebenten Grade verfällt, so wie ich dieses in meinen Untersuchungen über diesen Gegenstand (Mémoires de 1778) gezeiget habe, dergestalt dafs es scheinet, als wäre der siebente Grad die Gränze, unter welche sich die Aufgabe nicht herabsetzen liefse, man mag sie auch betrachten von welcher Seite man wolle. Uebrigens, obgleich das in dieser Abhandlung vorgeschlagene Mittel auch Beobachtungen erfordert, welche sehr nahe bei einander fallen müssen, so kann man sich doch überzeugen, dafs es viel zuverlässiger als dasjenige ist, welches ich in gedachten Untersuchungen vorgeschlagen habe, weil man hier

Digitized by Google

die Bewegung des Cometen zwar in dreien unendlich kleinen Theilen, oder die wenigstens als unendlich klein können angesehen werden, betrachtet, die aber demohngeachtet sehr von einander verschieden seyn können, statt dessen man in der ersten Methode die Laufbahn bloss aus zweyen unendlich kleinen und an einander gränzenden Theilen, oder welches auf eins heraus kömmt, nur durch einen einzigen unendlich kleinen Theil der Bahn bestimmet."

Ich habe geglaubt, dass die obigen Worte eines der grössten Mathematiker der neuern Zeit der vorliegenden Abhandlung am besten als Einleitung dienen könnten, indem ich nämlich in derselben eine Methode zur Berechnung der Bahnen des Cometen entwickeln werde, welche auch mehr als drei Beobachtungen voraussetzt, nämlich entweder vier durch kleine Zeitintervalle von einander getrennte Beobachtungen, oder zwei Systeme dreier durch kleine Zeitintervalle von einander getrennter Beobachtungen, welche zwei Systeme selbst aber durch beliebig grosse Zeiten von einander getrennt seyn können, und in der That auch mit besonderm Vortheil jederzeit so weit wie möglich von einander entfernt angenommen werden. Diese Methode setzt auch die Bahn nicht als parabolisch voraus, und bietet überhaupt, wie ich glaube, ziemlich ganz dieselben Vortheile dar, welche *Lagrange* von seiner Methode rühmt. Wodurch sich dieselbe aber sehr wesentlich von letzterer unterscheidet, und wodurch sie bei Weitem bequemer in der Anwendung wird wie jene, ist Folgendes. Betrachtet man, indem wir jetzt vorzugsweise den Fall zweier Systeme dreier durch kleine Zeitintervalle von einander getrennter Beobachtungen als den allgemeinern in's Auge fassen, die kleinen Bogen, welche sowohl der Comet, als auch die Erde in den Zwischenzeiten zwischen den einzelnen Beobachtungen in den beiden Systemen durchläuft, als gerade Linien, so wird die Aufgabe durch eine Gleichung vom dritten Grade vollständig aufgelöst, und zugleich kann man durch eine leichte Approximations-Rechnung auch die wirkliche krummlinige Bewegung der Erde in Betrachtung ziehen. Will man aber gleich von vorn herein die Bewegung der Erde in den Zwischenzeiten zwischen den einzelnen Beobachtungen in den beiden Systemen nicht als geradlinig betrachten, so wird das Problem durch eine Gleichung vom vierten Grade vollständig aufgelöst, und tritt also in beiden Fällen nicht aus den Gränzen der gewöhnlichen Algebra heraus, welches wir hier in Bezug auf die oben angeführte Meinung von *Lagrange*, dass, von welcher Seite man die Aufgabe auch betrachten möge, der siebente Grad die Gränze zu seyn scheine, unter welche sich dieselbe nicht herunter bringen lasse, uns besonders hervorzuheben erlauben. Am Ende dieser Abhandlung werden wir auch noch zeigen, wie man, wenn man nur erst genäherte Werthe der Elemente gefunden hat, sich denselben dann nach und nach noch mehr nähern kann. Ueberhaupt wird, wie wir hoffen, die folgende Entwickelung alle vorhergehende allgemeine Bemerkungen zu völliger Deutlichkeit bringen und in das richtige Licht setzen.

§. 2.

Den Mittelpunkt der Sonne nehmen wir als den Anfang eines rechtwinkligen Coordinatensystems der x, y, z an. Die Ebene der xy sey die Ebene der Ekliptik, und der positive Theil der Axe der x soll vom Mittelpunkte der Sonne nach dem Frühlingspunkte hin gerichtet seyn; den positiven Theil der Axe der y nehmen wir so an, dass man sich, um von dem positiven Theile der Axe der x durch den rechten Winkel (xy) hindurch zu dem positiven Theile der Axe der y zu gelangen, nach derselben Richtung hin bewegen muss, nach welcher von dem positiven Theile der x an die heliocentrischen Längen genommen werden; den positiven Theil der Axe der z nehmen wir endlich auf der nördlichen Seite der Ebene der Ekliptik, d. i. der Ebene der xy, an.

§. 3.

Weil die Ebene der Cometenbahn durch den Mittelpunkt der Sonne geht, welcher der Anfang des Systems der x, y, z ist, so hat ihre Gleichung die Form

$$Lx + My + Nz = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Ist nun φ der 180^0 nicht übersteigende Winkel, welchen der auf der positiven Seite der Axe der x liegende Theil der Durchschnittslinie der Ebene der Cometenbahn mit der Ebene der Ekliptik mit dem positiven Theile der Axe der x einschliesst, so ist nach den Principien der analytischen Geometrie

$$y = x\,tang\,\varphi \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

oder

$$-x\,tang\,\varphi + y = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

die Gleichung der Durchschnittslinie der Ebene der Cometenbahn mit der Ebene der Ekliptik. Nach (1) ist aber die Gleichung dieser Durchschnittslinie auch

$$Lx + My = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{L}{M}x + y = 0, \ldots\ldots\ldots (4)$$

und folglich, wenn man diese Gleichung mit der Gleichung (3) vergleicht,

$$\frac{L}{M} = -tang\,\varphi \quad \text{oder} \quad M = -L\cot\varphi \ldots\ldots (5)$$

Bezeichnen wir ferner den 180^0 nicht übersteigenden Winkel, welchen der auf der positiven Seite der Ebene der xy liegende Theil der Ebene der Cometenbahn nach der Seite hin, auf welcher der positive Theil der Axe der y liegt, mit der Ebene, der xy einschliesst, durch i; so ist nach bekannten Formeln der analytischen Geometrie

Digitized by Google

$$\cos i^2 = \frac{N^2}{L^2+M^2+N^2},$$

und folglich

$$\sin i^2 = \frac{L^2+M^2}{L^2+M^2+N^2},$$

also

$$\cot i^2 = \frac{N^2}{L^2+M^2} = \frac{N^2}{L^2(1+\cot\varphi^2)} = \frac{N^2}{L^2\operatorname{cosec}\varphi^2},$$

oder

$$(6)\ldots\ldots N^2 = L^2\cot i^2\operatorname{cosec}\varphi^2, \quad N = \pm L\cot i\operatorname{cosec}\varphi.$$

Folglich ist nach dem Obigen

$$(7)\ldots\ldots\ldots z - y\cot\varphi \pm z\cot i\operatorname{cosec}\varphi = 0$$

oder

$$(8)\ldots\ldots\ldots x\sin\varphi - y\cos\varphi \pm z\cos i = 0$$

die Gleichung der Ebene der Cometenbahn, wo sich nun aber noch frägt, welches Zeichen man in dieser Gleichung zu nehmen hat. Dies kann auf folgende Art entschieden werden:

Man nehme den auf der positiven Seite der Axe der x liegenden Theil der Durchschnittslinie der Ebene der Cometenbahn mit der Ebene der xy als den positiven Theil der Axe der x' eines neuen rechtwinkligen Coordinatensystems, den positiven Theil der Axe der y' in der Ebene der xy aber so an, daſs man sich, um von dem positiven Theile der Axe der x' an durch den rechten Winkel $(x'y')$ hindurch zu dem positiven Theile der Axe der y' zu gelangen, ganz nach derselben Gegend hin bewegen muſs, nach welcher man sich bewegen muſs, um von dem positiven Theile der Axe der x an durch den rechten Winkel (xy) hindurch zu dem positiven Theile der Axe der y zu gelangen, so ist nach der Lehre von der Verwandlung der Coordinaten

$$x = x'\cos\varphi - y'\sin\varphi,$$
$$y = x'\sin\varphi + y'\cos\varphi;$$

und folglich, wenn man diese Gleichungen respective mit $\sin\varphi$ und $\cos\varphi$ multiplicirt und dann die zweite von der ersten subtrahirt,

$$x\sin\varphi - y\cos\varphi = -y'.$$

Also ist nach (8) die Gleichung der Cometenbahn

$$-y' \pm z\cos i = 0 \quad \text{oder} \quad z = \pm y'\tan i.$$

Dies ist natürlich auch die Gleichung der Durchschnittslinie der Ebene der Cometenbahn mit der Ebene der $y'z$. Nach den Principien der analytischen Geometrie ist aber offenbar die Gleichung dieser Durchschnittslinie

$$z = y'\tan i \quad \text{oder} \quad z = y'\tan(180^\circ - i),$$

d. i.

$$z = y'\tan i \quad \text{oder} \quad z = -y'\tan i,$$

jenachdem

$$\varphi < 90^\circ \quad \text{oder} \quad \varphi > 90^\circ$$

ist, woraus sich ergiebt, daſs in der Gleichung (8) der Ebene der Cometenbahn das obere oder untere Zeichen genommen werden muſs, jenachdem

$$\varphi < 90^\circ \quad \text{oder} \quad \varphi > 90^\circ$$

ist.

Man kann das doppelte Zeichen ganz vermeiden, wenn man unter i den 180° nicht übersteigenden Winkel versteht, welchen der auf der positiven Seite der Ebene der xy liegende Theil der Ebene der Cometenbahn mit der Ebene der xy nach der Seite des positiven Theils der Axe der y' hin einschlieſst. Unter dieser Voraussetzung, welche wir im Folgenden der Einfachheit wegen immer festhalten wollen, hat man nämlich, wie aus dem Vorhergehenden leicht erhellen wird, in der Gleichung der Ebene der Cometenbahn immer das obere Zeichen zu nehmen, und diese Gleichung ist also, unter der in Rede stehenden, in Bezug auf den Winkel i gemachten Voraussetzung, in völliger Allgemeinheit

$$x\sin\varphi - y\cos\varphi + z\cos i = 0\ldots\ldots\ldots(9)$$

§. 4.

Zuerst wollen wir nun die Gleichungen der von dem Mittelpunkte der Erde nach dem Cometen gezogenen geraden Linie suchen.

Zu dem Ende legen wir durch den Mittelpunkt der Erde ein neues, dem Systeme der x, y, z paralleles Coordinatensystem der x_1, y_1, z_1. Bezeichnen wir dann die geocentrische Länge und Breite und die sogenannte curtirte Entfernung des Cometen von der Erde respective durch α, β und ρ; so sind offenbar in völliger Allgemeinheit

$$\rho\cos\alpha, \quad \rho\sin\alpha, \quad \rho\tan\beta$$

die Coordinaten des Cometen im Systeme der x_1, y_1, z_1. Die Gleichungen der von dem Mittelpunkte der Erde nach dem Cometen gezogenen geraden Linie in dem Systeme der x_1, y_1, z_1 haben die Form

$$z_1 = Ax_1 + Cz_1 = By_1 + Cz_1,$$

und es ist folglich nach dem Vorhergehenden

$$\rho\cos\alpha = A\rho\tan\beta, \quad \rho\sin\alpha = B\rho\tan\beta,$$

also

$$A = \cos\alpha\cot\beta, \quad B = \sin\alpha\cot\beta.$$

Folglich sind die Gleichungen der vom Mittelpunkte der Erde nach dem Cometen gezogenen geraden Linie im Systeme der x_1, y_1, z_1

$$x_1 = z_1\cos\alpha\cot\beta, \quad y_1 = z_1\sin\alpha\cot\beta\ldots\ldots(10)$$

Bezeichnet Θ die geocentrische Länge der Sonne und R deren Entfernung von der Erde, so sind offenbar in völliger Allgemeinheit

Digitized by Google

$R\cos\Theta,\quad R\sin\Theta$

die Coordinaten der Sonne im Systeme der x_1, y_1, z_1, wobei sich von selbst versteht, daß die dritte Coordinate der Null gleich gesetzt wird. Also hat man nach der Lehre von der Verwandlung der Coordinaten zwischen den Coordinaten eines und desselben Punktes in den Systemen der x, y, z und x_1, y_1, z_1 die folgenden Gleichungen

$$(11)\ldots x_1 = R\cos\Theta + x,\quad y_1 = R\sin\Theta + y,\quad z_1 = z$$

oder

$$(12)\ldots x = x_1 - R\cos\Theta,\quad y = y_1 - R\sin\Theta,\quad z = z_1,$$

und die Gleichungen der von dem Mittelpunkte der Erde nach dem Cometen gezogenen geraden Linie in dem Systeme der x, y, z sind also nach dem Vorhergehenden

$$(13)\ldots\ldots\begin{cases} x + R\cos\Theta = z\cos\alpha\cot\beta \\ y + R\sin\Theta = z\sin\alpha\cot\beta \end{cases}$$

oder

$$(14)\ldots\ldots\begin{cases} x = z\cos\alpha\cot\beta - R\cos\Theta \\ y = z\sin\alpha\cot\beta - R\sin\Theta, \end{cases}$$

aus denen auch

$$(15)\ldots\ldots\ldots\ldots \cot\alpha = \frac{x + R\cos\Theta}{y + R\sin\Theta}$$

oder, wie man nach leichter Rechnung findet,

$$(16)\ldots\ldots x\sin\alpha - y\cos\alpha = R\sin(\Theta - \alpha)$$

folgt. Auch ergiebt sich aus den beiden Gleichungen (13) leicht

$$X = R\frac{\{\cos\alpha\sin(\Theta-\varphi) - \cos\Theta\sin(\alpha-\varphi)\}\cot\beta + \cos\Theta\cot i}{\cot\beta\sin(\alpha-\varphi) - \cot i},$$

$$Y = R\frac{\{\sin\alpha\sin(\Theta-\varphi) - \sin\Theta\sin(\alpha-\varphi)\}\cot\beta + \sin\varphi\cot i}{\cot\beta\sin(\alpha-\varphi) - \cot i}.$$

Aber, wie man leicht findet,

$$\cos\alpha\sin(\Theta-\varphi) - \cos\Theta\sin(\alpha-\varphi) = \sin(\Theta-\alpha)\cos\varphi$$
$$\sin\alpha\sin(\Theta-\varphi) - \sin\Theta\sin(\alpha-\varphi) = \sin(\Theta-\alpha)\sin\varphi;$$

und wir haben also für die Coordinaten X, Y, Z des Cometen die folgenden Ausdrücke:

$$(20)\ldots\ldots\begin{cases} X = R\dfrac{\sin(\Theta-\alpha)\cot\beta\cos\varphi + \cos\Theta\cot i}{\cot\beta\sin(\alpha-\varphi) - \cot i} \\ Y = R\dfrac{\sin(\Theta-\alpha)\cot\beta\sin\varphi + \sin\Theta\cot i}{\cot\beta\sin(\alpha-\varphi) - \cot i} \\ Z = R\dfrac{\sin(\Theta-\varphi)}{\cot\beta\sin(\alpha-\varphi) - \cot i}. \end{cases}$$

Die Entfernung des Cometen von der Sonne oder der sogenannte Radius Vector desselben sey r, so ist nach den Principien der analytischen Geometrie

$$(21)\ldots\ldots\ldots\ldots r = \sqrt{(X^2 + Y^2 + Z^2}.$$

Uebrigens wird man sich bei der Berechnung der Coordinaten X, Y, Z und des Radius Vectors r am besten auf folgende Art verhalten. Nach dem Obigen ist, wie man leicht findet,

$$x\cos\alpha + y\sin\alpha + R\cos(\Theta-\alpha) = z\cot\beta,\ldots(17)$$

so daß man also die beiden Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} x\sin\alpha - y\cos\alpha - R\sin(\Theta-\alpha) &= 0 \\ x\cos\alpha + y\sin\alpha + R\cos(\Theta-\alpha) &= z\cot\beta \end{aligned}\right\}\ldots(18)$$

hat. Endlich ergiebt sich auch sogleich die Gleichung

$$tang(\Theta-\alpha) = -\frac{x\sin\alpha - y\cos\alpha}{x\cos\alpha + y\sin\alpha - z\cot\beta}\ldots\ldots(19)$$

Bezeichnet man die Coordinaten des Cometen in dem Systeme der x, y, z durch X, Y, Z; so hat man, weil sich der Cometenort als der Durchschnittspunkt der von dem Mittelpunkte der Erde nach dem Cometen gezogenen graden Linie mit der Ebene der Cometenbahn betrachten läßt, nach (14) und (9) zur Bestimmung von X, Y, Z die drey folgenden Gleichungen:

$$X = Z\cos\alpha\cot\beta - R\cos\Theta,$$
$$Y = Z\sin\alpha\cot\beta - R\sin\Theta,$$
$$X\sin\varphi - Y\cos\varphi + Z\cot i = 0.$$

Führt man aber die Werthe von X und Y aus den beiden ersten Gleichungen in die dritte Gleichung ein, so erhält man nach leichter Rechnung

$$Z = \frac{R\sin(\Theta-\varphi)}{\cot\beta\sin(\alpha-\varphi) - \cot i}.$$

Also ist ferner

$$Z = -R\frac{\sin i\sin(\Theta-\varphi)}{\cos i - \sin i\cot\beta\sin(\alpha-\varphi)}\ldots\ldots(22)$$

und folglich, wenn man den Hülfswinkel mittelst der Formel

$$\cot\omega = \cot\beta\sin(\alpha-\varphi)\ldots\ldots\ldots(23)$$

berechnet,

$$Z = R\frac{\sin i\sin\omega\sin(\Theta-\varphi)}{\sin(i-\omega)}\ldots\ldots\ldots(24)$$

Hat man aber Z auf diese Weise gefunden, so ergeben sich X und Y leicht mittelst der Formeln

$$\left.\begin{aligned} X &= Z\cos\alpha\cot\beta - R\cos\Theta \\ Y &= Z\sin\alpha\cot\beta - R\sin\Theta \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots(25)$$

Die heliocentrische Länge des Cometen sey L, so ist offenbar in völliger Allgemeinheit

$$tang\,L = \frac{Y}{X}\ldots\ldots\ldots\ldots(26)$$

und L kann also aus X und Y immer leicht gefunden werden. Ist nun ferner B die heliocentrische Breite des Cometen, so ist offenbar in völliger Allgemeinheit

$$tang\,B = \frac{Z}{\sqrt{(X^2 + Y^2)}}\ldots\ldots\ldots(27)$$

Digitized by Google

Es ist aber, wie sogleich erhellet,

$$(28)\ldots\ldots\ldots\begin{cases} X = \cos L \sqrt{(X^2+Y^2)} \\ Y = \sin L \sqrt{(X^2+Y^2)}, \end{cases}$$

und folglich nach (27)

$$(29)\ldots\ldots \tang B = \frac{Z}{X}\cos L = \frac{Z}{Y}\sin L.$$

Weil nun offenbar in völliger Allgemeinheit

$$Z = r \sin B$$

ist, so ist

$$(30)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots r = \frac{Z}{\sin B},$$

mittelst welcher Formel r ganz leicht berechnet werden kann, wenn man nach dem Vorhergehenden nur erst B gefunden hat.

Noch wollen wir bemerken, dafs die Formel (26) für sich es unbestimmt läfst, ob L zwischen 0 und 180° oder zwischen 180° und 360° zu nehmen ist. Aus den Formeln (28) ergiebt sich aber sogleich, dafs man jederzeit das Erste oder das Zweite thun mufs, jenachdem Y positiv oder negativ ist.

Endlich wollen wir auch noch kurz zeigen, wie man die partiellen Differentialquotienten und die vollständigen Differentiale von X, Y, Z und r in Bezug auf i und φ als veränderliche Gröfsen berechnen kann, wenn wir auch in dieser Abhandlung von denselben im Folgenden keinen weitern Gebrauch machen werden.

Weil nach dem Obigen

$$\left\{\cot\beta \sin(\alpha-\varphi) - \cot i\right\} Z = R \sin(\Theta-\varphi)$$

ist, so ist

$$\left\{\cot\beta \sin(\alpha-\varphi) - \cot i\right\}\left(\frac{dZ}{di}\right) + \frac{Z}{\sin i^2} = 0,$$

und folglich

$$(31)\ldots\ldots\left(\frac{dZ}{di}\right) = -\frac{Z}{\sin i^2\left\{\cot\beta \sin(\alpha-\varphi) - \cot i\right\}},$$

oder, weil

$$\cot\beta \sin(\alpha-\varphi) - \cot i = \frac{R}{Z}\sin(\Theta-\varphi)$$

ist,

$$(32)\ldots\ldots\ldots\left(\frac{dZ}{di}\right) = -\frac{Z^2}{R \sin i^2 \sin(\Theta-\varphi)}.$$

Auch ist

$$(33)\ldots\left(\frac{dZ}{di}\right) = -\frac{R\sin(\Theta-\varphi)}{\left\{\cos i - \sin i \cot\beta \sin(\alpha-\varphi)\right\}^2},$$

und folglich nach (23)

$$(34)\ldots\ldots\ldots\left(\frac{dZ}{di}\right) = -\frac{R \sin w^2 \sin(\Theta-\varphi)}{\sin(i-w)^2}.$$

Nach (25) ist aber

$$(35)\ldots\ldots\ldots\begin{cases}\left(\frac{dX}{di}\right) = \cos\alpha\cot\beta\left(\frac{dZ}{di}\right) \\ \left(\frac{dY}{di}\right) = \sin\alpha\cot\beta\left(\frac{dZ}{di}\right).\end{cases}$$

Ferner ist nach dem Obigen

$$\left\{\cot\beta \sin(\alpha-\varphi) - \cot i\right\}\left(\frac{dZ}{d\varphi}\right) - Z\cot\beta\cos(\alpha-\varphi) = -R\cos(\Theta-\varphi),$$

und folglich

$$\left(\frac{dZ}{d\varphi}\right) = -\frac{R\cos(\Theta-\varphi) - Z\cot\beta\cos(\alpha-\varphi)}{\cot\beta\sin(\alpha-\varphi) - \cot i}$$

also, weil

$$\cot\beta\sin(\alpha-\varphi) - \cot i = \frac{R}{Z}\sin(\Theta-\varphi)$$

ist,

$$\left(\frac{dZ}{d\varphi}\right) = -Z\cot(\Theta-\varphi) + \frac{Z^2\cot\beta\cos(\alpha-\varphi)}{R\sin(\Theta-\varphi)}\ldots(36)$$

Nach (25) ist aber

$$\left.\begin{aligned}\left(\frac{dX}{d\varphi}\right) &= \cos\alpha\cot\beta\left(\frac{dZ}{d\varphi}\right) \\ \left(\frac{dY}{d\varphi}\right) &= \sin\alpha\cot\beta\left(\frac{dZ}{d\varphi}\right)\end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots(37)$$

Aus der Gleichung

$$r^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$$

ergiebt sich auf der Stelle

$$\left.\begin{aligned}\left(\frac{dr}{di}\right) &= \frac{X}{r}\left(\frac{dX}{di}\right) + \frac{Y}{r}\left(\frac{dY}{di}\right) + \frac{Z}{r}\left(\frac{dZ}{di}\right) \\ \left(\frac{dr}{d\varphi}\right) &= \frac{X}{r}\left(\frac{dX}{d\varphi}\right) + \frac{Y}{r}\left(\frac{dY}{d\varphi}\right) + \frac{Z}{r}\left(\frac{dZ}{d\varphi}\right)\end{aligned}\right\}\ldots\ldots(38)$$

Aus den partiellen Differentialquotienten von X, Y, Z und r in Bezug auf i und φ als veränderliche Gröfse findet man leicht die vollständigen Differentiale von X, Y, Z und r in in Bezug auf dieselben veränderlichen Gröfsen, weil bekanntlich

$$\left.\begin{aligned} dX &= \left(\frac{dX}{di}\right)di + \left(\frac{dX}{d\varphi}\right)d\varphi \\ dY &= \left(\frac{dY}{di}\right)di + \left(\frac{dY}{d\varphi}\right)d\varphi \\ dZ &= \left(\frac{dZ}{di}\right)di + \left(\frac{dZ}{d\varphi}\right)d\varphi\end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots(39)$$

und

$$dr = \left(\frac{dr}{di}\right)di + \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)d\varphi\ldots\ldots\ldots(40)$$

ist.

§. 5.

Wir wollen jetzt annehmen, dafs K, K_1, K_2 drei beobachtete Oerter eines Cometen in seiner Bahn, und KK_1, KK_2, K_1K_2 die dieselben verbindenden Sehnen sind; die Sonne sey S, und $t'-t$ und $t''-t'$ seyen die Zwischenzeiten zwischen der ersten und zweiten, und zwischen der zweiten und dritten Beobachtung. Wenn nun K, K_1, K_2 sehr nahe bei einander liegen, so dafs statt der zwischen K, K_1, und K_1, K_2 liegenden Bogen der Cometenbahn ohne merklichen Fehler die entsprechenden Sehnen KK_1 und K_1K_2, oder vielmehr statt

Digitized by Google

der Sectoren SKK_1 und SK_1K_2 ohne merklichen Fehler die eben so bezeichneten geradlinigen Dreiecke gesetzt werden können, so liefert das zweite *Kepler*'sche Gesetz die Proportion

$$\Delta SKK_1 : \Delta SK_1K_2 = t' - t : t'' - t'.$$

Bezeichnet aber H den Punkt, in welchem der nach dem mittlern Cometenorte K_1 gezogene Radius Vector SK_1 die Sehne KK_2 zwischen dem ersten und dritten Cometenorte schneidet, so ist nach einem bekannten geometrischen Satze

$$\Delta SKH : \Delta SK_2H = KH : K_2H,$$
$$\Delta KHK_1 : \Delta K_1HK_2 = KH : K_2H;$$

folglich

$$\Delta SKH : \Delta KK_2H = \Delta KHK_1 : \Delta K_1HK_2;$$

also nach einem bekannten Satze von den Proportionen

$$\Delta SKH + \Delta KHK_1 : \Delta SK_2H + \Delta K_1HK_2 = \Delta SKH : \Delta SK_2H$$

und folglich nach dem Obigen

$$\Delta SKK_1 : \Delta SK_1K_2 = KH : K_2H;$$

also nach dem Obigen

$$KH : K_2H = t' - t : t'' - t';$$

d. h. die den ersten und dritten Cometenort mit einander verbindende Sehne der Cometenbahn wird von dem nach dem mittlern oder zweiten Cometenorte gezogenen Radius Vector im Verhältnifs der Zwischenzeiten zwischen der ersten und zweiten und zwischen der zweiten und dritten Beobachtung geschnitten, ein Resultat, welches wir nun auf einen analytischen Ausdruck bringen wollen.

§. 6.

Wenn die Coordinaten der drei Cometenorte in dem Systeme der x, y, z durch X, Y, Z; X', Y', Z'; X'', Y'', Z'' bezeichnet werden; so sind die Gleichungen der Sehne zwischen dem ersten und dritten Cometenorte

$$\left.\begin{aligned} x - X &= \frac{X - X''}{Z - Z''}(z - Z) \\ y - Y &= \frac{Y - Y''}{Z - Z''}(z - Z). \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots(41)$$

Die Gleichung des nach dem mittlern oder zweiten Cometenorte gezogenen Radius Vector sind

$$x = \frac{X'}{Z'}z, \quad y = \frac{Y'}{Z'}z \quad \ldots\ldots(42)$$

Bezeichnen wir nun die Coordinaten des Durchschnittspunkts dieser beiden Linien durch x, y, z; so haben wir zwischen diesen drei Gröfsen die vier vorstehenden Gleichungen (41) und (42). Aus der ersten und dritten, und aus der zweiten und vierten folgt

$$\left(\frac{X'}{Z'} - \frac{X - X''}{Z - Z''}\right)z = X - \frac{X - X''}{Z - Z''}Z$$
$$\left(\frac{Y'}{Z'} - \frac{Y - Y''}{Z - Z''}\right)z = Y - \frac{Y - Y''}{Z - Z''}Z;$$

also

$$\left.\begin{aligned} x &= Z'\frac{X(Z - Z'') - Z(X - X'')}{X'(Z - Z'') - Z'(X - X'')} \\ z &= Z'\frac{Y(Z - Z'') - Z(Y - Y'')}{Y'(Z - Z'') - Z(Y - Y'')} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots(43)$$

oder

$$\left.\begin{aligned} x &= Z'\frac{XZ'' - X''Z}{XZ'' - X'Z + (X'Z'' - X''Z')} \\ z &= Z'\frac{YZ'' - Y''Z}{YZ'' - Y'Z + (Y'Z'' - Y''Z')} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots(44)$$

und folglich

$$\frac{X(Z - Z'') - Z(X - X'')}{X'(Z - Z'') - Z'(X - X'')} = \frac{Y(Z - Z'') - Z(Y - Y'')}{Y'(Z - Z'') - Z'(Y - Y'')} \quad \ldots\ldots(45)$$

oder

$$\frac{XZ'' - X''Z}{XZ'' - X'Z + (X'Z'' - X''Z')} = \frac{YZ'' - Y''Z}{YZ'' - Y'Z + (Y'Z'' - Y''Z')} \quad \ldots\ldots(46)$$

welcher Gleichung man auch die Form

$$(X - X'')(YZ' - Y'Z) + (Y - Y'')(X'Z - XZ') + (Z - Z'')(XY' - X'Y) = 0 \quad \ldots\ldots(47)$$

oder eine der drei folgenden Formen:

$$\left.\begin{aligned} X(Y'Z'' - Y''Z') + X'(Y''Z - YZ'') + X''(YZ' - Y'Z) &= 0 \\ Y(Z'X'' - Z''X') + Y'(Z''X - ZX'') + Y''(ZX' - Z'X) &= 0 \\ Z(X'Y'' - X''Y') + Z'(X''Y - XY'') + Z''(XY' - X'Y) &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots(48)$$

geben kann.

Aus (42) und (43) oder (44) ergiebt sich nun ohne alle Schwierigkeit

$$\left.\begin{aligned} x &= X'\frac{X(Z - Z'') - Z'(X - X'')}{X'(Z - Z'') - Z'(X - X'')} \\ y &= Y'\frac{X(Z - Z'') - Z(X - X'')}{X'(Z - Z'') - Z'(X - X'')} \\ z &= Z'\frac{X(Z - Z'') - Z(X - X'')}{X'(Z - Z'') - Z'(X - X'')} \end{aligned}\right\} \quad (49)$$

oder

$$\left.\begin{aligned} x &= X'\frac{Y(Z - Z'') - Z(Y - Y'')}{Y'(Z - Z'') - Z'(Y - Y'')} \\ y &= Y'\frac{Y(Z - Z'') - Z(Y - Y'')}{Y'(Z - Z'') - Z'(Y - Y'')} \\ z &= Z'\frac{Y(Z - Z'') - Z(Y - Y'')}{Y'(Z - Z'') - Z'(Y - Y'')} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots(50)$$

Digitized by Google

oder

$$(51)\ldots\ldots\begin{cases} x = X' \dfrac{XZ^{\prime\prime}-X^{\prime\prime}Z}{XZ'-X'Z+(X'Z^{\prime\prime}-X^{\prime\prime}Z')} \\ y = Y' \dfrac{XZ^{\prime\prime}-X^{\prime\prime}Z}{XZ'-X'Z+(X'Z^{\prime\prime}-X^{\prime\prime}Z')} \\ z = Z' \dfrac{XZ^{\prime\prime}-X^{\prime\prime}Z}{XZ'-X'Z-(X'Z^{\prime\prime}-X^{\prime\prime}Z')} \end{cases}$$

oder

$$(52)\ldots\ldots\begin{cases} x = X' \dfrac{YZ^{\prime\prime}-Y^{\prime\prime}Z}{YZ'-Y'Z+(Y'Z^{\prime\prime}-Y^{\prime\prime}Z')} \\ y = Y' \dfrac{YZ^{\prime\prime}-Y^{\prime\prime}Z}{YZ'-Y'Z+(Y'Z^{\prime\prime}-Y^{\prime\prime}Z')} \\ z = Z' \dfrac{YZ^{\prime\prime}-Y^{\prime\prime}Z}{YZ'-Y'Z+(Y'Z^{\prime\prime}-Y^{\prime\prime}Z')} \end{cases}$$

Das Quadrat der Entfernung des ersten Cometenorts von dem Durchschnittspunkte des mittlern Radius Vectors mit der den ersten und dritten Cometenort verbindenden Sehne ist

$$\left\{X-X'\frac{X(Z-Z^{\prime\prime})-Z(X-X^{\prime\prime})}{X'(Z-Z^{\prime\prime})-Z'(X-X^{\prime\prime})}\right\}^2 + \left\{Y-Y'\frac{X(Z-Z^{\prime\prime})-Z(X-X^{\prime\prime})}{X'(Z-Z^{\prime\prime})-Z'(X-X^{\prime\prime})}\right\}^2 + \left\{Z-Z'\frac{X(Z-Z^{\prime\prime})-Z(X-X^{\prime\prime})}{X'(Z-Z^{\prime\prime})-Z'(X-X^{\prime\prime})}\right\}^2$$

Est ist aber

$$X-X'\frac{X(Z-Z^{\prime\prime})-Z(X-X^{\prime\prime})}{X'(Z-Z^{\prime\prime})-Z'(X-X^{\prime\prime})} = -\frac{(X-X^{\prime\prime})(XZ'-X'Z)}{X'(Z-Z^{\prime\prime})-Z'(X-X^{\prime\prime})},$$

$$Z-Z'\frac{X(Z-Z^{\prime\prime})-Z(X-X^{\prime\prime})}{X'(Z-Z^{\prime\prime})-Z'(X-X^{\prime\prime})} = -\frac{(Z-Z^{\prime\prime})(XZ'-X'Z)}{X'(Z-Z^{\prime\prime})-Z'(X-X^{\prime\prime})}$$

und

$$Y-Y'\frac{X(Z-Z^{\prime\prime})-Z(X-X^{\prime\prime})}{X'(Z-Z^{\prime\prime})-Z'(X-X^{\prime\prime})} = -\frac{(X-X^{\prime\prime})(YZ'-Y'Z)+(Z-Z^{\prime\prime})(XY'-X'Y)}{X'(Z-Z^{\prime\prime})-Z'(X-X^{\prime\prime})},$$

d. i. nach (47)

$$Y-Y'\frac{X(Z-Z^{\prime\prime})-Z(X-X^{\prime\prime})}{X'(Z-Z^{\prime\prime})-Z'(X-X^{\prime\prime})} = -\frac{(Y-Y^{\prime\prime})(XZ'-X'Z)}{X'(Z-Z^{\prime\prime})-Z'(X-X^{\prime\prime})}.$$

Folglich ist offenbar

$$(XZ'-X'Z)^2\frac{(X-X^{\prime\prime})^2+(Y-Y^{\prime\prime})^2+(Z-Z^{\prime\prime})^2}{\{X'(Z-Z^{\prime\prime})-Z'(X-X^{\prime\prime})\}^2}.$$

Das Quadrat der Entfernung des dritten Cometenorts von dem Durchschnittspunkte des mittlern Radius Vectors mit der den ersten und dritten Cometenort verbindenden Sehne ist auf ganz ähnliche Art

$$\left\{X^{\prime\prime}-X'\frac{X(Z-Z^{\prime\prime})-Z(X-X^{\prime\prime})}{X'(Z-Z^{\prime\prime})-Z'(X-X^{\prime\prime})}\right\}^2 + \left\{Y^{\prime\prime}-Y'\frac{X(Z-Z^{\prime\prime})-Z(X-X^{\prime\prime})}{X'(Z-Z^{\prime\prime})-Z'(X-X^{\prime\prime})}\right\}^2 + \left\{Z^{\prime\prime}-Z'\frac{X(Z-Z^{\prime\prime})-Z(X-X^{\prime\prime})}{X'(Z-Z^{\prime\prime})-Z'(X-X^{\prime\prime})}\right\}^2$$

Es ist aber

$$X^{\prime\prime}-X'\frac{X(Z-Z^{\prime\prime})-Z(X-X^{\prime\prime})}{X'(Z-Z^{\prime\prime})-Z'(X-X^{\prime\prime})} = \frac{(X-X^{\prime\prime})(X'Z^{\prime\prime}-X^{\prime\prime}Z')}{X'(Z-Z^{\prime\prime})-Z'(X-X^{\prime\prime})},$$

$$Z^{\prime\prime}-Z'\frac{X(Z-Z^{\prime\prime})-Z(X-X^{\prime\prime})}{X'(Z-Z^{\prime\prime})-Z'(X-X^{\prime\prime})} = \frac{(Z-Z^{\prime\prime})(X'Z^{\prime\prime}-X^{\prime\prime}Z')}{X'(Z-Z^{\prime\prime})-Z'(X-X^{\prime\prime})}$$

und, wie man leicht findet,

$$Y^{\prime\prime}-Y'\frac{X(Z-Z^{\prime\prime})-Z(X-X^{\prime\prime})}{X'(Z-Z^{\prime\prime})-Z'(X-X^{\prime\prime})} = \frac{Y'(Z^{\prime\prime}X-ZX^{\prime\prime})+Y^{\prime\prime}(ZX'-Z'X)-Y^{\prime\prime}(X'Z^{\prime\prime}-X^{\prime\prime}Z')}{X'(Z-Z^{\prime\prime})-Z'(X-X^{\prime\prime})},$$

d. i. nach (48)

$$Y^{\prime\prime}-Y'\frac{X(Z-Z^{\prime\prime})-Z(X-X^{\prime\prime})}{X'(Z-Z^{\prime\prime})-Z'(X-X^{\prime\prime})} = \frac{(Y-Y^{\prime\prime})(X'Z^{\prime\prime}-X^{\prime\prime}Z')}{X'(Z-Z^{\prime\prime})-Z'(X-X^{\prime\prime})}.$$

Folglich ist offenbar

$$(X'Z^{\prime\prime}-X^{\prime\prime}Z')^2\frac{(X-X^{\prime\prime})^2+(Y-Y^{\prime\prime})^2+(Z-Z^{\prime\prime})^2}{\{X'(Z-Z^{\prime\prime})-Z'(X-X^{\prime\prime})\}^2}$$

das Quadrat der in Rede stehenden Entfernung.

Weil nun nach §. 5 die den ersten und dritten Cometenort mit einander verbindende Sehne von dem mittlern Radius Vector im Verhältnifs der Zwischenzeiten zwischen der ersten und zweiten und zwischen der zweiten und dritten Beobachtung geschnitten wird; so ist nach dem Vorhergehenden offenbar

$$(XZ'-X'Z)^2:(X'Z^{\prime\prime}-X^{\prime\prime}Z')^2 = (t'-t)^2:(t^{\prime\prime}-t')^2,$$

oder

$$\left(\frac{XZ'-X'Z}{X'Z^{\prime\prime}-X^{\prime\prime}Z'}\right)^2 = \left(\frac{t'-t}{t^{\prime\prime}-t'}\right)^2,$$

und folglich

$$\frac{XZ'-X'Z}{X'Z^{\prime\prime}-X^{\prime\prime}Z'} = \pm\frac{t'-t}{t^{\prime\prime}-t'} \ldots\ldots\ldots (53)$$

wo sich nun noch frägt, welches Zeichen man zu nehmen hat.

Digitized by Google

Eine ganz allgemeine Bestimmung hierüber läfst sich nicht geben, wovon man sich leicht durch Betrachtung einiger speciellen Fälle überzeugen kann. Wenn aber die drei Cometenorte in einer geraden Linie liegen und

$$x = Az + B$$

die Gleichung der Projection dieser geraden Linie auf der Ebene der $x s$ ist; so haben wir die drei Gleichungen

$$\begin{aligned} X &= AZ + B, \\ X' &= AZ' + B, \\ X'' &= AZ'' + B; \end{aligned}$$

aus denen sich leicht

$$\begin{aligned} X'Z' - X'Z &= B(Z' - Z), \\ X''Z'' - X''Z'' &= B(Z'' - Z'), \end{aligned}$$

und folglich

$$\frac{X'Z' - X'Z}{X''Z'' - X''Z''} = \frac{Z' - Z}{Z'' - Z''}$$

ergiebt. Weil nun unter der gemachten Voraussetzung mit Beziehung der obern und untern Zeichen auf einander offenbar

$$Z \lesseqgtr Z' \lesseqgtr Z'',$$

und folglich

$$Z' - Z \gtrless 0, \quad Z'' - Z' \gtrless 0$$

ist, so ist der Bruch

$$\frac{Z' - Z}{Z'' - Z''}$$

also nach dem Obigen auch der Bruch

$$\frac{X'Z' - X'Z}{X''Z'' - X''Z''}$$

positiv. Wenn nun auch die drei Cometenorte nicht völlig genau in einer geraden Linie liegen, so ist dies doch nach der Voraussetzung näherungsweise und zwar mit einem grofsen Grade der Annäherung der Fall, woraus sich ergiebt, dafs auch in unserm obigen Falle der Bruch

$$\frac{X'Z' - X'Z}{X''Z'' - X''Z''}$$

positiv ist, und folglich in der Gleichung (53) das obere Zeichen genommen, also

$$(54). \quad \frac{X'Z' - X'Z}{X''Z'' - X''Z} = \frac{t' - t}{t'' - t'}$$

gesetzt werden muls.

Aus der ersten der Gleichungen (48) ergiebt sich leicht

$$\begin{aligned} &X'Y'Z'' - X'Y'Z + X''Y'Z' \\ &= X''Y'Z' - X'Y''Z + X''Y'Z, \end{aligned}$$

also, wenn man auf beiden Seiten mit X' multiplicirt und dann die Gröfse $XX''Y'Z'$ subtrahirt, wie man nach leichter Rechnung findet,

$$\begin{aligned} &(X'Y' - X'Y)(X'Z'' - X''Z') \\ &= (X'Y'' - X''Y')(X'Z' - X'Z) \end{aligned}$$

oder

$$\frac{X'Y' - X'Y}{X'Y'' - X''Y'} = \frac{X'Z' - X'Z}{X'Z'' - X''Z'}.$$

Auf ganz ähnliche Art kann man zeigen, dafs

$$\frac{Y'Z' - Y'Z}{Y'Z'' - Y''Z'} = \frac{X'Z' - X'Z}{X'Z'' - X''Z'}$$

ist, und nach (54) ist folglich

$$\frac{X'Y' - X'Y}{X'Y'' - X''Y'} = \frac{Y'Z' - Y'Z}{Y'Z'' - Y''Z'} = \frac{ZX' - Z'X}{ZX'' - Z''X'} = \frac{t' - t}{t'' - t'} \ldots (55)$$

Bezeichnen wir nun die drei geocentrischen Längen und Breiten des Cometen durch $\alpha, \alpha', \alpha''$ und β, β', β'', die entsprechenden geocentrischen Längen der Sonne durch $\Theta, \Theta', \Theta''$, und die entsprechenden Vectoren der Erde durch R, R', R''; so ist nach (20)

$$\begin{aligned} X &= R\frac{\sin(\Theta - \alpha)\cot\beta\cos\varphi + \cos\Theta\cot i}{\cot\beta\sin(\alpha - \varphi) - \cot i}, \\ X' &= R'\frac{\sin(\Theta' - \alpha')\cot\beta'\cos\varphi + \cos\Theta'\cot i}{\cot\beta'\sin(\alpha' - \varphi) - \cot i}, \\ X'' &= R''\frac{\cot(\Theta'' - \alpha'')\cot\beta''\cos\varphi + \cos\Theta''\cot i}{\cot\beta''\sin(\alpha'' - \varphi) - \cot i}, \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} Z &= R\frac{\sin(\Theta - \varphi)}{\cot\beta\sin(\alpha - \varphi) - \cot i}, \\ Z' &= R'\frac{\sin(\Theta' - \varphi)}{\cot\beta'\sin(\alpha' - \varphi) - \cot i}, \\ Z'' &= R''\frac{\sin(\Theta'' - \varphi)}{\cot\beta''\sin(\alpha'' - \varphi) - \cot i}. \end{aligned}$$

Führt man diese Werthe in die Proportion

$$XZ' - X'Z : X'Z'' - X''Z' = t' - t : t'' - t'$$

ein, und hebt auf, was sich aufheben läfst; so erhält man, wenn der Kürze wegen

$$\frac{t' - t}{t'' - t'} = \mu, \quad \frac{t'' - t}{t'' - t'} = \mu' \ldots\ldots\ldots\ldots (56)$$

gesetzt wird, nach einigen leichten Verwandlungen

$$(57). \ldots\ldots \frac{[\sin(\Theta - \alpha)\cot\beta\sin(\Theta' - \varphi) - \sin(\Theta' - \alpha')\cot\beta'\sin(\Theta - \varphi)]\cos\varphi + [\cos\Theta\sin(\Theta' - \varphi) - \cos\Theta'\sin(\Theta - \varphi)]\cot i}{[\sin(\Theta' - \alpha')\cot\beta'\sin(\Theta'' - \varphi) - \sin(\Theta'' - \alpha'')\cot\beta''\sin(\Theta' - \varphi)]\cos\varphi + [\cos\Theta'\sin(\Theta'' - \varphi) - \cos\Theta''\sin(\Theta' - \varphi)]\cot i} : \frac{\cot\beta\sin(\alpha - \varphi) - \cot i}{\cot\beta''\sin(\alpha'' - \varphi) - \cot i} = \mu : \mu',$$

Weil aber, wie leicht erhellet,

$$\begin{aligned} \cos\Theta\sin(\Theta' - \varphi) - \cos\Theta'\sin(\Theta - \varphi) &= -\sin(\Theta - \Theta')\cos\varphi, \\ \cos\Theta'\sin(\Theta'' - \varphi) - \cos\Theta''\sin(\Theta' - \varphi) &= -\sin(\Theta' - \Theta'')\cos\varphi \end{aligned}$$

ist; so geht die obige Proportion in folgende über:

$$(58). \ldots \frac{\sin(\Theta - \alpha)\cot\beta\sin(\Theta' - \varphi) - \sin(\Theta' - \alpha')\cot\beta'\sin(\Theta - \varphi) - \sin(\Theta - \Theta')\cot i}{\sin(\Theta' - \alpha')\cot\beta'\sin(\Theta'' - \varphi) - \sin(\Theta'' - \alpha'')\cot\beta''\sin(\Theta' - \varphi) - \sin(\Theta' - \Theta'')\cot i} : \frac{\cot\beta\sin(\alpha - \varphi) - \cot i}{\cot\beta''\sin(\alpha'' - \varphi) - \cot i} = \mu : \mu',$$

und führt nun ferner leicht zu der folgenden Gleichung, welche in Bezug auf $\cot i$ als unbekannte Gröfse vom zweiten Grade ist:

$$\begin{aligned} (59). \ldots 0 = &\{\mu\sin(\Theta' - \Theta'') - \mu'\sin(\Theta - \Theta')\}\cot i^2 \\ &- \Big\{\mu\left[\cot\beta'\sin(\Theta' - \Theta'')\sin(\alpha - \varphi) + \cot\beta'\sin(\Theta' - \alpha')\sin(\Theta'' - \varphi) - \cot\beta''\sin(\Theta'' - \alpha')\sin(\Theta' - \varphi)\right] \\ &\Big\{-\mu'\left[\cos\beta''\sin(\Theta - \Theta')\sin(\alpha'' - \varphi) + \cot\beta\sin(\Theta - \alpha)\sin(\Theta' - \varphi) - \cot\beta'\sin(\Theta' - \alpha')\sin(\Theta - \varphi)\right]\Big\}\cot i \\ &+ \mu\cot\beta\sin(\alpha - \varphi)\{\cot\beta'\sin(\Theta' - \alpha')\sin(\Theta'' - \varphi) - \cot\beta''\sin(\Theta'' - \alpha')\sin(\Theta' - \varphi)\} \\ &- \mu'\cot\beta''\sin(\alpha'' - \varphi)\{\cot\beta\sin(\Theta - \alpha)\sin(\Theta' - \varphi) - \cot\beta'\sin(\Theta' - \alpha')\sin(\Theta - \varphi)\}. \end{aligned}$$

(Die Fortsetzung folgt.)

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 449.

Avant-propos.

En vous communiquant la notice ci-jointe que j'ai présentée, il y a quelque tems, à l'Académie au nom de mon fils, et à laquelle je vous prie de bien vouloir accorder une place dans votre journal, je profite de l'occasion pour dire quelques mots sur notre grande lunette. Vous avez publié sur cet instrument quelques détails dans le Nr. 411 des Astron. Nachr., mais rien ne s'y trouve de la perfection et de la force de l'instrument dans le sens purement optique, et je le crois un devoir envers l'artiste distingué, Mr. *Merz* de Munic, d'en parler ici.

L'efficacité d'un objectif bien centré dépend du diamètre, du poli des surfaces et de leur forme parfaite, en produisant la clarté et la précision de l'image. L'ouverture libre de notre objectif est de 14 pouces de France = 14,93 d'Angleterre sur un foyer de 22 pieds Anglais. Avec cette ouverture la quantité de lumière ramassée doit être à cette dans la lunette de Dorpat, dont l'objectif a 9 pouces de France, comme $14^2 : 9^2 = 3{,}16 : 1$. Aussi l'effet de cette supériorité énorme est tel, que les objects les plus difficiles à distinguer dans la lunette de Dorpat deviennent ici facilement visibles. C'est ainsi que le sixième étoile du trapèze de l'Orion se voit ici facilement et que la mesure micrométrique entre cette étoile et les autres voisines dans le trapèze se fait sans difficulté dans le champ éclairé de la lucette, quand l'état de l'atmosphère favorise, condition essentielle pour l'élevation de 25° au dessus de l'horizon.

Quant à l'achromatisme et à la netteté des images je suis persuadé que la lunette de Poulkova possède un objectif des plus parfaits, qui ayent jamais été produits. Les étoiles doubles les plus difficiles à recondre dans la lunette de Dorpat se présentent ici séparées en deux, pour ainsi dire, au premier coup d'oeil, et le travail dont la notice suivante de mon fils donne un rapport, en contient une preuve éclatante, en donnant un enrichement énorme des étoiles doubles dans le premier ordre des distances par la recherche exécutée avec cet instrument. Jusqu'ici l'instrument a été employé principalement à la révision indiquée de l'hémisphère boréal et à la continuation des mesures micrométriques des étoiles doubles, pour les systèmes les plus intéressants. Ces mesures doivent être étendues à présent encore à toutes les étoiles doubles récemment découvertes ici, travail qui exigera un tems considérable. Mais la révision une fois achevée, nous y aurons le loisir nécessaire et sans doute nous trouverons aussi l'occasion d'étendre l'usage de cette lunette puissante à d'autres recherches intéressantes sur la voûte céleste, nommement aux nébuleuses et aux satellites de Saturne et d'Uranus. Mais pour les derniers il faudra attendre jusqu'à ce que ces planètes seront assez élevées au dessus de l'horizon, pour que la lunette puisse agir de toute sa force.

Dans votre visite à Poulkova vous avez pu juger vous même de la facilité remarquable dans le mouvement de cet instrument colossal. A présent j'éprouve une satisfaction particulière de pouvoir constater par l'expérience de plus de deux ans la solidité de l'emplacement de l'instrument et la perfection de l'action mécanique, dans la construction de Mr. *Mahler*, sous tous les points de vue. La direction de l'axe horaire n'a pas été corrigée depuis l'emplacement primitif de l'instrument en Août 1839, et l'axe coincide encore à présent avec le pôle céleste à une petite fraction de la minute. C'est un grand avantage du pilier en granit sur le pied en bois de *Fraunhofer*, et en conséquence l'instrument se prête d'une manière très satisfaisante à l'usage parallactique c. o. d. à la détermination des différences en ascension droite et en déclinaison par l'usage des cercles divisés. Dès le commencement j'avois quelques doutes que le bout arrondi inférieur de l'axe horaire, quoique en acier trempé et poli, ne s'usat avec le tems par le poids énorme qui y repose. Pour y obvier j'avais entouré ce bout d'une boîte remplie d'huile et fermée de manière que la poussière fût entièrement exclue. L'examen que j'ai fait nouvellement sur ce point a parfaitement justifié cette précaution. Le bout de l'axe après l'usage de plus de deux ans s'est trouvé parfaitement poli et seulement un peu bruni. Cet examen se fit à une occasion particulière. Il y a deux mois, que j'ai été forcé de démonter l'instrument, parceque la friction de l'axe de déclinaison dans son grand canon avoit augmenté considérablement pendant le froid de l'hiver. L'instrument avait été employé auparavant pour la révision du ciel boréal le plus souvent dans une position, où le poids de l'instrument pressait l'axe conique de déclinaison

Digitized by Google

contre les parois intérieures du canon. Avec cela et par la contraction plus grande du canon en cuivre par rapport à celle de l'axe en acier, le frottement augmenta à faire presque cesser le mouvement. J'ai remédié à cet inconvenient d'une manière très simple, en plaçant un anneau mince d'acier entre le bord saillant supérieur de l'axe et la surface du canon supérieure et perpendiculaire à l'ax. Cet anneau ne permet plus à l'axe de s'enfoncer à force dans son canon, et produit un petit jeu utile. Depuis, le mouvement de l'instrument sur l'axe de déclinaison va de nouveau à merveille, et même plus facilement que dès le commencement. J'en tire la conclusion qu'il est essentiel dans un instrument de ces dimensions colossales, d'éviter, où cela se peut, l'hétérogénité des metaux. Un canon en fer sur l'axe en acier auroit sans doute empêché l'accroissement de la friction en hiver, dans ce qui dépend de la contraction des métaux et non pas de la viscosité augmentée dans l'huile.

Je remarque encore que l'opération de démonter et de remonter l'instrument auroit été impraticable au mois de Janvier à cause du froid, s'il n'y avait pas eu moyen d'élever la température dans la tour mobile, où se trouve la grande lunette, au dessus de zéro par de l'air échauffé introduit à l'aide de canaux qui se trouvent dans le mur et qui communiquent à un poële dans le souterrain.

Poulkova ce 4 Mars 1842.

W. Struve.

Notice sur une révision de l'hémisphère céleste boréal, par rapport aux étoiles fixes jusqu'à la septième grandeur, et aux étoiles doubles exécutée à l'aide de la grande lunette de l'observatoire central de Poulkova,

Par *M. O. Struve*,

Lu le 10 Décembre 1841 à l'Académie Impériale des Sciences à St. Petersbourg.

La grande lunette parallactique de Munich, dont l'objectif a une ouverture, de quatorze pouces de France, a été employée, pendant les derniers quatre mois, à un examen de l'hémisphère céleste boréal. Le but principal de notre travail est la détermination approximative de toutes les étoiles jusqu'à la septième grandeur inclusivement, pour en former un catalogue, qui servira de base aux travaux ultérieurs à faire, par le cercle méridien, pour la détermination exacte des positions des mêmes étoiles. En même tems, ce travail finl nous fournire des matériaux plus précis que l'on n'en avait jusqu'à présent, pour en déduire des conséquences, concernant la distribution des étoiles sur la voûte céleste et la forme de notre vois lactée. Outre cela, il y avait lieu d'espérer que la force optique plus grande de notre lunette, en comparaisen de celle de Derpat, pût augmenter encore considérablement le nombre des étoiles doubles connues; principalement des plus resserrées dans les premiers ordres des distances apparentes.

Pour atteindre à ce triple but le plus tôt possible, il fallait la coopération de plusieurs observateurs: d'un pour diriger l'instrument sur les étoiles, d'un autre qui lisait l'angle horaire, d'un troisième qui lisait la déclinaison et d'un quatrième pour marquer le tems et pour écrire les régistres d'après la dictée des autres. Celui qui était occupé à diriger l'instrument, ce qui se faisait à l'aide du tube chercheur, appliqué à la grande lunette, devait en même tems regarder l'étoile dans la grande lunette, pour décider si elle était composée ou non. L'examen du ciel se fit par zônes de déclinaison d'une certaine étendue. L'expérience nous apprit bientôt qu'en pouvoit mouvoir l'instrument en déclinaison par une zône de quatre degrés sans risquer d'omettre quelque étoile, même dans les régions du ciel les plus riches en étoiles. L'observateur, occupé à lire les déclinaisons, prit en même tems soin qu'on ne dépassât pas de trop les limites proposées de chaque zône. La lunette étant dirigée, le tems fut noté au moment que l'étoile se trouva au milieu du champ de la grande lunette. Après cela se faisaient les lectures de cercles, nommément du cercle horaire par Mr. *Schweizer*, et du cercle de déclinaison par mon digne confrère Mr. *G. Fuss*. Notre secrétaire pour ce travail, Mr. *Henop*, répétait toujours à haute voix les nombres dictés pour éviter des fautes d'ouïe. Enfin j'indiquais encore la grandeur taxée de l'étoile observée, et dans le cas où elle était double, les deux grandeurs et la distance approximative. De cette manière, il était possible d'absoudre toutes les opérations nécessaires pour une étoile en moins d'une demi minute de tems, point essentiel pour l'avancement rapide du travail.

Durant le premier mois de notre révision, mon père lui-même se chargea de la direction de la lunette. Plus tard son tems étant occupé par les observations à l'instrument de passage dans le premier vertical, il me chargea de sa fonction auprès de la grande lunette. Ce remplacement pouvait se faire sans risquer une inconséquence dans le travail, une comparaison continuée des grandeurs taxées par nous deux n'ayant pas donné la moindre différence dans nos estimations des grandeurs des étoiles.

La réduction des positions observées des étoiles et la formation du catalogue d'après les ascensions droites, fut exécutée le plus tôt possible après les observations faites. Ce catalogue contient les positions des étoiles réduites au com

Digitized by Google

mencement de l'an 1840. La réduction qui dépend de la correction du pendule, de l'erreur de l'index aux deux cercles, de la déviation dans le pôle de l'instrument par rapport au pôle céleste ainsi que de l'effet de la précession et des autres élémens qui changent les positions des étoiles, se faisait simplement en comparant les positions observées des étoiles connues avec leurs positions, données dans le catalogue de la société astronomique de Londres, corrigées de l'effet de la précession pour dix ans. De cette manière une correction moyenne fut ajoutée à toutes les positions observées dans une zône pendant la même nuit, à l'exception des zônes qui se trouvent le plus près du pôle, dans lesquelles différentes corrections correspondantes aux angles horaires et aux déclinaisons furent introduites. Cette méthode de réduire les observations, quoiqu'elle ne soit pas parfaitement exacte, était sans doute suffisante pour notre but, vu que notre catalogue ne devait donner les places des étoiles qu'approximativement, et que les observations sont sujettes à des erreurs beaucoup plus grandes que celles produites par cette méthode de reduction. Néanmoins je crois que les positions de notre catalogue ne sont point sujettes à des erreurs dont la valeur moyenne surpasse deux secondes en tems pour les ascensions droites des étoiles qui se trouvent dans l'équateur, et une demi minute pour les déclinaisons.

L'espace du ciel, que nous avons perlustré de cette manière jusqu'à présent, comprend 0,3176 de l'hémisphère boréal. Le nombre de toutes les étoiles déterminées sur cet espace monte à 6992. Du ce nombre il faut soustraire quelques étoiles qui aoot observées deux fois, parce qu'elles se trouvaient aux limites des zônes. Le nombre en est 690, donc il nous reste dans l'espace indiqué 6302 étoiles différentes. Dans ce nombre il y en a 1056, qui son visible à l'oeil nu, dont les plus faibles sont des étoiles de la 6ème graodeur, 553 entre la sixième et la septième grandeur, 3666 de la septième et enfin 1027 entre la septième et la huitième grandeur. Le nombre des étoiles de la grandeur 6 à 7 est beaucoup moindre qu'il ne fallait d'après la probabilité, en comparaot le nombre des étoiles de la 7ème grandeur. Cela provient de ce que nous nous sommes efforcés d'attribuer aux étoiles des grandeurs eu nombres entiers et ce n'est que dans le cas d'incertitude que nous avons admis une grandeur intermédiaire. En partageaot le nombre de ces étoiles de grandeur douteuse (6 à 7), dans la proportion de 1 à 3, entre les étoiles de la 6ème et celles de la 7ème grandeur, oous aurons 1194 étoiles jusqu'à la 6ème grandeur inclusivemeot et

4081 étoiles de la 7ème grandeur.

Les étoiles taxées de la grandeur (7 à 8) ne sont entrées qu'accidentellement et seront rejetées de notre catalogue. La plupart d'entre elles ont été observées quand le ciel n'était pas tout à fait clair, pour éviter de négliger quelque étoile de la 7ème grandeur.

Nous avons donc, sur la partie revue du ciel, le nombre de 5275 étoiles jusqu'à la 7ème grandeur inclusivement. Supposant que la distribution des étoiles est la même sur l'espace qu'il reste encore à perlustrer, nous aurons sur l'hémisphère boréal en tout environ 16600 étoiles, doot environ 12800 appartiennent à la septième grandeur et 3800 aux classes plus brillantes. A ce qu'il paraît, nous avons trop avancé les limites des étoiles de la septième grandeur, si peut-être le surplus des étoiles de la septième grandeur n'est pas provenu de ce que nous avons examiné jusqu'à présent principalement les parties du ciel qui approchent de la voie lactée. Néanmoins il est certain que l'atlas de *Harding* est loin d'être complet par rapport aux étoiles de la septième grandeur, dont il ne contient aur l'hémisphère boréal que 4763, tandis qu'il s'en trouve 3378 des grandeurs supérieures.

La récolte de notre travail en étoiles doubles a justifié toutes nos attentes. Le grossissement employé à notre lunette a été de 412 fois. Ce grossissement est beaucoup plus fort que celui que moo père a employé pour la recherche des étoiles doubles à la lunette de Dorpat et qui n'était que de 198 fois. Dans l'espace examiné du ciel nous avons trouvé 551 étoiles doubles. De ce nombre 349 se trouvent dans le catalogue de Dorpat, 202 sont nouvellement découvertes. Une comparaison de ces étoiles doubles nouvellement découvertes avec les anciennes, nous apprend que cet accroissement doit être attribué uniquement à la force optique supérieure de notre lunette sur celle de Dorpat et au grossissement plus fort que nous avons employé. Cette comparaison se présente dans la table suivante.

Distances.	0″,4 à 1″	1″,2 à 2″	2″,4 à 4″	4″,8 à 8″	8″,6 à 16″	16″,4 à 32″
Étoiles doubles du catalogue de Dorpat.....	24	43	67	68	86	64
Étoiles doubles nouvellement découvertes.....	59	12	32	17	46	32

On voit que le plus grand nombre de nos nouvelles étoiles doubles se trouve dans le premier ordre. Cependant parmi les 59 étoiles du premier ordre il y en a 19, qui ne sont que soupçonnées doubles, parce que les conditions de l'atmosphère, moins favorables principalement dans les mois d'Octobre et de Novembre, ne permettaient pas d'en décider définitivement. Il y a pourtant probabilité que la plupart en sont effectivement doubles, ce qui se décidera dans des circonstances atmosphé-

Digitized by Google

riques plus favorables, de manière que nous avons dans cette classe au moins 50 nouvelles étoiles sur 24 qui se trouvent dans le catalogue de Dorpat, ce qui prouve que par la force extraordinaire de notre lunette, le nombre des étoiles doubles les plus resserrées est plus que triplé. L'accroissement des nombres des autres ordres n'est pas si considérable. Il présente pour la plupart des systèmes dans lesquels des satellites extrêmement faibles, en grande partie invisibles à Dorpat, se trouvent joints à des étoiles plus brillantes.

Je mentionne encore comme les plus intéressantes de nos étoiles doubles nouvellement découvertes, λ du Cygne composée de deux étoiles de la 6ème grandeur dans la distance de 0″8, χ de l'Aigle, composée d'une étoile de 6ème et d'une autre de la (6,7)^{ème} grandeur à peu près à la même distance, η du Dragon, étoile de la grandeur (2.3) dont le satellite de la grandeur (7,8) se trouve à la distance de trois secondes.

Parmi les étoiles doubles du catalogue de Dorpat, il y en a deux, qui dans notre instrument ont subi une nouvelle séparation, c'est à dire que l'étoile vue double à Dorpat s'est présentée ici, à Poulkova, triple, savoir les numéros 1607 et 1690. De toutes les étoiles contenues dans l'ancien catalogue, qui entrent dans notre recherche, il n'y en a qu'une seule δ du Cygne (étoile de la grandeur 3, qui a un satellite de la grandeur 8 à la distance de 1″8) qui ne soit pas reconnue dans notre recherche comme double, apparemment par des circonstances atmosphériques défavorables, si peut-être le satellite n'est pas de lumière variable, ce qui a déjà été soupçonné par mon père dans les Mensurae micrometricae p. 297.

Nous espérons finir notre travail dans le courant de l'année 1842.

(Tiré du *Bulletin scientifique publié par l'Académie Imp. des Sciences de St. Pétersbourg, T. X. No. 3.*)

Mondculminationen in Altona 1842.

		Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
Mai	16 o	9h 6′ 33″15	+14° 33′ 13″6	59′ 10″3	16′ 7″5	66″64
	u	9 34 23,69	11 45 46,1	59 14,1	16 8,5	65,95
	17 o	10 1 40,96	6 46 15,7	59 16,6	16 9,2	65,38
	u	10 26 32,34	5 43 26,9	59 17,8	16 9,5	64,96
	18 o	10 55 6,29	+ 2 34 0,8	59 17,6	16 9,4	64,69
	u	11 21 31,73	— 0 37 22,3	59 15,9	16 9,0	64,60
	19 o	11 47 57,69	3 48 4,9	59 12,6	16 8,1	64,66
	u	12 14 32,95	6 55 26,3	59 7,7	16 6,7	64,92
	20 o	12 41 25,65	9 56 46,8	59 0,7	16 4,8	65,30
	u	13 8 42,91	12 49 24,2	58 52,0	16 2,5	65,81
	21 o	13 36 30,28	15 30 37,2	58 41,2	15 59,5	66,38
	u	14 4 51,28	17 57 45,5	56 26,5	15 56,1	67,01
	22 o	14 33 46,96	20 8 17,3	58 14,0	15 52,1	67,60
	u	15 3 15,27	21 59 52,7	57 58,0	15 47,8	68,15
	23 o	15 33 11,06	23 30 32,4	57 40,6	15 43,1	66,56
	u	16 3 25,90	24 38 43,6	57 22,4	15 38,1	68,81
	24 o	16 33 48,85	25 23 28,1	57 3,2	15 32,8	68,84
	25 u	17 4 7 24	25 44 25,6	56 43,4	15 27,4	68,64
	o	17 34 8,05	25 41 56,5	56 23,8	15 22,1	68,22
	26 u	18 3 39,07	25 16 54,6	56 4,3	15 16,8	67,59
	o	18 32 30,14	24 30 46,1	55 45,4	15 11,7	66,80
	27 u	19 0 33,86	23 25 18,2	55 27,8	15 6,6	65 86
	o	19 27 45,93	22 2 29,8	55 11,3	15 2,4	64,91
	28 u	19 54 4,91	+ 20 24 25,4	54 56,7	14 58,3	63,90
	o	20 19 32,05	18 33 6,5	54 43,6	14 54,8	62,92
	29 u	20 44 10,72	16 30 29,3	54 32,5	14 51,6	62,01
	o	21 8 5,89	14 18 20,4	54 24,0	14 49,4	61,19
	30 u	21 31 23,86	11 58 17,5	54 17,9	14 47,8	60,60
	o	21 54 11,03	9 31 46,2	54 14,4	14 46,8	59,95
	31 u	22 16 35,41	7 0 12,6	54 13,4	14 46,6	59,55
	o	22 38 44,62	4 24 44,1	54 15,3	14 47,0	59,31
Juni	1 u	23 0 46,76	— 1 46 32,7	54 20,0	14 46,4	59,26
	o	23 22 50,09	+ 0 53 13,0	54 27,2	14 50,3	59,36

		Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
Juni	1 o	23h 22′ 50″09	+ 0° 53′ 13″0	54′ 27″2	14′ 50″3	59″36
	2 u	23 45 2,98	3 33 23,7	54 37,0	14 53,0	59,65
	o	0 7 34,01	6 12 45,7	54 49,5	14 56,4	60,11
	3 u	0 30 31,66	6 49 58,5	55 4,3	15 0,4	60,75
	o	0 54 4,51	11 23 31,9	55 21,2	15 5,0	61,55
	4 u	1 16 20,82	13 51 43,0	55 40,1	16 10,2	62,50
	o	1 43 28,36	16 12 35,2	56 0,3	15 15,7	63,57
	5 u	2 9 33,87	18 23 56,0	56 21,8	15 21,6	64,75
	o	2 36 42,61	20 23 16,8	56 44,0	15 27,6	65,97
	6 u	3 4 57,45	22 7 57,0	57 6,6	15 33,7	67,20
	o	3 34 18,16	23 35 7,4	57 29,2	15 39,9	68,37
	7 u	4 4 40,56	24 42 1,0	57 51,1	15 45,8	69,40
	o	4 35 56,21	25 26 2,6	58 11,6	15 51,5	70,24
	8 u	5 7 52,35	25 45 5,2	58 31,1	15 56,7	70,81
	9 o	5 40 12,95	25 37 41,1	58 48,5	16 1,5	71,10
	u	6 12 40,08	25 3 15,7	59 3,4	16 5,6	71,06
	10 o	6 44 56,06	24 2 9,8	59 16,1	16 9,0	70,73
	u	7 16 45,23	22 35 39,1	59 25,6	16 11,6	70,16
	11 o	7 47 55,63	20 45 46,2	59 32,7	16 13,5	69,41
	u	8 18 19,74	16 35 8,3	59 36,6	16 14,7	68,56
	12 o	8 47 54,43	16 6 44,8	59 38,5	16 15,1	67,66
	u	9 16 40,54	13 23 44,2	59 37,7	16 14,9	66,81
	13 o	9 44 42,09	10 29 17,9	59 34,7	16 14,1	66,04
	u	10 12 5,55	7 26 31,4	59 29,7	16 12,7	65,40
	14 o	10 38 58,83	4 16 22,5	59 23,2	16 11,0	64,92
	u	11 5 30,82	+ 1 7 40,1	59 15,2	16 6,8	64,60
	15 o	11 31 50,85	— 2 2 55,6	59 6,0	16 6,3	64,46
	u	11 56 8,24	5 10 50,9	58 55,6	16 3,6	64,50
	16 o	12 24 31,94	6 13 37,0	58 44,6	16 0,5	64,70
	u	12 51 10,21	11 8 49,1	58 32,8	15 57,2	65,04
	17 o	13 18 10,19	13 54 4,5	58 20,1	15 53,7	65,50
	u	13 45 37,54	16 27 2,3	58 6,7	15 50,1	66,04
	18 o	14 13 35,99	18 45 26,1	57 52,9	15 46,4	66,63
	u	14 42 6,83	—20 47 5,1	57 38,4	15 42,6	67,21

Digitized by Google

		Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
Juni	18 u	14h42′ 6″83	−20° 47′ 5″	57′ 38″4	15′ 42″5	67′21
	19 o	15 11 8,62	22 29 59,1	57 23,3	15 38,3	67,71
	u	15 40 36,79	23 52 24,3	57 7,7	15 34,1	68,10
	20 o	16 10 23,87	24 52 59,5	56 51,9	15 29,7	68,32
	u	16 40 19,87	25 30 52,6	56 36,0	15 25,4	68,36
	21 o	17 10 13,15	25 45 44,3	56 19,7	15 20,9	68,17
	u	17 39 51,51	25 37 51,0	56 3,7	15 16,6	67,78
	22 o	18 9 8,28	25 8 1,8	55 47,9	15 12,3	67,18
	23 u	18 37 38,55	24 17 34,8	55 32,6	15 8,1	66,42
	o	19 5 29,93	23 6 9,9	55 18,0	15 4,2	65,55
	24 u	19 32 32,53	21 41 42,9	55 4,2	15 0,4	64,60
	o	19 58 44,85	20 0 14,1	54 51,8	14 57,0	63,64
	26 u	20 24 7,18	18 5 45,8	54 40,4	14 53,9	62,69
	o	20 48 42,39	16 0 15,5	54 30,4	14 51,2	61,81
	26 u	21 12 24,85	13 45 33,7	54 22,4	14 49,0	61,02
	o	21 35 50,20	−11 23 21,6	54 16,0	14 47,3	60,34

		Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
Juni	26 o	21h35′ 50″20	−11° 23′ 21″6	54′ 16″0	14′ 47″3	60′34
	27 u	21 58 34,92	8 55 11,8	54 11,6	14 46,1	59,80
	o	22 20 56,07	6 22 28,8	54 9,6	14 45,5	59,40
	28 u	22 43 1,14	3 46 30,1	54 9,8	14 45,8	59,17
	o	23 4 57,99	− 1 8 27,8	54 12,3	14 46,2	59,09
	29 u	23 26 54,69	+ 1 30 28,1	54 17,5	14 47,7	59,20
	o	23 48 59,21	4 9 5,9	54 25,4	14 49,8	59,48
	30 u	0 11 20,21	6 46 22,8	54 35,8	14 52,6	59,93
	o	0 34 6,08	9 20 54,1	54 48,9	14 56,2	60,55
Juli	1 u	0 57 25,37	11 51 18,9	55 4,6	15 0,5	61,34
	o	1 21 25,60	14 15 3,3	55 22,8	15 5,5	62,29
	2 u	1 46 17,78	16 33 19,1	55 43,3	15 11,0	63,36
	o	2 12 6,23	18 41 4,0	56 5,9	15 17,2	64,55
	3 u	2 38 57,96	20 37 0,3	56 30,4	15 23,9	65,81
	o	3 6 56,98	22 18 34,9	56 56,1	15 30,9	67,08
	4 u	3 36 4,44	23 43 3,9	57 22,9	15 38,2	68,32
	o	4 6 17,76	+24 47 39,8	57 49,9	15 45,6	69,44

1842.		Culmination. Log α	Log b	Log c	Grade Aufsteigung. Log α′	Log b′	Log c′	Abweichung. Log a″	Log b″	Log c″	Parallaxe. Log a‴	Log b‴
Mai	16	2,592233	0,02405n	8,0135	2,575578	9,97437n	7,9245	3,334240n	1,28537n	9,4870	9,98618	8,4256n
	17	2,574832	9,84264n	8,2204	2,558817	9,79209n	8,1404	3,385808n	1,04380n	9,4912	9,62583	8,5048n
	18	2,555417	9,65844n	8,2728	2,549736	9,80301n	8,2035	3,407702n	0,47224n	9,4818	9,34592n	8,5718n
	19	2,565591	9,39883	8,2481	2,550002	9,35539	8,1784	3,404534n	0,70296	9,4851	9,95191n	8,5297n
	20	2,575078	9,82017	8,1258	2,559049	9,77031	8,0566	3,375684n	1,11957	9,4837	0,23558n	8,5718n
	21	2,590804	9,95737	7,9574	2,574199	9,90783	7,8183	3,316318n	1,32604	9,4594	0,41932n	8,7044n
	22	2,608197	9,94507	7,8690n	2,590925	9,89285	7,7909n	3,209717n	1,45125	9,3841	0,53026n	8,6017n
	23	2,621466	9,71266	8,3110n	2,603679	9,66022	8,2688n	3,025991n	1,52398	9,1320	0,59737n	8,4870n
	24	2,626268	9,07928n	8,4347n	2,607322	9,03366n	8,3627n	2,641245n	1,54755	7,7657n	0,63832n	8,2707n
	25	2,616838	9,90455n	8,3727n	2,599238	9,85195n	8,2980n	2,270059	1,52520	9,1134n	0,63851n	8,1425n
	26	2,597098	0,10570n	8,0835n	2,580252	0,05990n	8,0169n	2,874932	1,45995	9,2959n	0,60893n	8,4670
	27	2,570135	0,15481n	7,7133n	2,554283	0,10777n	7,5214	3,084828	1,36094	9,3494n	0,53950n	8,6561
	28	2,541243	0,11464n	7,9479	2,526398	0,07038n	7,8618	3,197024	1,23398	9,3045n	0,43200n	8,6809
	29	2,515389	0,00148n	8,1354	2,501395	9,95828n	8,0399	3,263340	1,08047	9,2348n	0,21371n	8,7874
	30	2,496324	9,78978n	8,1999	2,482917	9,74827n	8,1352	3,303186	0,89357	9,1746n	9,70043n	8,8236
	31	2,486506	9,72804n	8,2295	2,473389	9,24851n	8,1897	3,325514	0,61418	9,1169n	9,87542	8,8728
Juni	1	2,487287	9,40758	8,2448	2,474148	9,36727	8,1980	3,334092	9,80016	9,1746	9,91746	8,7874
	2	2,496985	9,85305	8,2477	2,485499	9,81274	8,1794	3,329268	0,52556n	9,2160n	0,49198	8,8236
	3	2,520833	0,06549	8,2241	2,508663	0,02401	8,1578	3,307976	0,91872n	9,3186n	0,61090	8,8058
	4	2,550767	0,19210	8,1057	2,535603	0,14607	8,0113	3,262637	1,16148n	9,4212n	0,66944	8,5396
	5	2,585028	0,24991	7,4951	2,588642	0,20014	7,2922	3,177316	1,34426n	9,4794n	0,70028	8,1246
	6	2,618003	0,22089	8,1144n	2,600347	0,18792	8,0629n	3,014229	1,40083n	9,4518n	0,69914	7,4256n
	7	2,642886	0,03856	8,4817n	2,624204	9,98141	8,3964n	2,636986	1,36751n	9,2966n	0,63014	8,4670n
	9	2,653859	9,24158	8,5777n	2,634717	9,18551	8,5045n	2,443529n	1,60110n	7,9363n	0,55988	8,6809n
	10	2,648928	9,86129n	8,4650n	2,629995	9,80561n	8,3885n	2,993471n	1,57510n	9,2484	0,49504	8,8570n
	11	2,631260	0,09605n	8,0356n	2,613053	0,04393n	7,9448n	3,206310n	1,48999n	9,4870	0,39540	8,8570n
	12	2,607547	0,11682n	7,7337	2,590298	0,05550n	7,6706	3,319201n	1,34112n	9,5417	0,28804	8,7874n
	13	2,584960	0,01018n	8,1832	2,568577	9,96289n	8,1169	3,379409n	1,10168n	9,5308	9,95525n	8,7267n
	14	2,568935	9,75699n	8,2808	2,553134	9,71219n	8,2071	3,405387n	0,59466n	9,4972	0,20985n	8,5718n
	15	2,562396	9,84464n	8,2801	2,546831	9,81156n	8,2071	3,405128n	0,60290	9,4514	0,33809n	8,4670n
	16	2,568529	9,59414	8,2076	2,550132	9,54600	8,1497	3,380776n	1,05886	9,4420	0,40890n	8,2707n
	17	2,577467	9,86781	7,9980	2,561360	9,81638	7,9260	3,329321n	1,26762	9,4134	0,46584n	8,3287n
	18	2,593595	9,94149	8,8154	2,576893	9,89058	6,3384n	3,241167n	1,38905	9,3708	0,49558n	8,0277n
	19	2,609040	9,85321	8,1004n	2,591741	9,80341	8,0592n	3,093483n	1,48488	9,2255	0,53761n	8,2088n
	20	2,618188	9,88513	8,3592n	2,600525	9,32178	8,2885n	2,818164n	1,52789	8,8001	0,65056n	7,9027n
	21	2,616847	9,60294n	8,4026n	2,599241	9,55095n	8,3436n	1,655190n	1,52914	8,8245n	0,66714n	8,1246n
	22	2,603810	9,99279n	8,2577n	2,586714	9,94136n	8,2017n	2,731851	1,48776	9,2264n	0,64888n	7,4256

Digitized by Google

1842.	Culmination. Log a	Log b	Log c	Grade Aufsteigung. Log a′	Log b′	Log c′	Abweichung. Log a″	Log b″	Log c″	Parallaxe. Log a‴	Log b‴
Juni 23	2,581364	0,11758n	7,8299n	2,565109	0,06944n	7,7885n	3,019977	1,40666	9,3309n	0,49955n	8,2038
24	2,554001	0,12758n	7,5652	2,538720	0,08235n	7,4945	3,162062	1,29298	9,3455n	0,42648n	8,3799
25	2,526780	0,05985n	8,0217	2,512415	0,01824n	7,9446	3,243852	1,14545	9,2855n	0,30362n	8,6809
26	2,504047	9,91465n	8,1503	2,490401	9,87148n	8,0801	3,291656	0,96011	9,2107n	0,07999n	8,6809
27	2,488964	9,63510n	8,2027	2,475770	9,59835n	8,1628	3,318542	0,69546	9,1363n	9,28777n	8,8058
28	2,483564	7,86734n	8,2251	2,470539	7,78470n	8,1628	3,330131	0,12212	9,0860n	9 94036	8,8236
29	2,488826	9,64205	8,2412	2,475633	9,60113	8,2008	3,328557	0,35059n	9,1352n	0,30967	8,7874
30	2,504757	9,95201	8,2501	2,491093	9,91017	8,1832	3,312865	0,80370n	9,2203n	0,50831	8,8058
Juli 1	2,530329	0,12706	8,2055	2,515848	0,08228	8,1320	3,278393	1,05962n	9,3343n	0,63532	8,7478
2	2,562962	0,23044	8,0318	2,547379	0,18430	7,8831	3,214295	1,25355n	9,4050n	0,72364	8,7267
3	2,598357	0,26528	7,0122n	2,581466	0,21335	7,1124n	3,096554	1,40880n	9,4703n	0,76929	8,5048

Th. Clausen.

Ueber die täglichen Barometerbeobachtungen in Christiania und Dresden.

Von Herrn Professor und Ritter *Hansteen*,
Director der Sternwarte in Christiania. (Hiebei zwei Steindrücke.)

Seit dem 1sten April 1837 wurde der Barometer- und Thermometerstand ununterbrochen zu vier verschiedenen Tageszeiten in der hiesigen Sternwarte notirt, nemlich um 9 Uhr Vormittags, und um 2, 4 und 10 Uhr Nachmittags, vom Anfang März 1838 an ist diesen Zeiten noch eine Beobachtung um 7 Uhr Vormittags hinzugefügt worden. Die Wahl dieser Tagesstunden ist durch die allgemeine Annahme veranlafst, dafs das Maximum der Barometerhöhe ungefähr um 9 Uhr Vormittags, und das Minimum ungefähr um 4 Uhr Nachmittags eintrifft, wohingegen die höchste Temperatur im Allgemeinen um 2 Uhr Nachmittags Statt findet. Diese in Mittl. Zeit angegebenen Beobachtungsstunden werden in Christiania durchgehends mit einer Genauigkeit von ein Paar Minuten gehalten. Die Höhe der Quecksilber-Oberfläche im offenen Schenkel der Röhre ist 76½ Norweg. Fufs über der Meeresfläche, den Fufs zu 139,08 Paris. Linien gerechnet. Im Jahre 1837 sind die Beobachtungen an einem Gefäfsbarometer von *Fortin* mit metrischer Theilung gemacht, und seit dem 1sten Januar 1838 an einem Heberbarometer von *Pistor* und *Schieck* in Berlin, welches letztere mit Microscopen und einer Theilung in Pariser Linien versehen war. Vermittelst eines dazu gehörigen Etalons von 28 Pariser Zoll kann die Entfernung zwischen den optischen Axen der Microscope berichtigt werden, wenn der Nonius des beweglichen Microscops auf $28^{z}\ 0^{l}$ gestellt wird. Zu den Reductionen auf den Gefrierpunkt sind die in *Schumachers* Astron. Jahrbuch mitgetheilten Tabellen benutzt worden. Aus zwanzig Vergleichungen, die bei sehr verschiedenem Barometerstande gemacht waren, ergab sich, wenn P das Pistorsche, F das Fortinsche Barometer bezeichnet, und wenn man die Angaben des letztern in Pariser Linien verwandelt:

$$P = F - 0^{l}011.$$

Diese kleine Correction ist an den Beobachtungen mit dem Barometer F im Jahre 1837 angebracht, nachdem die metrischen Ablesungen in Pariser Linien verwandelt worden sind:

Januar.

	2^h	4^h	10^h	19^h	21^h
	l	l	l	l	l
1838	341,837	348,857	341,977	341,—	341,952
1839	329,914	329,990	330,256	329,935	330,069
1840	331,505	331,438	331,375	331,403	331,620
1841	334,771	334,859	334,900	334,396	334,665
Mittel	334,507	334,536	334,627	334,370	334,577

Februar.

	2^h	4^h	10^h	19^h	21^h
1838	334,642	334,512	334,945	334,—	334,906
1839	333,274	333,374	333,932	333,414	333,401
1840	338,516	338,438	338,607	338,541	338,684
1841	337.621	337,536	337,686	337,864	337,908
Mittel	336,013	335,965	336,292	336,157	336,225

März.

	2^h	4^h	10^h	19^h	21^h
1838	335,418	335,343	335,551	335,429	335,458
1839	337,011	336,983	337,349	337,531	337,555
1840	337,372	337,257	337,479	337,692	337,722
1841	335,140	335,056	335,503	335,330	335,338
Mittel	336,235	336,160	336,470	336,496	336,678

April.

	2^h	4^h	10^h	19^h	21^h
1837	336,893	336,768	336,869	337,—	337,129
1838	332,561	332,509	332,769	332,727	332,754
1839	338,563	338,374	338,616	338,816	338,837
1840	336,686	336,494	336,743	336,808	336,895
1841	335,140	335,480	335,590	335,692	335,723
Mittel a	336,176	336,036	336,249	336,359	336,404
Mittel b	336,065	335,925	336,117	336,226	336,268

Digitized by Google

Mai.

	2^h	4^h	10^h	19^h	21^h
	L	L	L	L	L
1837	334,936	334,844	334,988	335,—	335,173
1838	336,501	336,363	336,787	337,030	336,952
1839	335,970	335,831	336,075	336 260	336,288
1840	334,656	334,536	334,742	334,980	335,020
1841	335.418	335,238	335,408	335,609	335,610
Mittel a	335,516	335 394	335,648	335,864	335,861
Mittel b	335,496	335,362	335,600	335,811	335,808

Juni.

	2^h	4^h	10^h	19^h	21^h
1837	335,371	335,240	335,431	335,—	335,625
1838	334,703	334,571	334,845	334,915	334,899
1839	334,211	334,132	334,355	334,571	334,535
1840	333,294	333,177	333,393	333,667	333,667
1841	334,163	334,038	334,232	334,352	334,350
Mittel a	334,395	334,280	334,506	334,699	334,682
Mittel b	334,348	334,232	334,451	334,629	334,615

Juli.

	2^h	4^h	10^h	19^h	21^h
1837	334,819	334,708	334,987	335,—	335,163
1838	333,664	333,540	333,796	333,967	333,988
1839	334,818	334,684	334,795	335,083	335,087
1840	332,537	332,493	332,571	332,692	332,138
Mittel	333,959	333,856	334,037	334,205	334,229

August.

	2^h	4^h	10^h	19^h	21^h
1837	335,678	335,461	335,696	335,—	335,938
1838	332,243	332,161	332,335	332,427	332,512
1839	334,666	334,582	334,730	334,797	334,821
1840	335,360	335,278	335,545	335,497	335,522
Mittel	334,487	334,358	334,577	334,653	334,698

September.

	2^h	4^h	10^h	19^h	21^h
1837	335,976	335,850	336,042	336,—	336,227
1838	336,584	336,509	336,739	336,840	336,731
1839	333,703	333,590	333,823	333,845	333,939
1840	333 298	333,246	333,403	335,380	333,413
Mittel	334,890	334,799	335,002	335,025	335,019

October.

	2^h	4^h	10^h	19^h	21^h
1837	334,335	334,241	334,153	334,—	334,671
1838	333,342	333,211	333,082	333,266	333,435
1839	339,554	339,502	339,731	339,591	339,735
1840	335,248	335,221	335,487	335,314	335,411
Mittel	335,620	335,544	335,613	335,676	335,813

November.

	2^h	4^h	10^h	19^h	21^h
1837	332,304	332,319	332,446	332,—	332,196
1838	332,927	332,897	332,994	332,955	333,121
1839	336,582	336,578	336,670	336,553	336,717
1840	333,352	333,399	333,403	333,295	333,390
Mittel	333,791	333,798	333,878	333,715	333,856

December.

	2^h	4^h	10^h	19^h	21^h
	L	L	L	L	L
1837	336,715	336,777	336,952	336,—	336,673
1838	336,157	336,079	336,205	336,047	336,198
1839	337,272	337,289	337,425	337,217	337,379
1840	339,430	339,385	339,356	339,425	339,570
Mittel	337,394	337,383	337,485	337,303	337,455

Im April, Mai und Juni bezeichnet a das Minimum der vier ersten, b aber das von allen fünf Jahren. Das erste ist allein bei den folgenden Berechnungen angewandt worden.

Will man diese Barometerstände durch die periodische Reihe ausdrücken:

$$\beta = \mu + \alpha_1 \sin(a+t) + \alpha_2 \sin(a_2+2t) + \ldots + \alpha_n(an+nt) \ldots (1)$$

worin β den veränderlichen Barometerstand, t den Stundenwinkel der Sonne, und μ, α_1, $\alpha_2 \ldots \alpha_n$; a_1, a_2, a_n Constanten bezeichnen, so sind zur Bestimmung dieser $2n+1$ Constanten wenigstens $2n+1$ tägliche Beobachtungen erforderlich. Bei fünf Beobachtungen wird demnach $n = 2$, und alle Glieder der Reihe, welche ein höheres Multiplum von t enthalten als das doppelte, müssen aufser Acht gelassen werden. Für die zwölf Monate des Jahrs wird man auf diese Weise folgende Constanten finden, welche sich genau den Beobachtungen anschliefsen:

Monat.	μ	α_1	α_2	a_1	a_2
	L	L	L		
Januar	333,4572	0,2440	0,1874	28°56′	178°10′
Februar	336,1444	0,0758	0,1122	237 27	149 44
März	336,3918	0,1409	0,0917	204 35	147 16
April	336,2535	0,1634	0,0896	181 38	115 3
Mai	335,6704	0,2274	0,0698	186 42	135 22
Juni	334,5328	0,2187	0,0564	190 20	118 12
Juli	334,0576	0,1608	0,0669	177 21	141 42
August	334,5627	0,1197	0,0777	180 23	131 18
September	334,9516	0,0739	0,0938	175 42	138 11
October	335,6050	0,1217	0,1211	92 59	166 8
November	333,7649	0,1489	0,1276	81 2	174 47
December	337,3641	0,1420	0,1288	80 54	167 2

In diesen Constanten zeigt sich ziemlich deutlich eine regelmäfsige jährliche Periode; α_1 scheint am gröfsten bei den beiden Solstitien zu seyn, und am kleinsten zur Zeit der beiden Aequinoctien. α_2 ist am gröfsten beim Wintersolstiz und am kleinsten beim Sommersolstiz. Der Winkel a_1 liegt fast unveränderlich im Anfange des 4ten Quadranten, wenn die Sonne eine nördliche Declination hat und geht, bei zunehmender südlicher Declination in den ersten Quadranten über; bei der Annäherung an das Frühlings-Aequinoctium aber fällt er plötzlich in den 3ten Quadranten. Der Winkel a_2 scheint beim Wintersolstiz am gröfsten, und beim Sommersolstiz am kleinsten zu seyn. Ich habe zuerst diese Constanten aus dem Mittel der ersten 5 Jahre berechnet und für 5 Monate aus dem Mittel

Digitized by Google

von 4 Jahren; sie sind in dem hieselbst erschienenen Magazin for Naturvidenskaberne 3ⁱ Bd., 1ⁱᵉ Heft enthalten. Die Constanten aus den übrigen 7 Monaten des vierjährigen Mediums sind von Herrn Observator *E. Münster* berechnet. Durch die Hinzufügung der Beobachtungen des 4ten Jahres haben diese Constanten keine bedeutende Veränderung erlitten, so dafs sie ziemlich von zufälligen Anomalien befreit zu seyn scheinen.

Setzt man

$$a_1 \cos(a_1 + t) + 2a_2 \cos(a_2 + 2t) = 0$$
$$a_1 \sin(a_1 + t) + a_2 \sin(a_2 + 2t) = 0,$$

oder

$$(2) \ldots \frac{a_1}{2a_2} = -\frac{\cos(a_2+2t)}{\cos(a_1+t)}, \quad \frac{a_1}{a_2} = -\frac{\sin(a_2+2t)}{\sin(a_1+t)},$$

so giebt die erste Gleichung die Werthe von t, mit welchen β ein Maximum oder ein Minimum wird, die letzte giebt die Werthe, mit welchen β gleich dem Medium μ wird. Beide Gleichungen haben vier Wurzeln, wovon jedoch zwei imaginär werden, besonders wenn a_2 sehr klein in Verhältnifs zu a_1 ist.

Die Stunden, in welchen die Maxima und Minima eintreffen, sind in der folgenden Tabelle I enthalten und die Gröfse desselben in Tab. III. Sie sind nach der Ordnung numerirt, in welcher sie von Mittag an auf einander folgen, so dafs IV das Morgen-Maximum ist. Tab. II enthält die Stunden, in welchen das Medium eintrifft, und Tab. III zugleich die Gröfse der Variation in jedem Monate. Unter Variation am Tage ist der Unterschied zu verstehen zwischen dem Maximum II des Morgens und dem Minimum I des Nachmittags und unter totaler Variation der Unterschied zwischen dem höchsten Maximum und dem niedrigsten Minimum.

Tab. I.

Stunden, in welchen die Maxima und Minima eintreffen.

Monat.	Max. IV.	Minim. I	Max. II	Min. III
Januar	22ʰ 24′5	2ʰ 35,1	7ʰ 56′6	15ʰ 8′5
Februar	21 23,0	3 45,0	10 32,5	16 21,6
März	20 38,0	4 8,7	11 38,7	15 55,4
April	21 33,3	5 23,9	13 6,0	16 33,7
Mai	19 58,8	4 58,0		
Juni	19 0,7	5 13,0		
Juli	20 41,7	4 59,6		
August	21 23,7	5 0,0	12 19,3	16 48,8
September	21 47,2	4 41,9	11 7,8	15 53,6
October	21 55,3	4 23,0	8 45,8	14 46,6
November	22 13,7	2 52,0	8 13,8	15 21,9
December	22 32,0	3 14,4	8 24,9	15 32,6

Tab. II.

Stunden, in welchen das Medium eintrifft.

Monat.	Max. IV.	Minim. I	Max. II	Min. III
Januar			11ʰ 15′8	19 43,4
Februar	23ʰ 51′7	7ʰ 18′6	14 28,2	18 24,7
März	23 51,9	8 35,1		
April	1 3,3	10 4,6		
Mai	0 15,5	10 26,8		
Juni	0 9,8	10 24,6		
Juli	0 39,8	10 32,0		
August	0 53,7	9 41,7		
September	1 4,9	8 43,7	14 6,9	17 38,0
October	2 25,0	7 9,9	10 11,1	18 14,6
November			11 19,9	19 36,5
December			11 31,6	19 42,5

Tab. III.

Gröfse der Maxima und Minima, so wie der Variation.

Monat.	Max. IV.	Min. I.	Max. II.	Min. III.	Variation. am Tage.	Variation. Total.
	L	L	L	L	L	L
Januar	$\mu + 0{,}1641$	$\mu - 0{,}0442$	$\mu + 0{,}1852$	$\mu - 0{,}4241$	0,1199	0,7093
Februar	$\mu + 0{,}0825$	$\mu - 0{,}1806$	$\mu + 0{,}1520$	$\mu - 0{,}0466$	0,2631	0,3326
März	$\mu + 0{,}1278$	$\mu - 0{,}2323$	$\mu + 0{,}1094$	$\mu + 0{,}0486$	0,3601	0,3601
April	$\mu + 0{,}1534$	$\mu - 0{,}2510$	$\mu + 0{,}0983$	$\mu + 0{,}0784$	0,4045	0,4045
Mai	$\mu + 0{,}2009$	$\mu - 0{,}2923$			0,4932	0,4932
Juni	$\mu + 0{,}1662$	$\mu - 0{,}2749$			0,4411	0,4411
Juli	$\mu + 0{,}1724$	$\mu - 0{,}2155$			0,3879	0,3879
August	$\mu + 0{,}1369$	$\mu - 0{,}1921$	$\mu + 0{,}0599$	$\mu + 0{,}0303$	0,3290	0,3290
September	$\mu + 0{,}1340$	$\mu - 0{,}1602$	$\mu + 0{,}0649$	$\mu - 0{,}0308$	0,2942	0,2942
October	$\mu + 0{,}2063$	$\mu - 0{,}0818$	$\mu + 0{,}0092$	$\mu - 0{,}2185$	0,2881	0,4248
November	$\mu + 0{,}1205$	$\mu - 0{,}0113$	$\mu + 0{,}1764$	$\mu - 0{,}2742$	0,1092	0,4506
December	$\mu + 0{,}1299$	$\mu - 0{,}0116$	$\mu + 0{,}1661$	$\mu - 0{,}2698$	0,1184	0,4359

Aus Tab. I ersieht man, dafs das Morgen-Maximum IV, welches zur Zeit des Wintersolstiz bei 22½ Uhr liegt, bis zum Sommersolstiz nach und nach um 3½ Stunden bis zu 19 Uhr zurück weicht; ferner dafs das Nachmittags-Maximum I, welches im Anfange des Jahrs bei 2½ Uhr fällt, bis zum Sommersolstiz nach und nach 3 Stunden bis 5½ Uhr vorwärts rückt,

Digitized by Google

und hierauf gegen das Wintersolstiz eben so successiv zurückgeht. Hiedurch wird das Zeitintervall zwischen IV und I, welches im Anfange des Jahrs 4 Stunden war, zur Zeit des Sommersolstiz bis zu 10 Stunden vergrößert; ferner ist aus Tabelle I ersichtlich, daß das Zeitintervall zwischen dem Nachmittags-Maximum II und dem Vormittags-Maximum IV, welches im Anfange des Jahrs 14 Stunden ist, sich zu 8½ Stunden verkleinert und in den drei folgenden Monaten beim Sommersolstiz ganz verschwindet, so daß das nächtliche Minimum III wegfällt.

Aus Tabelle III ergiebt sich: daß das Minimum I in den drei Monaten zunächst dem Wintersolstiz höher, in den übrigen 6 Monaten aber niedriger als das Medium ist, daß dahingegen das Minimum III des Nachts in fünf Wintermonaten niedriger, und in drei Sommermonaten höher als das Medium ausfällt; ferner daß die Variation am Tage, während die Sonne sich über dem Horizonte befindet, oder der Unterschied zwischen IV und I am größten im Mai und am kleinsten im November ist, so wie ebenfalls die tägliche Temperaturveränderung hier in Christiania im Mai am größeten ist; endlich daß die totale Variation, oder der Unterschied zwischen dem höchsten Maximum und dem niedrigsten Minimum im Januar zu der für so hohe Breiten merklichen Größe von 0ˡ·609 steigt und in keinem Monate unter ½ Par. Linie ist. Die Tabelle II zeigt, daß das Medium viermal in 24 Stunden in den Monaten eintrifft in welchen beide Minima niedriger als das Medium sind, in allen andern aber nur zweimal; ferner daß in den Monaten, wo die Sonne eine nördliche Declination hat, das eine Medium ziemlich nahe um Mittag, und das andere gegen 10 Uhr Nachmittags eintrifft; in den andern Monaten trifft das Medium zweimal nach Mitternacht, und in drei Monaten beim Aequinoctium noch zweimal während des Tages ein.

Der Herr Inspector *Lohrmann* in Dresden hat in den „Beiträgen zur Meteorologie Sachsens von 1828 bis 1837" die Resultate aus 10jährigen Barometer- und Thermometer-Beobachtungen im mathematischen Salon zu Dresden gegeben. Da die Ablesungen sechsmal täglich während aller 12 Monate des Jahres gemacht worden sind, so können durch Hülfe dieser Beobachtungen die ersten drei Glieder der oben angeführten periodischen Reihe bestimmt werden, und es wird interessant seyn zu sehen, wie weit die vier Constanten a_1, a_2, a_1, a_2 für Dresden in den 12 Monaten von den entsprechenden Werthen für Christiania abweichen. Das Dresdner Barometer war nicht mit Microscopen versehen, sondern die Visirfläche wurde durch zwei Filamente bestimmt; der Nonius gab unmittelbar nur 0ˡ·05 an, wohingegen am *Pistor*schen Barometer 0ˡ·01 abzulesen sind, wovon mit einer starken Loupe noch die Hälfte zu erkennen ist. Indeß wird die geringere Schärfe bei jeder einzelnen Beobachtung theils durch den längern Zeitraum von 10 Jahren ersetzt, und theils durch die regelmäßigere Bewegung des Barometers auf dem Parallel von Dresden. Die folgenden Mittelwerthe weichen mitunter 0ˡ·01 oder etwas mehr von denen des Herrn Inspectors *Lohrmann* ab, welche am angeführten Orte pag. 32—38 gegeben sind, wo selbiger jedoch in den Mittelzahlen die Tausendtheile der Linie ausgelassen hat.

Mittlerer Barometerstand in Dresden in den Jahren 1828 bis 1837 bei 0° Temperatur.

Monat.	0ʰ	3ʰ	6ʰ	9ʰ	18ʰ	21ʰ
	L.	L.	L.	L.	L.	L.
Januar	333,874	333,790	333,885	333,987	333,737	333,959
Februar	333,512	333,304	333,451	333,556	333,458	333,564
März	332,753	332,550	332,591	332,762	332,656	332,802
April	331,982	331,785	331,768	331,989	331,959	332,079
Mai	333,028	332,807	332,748	332,987	333,035	333,137
Juni	332,991	332,779	332,674	332,920	333,037	333,087
Juli	332,998	332,801	332,696	332,929	333,037	333,092
August	332,791	332,593	332,606	332,745	332,830	332,904
September	333,110	332,921	332,944	333,157	333,068	333,215
October	334,125	333,908	334,000	334,123	334,027	334,224
November	333,289	333,184	333,293	333,372	333,154	333,357
December	333,593	333,501	333,574	333,602	333,428	333,671

Wenn man hieraus dieselben fünf Constanten bestimmen will, welche oben für Christiania gesucht worden sind, so müssen ihre wahrscheinlichsten Werthe nach der Methode der kleinsten Quadrate entwickelt werden, indem 6 Beobachtungen in 24 Stunden gegeben sind; wären täglich noch zwei Beobachtungen mehr gemacht, nemlich um 12ʰ und 15ʰ, so würden sie symmetrisch vertheilt seyn, und die Bestimmung der Constanten viel leichter werden. Gewöhnlich führt man in solchen Fällen für die fehlende Stunde willkührliche Werthe für die veränderliche Größe ein, und nachdem die Constanten gefunden und aus diesen die Werthe der Barometerhöhen für die interpolirten Stunden berechnet sind, setzt man diese für die willkührlich angenommenen Werthe ein, um daraus neue Constanten zu berechnen; dieses Verfahren wird so lange wiederholt, bis die Differenzen zwischen den interpolirten Werthen aus zwei aufeinander folgenden Operationen unbedeutend werden. Vergleicht man indeß die Zeit, welche diese wiederholten Operationen erfordern mit der, welche zu einer directen Bestimmung nach der Methode der kleinsten Quadrate gebraucht wird, so zeigt es sich, daß die indirecte Methode weitläuftiger ist. Sie hat außerdem noch den Mangel, daß man nicht recht weiß, wann man aufhalten soll, und daß man sich den wahrscheinlichsten Werthen der Constanten mit abnehmender Geschwindigkeit nähert, ohne sie auf diese Weise eigentlich je zu erreichen. Auf die Größe der Oscillationen hat dieser Mangel weniger Einfluß, aber desto bedeutender auf die Zeiten, wo die Maxima und Minima eintreffen. Als Beispiel will

ich die Constanten für Juni anführen, welche durch vier successive Interpolationen und durch die Methode der kleinsten Quadrate gefunden worden sind:

	a_1	a	α_1	α_2
			t	t
I	182°33′	132°10′	0,1555	0,0931
II	184 18	128 32	0,1614	0,0879
III	185 59	127 1	0,1609	0,0930
IV	187 20	125 22	0,1621	0,0950
Meth. d. kleinst. Quadr.	199 56	106 6	0,1898	0,1079

Berechnet man die beiden Barometerhöhen für die Stunden 12 und 15 aus den wahrscheinlichsten Werthen der Constanten, die man nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt hat, und leitet aus diesen acht symmetrisch vertheilten Barometerhöhen, wovon doch nur sechs beobachtet sind, die wahrscheinlichsten Werthe der Constanten ab, so werden diese etwas verschieden von denjenigen wahrscheinlichsten Werthen ausfallen, welche aus den sechs wirklich beobachteten Barometerhöhen abgeleitet sind. Hat man also bei der Interpolation der fehlenden Beobachtungen eine glückliche Wahl getroffen, so kann es sich ereignen, dafs man sich bei dieser Verfahrungsart von der Wahrheit entfernt, anstatt sich derselben zu nähern. Sie verdient demnach kaum den Namen einer Approximations-Methode. Ein Theil der folgenden Resultate ist von Herrn Observator *Münster* berechnet.

Monat.	μ	α_1	α_2	a_1	a_2
	t	t	t		
Januar	333,8258	0,0933	0,1409	84°41′	176°39′
Februar	333,4573	0,0111	0,1198	154 1	171 7
März	332,6847	0,0342	0,1199	186 6	147 17
April	331,9466	0,0991	0,1135	199 21	136 30
Mai	333,9854	0,1460	0,1128	195 15	126 38
Juni	332,9664	0,1898	0,1079	199 55	106 5
Juli	332,9727	0,1736	0,1024	198 59	106 55
August	332,7729	0,1684	0,1060	200 6	116 0
September	333,0759	0,0640	0,1242	199°56′	148°21′
October	334,0326	0,0609	0,1477	104 41	170 40
November	333,2272	0,0923	0,1369	40 23	178 45
December	333,4931	0,1422	0,1396	68 17	185 3

Rücksichtlich der Veränderungen dieser Constanten im Laufe des Jahrs gelten dieselben Bemerkungen, welche über die Constanten von Christiania gemacht worden sind, weshalb sie hier nicht wiederholt zu werden brauchen.

I. Zeiten, wo die Maxima und Minima eintreffen.

	Max. IV	Min. I	Max. II	Min. III
Januar	21h45′3	2h59,9	8h30′0	15h11′7
Februar	21 15,7	3 14,6	9 19,9	15 46,0
März	21 50,7	4 11,3	10 20,9	15 59,7
April	21 37,5	4 31,4	11 18,1	16 22,5
Mai	21 32,7	4 51,1	12 3,6	16 40,9
Juni	21 33,1	5 13,3	13 0,2	18 4,7
Juli	21 37,5	5 13,6	12 56,6	17 56,9
August	21 29,5	5 0,0	12 35,7	17 26,6
September	21 34,7	4 7,5	10 33,0	15 57,9
October	21 28,0	3 40,9	9 7,4	14 58,3
November	21 41,7	2 59,6	8 24,4	15 0,2
December	21 44,9	3 4,4	7 51,7	14 41,2

II. Zeiten, wo das Medium eintrifft.

	Max. IV	Min. I	Max. II	Min. III
Januar	1h11′6	4h45′6	11h30′4	19h 8,8
Februar	0 21,7	6 28,7	12 13,9	18 8,2
März	0 54,2	7 34,8	13 4,5	18 32,1
April	0 36,4	8 27,0	15 21,9	17 23,9
Mai	0 39,8	9 0,1		
Juni	0 32,1	9 31,9		
Juli	0 38,1	9 30,7		
August	0 31,7	9 17,6		
September	0 34,7	7 45,1	13 47,4	18 6,0
October	1 0,7	6 34,8	11 29,0	18 6,0
November	1 15,4	4 42,4	11 21,3	18 50,7
December	2 57,0	3 4,1	10 32,8	18 36,8

III. Gröfse der Maxima und Minima, so wie der Variation.

Monat	Maxim. IV	Minim. I	Maxim. II	Minim. III	Variation tägliche.	Variation totale.
	t	t	t	t	t	t
Januar	$\mu + 0{,}1347$	$\mu - 0{,}0489$	$\mu + 0{,}1623$	$\mu - 0{,}2333$	0,1836	0,3956
Februar	$\mu + 0{,}1300$	$\mu - 0{,}1240$	$\mu + 0{,}1097$	$\mu - 0{,}1165$	0,2540	0,2540
März	$\mu + 0{,}1340$	$\mu - 0{,}1516$	$\mu + 0{,}1078$	$\mu - 0{,}0885$	0,2856	0,2856
April	$\mu + 0{,}1309$	$\mu - 0{,}2125$	$\mu + 0{,}1177$	$\mu - 0{,}0148$	0,3434	0,3434
Mai	$\mu + 0{,}1438$	$\mu - 0{,}2587$	$\mu + 0{,}1290$	$\mu - 0{,}0329$	0,4025	0,4025
Juni	$\mu + 0{,}1122$	$\mu - 0{,}2949$	$\mu + 0{,}1835$	$\mu - 0{,}0748$	0,4071	0,4784
Juli	$\mu + 0{,}1069$	$\mu - 0{,}2739$	$\mu + 0{,}1670$	$\mu - 0{,}0662$	0,3808	0,4409
August	$\mu + 0{,}1199$	$\mu - 0{,}2735$	$\mu + 0{,}1581$	$\mu - 0{,}0603$	0,3934	0,4316
September	$\mu + 0{,}1384$	$\mu - 0{,}1875$	$\mu + 0{,}1181$	$\mu - 0{,}0612$	0,3259	0,3259
October	$\mu + 0{,}2031$	$\mu - 0{,}1240$	$\mu + 0{,}0935$	$\mu - 0{,}1765$	0,3271	0,3796
November	$\mu + 0{,}1385$	$\mu - 0{,}0450$	$\mu + 0{,}1510$	$\mu - 0{,}2289$	0,1835	0,3674
December	$\mu + 0{,}1829$	$\mu - 0{,}0008$	$\mu + 0{,}1315$	$\mu - 0{,}2799$	0,1837	0,4628

Digitized by Google

Vergleicht man die Resultate dieser drei Tabellen mit den entsprechenden für Christiania, so sieht man aus Tab. I, daſs das Vormittagsmaximum IV in Dresden beinahe unbeweglich ist, da es beim Sommersolstiz nur 20 Minuten früher als beim Wintersolstiz eintrifft, wahingegeo es in Christiania 3½ Stunden früher kömmt. Die Zeit für das Nachmittagsminimum fällt dahingegen in allen 12 Monaten an beiden Stellen fast genau zusammen. Das Nachmittagsmaximum II kömmt in Dresden zur Zeit des Sommersolstiz 5 Stunden später als beim Wintersolstiz, so daſs die Zeit zwischen diesem und dem vorhergehenden Maximum beim Sommersolstiz nur 8½ Stunden, beim Wintersolstiz aber gegen 14 Stunden ist, jedoch fallen diese beiden Maxima in deo Sommermonaten nicht zusammen, wie in Christiania, sondern das Barometer zeigt in Dresden das ganze Jahr hindurch zwei Oscillationen oder zwei Maxima und zwei Minima. Es ist klar, daſs die Lage dieser beiden Maxima durch den Auf- und Untergang der Sonne, oder durch die Tageslänge bestimmt wird, und da diese in Christiania zwischen 5 Stunden 47 Minuten und 18 Stunden 43 Minuten variirt, so müssen diese Maxima hier bedeutend mehr als in Dresden verschoben werden. Von den beiden täglichen Minima des Barometers muſs wenigatens das eine niedriger als die Mittelhöhe seyn. Stellt man die Barometeroscillationen dorch eine Curve dar, deren positive Ordinaten der Ueberschuſs der Barometerhöhe über die Mittelhöhe sind, so muſs die Curve diese Axe viermal schneiden, wenn beide Minima niedriger als die Mittelhöhe sind, im entgegengesetzten Falle aber nur zweimal; in ersterm Falle trifft der Mittelstand täglich viermal ein, in letzterem nur zweimal. Aus der Tab. III ist ersichtlich, daſs das Minimum I in Dresden in allen 12 Monaten unter dem Mittelstande liegt, in Christiania dahingegen befindet es sich in drei Monaten beim Wintersolstiz unter selbigem. Das Minimum III ist in Dresden 8 Monate unter dem Mittelstande, in Christiania nur 6 Monate. Hieraus folgt, daſs der Mittelstand in 8 Monaten des Jahres viermal in 24 Stunden eintrifft, in Christiania ist dies nur in den 3 Monaten bei der Tag- und Nachtgleiche der Fall.

Diese Oscillationen sind durch beifolgende zwei Zeichnungen anschaulich gemacht worden, in welchen die Einheit der Theilung auf dem verticalen Rande 0,1 Pariser Linien bedeutet, und die Seiten eines jeden Quadrats 0,05 Par. Lin. groſs sind. Die punctirten horizontalen Linien bezeichnen die mittlere Höhe μ eines jeden Monats und die Maxima und Minima sind in jeder Curve durch einen kleinen Kreis, die Medien dahingegen durch einen Strich angegeben.

In Dresden ist schon in den Nächten der drei Monate Mai, Juni und Juli das Minimum nur sehr wenig niedriger als das darauf folgende Maximum am Tage. In Christiania, wo es in diesen Monaten verschwindet, wird es indeſs noch durch eine geringe Inflexion in der Curve zwischen den Stunden 14 und 16 angedeutet.

Daſs die Gröſse des Nachtminimums weniger scharf bestimmt ist, als wenn noch um die Stunde 15 eine Beobachtung gemacht worden wäre, ist eine Selbstfolge; inzwischen wird das Stattfinden dieses Minimums durch den Umstand bedingt, ob von den drei beobachteten Barometerhöhen der Stunden 10. 19. 21. in Christiania und 9. 18. 21. in Dresden, die letzte gröſser oder kleiner ist, als die zweite und die erste.

Man sieht ferner, daſs in Christiania die Oscillationen am Tage im December geringer sind als in Dresden. Es ist wahrscheinlich, daſs näher am Polarkreise die beiden Maxima IV und II im Wintersolstiz des Nachmittags zusammenfallen, und daſs also das Nachmittagsminimum verschwindet.

Unter dem Polarkreise wird demnach bei beiden Solstizien nur ein Maximum und ein Minimum Statt finden, so daſs beim Wintersolstiz das Maximum in den Nachmittags- und das Minimum in den Vormittagsstunden eintrifft; beim Sommersolstiz verhält es sich umgekehrt, nemlich die Curve für das Wintersolstiz wird ungefähr wie die Curve für das Sommersolstiz aussehen, wenn man diese im Spiegel sieht, oder wenn man das Supplement jeder Stunde zu 24 nimmt.

Da in Dresden sechs tägliche Beobachtungen gemacht und nur fünf Constanten bestimmt sind, so können diese den Beobachtungen nicht genau Genüge leisten. Die folgende Tabelle enthält den Ueberschuſs der beobachteten Barometerhöhe über die berechnete. Da diese Differenz für eine und dieselbe Stunde fast in allen zwölf Monaten dasselbe Zeichen behält, so scheint daraus hervorzugehen, daſs dasjenige Glied in der periodischen Reihe, welches von dem dreifachen Stundenwinkel abhängt, nicht ganz unbedeutend seyn kann. Aus diesem Grunde habe ich in Christiania vom October 1840 an noch zwei Beobachtungen um 0^h und 7^h hinzugefügt, damit in Zukunft auch dieses Glied der Reihe bestimmt werden kann.

	0^h	3^h	6^h	9^h	18^h	21^h
	L	L	L	L	L	L
Januar	+ 0,0131	— 0,0131	+ 0,0093	— 0,0038	+ 0,0038	— 0,0093
Februar	— 0,0314	+ 0,0314	— 0,0221	+ 0,0092	— 0,0093	+ 0,0220
März	— 0,0071	+ 0,0071	— 0,0051	+ 0,0021	— 0,0021	+ 0,0051
April	+ 0,0100	— 0,0100	+ 0,0069	— 0,0030	+ 0,0029	— 0,0072
Mai	— 0,0095	+ 0,0137	— 0,0061	+ 0,0054	— 0,0057	+ 0,0056
Juni	+ 0,0145	— 0,0144	+ 0,0102	— 0,0042	+ 0,0042	— 0,0102

Digitized by Google

	0^h	3^h	6^h	9^h	18^h	21^h
	L	L	L	L	L	L
Juli	— 0,0158	+ 0,0145	— 0,0142	+ 0,0030	— 0,0014	+ 0,0138
August	— 0,0193	+ 0,0193	— 0,0135	+ 0,0055	— 0,0057	+ 0,0137
September	— 0,0091	+ 0,0091	— 0,0063	+ 0,0026	— 0,0027	+ 0,0064
October	+ 0,0096	— 0,0097	+ 0,0067	— 0,0029	+ 0,0023	— 0,0069
November	— 0,0011	+ 0,0018	— 0,0014	+ 0,0005	+ 0,0002	+ 0,0003
December	— 0,0088	+ 0,0087	— 0,0061	+ 0,0025	— 0,0027	+ 0,0061

Nimmt man die Summe aller 12 Werthe der mittleren Barometerhöhe μ für Christiania, nachdem man jede mit der Anzahl der Tage der dazu gehörenden Monate multiplicirt hat, und dividirt diese Summe durch 365, so erhält man

$$335^L2260.$$

Da die Höhe des Barometers über der Meeresfläche $76\frac{1}{2}$ Norw. Fufs, und die mittlere Temperatur in Christiania $+4°2^R$ beträgt, so erhält man die Reduction auf die Meeresfläche $= +0^L9993$, und die mittlere Barometerhöhe an der Meeresfläche bei der Temperatur von 0^h ergiebt sich für Christiania

$$336^L2253.$$

Für Paris wird die mittlere Barometerhöhe an der Meeresfläche bei der Temperatur von $0° = 761{,}t$ Millimeter angegeben.

Bezeichnet man durch p, g, h und φ den mittlern Luftdruck, die Intensität der Schwere, die mittlere Barometerhöhe und die Polhöhe von Paris, durch p', g', h' und φ' dieselben Gröfsen für Christiania und durch m die Dichtigkeit des Quecksilbers, so ist $p = mgh$, $p' = mg'h'$, und wenn $p = p'$ wäre,

$$gh = g'h',$$

folglich

$$h(1-0{,}0025911\cos 2\varphi) = h'(1-0{,}0025911\cos 2\varphi').$$

Für Paris ist $\varphi = 48° 50'$; für Christiania $\varphi' = 59° 54'7$; also sollte, wenn $p = p'$ wäre, in Christiania seyn

$$h' = 761^{mm}t \times 0{,}9990585 = 760^{mm}393 = 337^L079$$

welches 0^L854 höher ist, als die vorher gefundene mittlere Barometerhöhe. Früher habe ich durch vierjährige Beobachtungen hier in Christiania, ebenfalls Professor *Esmarch* durch 10jährige Beobachtungen, Probst *Hertzberg* durch 25jährige Beobachtungen in Hordenger und *Bohr* durch mehrjährige Beobachtungen in Bergen die mittlere Barometerhöhe an der Meeresfläche bei $0°$ Temperatur sehr nahe $= 336^L0$ gefunden. Freilich waren die Instrumente, womit diese Beobachtungen gemacht wurden, weniger vollkommen, als das *Pistorsche* Barometer, aber ein grofser constanter Fehler konnte bei ihnen nicht angenommen werden, da sie alle mit meinem Barometer verglichen waren.

Wenn die mittlere Barometerhöhe in Paris durch ein Mittel aus drei Beobachtungen des Morgens, Mittags und Abends bestimmt worden ist, so mufs sie nothwendig etwas zu hoch seyn. Jedenfalls scheint hieraus zu folgen, dafs der mittlere Luftdruck an der Meeresfläche nicht unter allen Breiten derselbe ist und dafs er gegen die Pole zu geringer wird, welches nicht der Fall seyn könnte, wenn die Atmosphäre im Zustande des Gleichgewichts wäre.

Das Beobachtungssystem der Stunden 2, 4, 10, 19, 21 fällt bequem, da die Beobachtungsstunden zu einer Zeit treffen, wo man gewöhnlich zu Hause ist. Zur Erleichterung für diejenigen, die sie vielleicht anwenden wollen, führe ich hier die Formeln an, nach welcher die Constanten in der Reihe I dieses Systems bestimmt werden können.

Bezeichnet β_n die beobachtete Barometerhöhe für die Stunde n, vom Mittag an gerechnet, und setzt man

$$\beta_{14}-\beta_2 = m,\ \beta_{16}-\beta_2 = m',\ \beta_{19}-\beta_2 = m'',\ \beta_{21}-\beta_2 = m'''$$

und berechnet folgende Gröfsen:

$$m'1 = m' - (0{,}67504)\,m; \quad m''1 = m'' - (0{,}21982)\,m; \quad m'''1 = m''' - (9{,}63766)\,m;$$
$$m''2 = m''1 - (0{,}07807)\,m'1; \quad m'''2 = m'''1 - (9{,}89689)\,m'1;$$
$$m'''3 = m'''2 - (9{,}84947)\,m''2;$$

und setzt man $a_1\cos a_1 = x_1$, $a_1\sin a_1 = y_1$, $a_2\cos a_2 = x_2$, $a_2\sin a_2 = y_2$,

so ist:

$$m = -(9{,}56352)\,y_1 + (9{,}56352)\,x_1 - y_2;$$
$$m'1 = -(0{,}23656)\,x_1 + (0{,}67504)\,y_2 - (0{,}23856)\,x_2;$$
$$m''2 = -(0{,}73005)\,y_2 + (9{,}84949)\,x_2;$$
$$m'''3 = -x_2;$$

Hier sind die in Parenthesen eingeschlossenen Zahlen Logarithmen, und wo kein Coefficient angeführt steht, ist dieser $= 1$, also dessen Logarithmus $= 0$. Wenn hiernach die Constanten a_1a_2, a_1a_2 bestimmt sind, findet man leicht μ, indem man die bekannten Gröfsen in die Reihe (1) einsetzt.

Hansteen.

Anzeige.

Die ganze Auflage des Werkes über grofse Sonnenfinsternisse von Dr. *Lehmann*, ist mit dem Lager der Herren *Perthes*, *Besser* und *Mauke* bei dem unglücklichen Brande in Hamburg zerstört.

Altona 1842. Juni 2. (Hiebei zwei Steindrücke.)

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 450.

Schreiben des Herrn Professors *Encke*, Directors der Berliner Sternwarte, an den Herausgeber.

Berlin 1842. Mai 12.

Der *Ponsche* *) Comet ist in Berlin so eifrig und lange wie möglich verfolgt worden, da bei diesem Durchgange zum erstenmale die Möglichkeit vorhanden war, gute Beobachtungen vor und nach dem Perihele zu erhalten. In den ersten Beobachtungstagen war er so schwach (Febr. 8 — Febr. 12) dafs keine Art von Beleuchtung angewandt werden konnte. Anstatt Kreisamikrometer anzuwenden, die unzweckmäfsig schienen, weil der sehr schwache Comet nur in der Mitte des Gesichtsfeldes zu erkennen war, wurde das Instrument als Aequatoreal gebraucht, und bei der Einstellung des Cometen und benachbarter Sterne in die Mitte des dunkeln Gesichtsfeldes, an den Kreisen der Ort abgelesen. Auf ähnliche Art wurde auch noch am 3ten März verfahren. Doch konnten hier schon helle Fäden im dunkeln Felde angewandt werden. Von März 5 bis April 7 wurde der Comet mit benachbarten Sternen unmittelbar durch Beobachtung der Durchgangszeiten an dem Stundenfaden, und Messung des Declinationsunterschiedes mit dem Mikrometer verglichen. Die Zahl der Beobachtungen wurde so viel als möglich vervielfältigt, und ich beobachtete abwechselnd mit meinem Gehülfen Hrn. *Galle* um eine etwanige fehlerhafte Schätzung des wahren Centrums unschädlich zu machen. Die verglichenen Sterne am 6ten und 7ten März waren in keinem Verzeichnisse aufzufinden. Die Beobachtungen waren folgende:

1842.	Mittl. Berl. Zt.	Beob. AR.	Beob. Decl.
Febr. 8	7h 30′ 4″3	356° 40′ 58″0	+6° 46′ 58″7
9	7 6 38,2	357 6 46,2	6 57 38,1
11	7 5 37,4	357 59 23,4	7 18 53,0
12	7 30 39,1	358 26 56,1	7 29 40,3
März 3	7 45 55,6	8 25 46,5	11 21 45,3
11	7 27 34,1	13 36 34,2	13 12 31,8
20	7 47 33,2	20 23 49,8	15 18 55,0
23	7 34 6,9	22 53 24,8	15 57 43,3
24	7 44 7,9	23 45 32,0	16 9 46,3
April 6	7 49 6,8	35 4 6,6	16 57 16,4
7	8 2 36,9	35 45 26,4	16 43 10,3.

Die Vergleichung mit der Ephemeride gab folgende Fehler:

	Rechnung − Beobachtung. AR.	Decl.
Febr. 8	+17″1	+52″2
9	— 1,6	+16,5
11	+17,5	— 3,4
12	+16,1	+ 2,1
März 3	−16,3	−10,7
11	−12,2	— 3,5
20	−18,8	— 9,9
23	−15,0	−11,9
24	−24,6	+ 0,1
April 6	+11,2	+30,9
7	+13,9	+46,4

Die ersten fünf Beobachtungen sind der Natur der Sache nach unsicher. Die letzten sechs aber, besonders die zwei letzten, in welchen der Comet zum grofsen Theil noch während der Dämmerung beobachtet ward, so dafs keine Erleuchtung der Fäden nothwendig war, sind so gut wie wir sie hier machen können. Der Stand des Cometen hat keinen Einfluss geäufsert.

In den Comptes rendus 1842 Nr. 11 wird eine Pariser Beobachtung angeführt, welche ebenfalls sehr nahe mit der Ephemeride stimmt:

März 12 7h 48′ 40″6 Paris. Zt. 14° 20′ 10″8
+13 27 34,7

oder Differenz der Rechnung und Beobachtung

+7″6 — 16″7.

Auch in Greenwich hat man wenigstens eine sehr gute Position erhalten, wie Prof. *Airy* mir gleich nach der ersten Wahrnehmung schrieb. Wenn vom Vorgebirge der guten Hoffnung Wahrnehmungen vom Mai und Juni eingehen, wie die liberale Unterstützung der Bekanntmachung in England hoffen läfst, so können die Beobachtungen 5 Monate umfassen.

Encke.

*) Herr Professor *Encke* nennt den Cometen, der in diesen Blättern immer, und auch sonst allgemein der *Enckesche* Comet genannt wird, bekanntlich den *Ponsschen* Cometen.

S.

Digitized by Google

Bericht über die Bibliothek der Hauptsternwarte in Pulkova, nach deren Bereicherung durch den Ankauf der Büchersammlung des verstorbenen Dr. *Olbers* in Bremen, nebst einigen angehängten bibliographischen Notizen.

Von Sr. Excellenz dem Herrn Staatsrath und Ritter *Struve*.

(Gelesen den 10 December 1841.)

Einleitung.

Der nachstehende Bericht wurde durch die Anordnung der Bibliothek der Hauptsternwarte hervorgerufen, ein Geschäft, das zwar mühsam aber eben so lohnend ward, indem es mir Gelegenheit gab, mancherlei literar-historische und bibliographische Kenntnisse zu gewinnen. Solche Notizen verschwinden leicht dem Gedächtnisse, und ich hielt es für rathsam sie sogleich niederzuschreiben. Aus diesem Materiel, nebst dem geschichtlichen über Anschaffung und Anordnung der Bibliothek, entstand der Aufsatz, in welchem vielleicht manches unwichtige, manches bekannte, nur mir neue, enthalten sein mag, manches zu berichtigende, aber hoffentlich auch einiges sich findet, das mehreren willkommen seyn wird.

Struve.

Die Wichtigkeit einer zweckmäfsig vollständigen Büchersammlung für eine wissenschaftliche Anstalt wie die Hauptsternwarte bedarf keines Beweises. Sie ist ja ein wesentliches Erfordernifs zum Gedeihen der auf der Sternwarte unternommenen wissenschaftlichen Arbeiten und ein wichtiges Mittel, den Sinn für gründliche Studien bei den Astronomen derselben zu erhalten und zu mehren. Bei der bedeutenden Entfernung konnte für Pulkova auf eine erfolgreiche Benutzung der Bibliotheken der Hauptstadt und also auch der bei der Akademie der Wissenschaften selbst, zu welcher die Sternwarte gehört, befindlichen nicht gerechnet werden; und es war also nicht nur eine Handbibliothek für den laufenden Gebrauch nöthig, sondern eine so weit als möglich für die besondern Bedürfnisse der Sternwarte vollständige, welche folgende Fächer zu umfassen hatte:

1. die Mathematik,
2. die Astronomie,
3. die mathematisch-physicalischen Doctrinen,
4. die auf diese angegebenen Wissenschaften bezüglichen periodischen Schriften,
5. die Abhandlungen der gelehrten Associationen,
6. die Literargeschichte mit besonderer Berücksichtigung der Mathesis und der Astronomie.

Zur ersten Anlegung einer solchen Bibliothek war eine eigne Summe in dem Fonds zur Gründung der Sternwarte bestimmt, und zur Erweiterung derselben die jährliche Summe von 1000 Rubel B. A. = 300 Preufs. Thalern festgesetzt, an deren Zulänglichkeit nicht zu zweifeln ist, wenn man bedenkt, dafs die Zahl der jährlich in den angegebenen Fächern erscheinenden Werke im Verhältnifs zu andern Fächern eine geringe ist, und dafs aufserdem unter den Sternwarten und Astronomen die löbliche Sitte herrscht, die herausgegebenen Werke sich gegenseitig zuzusenden. Ueberdies ist es dem Director der Sternwarte gestattet, erforderlichen Falls die Ersparnisse der wissenschaftlichen Summe der Sternwarte auch für die Bibliothek zu verwenden.

Das dringendste Bedürfnifs für die nächste Thätigkeit der Sternwarte im Auge haltend, hatte ich für die Anschaffung der wichtigsten neuen Werke gesorgt, aber auch ältere Werke gesammelt, wozu mir der bei einer Reise nach Deutschland möglich gewordene Besuch der Niederlagen mehrerer Antiquare in Berlin, Leipzig, Hamburg, so wie die von ihnen und einigen Französischen und Englischen Buchhandlungen bekannt gemachten Verzeichnisse älterer käuflicher Bücher, Gelegenheit gegeben hatten. Aufserdem waren der Sternwarte mehrere wichtige Geschenke geworden, so namentlich von Seiten der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften die vollständige Sammlung der Acta und Memoiren und übrigen bei ihr erschienenen, der Sternwarte wichtigen Werke und von Seiten der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin die neueren Gedenkschriften derselben seit 1822, in der mathematischen und physicalischen Classe. Auch waren wiederholt willkommene Ankäufe aus Privatsammlungen gemacht worden.

Auf diese Weise war bis zum Sommer 1841 eine zwar nicht bändereiche, aber gewählte Bibliothek zusammengebracht, die aus 1) einer Sammlung Himmelscharten, 8 Nummern, 2) 562 Werken = 1566 Bänden und zwar 79 in Fol., 839 in Quart und 648 in Octav, nebst einer Sammlung von 321 Abhandlungen bestand. Sie konnte schon mehrere wichtige Serien aufweisen, wie z. B. die Memoiren der Pariser Akademie bis auf die neueste Zeit, die Acta Eruditorum, die Commentarien und Memoiren der St.-Petersburger Akademie, alle ganz vollständig, und manche Werke, die als grofse Seltenheiten angesehen werden, so die vollständige Machina coelestis des *Hevelius*, die erste lateinische Ausgabe des *Euclid* von 1482, viele der Schriften des *Tycho*, *Keppler* u. a. w.

Vielen Astronomen war es länget bekannt, dafs unter den astronomischen Privatbibliotheken Deutschlands die des hochverdienten *Olbers* in Bremen eine der vorzüglichsten sei, vielleicht von mehreren an Zahl der Bände übertroffen, gewifs aber nicht an Schätzen der seltensten Art, die der wohlhabende Besitzer in einer Reihe von mehr als 50 Jahren mit Mühe und

Digitized by Google

Umsicht zusammengebracht hatte, namentlich in Bezug auf sein Lieblingsfach die Cometographie und in Bezug auf mehrere in der Geschichte der Astronomie noch nicht vollständig aufgehellte Punkte. Ich selbst hatte diese Büchersammlung wiederholt bei meinen Reisen gesehen, ohne indefs eine genaue Uebersicht von dem, was sie enthielt, gewonnen zu haben, da die astronomischen und mathematischen Werke in den Bücherzimmern mit den medicinischen scheinbar ohne alle Ordnung aufgestellt waren, wahrscheinlich wie sie der Zeitfolge nach angeschafft wurden. Der verstorbene *Olbers* wufste aber in seiner Bibliothek auf eine merkwürdige Weise Bescheid, und gewifs ist, dafs selten der Inhaber einer Büchersammlung diese so durchstudirt hatte, wie *Olbers* die seinige.

Bei meiner letzten Reise nach Deutschland hielt ich mich, da das Abscheiden des hochverehrten jetzt mehr als 80jährigen, und bei voller Geisteskraft doch körperlich sehr geschwächten, Veteranen sich als ein binnen Kurzem zu erwartendes Ereignifs darstellte, für berechtigt, mich gegen den vieljährigen Freund *Olbers*, Herrn Conferenzrath *Schumacher* in Altona, dahin auszusprechen, dafs, wenn die Olberssche Bibliothek einst zum Verkauf gestellt werden sollte, die Pulkovaer Sternwarte sogleich als muthmaafslicher Käufer angesehen werden könne, und ersuchte ihn zugleich in dieser Hinsicht bei eintretendem Falle die Interessen der Sternwarte wahrzunehmen. Der Erfolg hat die Richtigkeit dieser Maafsregel bewiesen. Die Sternwarte zu Pulkova ist jetzt im Besitz der Olbersschen Büchersammlung, durch deren Zutritt der Bibliothek der reichste Zuwachs wichtiger und seltener Werke geworden ist.

Der von den Olbersschen Erben mitgetheilte schriftliche Catalog enthält 2703 Nummern, in dem jeder Band, jede einzelne nicht einem Bande einverleibte Abhandlung gezählt ist, wogegen auch eine bedeutende Anzahl sehr starker Sammelbände nur als einzelne Nummern vorkommen. Als die Bücher hier angelangt waren, sah ich ein, dafs es nothwendig war, alle Sammelbände wieder zu trennen, und nun den ganzen Vorrath der Abhandlungen, mit Zuziehung der vielen einzelnen, von Neuem zu ordnen. Nachdem dies geschehen war, stellte sich das Material der Olbersschen Bibliothek folgendermaafsen dar:

Sammlung der Himmelscharten	39 Nummern,
Bücher	1607 Bände,
Sammlung der Abhandlungen	2715 Stück.

Zuerst war es nothwendig von diesem Material diejenigen Werke zu trennen, welche schon in Pulkova vorhanden waren, oder auch in der Olbersschen Sammlung selbst doppelt vorkamen. Dies waren:

Himmelskarten	15 Nummern,
Bücher	629 Bände,
Abhandlungen	466 Stück.

Ziehen wir diese Zahlen von den obenvorhergehenden ab, so ergiebt sich der Zuwachs, den die Pulkovaer Bibliothek durch den Ankauf der Olbersschen Sammlung erhalten hat, folgendermaafsen:

Himmelscharten	24 Nummern,
Bücher, 632 Werke, in	978 Bänden,
Abhandlungen	2249 Stück.

Von den Büchern sind 113 Bände in Folio, 301 in Quarto und 564 in Octavo.

Was die Doubletten betrifft, so bestehen sie gröfstentheils aus den werthvollsten neueren Werken nebst mehreren älteren zum Theil seltnen, d. h. es sind solche, die gleich anfangs für die Sternwarte angeschafft waren. Von ihnen sind 49 Bände, meist ältere Werke, von Herrn Prof. Dr. *Mädler* in Dorpat zur Vervollständigung der Bibliothek der dasigen Sternwarte angekauft worden, worunter sich ein zweites vollständiges Exemplar der Machina coelestis des *Hevelius* befindet, und zwar dasjenige das, wie *Hevelius* eigne Handschrift bezeugt, von diesem dem *Lubinietzky*, Verfasser des Theatrum Cometicum, als Geschenk gesandt war.

Aus andern 520 Bänden ist eine sehr werthvolle besondere Sammlung gebildet worden, zu deren Vervollständigung noch 200 Bände früher in Pulkova vorhandener schätzbarer Doubletten, die ich bisher nicht erwähnt habe, hinzugefügt sind; so dafs sie aus 720 Bänden nebst 231 Abhandlungen besteht. Diese ist von Sr. Excellenz dem Herrn Minister wirklichen Geheimenrath v. *Ouvaroff* für die Sternwarte der St. Wladimir-Universität in Kiew bestimmt, die dadurch eine ausgezeichnete Büchersammlung gewinnt, während deren Verkauf der Pulkovaer Sternwarte ein willkommenes Ereignifs ist. Endlich sind noch 50 Bände und 235 Abhandlungen, als doppelt und dreifach vorhanden, aus der Bibliothek ausgeschlossen, hieselbst verblieben.

Fügen wir jetzt den durch die Olberssche Sammlung gewonnenen Zuwachs zu dem früheren Vorrath hinzu, so erhalten wir den jetzigen Bestand der Bibliothek in Pulkova, frei von Doubletten, wie folgt:

Sammlung von Himmelscharten	32 Nummern,
Bücher, 1194 Werke	2544 Bände,
Sammlung von Abhandlungen	2570 Stück,

für deren Anschaffung im ganzen, nach Abzug der verkauften Doubletten, gegen 6000 Preufsische Thaler verausgabt sind.

Von den 2544 Bänden sind 192 Folianten, 1140 Quartanten und 1212 in Octavformat, die wenigen kleineren Formate mit als Octav gerechnet. Die Zahl der Bände in Folio und Quarto = 1332 ist die überwiegende. Nicht erwähnt ist hiebei eine Sammlung geographischer Charten, namentlich vaterländischer, zu der aber erst ein geringer Anfang gemacht ist.

Digitized by Google

Zur Aufstellung dieser Bibliothek dient ein eigenes heizbares Bibliothekzimmer, in der Mitte der Sternwarte neben dem Empfangsaale gelegen. Es wird durch 3 Fenster nach Osten beleuchtet; an den andern 3 Wänden befinden sich 8 Glasschränke für die Bücher. Die Charteensammlungen werden in einem grafsen Schranktisch verwahrt. Der fertige Catalog der Bibliothek zerfällt in 9 Hauptfächer, nämlich:

A. Mathesis,
B. Astronomia,
C. Geodaesia,
D. Physica,
E. Opera auctorum collecta,
F. Miscellanea varia,
G. Libri periodici,
H. Acta Academiorum et societatum literariorum,
I. Historia literaria.

Von diesen Hauptfächern sind 5 in Nebenfächer getheilt.

A. Mathesis.

1. Scriptores classici, 2. Lexica, 3. Compendia, 4. Analysis finitorum, 5. Geometria, 6. Trigonometria, 7. Analysis infinitorum, 8. Analysis combinatoria, 9. Calculus probabilitatis et Mathesis forensis, 10. Mechanica, 11. Miscellanea mathematica, 12. Tabulae mathematicae.

B. Astronomia.

1. Scriptores classici, 2. Astronomia generalia, 3. Compendia recentiora, 4. Astronomia theorica, 5. Astronomia physica, 6. Astronomia practica, 7. Miscellanea astronomica, 8. Cosmologia et Geologia, 9. Astronomia popularis, 10. Astrognosis, 11. Astrologia, 12. Scripta de superficiebus Solis, Lunae et Planetarum, 13. Cometographia, 14. Observationes astronomicae, 15. Catalogi fixarum, 16. Tabulae astronomicae, 17. Ephemerides astronomicae, 18. Mappae coelestes. (Die astronomischen Zeitschriften, die nicht Ephemeriden sind, befinden sich unter den übrigen Zeitschriften.)

C. Geodaesia.

1. Geodaesia in genere, 2. Operationes geodaeticae, 3. Ars navigandi, 4. Metrologia.

D. Physica.

1. Lexica et Compendia, 2. Physica in genere, 3. Meteorologia, 4. Optice.

I. Historia literaria.

1. Historia Matheseos et Astronomiae, 2. Bibliographia, 3. Biographia, 4. Commercium epistolicum.

Im Ganzen enthält also der Catalog 46 verschiedene Fächer, in deren jedem die Werke chronologisch nach dem Druckjahre geordnet sind. Um diese Ordnung immer erhalten zu können, ist dieser systematische Catalog nicht in einen Band geschrieben, sondern er besteht aus 46 kleinen Kapseln, mit einzelnen durch eine Schnur zusammengehefteten Blättern, so dafs jedes neu hinzukommende Werk mit Leichtigkeit an seinem Platz durch ein neues Blatt nachgetragen wird. Ein eigner Catalog der Anschaffungen wird aufserdem regelmäfsig fortgeführt. (Die Fortsetzung folgt)

Vergleichung der *Gauss*ischen Theorie des Erdmagnetismus mit *A. Ermans* magnetischen Beobachtungen.

Von Herrn *H. Petersen*.

Das wesentliche Resultat der *Gauss*ischen allgemeinen Theorie des Erdmagnetismus (s. Resultate aus den Beobachtungen des magnet. Vereins Bd. III), besteht, so weit es hierher gehört, in folgendem analytischen Ausdrucke dreier auf einander senkrechter Componenten der magnetischen Kraft der Erde für einen Ort, an deren kugelförmig vorausgesetzten Oberfläche, in Functionen der Länge und Breite dieses Ortes:

$$
\begin{aligned}
(1)\ldots Z = {} & 2\cos u\,.\,g^{1,0} + 2\sin u\,(g^{1,1}\cos\lambda + h^{1,1}\sin\lambda) + 3\,(\cos u^2 - \tfrac{1}{3})\,.\,g^{2,0} + 3\cos u\sin u\,(g^{2,1}\cos\lambda + h^{2,1}\sin\lambda) \\
& + 3\sin u^2\,(g^{2,2}\cos 2\lambda + h^{2,2}\sin 2\lambda) \\
& + 4g^{3,0}(\cos u^3 - \tfrac{3}{5}\cos u) + 4\,(\cos u^2 - \tfrac{1}{5})\sin u\,(g^{3,1}\cos\lambda + h^{3,1}\sin\lambda) + 4\cos u\sin u^2\,(g^{3,2}\cos 2\lambda + h^{3,2}\sin 2\lambda) \\
& + 4\sin u^3\,(g^{3,3}\cos 3\lambda + h^{3,3}\sin 3\lambda) \\
& + 5(\cos u^4 - \tfrac{6}{7}\cos u^2 + \tfrac{3}{35})\,.\,g^{4,0} + 5(\cos u^3 - \tfrac{4}{5}\cos u)\sin u\,(g^{4,1}\cos\lambda + h^{4,1}\sin\lambda) + 5(\cos u^2 - \tfrac{1}{7})\sin u^2\,(g^{4,2}\cos 2\lambda + h^{4,2}\sin 2\lambda) \\
& + 5\cos u\sin u^3\,(g^{4,3}\cos 3\lambda + h^{4,3}\sin 3\lambda) + 5\sin u^4\,(g^{4,4}\cos 4\lambda + h^{4,4}\sin 4\lambda).
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(2)\ldots Y = {} & g^{1,1}\sin\lambda - h^{1,1}\cos\lambda + \cos u\,(g^{2,1}\sin\lambda - h^{2,1}\cos\lambda) + 2\sin u\,(g^{2,2}\sin 2\lambda - h^{2,2}\cos 2\lambda) + 2\cos u\sin u\,(g^{3,2} - h^{3,2}\cos 2\lambda) \\
& + 3\sin u^2(g^{3,3}\sin 3\lambda - h^{3,3}\cos 3\lambda) + (\cos u^2 - \tfrac{3}{5}\cos u)\,(g^{4,1}\sin\lambda - h^{4,1}\cos\lambda) + 2\,(\cos u^2 - \tfrac{1}{7})\sin u\,(g^{4,2}\sin 2\lambda - h^{4,2}\cos 2\lambda) \\
& + 3\cos u\sin u^2\,(g^{4,3}\sin 3\lambda - h^{4,3}\cos 3\lambda) + 4\sin u^3\,(g^{4,4}\sin 4\lambda - h^{4,4}\cos 4\lambda)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(3)\ldots X = {} & g^{1,0}\sin u - \cos u\,(g^{1,1}\cos\lambda + h^{1,1}\sin\lambda) + 2\cos u\sin u\,.\,g^{2,0} - \cos 2u\,(g^{2,1}\cos\lambda + h^{2,1}\sin\lambda) - \sin 2u\,(g^{2,2}\cos 2\lambda + h^{2,2}\sin 2\lambda) \\
& + 3g^{3,0}(\cos u^2 - \tfrac{1}{3})\sin u - (3\cos u^2 - 2\tfrac{1}{3}\cos u)\,(g^{3,1}\cos\lambda + h^{3,1}\sin\lambda) - (3\cos u^2 - 1)\,(g^{3,2}\cos 2\lambda + h^{3,2}\sin 2\lambda) \\
& - 3\cos u\sin u^2\,(g^{3,3}\cos 3\lambda + h^{3,3}\sin 3\lambda) + 4\,(\cos u^3 - 3\cos u)\sin u\,.\,g^{4,0} - (4\cos u^3 - 3\tfrac{6}{7}\cos u^2 + \tfrac{3}{35})\,(g^{4,1}\cos\lambda + h^{4,1}\sin\lambda) \\
& - 2\,(2\cos u^2 - 1\tfrac{1}{7}\cos u)\sin u\,(g^{4,2}\cos 2\lambda + h^{4,2}\sin 2\lambda) - (4\cos u^2 - 1)\sin u^2\,(g^{4,3}\cos 3\lambda + h^{4,3}\sin 3\lambda) \\
& - 4\cos u\sin u^3\,(g^{4,4}\cos 4\lambda + h^{4,4}\sin 4\lambda)
\end{aligned}
$$

Digitized by Google

Hierin bezeichnen für einen in Bogen um λ östlich von Greenwich und um u vom Nordpole gelegenen Punkt, Z die nach dem Mittelpunkt der Erde gerichtete Componente des Erdmagnetismus, also Y und X die beiden Horizontal-Componenten desselben, und zwar X in der durch den genannten Ort, und die Erdaxe gelegten Ebene nach Norden, und Y senkrecht auf diese Ebene nach Westen, dagegen sind $g^{1,0}$, $g^{1,1}$, $h^{1,1}$, $g^{2,0}$ etc. 24 Constanten, und deren von Herrn Hofrath *Gauss* berechneten Werthe die folgenden:

$$\begin{array}{lllll}
g^{1,0} = +925,782; & g^{2,0} = -22,059; & g^{3,0} = -18,868; & g^{4,0} = -108,855; & g^{1,1} = +88,024; \\
g^{2,1} = -144,913; & g^{3,1} = +122,936; & g^{4,1} = -152,589; & h^{4,1} = -178,744; & h^{2,1} = -6,030; \\
h^{3,1} = +47,794; & h^{4,1} = +64,112; & g^{2,2} = +0,493; & g^{3,2} = -73,193; & g^{4,2} = -45,791; \\
h^{2,2} = -39,010; & h^{3,2} = -22,766; & h^{4,2} = +42,573; & g^{3,3} = +1,396; & g^{4,3} = +19,714; \\
h^{3,3} = -18,750; & h^{4,3} = -0,178; & g^{4,4} = +4,127; & h^{4,4} = +3,175. &
\end{array}$$

wobei noch zu bemerken ist, dafs für die magnetische Kraft diejenige Einheit zum Grunde gelegt ist, welche für die ganze Intensität in London das 1000fache der daselbst nach der *Hansteen*schen Einheit gefundenen Zahl oder $1,372 \times 1000 = 1372$ gibt.

Die Data, worauf die Berechnung der Werthe dieser Constanten basirt ist, sind entnommen aus den Karten, welche *Sabine*, *Barlow* und *Horner* respective für die ganze Intensität, für die Declinationen und für die Inclinationen nach allen bis zu ihrer Zeit bekannt gewordenen Beobachtungen gezeichnet hatten, und es sind namentlich aus diesen graphischen Darstellungen die Angabe für je zwölf, auf sieben verschiedenen Parallelkreisen gelegene Punkte angewendet worden. Die jetzt vollendete Herausgabe aller von Herrn Professor *A. Erman* in den Jahren 1828, 1829 und 1830 gemachten magnetischen Beobachtungen in dessen „Reise um die Erde: Physikalische Beobachtungen Bd. I u. II. Berlin 1835 u. 1841 hat den Gedanken hervorgerufen, aus einer so grofsen und vorzüglichen Reihe von Beobachtungen an sehr verschiedenen Orten der Erde, eine der Anzahl dieser Beobachtungen gleiche Reihe von Bedingungs-Gleichungen für diejenigen Veränderungen abzuleiten, welche nach ihnen und für die Beobachtungszeit an die 24 Constanten der Theorie des Erdmagnetismus anzubringen wären. Vereinigt mit ähnlichen aus nahe genug gleichzeitigen Beobachtungen für andere Orte zu erhaltenden, werden dann solche Gleichungen dazu dienen, jene genannten Veränderungen wirklich zu bestimmen.

Für diejenigen Orte, wo alle 3 Elemente, Declination, Inclination und Intensität beobachtet sind, ist die Form der Gleichungen schon angegeben ((1), (2) und (3)); man brauchte nur noch in die einzelnen Glieder ein Δ einzuführen, wie folgt:

$$\left.\begin{array}{l}
\Delta Z = 2\cos u\,\Delta g^{1,0} + 2\sin u\,(\cos\lambda\,\Delta g^{1,1} + \sin\lambda\,\Delta h^{1,1}) + 3\,(\cos u^2 - \tfrac{1}{3})\,\Delta g^{2,0} + \ldots \\
\Delta Y = \sin\lambda\,\Delta g^{1,1} - \cos\lambda\,\Delta h^{1,1} + \cos u\,(\sin\lambda\,\Delta g^{2,1} - \cos\lambda\,\Delta h^{2,1}) + \ldots \\
\Delta Z = +\sin u\,\Delta g^{1,0} - \cos u\,(\cos\lambda\,\Delta g^{1,1} + \sin\lambda\,\Delta h^{1,1}) + \ldots
\end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

indem man mit ΔZ, ΔY und ΔX die Differenz der aus den unmittelbaren Beobachtungen abgeleiteten Gröfsen, und der mittelst der oben erwähnten Werthe der Constanten durch Rechnung gefundenen bezeichnet, und mit $\Delta g^{1,0}$, $\Delta g^{1,1}$ etc. die zu suchenden Variationen der Constanten. Für die andern Orte, wo nur 1 oder 2 Elemente beobachtet worden sind diese Gleichungen (4) nach folgenden Schema's abgeändert:

$$\begin{array}{lll}
u\Delta\delta = \cos\delta.\Delta g - \sin\delta.\Delta x = & \left\{\begin{array}{l} -\sin\delta\,[+\sin u.\Delta g^{1,0} - \cos u.\cos\lambda\,\Delta g^{1,1} - \ldots.] \\ +\cos\delta\,[\qquad\qquad + \qquad \sin\lambda\,\Delta g^{1,1} - \ldots.] \end{array}\right. & \\
\Delta u = \cos\delta.\Delta x + \sin\delta.\Delta y = & \left\{\begin{array}{l} +\cos\delta\,[+\sin u.\Delta g^{1,0} - \cos u.\cos\lambda\,\Delta g^{1,1} - \ldots.] \\ +\sin\delta\,[\qquad\qquad + \qquad \sin\lambda\,\Delta g^{1,1} - \ldots.] \end{array}\right. & \\
\psi\Delta i = \cos i.\Delta z - \sin i(\cos\delta.\Delta x + \sin\delta.\Delta y) = & +\cos i\,(2\cos u.\Delta g^{1,0} + 2\sin u\cos\lambda\,\Delta g^{1,1} \ldots.) & \\
& -\sin i\cos\delta\,(\sin u\,\Delta g^{1,0} - \cos u\cos\lambda\,\Delta g^{1,1} \ldots.) & \\
& -\sin i\sin\delta\,(\qquad + \qquad \sin\lambda\,\Delta g^{1,1} \ldots.) &
\end{array}$$

wobei ich bemerke, dafs die Gröfsen auf der linken Seite des Gleichheitszeichens ohne Ausnahme in der vorhin erwähnten Einheit (ganze Intensität für London = 1372) ausgedrückt sind. Es bleibt nun nur noch übrig zu sagen, dafs überall, wo dieses anging, die Rechnung zweimal und auf verschiedene Weise ausgeführt, für die übrigen Theile aber durch von einander unabhängige Wiederholung gesichert worden ist, und zwar theils mit Logarithmen von 5, theils wo die Gröfse der Zahlen es erforderte, auch von 6 Decimalstellen. Ich habe namentlich z, y und x einmal nach den Gleichungen (1), (2) und (3) berechnet und zwar jedesmal in derjenigen Form, welche nöthig ist, um daraus die Coefficienten der $\Delta g^{1,0}$, $\Delta g^{1,1}$, $\Delta h^{1,1}$ etc. der Gleichungen (4) zu entnehmen, sodann aber zum zweitenmale entweder nach den Formeln (Resultate Bd. III. S. 34.)

Digitized by Google

$$X = a^0 + a^{\prime} \cos(\lambda + A^{\prime}) + a^{\prime\prime} \cos(2\lambda + A^{\prime\prime}) + a^{\prime\prime\prime} \cos(3\lambda + A^{\prime\prime\prime}) + a^{\prime\mathrm{v}} \cos(4\lambda + A^{\prime\mathrm{v}})$$
$$Y = b^{\prime} \cos(\lambda + B^{\prime}) + b^{\prime\prime} \cos(2\lambda + B^{\prime\prime}) + b^{\prime\prime\prime} \cos(3\lambda + B^{\prime\prime\prime}) + b^{\prime\mathrm{v}} \cos(4\lambda + B^{\prime\mathrm{v}})$$
$$Z = c^{\prime} \cos(\lambda + C^{\prime}) + c^{\prime\prime} \cos(2\lambda + C^{\prime\prime}) + c^{\prime\prime\prime} \cos(3\lambda + C^{\prime\prime\prime}) + c^{\prime\mathrm{v}} \cos(4\lambda + C^{\prime\mathrm{v}})$$

wo die Werthe von a^0, $a^{\prime}$, $A^{\prime}$ ... etc. aus den a. a. O. abgedruckten Tafeln zu entlehnen sind, oder und noch öfter, nach den Formeln von der Form

$$\left.\begin{matrix} Z \\ Y \\ Z \end{matrix}\right\} A + A^{\prime} \cos\lambda + A_{,} \sin\lambda + A^{\prime\prime} \cos 2\lambda + A_{,,} \sin 2\lambda + \ldots,$$

welche man aus den obigen Gleichungen (1), (2) und (3) erhält, wenn man für die Constanten $g^{1,0}$, $g^{1,1}$, $h^{1,1}$ etc. ihre numerischen Werthe setzt und zusammenzieht.

Es folgen nun hier zuerst 76 solcher Bedingungsgleichungen, die sich auf Beobachtungen an 39 Orten beziehen, und zwar in derselben Ordnung, in welcher diese Beobachtungen in: *Erman's* Reise u. s. w. Physikal. Beobachtungen Bd. II. S. 529 ff. aufgeführt sind. Die der Rechnung zu Grunde gelegten Declinationen sind demnach sogenannte mittlere d. h. nach der a. a. O. pag. 489 ff. genannten Weise, dem arithmetischen Mittel aller im Laufe des Beobachtungsjahres an dem jedesmaligen Orte vorgekommenen Declinationswerthe, gleich gemacht.

Sodann habe ich auch für dieselben 39 Beobachtungsorte die nach der Theorie berechneten Werthe der Declination, der Inclination und der Horizontalintensität, so wie die Differenz zwischen einem jeden dieser Elemente und dem dafür beobachteten Werthe hierher gesetzt.

Die ähnlichen Resultate, welche die Fortsetzung der Rechnung mit den übrigen Erman'schen Beobachtungen ergeben wird, hoffe ich gleichfalls in den Astr. Nachrichten bekannt zu machen.

Potsdam (Länge O. von Greenwich $= \lambda = 13^\circ 5' 24''$; Breite $= \varphi = 52^\circ 23' 14''$)

n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.
$\varphi\Delta\delta = -1{,}04333 =$	$-9{,}09123\,\Delta g^{4,0}$	$-8{,}98400\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}24468\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}44472\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}68800\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}82632\,\Delta g^{4,3}$
	$-9{,}72831\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}91547\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}53636\,\Delta h^{4,4}$	$-9{,}39971\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}11923\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}61562\,\Delta h^{3,1}$
	$+9{,}74748\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}87257\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}94928\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}80602\,\Delta h^{3,3}$	$-9{,}49148\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}39723\,\Delta g^{2,1}$
	$-9{,}85267\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}89673\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}95462\,\Delta h^{2,2}$	$-9{,}29164\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}66460\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}93705\,\Delta h^{1,1}$
$\psi\Delta i = -1{,}63858 =$	$-9{,}65327\,\Delta g^{4,0}$	$-9{,}25222\,\Delta g^{4,1}$	$+7{,}78533\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}51558\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}65066\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}68952\,\Delta g^{4,3}$
	$+9{,}86739\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}52895\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}94300\,\Delta h^{4,4}$	$-9{,}81081\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}20385\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}22188\,\Delta h^{3,1}$
	$+9{,}85329\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}82485\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}82350\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}98669\,\Delta h^{3,3}$	$-9{,}69265\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}85815\,\Delta g^{2,1}$
	$+9{,}60994\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}99676\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}94876\,\Delta h^{2,2}$	$+8{,}97658\,\Delta g^{1,0}$	$+0{,}03114\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}74215\,\Delta h^{1,1}$

Berlin (λ 13° 24′ 28″; $\varphi = 52^\circ 32' 5''$)

$\Delta\omega = -1{,}66304 =$	$+9{,}56686\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}59494\,\Delta g^{4,1}$	$+8{,}61906\,\Delta h^{4,1}$	$-8{,}03326\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}33520\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}35500\,\Delta g^{4,3}$
	$-9{,}74667\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}23436\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}85440\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}87160\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}41270\,\Delta g^{3,1}$	$-8{,}89625\,\Delta h^{3,1}$
	$-9{,}50483\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}70354\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}61299\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}90778\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}95170\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}25850\,\Delta g^{2,1}$
	$-9{,}48059\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}80793\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}87961\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}76101\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}81854\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}68438\,\Delta h^{1,1}$

Königsberg ($\lambda = 20^\circ 30' 6''$; $\varphi = 54^\circ 42' 59''$)

$\omega\Delta\delta = -0{,}93176 =$	$-9{,}04283\,\Delta g^{4,0}$	$-8{,}26609\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}31740\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}62097\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}61641\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}88156\,\Delta g^{4,3}$
	$-9{,}41097\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}88172\,\Delta g^{4,4}$	$+8{,}69464\,\Delta h^{4,4}$	$-9{,}29868\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}08075\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}64097\,\Delta h^{3,1}$
	$+9{,}84935\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77567\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}97712\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}46634\,\Delta h^{3,3}$	$-9{,}36577\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}54874\,\Delta g^{2,1}$
	$-9{,}85271\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}95898\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}84058\,\Delta h^{2,2}$	$-9{,}15290\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}72237\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}92297\,\Delta h^{1,1}$

Petersburg ($\lambda = 30^\circ 17' 52''$; $\varphi = 59^\circ 56' 29''$)

$\Delta X = -1{,}50215 =$	$+9{,}74494\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}27112\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}03775\,\Delta h^{4,1}$	$-9{,}17976\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}42879\,\Delta h^{4,2}$	$+7{,}89258\,\Delta g^{4,3}$
	$-9{,}69968\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}35279\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}67074\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91651\,\Delta g^{3,0}$	$-8{,}54835\,\Delta g^{3,1}$	$-8{,}31498\,\Delta h^{3,1}$
	$-9{,}48677\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}73581\,\Delta h^{3,2}$	$+8{,}00672\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}81382\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}93804\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}63364\,\Delta g^{2,1}$
	$-9{,}40027\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}62910\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}87814\,\Delta g^{2,3}$	$+9{,}69974\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}87349\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}64012\,\Delta h^{1,1}$
$\Delta Y = -1{,}14998 =$	$+9{,}14599\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}37936\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}72352\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}47448\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}81382\,\Delta g^{4,3}$	$+8{,}00672\,\Delta h^{4,3}$
	$+9{,}63847\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}41552\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}44250\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}67587\,\Delta h^{3,1}$	$+9{,}87814\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}62910\,\Delta h^{3,2}$
	$+9{,}87655\,\Delta g^{3,3}$	$+8{,}06945\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}64012\,\Delta g^{2,1}$	$-9{,}87349\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}94087\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}69183\,\Delta h^{2,2}$
	$+9{,}70285\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}93822\,\Delta h^{1,1}$				

Digitized by Google

	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.
$\Delta Z = -1{,}62408 =$	$+8{,}37912\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}77807\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}54470\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}57216\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}82120\,\Delta h^{4,2}$	$-7{,}92831\,\Delta g^{4,3}$	
	$+9{,}73541\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}21217\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}43012\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}71286\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}97767\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}74430\,\Delta h^{3,1}$	
	$+9{,}62987\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}87891\,\Delta h^{3,2}$	$-7{,}89418\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}70123\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}09599\,\Delta g^{2,0}$	$+0{,}05035\,\Delta g^{2,1}$	
	$+9{,}81698\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}56766\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}81670\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}23830\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}93699\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}70362\,\Delta h^{1,1}$	

Petersburg ($\lambda = 30°\,21'\,22''$ $\varphi = 59°\,58'\,31''$)

$\Delta X = -1{,}54580 -$	$+9{,}74535\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}26864\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}03629\,\Delta h^{4,1}$	$-9{,}17915\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}43027\,\Delta h^{4,2}$	$+7{,}96985\,\Delta g^{4,3}$	
	$-9{,}69922\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}35453\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}56850\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91649\,\Delta g^{3,0}$	$-8{,}56233\,\Delta g^{3,1}$	$-8{,}32996\,\Delta h^{3,1}$	
	$-9{,}48529\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}73641\,\Delta h^{3,2}$	$+8{,}08369\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}81306\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}93775\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}63428\,\Delta g^{2,1}$	
	$-9{,}40193\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}62723\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}87835\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}69929\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}87338\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}64103\,\Delta h^{1,1}$	
$\Delta Y = -1{,}18402 =$	$+9{,}14760\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}37995\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}72395\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}47283\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}81306\,\Delta g^{4,3}$	$+8{,}08369\,\Delta h^{4,3}$	
	$+9{,}63108\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}41711\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}44368\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}67603\,\Delta h^{3,1}$	$+9{,}87835\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}62723\,\Delta h^{3,2}$	
	$+9{,}87564\,\Delta g^{3,3}$	$+8{,}14627\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}64103\,\Delta g^{2,1}$	$-9{,}87338\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}94093\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}68981\,\Delta h^{2,2}$	
	$+9{,}70361\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}93596\,\Delta h^{1,1}$					
$\Delta Z = -1{,}68789 =$	$+8{,}40815\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}77822\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}54587\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}57007\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}82119\,\Delta h^{4,2}$	$-8{,}00484\,\Delta g^{4,3}$	
	$+9{,}73421\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}21332\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}42729\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}71450\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}97739\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}74504\,\Delta h^{3,1}$	
	$+9{,}62756\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}87868\,\Delta h^{3,2}$	$-7{,}97051\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}69988\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}09652\,\Delta g^{2,0}$	$+0{,}04979\,\Delta g^{2,1}$	
	$+9{,}81745\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}56520\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}81632\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}23845\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}93629\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}70394\,\Delta h^{1,1}$	

Tosna ($\lambda = 30°\,43'\,24''$ $\varphi = 59°\,31'$)

$\Delta w = -1{,}64316 =$	$+9{,}73575\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}33131\,\Delta g^{4,1}$	$+8{,}92859\,\Delta h^{4,1}$	$-8{,}84180\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}47706\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}03742\,\Delta g^{4,3}$	
	$-9{,}69784\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}47926\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}52637\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91289\,\Delta g^{3,0}$	$-8{,}22997\,\Delta g^{3,1}$	$-8{,}87698\,\Delta h^{3,1}$	
	$-9{,}28122\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77720\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}11180\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}81608\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}93767\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}54874\,\Delta g^{2,1}$	
	$-9{,}53897\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}46758\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}91728\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}70124\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}82273\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}74238\,\Delta h^{1,1}$	

Pomorania ($\lambda = 31°\,16'\,24''$ $\varphi = 59°\,20'$)

$\Delta w = -1{,}59988 =$	$+9{,}73369\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}33796\,\Delta g^{4,1}$	$+8{,}96138\,\Delta h^{4,1}$	$-8{,}81133\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}47219\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}08227\,\Delta g^{4,3}$	
	$-9{,}69763\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}50072\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}51934\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91330\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}34663\,\Delta g^{3,1}$	$-8{,}83713\,\Delta h^{3,1}$	
	$-9{,}26243\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77812\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}16347\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}81778\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}93950\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}54208\,\Delta g^{2,1}$	
	$-9{,}53477\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}45217\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}92076\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}70390\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}82043\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}74349\,\Delta h^{1,1}$	
$\Delta Z = -1{,}42955 =$	$-7{,}72428\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}76612\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}54958\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}55388\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}83827\,\Delta h^{4,2}$	$-8{,}57988\,\Delta g^{4,3}$	
	$+9{,}75540\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}28899\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}44226\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}68232\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}97876\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}75721\,\Delta h^{3,1}$	
	$+9{,}61558\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}89997\,\Delta h^{3,2}$	$-8{,}54850\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}72392\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}08621\,\Delta g^{2,0}$	$+0{,}05111\,\Delta g^{2,1}$	
	$+9{,}83457\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}55606\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}84045\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}23560\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}94045\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}72890\,\Delta h^{1,1}$	

Nowgorod ($\lambda = 31°\,19'\,2''$ $\varphi = 38°\,31'\,4''$)

$\Delta X = -1{,}63175 =$	$+9{,}72600\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}34813\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}13233\,\Delta h^{4,1}$	$-9{,}10590\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}39191\,\Delta h^{4,2}$	$+8{,}55486\,\Delta g^{4,3}$	
	$-9{,}71552\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}44798\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}59843\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91702\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}12229\,\Delta g^{3,1}$	$+7{,}90650\,\Delta h^{3,1}$	
	$-9{,}45285\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}73886\,\Delta h^{3,2}$	$+8{,}68201\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}84267\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}94974\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}58919\,\Delta g^{2,1}$	
	$-9{,}37339\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}61218\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}89819\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}71786\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}86246\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}64666\,\Delta h^{1,1}$	
$\Delta Y = -1{,}19003 =$	$+9{,}12190\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}33769\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}73406\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}44805\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}84267\,\Delta g^{4,3}$	$+8{,}68201\,\Delta h^{4,3}$	
	$+9{,}66758\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}51713\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}43785\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}65364\,\Delta h^{3,1}$	$+9{,}89819\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}61218\,\Delta h^{3,2}$	
	$+9{,}91182\,\Delta g^{3,3}$	$+8{,}75116\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}64666\,\Delta g^{2,1}$	$-9{,}86246\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}96734\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}68133\,\Delta h^{2,2}$	
	$+9{,}71582\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}93161\,\Delta h^{1,1}$					
$\Delta Z = -1{,}55157 =$	$-8{,}64038\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}75453\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}53873\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}56386\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}84987\,\Delta h^{4,2}$	$-8{,}62169\,\Delta g^{4,3}$	
	$+9{,}78238\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}33191\,\Delta g^{4,4}$	$+8{,}48236\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}63763\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}97857\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}75777\,\Delta h^{3,1}$	
	$+9{,}63108\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}91709\,\Delta h^{3,2}$	$-8{,}59396\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}75462\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}07257\,\Delta g^{2,0}$	$+0{,}05744\,\Delta g^{2,1}$	
	$+9{,}84165\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}57529\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}86130\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}23189\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}95051\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}73471\,\Delta h^{1,1}$	

Digitized by Google

Salzowa ($\lambda = 32°\,6'\,24''$ $\varphi = 58°\,21'$)

	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.
$\Delta w = -1{,}77004 =$	$+9{,}72012\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}38064\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}05602\,\Delta h^{4,1}$	$-8{,}70081\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}44329\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}15616\,\Delta g^{4,3}$	
	$-9{,}70426\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}55524\,\Delta h^{4,4}$	$-9{,}52937\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91357\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}72560\,\Delta g^{3,1}$	$-8{,}53757\,\Delta h^{3,1}$	
	$-9{,}22160\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77704\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}25031\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}83404\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}94767\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}50745\,\Delta g^{2,1}$	
	$-9{,}51353\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}42980\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}93178\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}71657\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}81279\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}74331\,\Delta h^{1,1}$	

Waldai ($\lambda = 33°\,15'\,24''$ $\varphi' = 57°\,56'$)

$\Delta w = -1{,}63256 =$	$+9{,}71412\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}39207\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}10879\,\Delta h^{4,1}$	$-8{,}81280\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}42845\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}22810\,\Delta g^{4,3}$	
	$-9{,}70156\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}59495\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}50798\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91377\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}80837\,\Delta g^{3,1}$	$-8{,}44862\,\Delta h^{3,1}$	
	$-9{,}17843\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77754\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}33311\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}83593\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}95134\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}49103\,\Delta g^{2,1}$	
	$-9{,}50254\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}39066\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}93849\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}72221\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}80744\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}74552\,\Delta h^{1,1}$	
$\Delta Z = -1{,}38328 =$	$-8{,}84850\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}73616\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}55293\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}50935\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}87132\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}03179\,\Delta g^{4,3}$	
	$+9{,}79578\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}43304\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}46298\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}60256\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}96384\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}78061\,\Delta h^{3,1}$	
	$+9{,}58067\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}94264\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}00678\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}77077\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}06236\,\Delta g^{2,0}$	$+0{,}05256\,\Delta g^{2,1}$	
	$+9{,}86933\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}52762\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}88959\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}22913\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}94837\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}76514\,\Delta h^{1,1}$	

Wuischnji Woloteschok ($\lambda = 34°\,40'\,24''$ $\varphi = 57°\,37'$)

$\Delta w = -1{,}66969 =$	$+9{,}70947\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}39662\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}15547\,\Delta h^{4,1}$	$-8{,}51241\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}41556\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}29870\,\Delta g^{4,3}$	
	$-9{,}69483\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}63207\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}46900\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91398\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}85229\,\Delta g^{3,1}$	$-8{,}12926\,\Delta h^{3,1}$	
	$-9{,}11094\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77880\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}41338\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}83284\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}95424\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}47793\,\Delta g^{2,1}$	
	$-9{,}49287\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}33591\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}94454\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}72661\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}80197\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}74867\,\Delta h^{1,1}$	
$\Delta Z = -1{,}29203 =$	$-8{,}92873\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}72368\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}56362\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}46014\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}88387\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}19632\,\Delta g^{4,3}$	
	$+9{,}79890\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}49002\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}43388\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}58231\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}95622\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}79616\,\Delta h^{3,1}$	
	$+9{,}53372\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}95745\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}17283\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}77539\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}05670\,\Delta g^{2,0}$	$+0{,}04762\,\Delta g^{2,1}$	
	$+9{,}88757\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}48219\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}90592\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}22762\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}94494\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}78489\,\Delta h^{1,1}$	

Torjok ($\lambda = 35°\,2'\,39''$ $\varphi = 57°\,2'\,9''$)

$\Delta w = -1{,}62221 =$	$+9{,}69933\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}41684\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}19150\,\Delta h^{4,1}$	$-8{,}40829\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}39240\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}32290\,\Delta g^{4,3}$	
	$-9{,}69662\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}65682\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}47118\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91308\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}94800\,\Delta g^{3,1}$	$+7{,}24111\,\Delta h^{3,1}$	
	$-9{,}08164\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77567\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}44379\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}84079\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}95838\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}45479\,\Delta g^{2,1}$	
	$-9{,}47794\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}32001\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}94974\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}73358\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}79738\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}74809\,\Delta h^{1,1}$	

Twer ($\lambda = 35°\,56'\,45''$ $\varphi = 56°\,51'\,44''$)

$\Delta w = -1{,}56289 =$	$+9{,}69643\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}41752\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}21543\,\Delta h^{4,1}$	$-8{,}32700\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}38377\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}35974\,\Delta g^{4,3}$	
	$-9{,}69069\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}67619\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}43845\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91305\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}96223\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}02785\,\Delta h^{3,1}$	
	$-9{,}03459\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77574\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}48564\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}83692\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}95988\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}44729\,\Delta g^{2,1}$	
	$-9{,}47178\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}27809\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}95291\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}73594\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}79395\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}75018\,\Delta h^{1,1}$	
$\Delta Z = -1{,}58831 =$	$-9{,}07282\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}70337\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}56377\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}41378\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}89922\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}32119\,\Delta g^{4,3}$	
	$+9{,}81362\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}55660\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}42129\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}53091\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}94801\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}80841\,\Delta h^{3,1}$	
	$+9{,}49290\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}97834\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}30137\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}79380\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}04277\,\Delta g^{2,0}$	$+0{,}04600\,\Delta g^{2,1}$	
	$+9{,}90640\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}44505\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}93049\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}22394\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}94700\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}80740\,\Delta h^{1,1}$	

(Die Fortsetzung folgt.)

Inhalt.

(zu Nr. 448.) Versuch einer Methode, die Bahnen der Cometen zu berechnen. Von Herrn Prof. Dr. *Grunert* in Greifswalde. p. 265.
(zu Nr. 449.) Avant-propos. p. 281. — Notice sur une révision de l'hémisphère céleste boréal, par rapport aux étoiles fixes jusqu'à la septième grandeur etc. Par *M. O. Struve*. p. 283. — Mondculminationen in Altona 1842. Von Herrn *Th. Clausen*. p. 287 — Ueber die täglichen Barometerbeobachtungen in Christiania und Dresden. Von Herrn Prof. und Ritter *Hansteen*, Director der Sternwarte in Christiania. p. 291. —, Anzeige. p. 303.
(zu Nr. 450.) Schreiben des Herrn Prof. *Encke*, Directors der Sternwarte in Berlin, an den Herausgeber. p. 305. — Bericht über die Bibliothek der Hauptsternwarte in Pulkova, nebst deren Bereicherung durch den Ankauf der Büchersammlung des verstorbenen Dr. *Olbers* in Bremen, nebst einigen angehangten bibliographischen Notizen; von *W. Struve*. p. 307. — Vergleichung der *Gauss*ischen Theorie des Erdmagnetismus mit *A. Ermans* magnet. Beobachtungen. Von Herrn *H. Petersen*. p. 311.

Altona 1842. Juni 16.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 451.

Bericht über die Bibliothek der Hauptsternwarte in Pulkova, nach deren Bereicherung durch den Ankauf der Büchersammlung des verstorbenen Dr. *Olbers* in Bremen, nebst einigen angehängten bibliographischen Notizen.

Von Sr. Excellenz dem Herrn Staatsrath und Ritter *v. Struve*.

(Gelesen den 10 December 1841.)

(Beschluss.)

Die Aufstellung der Bibliothek stimmt genau mit der Anordnung des Catalogs überein. Jedes Werk ist daher leicht auffindbar und das ganze gibt jungen Gelehrten Gelegenheit zu bequemen bibliographischen Studien.

Die 2570 Abhandlungen zerfallen in drei verschiedene Sammlungen.

I. Sammlung der Abhandlungen nach Auctoren. 273 Stück.

Sie enthält 16 Auctoren: *Tycho, Keppler, Tobias Mayer, Euler, Kästner, W. Herschel, N. Fuss, Legendre, Poisson, Gauss, Bessel, Schumacher, J. Herschel, Airy, Bowditch, Struve.*

II. Sammlung der Abhandlungen nach Fächern. 1911 Stück.

1. Mathesis	mit 12	Unterabtheilungen,	enthält	286	St.
2. Astronomia	: 46	:	:	1030	:
3. Mechanica	: 3	:	:	99	:
4. Physice	: 10	:	:	153	:
5. Meteorologia	: 6	:	:	87	:
6. Optice	: 10	:	:	105	:
7. Varia literaria	: 6	:	:	151	:
7 Fächer	mit 92	Unterabtheil.,	zusammen	1911	St.

III. Sammlung der Cometenabhandlungen. 382 Stück.

Diese von *Olbers* mit besonderer Liebhaberei und Fürsorge angelegte Sammlung ist ohnstreitig die interessanteste. Sie enthält:

zwischen den Jahren	1500	und 1600	28	Schriften,
	1600	: 1700	202	:
	1700	: 1800	87	:
		nach 1800	65	:
		zusammen	382	Schriften.

Auffallend ist hier gleich der Reichthum des 17ten Jahrhunderts, an dem die beiden Cometen von 1664 und 1665 mit 40 und der Comet von 1680 mit 65 Schriften den grössten Antheil haben. Die Literatur des Cometen von 1680 ist auf jeden Fall die reichste, die ein Comet bisher hervorgebracht hat. In *Lalande's* Bibliographie habe ich nur 27 verschiedene Schriften, die sich speciell auf diesen Cometen beziehen, aufgefunden. Wir haben 38 Schriften mehr. Eine zweite Uebersicht der Cometenabhandlungen gewährt folgende Eintheilung:

1. Allgemeine Cometenabhandlungen: Ueber die Natur der Cometen und deren Bahnbestimmung.....93 Schriften.
2. Abhandlungen über die periodischen Cometen:
   a) über den Halleyschen.....42 :
   b) : : Enckeschen..... 5 :
   c) : : Bielaschen..... 7 :
3. Abhandlungen über mehrere Cometen.....18 :
4. Abhandlungen über einzelne Cometen.....217 :

zusammen 382 Schriften.

Hierzu kommen nun noch die besondern Cometenschriften, welche sich in den gesammelten Werken einzelner Auctoren finden, namentlich in denen *Tycho's*, *Hevelius* u. s. w. Wird nun noch hinzugezogen was in der Büchersammlung an grösseren Cometenwerken enthalten ist (19 Werke in 22 Bänden), was ferner in den Memoiren, Zeitschriften, Ephemeriden, den astronomischen Beobachtungen und den Miscellaneis sich an Cometennachrichten vorfindet *), so übersieht man leicht, dass unsere Bibliothek jetzt ein Material zur Bibliographie der Cometen besitzt, wie es sich vielleicht an keinem andern Orte befindet. Ich glaube daher, dass die Mittheilung den Astro-

*) In *Petri Apiani astronomicon caesareum* sind auch dessen Beobachtungen von 5 Cometen enthalten, nämlich des Halleyschen 1531 und der von 1532, 1533, 1538, 1539. *Lalande* in seiner *Bibliographie* p. 60 sagt von diesem seltnen Werke: „C'est dans cet ouvrage d'Apian que l'on trouve les observations de la Comète de 1531 revenue en 1607 etc. Halley en chercha longtems un exemplaire. J'en ai un qui m'a été donné par M. de Chaligny." Die übrigen Cometenbeobachtungen erwähnt er nicht.

nomen willkommen sein wird, dafs eine Bearbeitung des hiesigen Materials zu einer Bibliographie der Cometen schon einem jungen Astronomen, Herrn *Schweitzer*, aufgetragen und von ihm begonnen ist, eine Arbeit, die hoffentlich bald bekannt gemacht werden wird.

Bibliographische Notizen.

A. Alte Druckschriften vor 1550.

Ich füge jetzt noch einige Nachrichten bei über mehrere Seltenheiten unserer Büchersammlung. Wir haben 50 Druckschriften, die älter als 1550 sind, unter ihnen 8 vor 1500 gedruckte. Von 13 dieser alten Drucke habe ich in den mir zu Gebote stehenden bibliographischen Werken keine Notiz gefunden, und sie sind daher entweder bisher unbekannt gewesen oder für sehr selten zu halten. Möglich indefs, dafs sich in anderen Werken noch Nachricht von ihnen findet, die ich nicht eingesehen habe. Im nachfolgenden Verzeichnifs dieser 50 Schriften habe ich die 13 mit einem Astericus bezeichnet, und beschreibe sie näher. In Bezug auf die übrigen gebe ich, wann nicht Veranlassung zu einer nähern Erörterung da ist, nur den kurzen Titel, mit Nachweisung wo das Werk erwähnt ist, in den Werken von *Vossius*, *Heilbronner*, *Weidler*, *Lalande's* Bibliographie, *Kästner's* Geschichte u. s. w.

1) 1482. Venetiis. Fol. *Opus elementorum Euclidis Megarensis in geometriam artem. In id quoque Campani perspicacissimi commentationes.*

Kästner hat diese editio princeps des lateinischen Euclid, die durch Schönheit des Drucks, der Figuren und des Papiers gleich ausgezeichnet ist, in einer besondern Dissertation, Leipzig 1750, und nachher in seiner Geschichte I. p. 289 — 302, ausführlich beschrieben. Das merkwürdigste an der Ausgabe ist auf jeden Fall, dafs in derselben die vielen geometrischen Figuren mit beweglichen Typen gedruckt sind. Der kunstreiche Buchdrucker *Erhardus Ratdolt* sagt in dem das Werk beginnenden Schreiben an *Joannes Mocenicus*, Dogen von Venedig, ausdrücklich: „mea industria, non sine maximo labore effeci, ut, qua facilitate litterarum elementa imprimuntur, ea etiam geometricae figurae conficerentur." *Kästner* gesteht, dafs er diese Stelle nicht erklären kann; und doch ist bei genauer Ansicht der Figuren gar kein Zweifel daran, dafs sie aus einzelnen geraden Linien und Bogen zusammengesetzt sind. Man kann an mehreren Stellen die Uebergänge erkennen, und ersieht die Zusammensetzung sowohl bei den Durchschnitten mehrerer Linien, als dadurch, dafs mitunter in der Mitte einer Linie der Raum für einen Buchstaben ausgespart ist. Auch zeigt der Durchdruck deutlich, dafs die Figuren von erhabenen Formen, wie die Typen, abgedruckt sind. Merkwürdig ist es auf jeden Fall, dafs die von *Ratdolt* in so ausgezeichneter Vollkommenheit geübte Kunst des Typendruckes geometrischer Figuren späterhin gänzlich vergessen zu sein scheint.

2*) 1482. Ulmae. Fol. *Cl. Ptolomaei Cosmographiae libri VIII et opus Nicolai Germani secundum Ptolomaeum.*

Diese lateinische Geographie des *Ptolemaeus* ist weder bei *Heilbronner* und *Weidler* noch bei *Lalande* und *Scheibel*, noch im *Vossius*, *Montucla* und *Bailly* erwähnt. *Lalande* setzt die erste gedruckte Schrift des *Ptolemaeus* auf 1484, und erwähnt die Geographie zuerst gedruckt 1514, die Ausgabe des Nürnberger Astronomen *Joh. Werner*, die *Kästner* II. p. 498 ausführlich beschreibt.

Das Format ist grofs Folio, Blätter 17½ Zoll hoch und 11½ Zoll breit. Im Ganzen 129 Blätter. Kein Titel. Den Anfang macht das Dedicationsschreiben an den Pabst: Beatissimo Patri Paulo Secundo Pontifici Maximo. Donis Nicolaus Germanus, 4½ Columnen, deren 2 auf jeder Seite, wie immer nachher im Text. Zu Anfang jedes Buchs des *Ptolemaeus* ein kurzer Inhalt vom Herausgeber. Bücher und Capitel, letztere nicht mit Zahlen angegeben, beginnen mit grofsen verzierten Buchstaben. So bis zu Ende des Blattes 69, das mit den Worten: „Hinc sequuntur tabulae" schliefst.

Nun folgen die 26 Ptolemaeischen Tabulae (10 zu Europa, 4 zu Africa und 12 zu Asien), jede auf den beiden innern Seiten eines Bogens, auf dessen erster äufseren Seite die Explicatio sich befindet; die letzte äufsere ist dagegen leer. Aufserdem sind aber noch 4 Tafeln vom Herausgeber hinzugefügt, welche 1. Hispania, 2. Nord-Europa, 3. Francia, der damals neuesten Geographie nach darstellen, und 4. Judaea, nach dem alten Testamente. Sie sind eingebunden zu den entsprechenden Ptolemaeischen Charten, aber ohne alle weitere Erklärung. Diese 4 Charten nebst den Inhalten der Bücher bilden auch das eigentliche Opus sec. Ptolomaeum. Am interessantesten ist mir die Charte von Nord-Europa gewesen, da sie die Küsten der Ostsee nach den Kenntnissen von 1482 darstellt. Der nördliche Theil der Ostsee heifst Gotticum Mare, der südliche Sabulosus Pontus. Der Name Pontus Baltestus kommt hier dem Theil der Nordsee zu, der zwischen der Nordküste von Jütland, Schweden und Norwegen liegt, also dem Eingang des Cattegats. Am Ende liest man in grossen Buchstaben:

Claudii Ptolomei viri Alexandrini Cosmographie octavus et ultimus liber explicit.

Opus Donni Nicolai Germani secundum Ptolomeum finit.

Anno MCCCCLXXXII. Augusti vero Kalendas. XVII. impressum Ulme per ingeniosum virum Leonardum Hol prefati oppidi civis.

Digitized by Google

3) 1485. Venetiis. Fol. *Liber completus in judiciis stellarum, quem composuit Albohazen, emendatus per B. de Alten de Nusia.* Lalande p. 15. Beschrieben von Scheibel p. 19.

4) 1485. Venetiis. 4°. *Joannis de Monte regio opus calendarium.* Scheibel p. 18. Lalande p. 16. Beschrieben von Kästner II. p. 539.

5) 1488. Venetiis. 4°. *J. de Sacro Busto sphaera. J. de Monte regio disputationes etc. G. Purbachii theoricae.* Scheibel p. 22. Lalande p. 17.

6) 1496. Venetiis. Fol. *Epytoma Joannis de Monte regio in Almagestum Ptolomei.*

Lalande p. 22. Ausführlicher Scheibel p. 38—40, der dies Buch für sehr selten und für das erste wichtige astronomische gedruckte Werk erklärt.

7) 1499. Lipsiae. 4°. *Computus novus totius fere astronomie fundamentum continens.* Scheibel p. 50. Lalande p. 26.

8) 1499. (Venetiis). Fol. *M. Manilii astronomicon ad Caes. Aug. libri V. Fragmentum Arati per Germanicum in lat. conversi etc. Fragmentum Arati Ciceronе interprete.*

Ohne Druckort und Jahr. Ohne Zweifel die Ausgabe des Aldus 1499. Vide Lalande p. 25.

9) 1502. Lipsiae. 4°. *Marsilii Ficini libellus de Sole.* Scheibel p. 57. Lalande p. 30.

10) 1505. Venetiis. Fol. *Euclidis elementorum libri XIV cum expositione Theonis etc. B. Zamberto interprete.*

Kästner I. p. 312. sagt bei Gelegenheit einer Ausgabe (wahrscheinlich von 1516) in der *Campani's* und *Zamberti's* Uebersetzungen zusammen sind: „Eine Ausgabe von *Zamberti's* Uebersetzung erwähnt *Scheibel* nicht. Es mufs doch dergleichen vorhanden gewesen sein." Dies ist die Ausgabe. Sie findet sich auch angegeben in *Murhard's* Bibl. math. II. p. 2.

11*) 1511. Venetiis. Fol. *Claudii Ptholemaei Alexandrini liber geographiae cum tabulis et universali figura et cum additione locorum, quae a recentioribus reperta sunt diligenti cura emendatus et impressus.*

Auch diese Ausgabe fehlt so wie die von 1482 in den hier befindlichen bibliographischen Werken.

Auf dem rothgedruckten Titel weder Druckort noch Jahr. Titel, Dedication, Adnotationes 4 Blätter. Dann 58 Blätter Text, dann die Tafeln 30 Blätter. Zusammen 92 Blätter, jedes 17¾ engl. Zoll hoch und 11½ breit, also genau das Format der Ausgabe von 1482. Aber Druck und Papier nicht so schön.

Das 2te Blatt beginnt mit der Dedication des Herausgebers Bernardus Sylvanus Eboliensis ad illustrissimum Andream Matheum, Aquaevivum, Adriae Ducem. Dann folgen die Adnotationes Sylvani bis zum Ende des 4ten Blattes. Am Ende des Textes steht:

Venetiis per Jacobum Pentium de leucho Anno domini MDXI Die XX Mensis Martii.

Nun folgen die 28 Tafeln: erstlich eine allgemeine Welttafel nach *Ptolemaeus*, dann die 26 Tafeln der 3 Welttheile, und hierauf eine Welttafel nach den neuesten Entdeckungen. Zu bemerken ist, dafs die Chartenblätter auf beiden Seiten bedruckt sind, so dafs jeder volle Bogen zu 3 Charten gehört. So hat z. B. derselbe Bogen auf der innern Hälfte die ganze Tabula II = Britannia (aber in der Mitte durch ein Spatium getrennt für den Einband) und auf der vorangehenden äufsern Seite die Hälfte der Welttafel, auf der nachfolgenden die Hälfte von Hispania. Dafs die Charten nicht in halben Bogen gedruckt sind, zeigt der Zusammenhang der Bogen. Auf der Weltcharte nach den neuesten Entdeckungen findet man auf der Ostgrenze Zampagu Ins. (Japan), südlich davon Java major. An der Nordostgrenze des Continents über Regio Catai liegt Gruenlant (Grönland), im Zusammenhange mit dem übrigen Nordasien, aber ohne dafs die östliche Begrenzung angegeben sei. Auf der Westseite finden sich angegeben im Norden terra laboratorum und regalis domus in der Mitte terra Cuba und ispaniallis insu., und im Süden terra sanctae crucis als grofser Continent bis gegen 40° südlicher Breite sich erstreckend. Mit dem 40sten südlichen Breitengrade hört die Charte auf.

12*) 1512. Augsburg. 4°. Kalendarius teutsch Maister Joannis Küngspergers.

Der Titel zeigt sogleich wie der berühmte *Joannes Müllerus*, der sich auf seinen Schriften de Monte regio nannte (nicht Regiomontanus, wenigstens in der Regel), Deutsch genannt wurde, nämlich *Küngsperger*. Der Calender ist für 1513, nebst Anhang der Finsternisse von 1513 bis 1530, diese, so wie die Darstellung dreier Mefsinstrumente aus dem Opus Calendarium von 1485 entnommen; zusammen 27 Blätter. Dann folgt ein kleiner Himmelsatlas mit 46 Holzschnitten im Text, nebst Erklärung nach *Hygin* und astrologischer Bedeutung auf 18 Blättern. Zuletzt noch 29 Blätter, mit kleinen Holzschnitten verziert, Astrologisches und Meteorologisches enthaltend. Zusammen also 74 Blätter. Am Schlufs „Endet sich diser. Kalendarius Maister. Joannis Künigspergers. Und auch Hygini. Von den 12. zaychen. und. 36. pildern des himels... Getruckt... Augspurg... Der jarzal Christi. fünfzehen hundert und im. zwelften."

13) 1514. Venetiis. Fol. *G. Peurbachii tabulae eclypsium. J. de Monte regio tabula primi mobilis.* Lalande p. 36. Weidler p. 337. Scheibel p. 37.

Digitized by Google

14) 1520. Viennae. 4°. *Compilatio Leupoldi ducatus Austriae filii de astrorum scientia.* Scheibel p. 91. Lalande p. 41.

15*) 1522. Leipzig. 4°. Prognostication und Erclerung der grossen Wesserung: Auch anderer erschrockenlichen würckungen, so sich begeben nach Christi unsres lieben hern geburt funfftzehenhundert und XXIIII. jar Durch mich Magistrum Johannem Carion von Bunetikaym u. s. w. Leypzyk 1522.

Astrologische Schrift, Weissagung von der durch eine Conjunction Jupiters und Saturns und Cometen zu befürchtenden Ueberschwemmung, von der Geburt des Endchrists und Erklärungen enthaltend, auf 8 Blättern. *Joh. Carion* ist von *Weidler* p. 357 als Professor zu Frankfurt a. d. O. aufgeführt, starb 1538. Er gab 1536 Ephemerides von 1536 bis 1550 heraus, siehe *Lalande* p. 55, das war also 12 Jahre nachdem seine Weissagung nicht in Erfüllung gegangen.

16*) 1523. Venetiis. 4°. *Algorismus Domini Joannis de Sacro Busco noviter impressum.*

Am Ende: Impressum Venetiis per Melchiorem Sessam et Petrum de Ravanis Socios. Anno domini MDXXIII. Ich kann keine Nachweisung dieses Werkchens von 8 Quartblättern finden. Es enthält eine sehr klar geschriebene Anweisung zur Numerirung nach dem Decimalsystem, zu den vier Species, dem Potenziren und Wurzelausziehen.

17) 1529. Viennae. 4°. *Theodosii de sphaericis libri III a Joanne Vogelin etc.* Scheibel p. 106. Lalande p. 47.

18*) 1531. Nürnberg. 4°. Conjectur odder abnemliche auszlegung Joannis Schöners uber den Cometen so im Augstmonat des MDXXXI. jars erschinen ist.

Die lateinische Schrift: Schoneri descriptio Cometae torqueto observati. Norimbergae 1531, ist von *Weidler, Scheibel* und *Lalande* angegeben, diese kleine deutsche Schrift populären Inhalts aber nicht.

19) 1531. Norimbergae. 4°. *J. de Monteregio de Cometae magnitudine longitudineque ac de loco ejus vero problemata XVI.*

Scheibel p. 111, *Lalande* p. 48. Bei letzterm ist diese Schrift mit der lateinischen von *Schoner* (18) verbunden unter einem Titel. Hier ist sie besonders wie bei *Scheibel.*

20*) 1532. Straßburg. 4°. Was ein Comet sey: woher er komme und seinen ursprung habe u. s. w. und sonderlich von dem Cometen erschinnen im Weynmonat des XXXII. jars. Durch Nicolaum Pruckner beschriben.

Kleine populäre Schrift von 6 Blättern, vornehmlich astrologischen Inhalts.

21) 1533. Basileae. 4°. *S. Munsteri horologiographia.*

Die erste Ausgabe dieses Werks bei *Lalande* p. 49 von 1531 unter dem Titel: Compositio horologiorum in plano, hat nur 198 Seiten. Diese neue vollständigere Ausgabe hat 334 Seiten. *Lalande* setzt sie unter 1532. Zwei hier befindliche Exemplare haben beide 1533.

22) 1534. Parisiis. Fol. *Orontii Finei quadrans astrolabicus.* Scheibel p. 119. Lalande p. 53.

23) 1535. Basileae. Fol. *Hygini fabulae et astronomica. Palaephatus de fabulosis narrationibus. Placidis mythologia. Arati phaenomena a Germanico tradita. Proclus de sphaera.* Scheibel p. 120. Lalande p. 53.

24) 1536. Norimbergae. 8°. *J. Schoneri tabulae astronomicae etc. cum praefatione Ph. Melanchthonis commendatoria.* Scheibel p. 125. Lalande p. 55.

25) 1536. Venetiis. 4°. *J. B. Amici de motibus corporum coelestium juxta principia peripatetica.* Lalande p. 55.

26) 1538. Basileae. Fol. *Claudii Ptolemaei μεγάλης συντάξεως βιβλ. ιγ'.*

Bis auf Halma, die einzige sehr seltne und schöne griechische Ausgabe des Ptolemaeus. *Scheibel* p. 129 bezeugt ihre Seltenheit. *Lalande* p. 57.

27) 1538. Parisiis. 4°. *Orontii Finei Canones.* Lalande p. 57.

28) 1539. Norimbergae. 4°. *J. Schoneri opusculum astrologicum.* Lalande p. 58.

29) 1540. Ingolstadii. Fol. maj. *Astronomicum Caesareum (Petri Apiani).*

Dieses Prachtwerk, auch in unserm Exemplar mit illuminirten Kupfern, ist ausführlich von *Weidler* p. 349—350 und noch umständlicher von *Kästner* II. p. 543—566 beschrieben. Siehe auch *Scheibel* p. 134 und *Lalande* p. 60. Es enthält Beobachtungen von 5 Cometen, siehe oben Seite 56. Nota. Merkwürdig ist das Aequatoreal, Torquetum genannt, wovon gegen das Ende auf einer Folioseite eine schöne illuminirte Abbildnog gegeben ist, und dessen Gebrauch in 12 Enunctiatis auseinandergesetzt ist. Das Enunctiatum decimum hat zur Ueberschrift: *Expedita facilitate longitudinem regionum invenire*, durch Beobachtung des Mondsortes am Aequatoreal und Vergleichung mit den Mondtafeln. Auf dem drittletzten Blatte stehen nach Finis noch 4 Zeilen mit verkehrt geschnittenen Buchstaben von der rechten zur linken Hand. Am bequemsten liest man sie in einem Spiegel, und da heissen sie

factum et actum Ingolstadii in edibus nostris. Anno a Christo nato Sesquimillessimo quadragesimo. Mense Majo.

Also kein sonderbarer Druckfehler, wie *Koll* nach *Scheibel* vermuthet, sondern eine typographische Spiegelschrift zu der es aber eigner Typen bedurfte, wenn diese Zeilen nicht besonders in Holz geschnitten gewesen sind.

Digitized by Google

30) 1541. Basileae. Fol. *Claudii Ptolemaei omnia quae extant opera, geographia excepta, latine.* Lalande p. 61. Scheibel p. 135.

31) 1542. Olyssippone. 4°. *Petri Nonii de crepusculis, item Allacen Arabis de causis crepusculorum etc.* Lalande p. 61. Scheibel p. 136.

32) 1542. Parisiis. Fol. *Orontii Finei Arithmetica practica.* Murhard I. p. 165.

Nach *Heilbronner* p. 782 ist die erste Ausgabe von 1525.

33) 1542. Vittembergae. 4°. *Nicolaus Copernicus de lateribus et angulis.* Kästner I. p. 576.

34*) 1543. Marburg. 4°. Sonnawern allerhandt künstlich zu machen u. s. w. Durch D. Joan. Dryander Medicum Marpurgensem.

12 Blätter mit 10 Holzschnitten. *Lalande* hat die lateinische Ausgabe: de horologiorum solarium veris compositione Marpurgi 1543. 4°. angeführt. Diese Deutsche kennt er nicht. *Weidler* kennt nur eine Schrift desselben von 1537: annuli tres astronomici, die sich auch im *Lalande* findet.

35) 1543. Vuittembergae. 8°. *Euchiridion piarum precationum etc. quibus accessit novum Calendarium Vuittembergae. D. Mart. Luth.* Anno MDXLIII.

Ueber dieses Werk *Luthers* und den davor befindlichen Calender, den *Erasmus Reinholdus* verfafst hat, siehe *Kästner* II. p. 342.

36) 1543. Norimbergae. Fol. *Nicolai Copernici Torinensis de revolutionibus orbium coelestium* libri VI. Scheibel p. 138. Lalande p. 62 und bei vielen.

37) 1543. Basileae. Fol. *J. de Monte regio et G. Purbachii epitome in Ptolemaeum.* Scheibel p. 138. Lalande p. 62.

38) 1543. Norimbergae. 4°. *H. Cardani libelli duo, unus de supplemento Almanach etc. item Geniturae LXVII.* Lalande p. 63.

39*) 1544. Mediolani. *Georgii Pilandri Zuiccavicnsis annulus sphericus.*

Eine hübsch gedruckte Schrift, enthaltend Nachricht, Beschreibung, Testimonia über einen annulus astronomicus, den *Pylander* dem Alponso Davalo, Isterii Marchioni etc. Exercitus Caesarei Duci übergeben hat. *Pylander* kommt weder bei *Weidler* noch *Lalande* vor.

40*) 1544. Parisiis. Fol. *Orontii Finaei Delphinatis:* 1. Quadratura circuli. 2. De circuli mensura. 3. De multangularum omnium et regularium figurarum descriptione, liber hactenus desideratus. 4. De invenienda longitudinis locorum differentia, aliter quam per Lunares eclipses, liber admodum singularis. 5. Planisphaerium geographicum.

Diese Ausgabe von 5 Abhandlungen des *Orontius*, auf 120 Folioseiten, finde ich nirgends angegeben. Merkwürdig, dafs diese Schrift eines berühmten Pariser Gelehrten sich nicht bei *Lalande* findet, der doch so viele andere Schriften des *Orontius* angibt, aber grade die 4te der obigen nicht, auch in keiner andern Ausgabe, obgleich sie astronomisch die merkwürdigste Arbeit des Verfassers ist. Sie handelt nemlich umständlich von der Längenbestimmung durch Meridianbeobachtungen des Mondes und zwar bestimmt durch die Beobachtung der geraden Aufsteigung desselben in der Culmination, beschreibt Instrument, Beobachtungsort und Berechnung. *Olbers* hatte in seinen Weidler an den Rand geschrieben: de invenienda longitudine apud Lalandum (Astronomie) T. III. §. 4169. Da findet sich ganz kurz ein solcher Titel ohne Druckort und Jahreszahl, aber in der Bibliographie habe ich ihn vergeblich gesucht. Wahrscheinlich hat *Lalande* dies Werk nur aus einer Citation beim Gemma Frisius gekannt.

41) 1544. Norimbergae. 4°. *Arithmetica integra. Authore M. Stifelio.* Heilbronner p. 786, ausführlich Kästner I. p. 112 — 128.

42) 1544. Norimbergae. 4°. *Scripta Joannis Regiomontani de torqueto etc. et observationibus cometarum, aucta Schoneri additionibus, item: Observationes motuum Solis, ac Stellarum tam fixarum, quam erraticarum, item: Libellus G. Purbachii de quadrato geometrico.*

Lalande p. 63. Sein Titel scheint nicht genau zu sein. Dies Werk enthält an Beobachtungen:

1. p. 21 — 34. Sonnenbeobachtungen des *Regiomontanus* und *Walthers* von 1462 bis 1504.
2. *Regiomontani, Purbachii, Waltheri* Beobachtungen der Fixsternisse, Cometen, Planeten und Fixsterne von 1457 bis 1504.

Den Beschlufs machen des *Regiomontanus* Problemata XVI de Cometae magnit. etc. (Siehe Nr. 19.)

43) 1545. Antverpiae et Lovanii. *Gemmae Frisii de Radio Astronomico et Geometrico liber.* Lalande p. 65. Scheibel p. 140.

Das Buch gibt auf 59 schön gedruckten Blättern in XXIII Capiteln Vorschriften über die Construction des Radius astronomicus und seinen Gebrauch in der Astronomie und in der Geographie. Das interessanteste Capitel ist XXII, überschrieben: de longitudine locorum per Lunae locum, und enthält auf 7 Seiten eine vollständige und klare Auseinandersetzung der Längenbestimmung durch Abstände des Mondes von Sternen, belegt durch ein Beispiel einer am 12ten Juni 1540 in Loewen gemessenen Distanz zwischen dem Monde und β Scorpii, woraus Gemma durch Vergleichung mit den Tafeln des *Copernicus* findet, dafs Loewen um 1 St. 15′ westlich von Cracau liegt.

Digitized by Google

(Der wirkliche Längenunterschied nach neuen Bestimmungen ist 1 St. 1′ 2″.) Hieraus leitet er nun die Länge von Loewen gegen Alexandria ab, indem er zwischen Cracau und Alexandria nach *Copernicus* den Längenunterschied 1 St. setzt, sich aber dabei versieht und Alexandria westlicher als Cracau nimmt, statt östlicher (wie doch *Copernicus*, de revolutionibus fol. 79, ausdrücklich angibt). So kommt er freilich durch dieses Versehen zu dem sonderbaren Resultate, dafs Loewen nur 3¾ Längengrade westlich von Alexandria liegt, statt dafs er 33¾ hätte finden müssen, was mit der jetzigen Bestimmung 35° 10′ genau genug stimmt.

Anmerkung. Die Hauptmomente der Geschichte der Längenbestimmungen durch die Beobachtung des Mondorts stellen sich hiernach folgendermafsen dar:

1. Vor 1500 ist vom Gebrauch des Mondorts zur Längenbestimmung auf der Erde nicht die Rede. *Purbach* und *Regiomontanus* wenigstens, in ihren Schriften über practische Astronomie, erwähnen diese Methode gar nicht.
2. Der erste, der die Methode im Allgemeinen angedeutet hat, ist der Nürnberger Astronom *Johann Werner* gewesen, in seinem Commentar zur Geographie des *Ptolemaeus* von 1514.
3. *Peter Apianus* zu Ingolstadt gibt 1523 in seiner Cosmographia die Methode der Längenbestimmung durch Abstände des Mondes von Sternen an. Die erste bekannte Ausgabe der Cosmographie ist zwar von 1530, aber die Dedicationsschrift an den Erzbischof von Salzburg ist vom Januar 1523 unterschrieben, und deutet dadurch auch eine frühere Ausgabe dieses zum Unterricht bestimmten Werkes an. Das von ihm gebrauchte Instrument ist der baculus astronomicus, wie ihn auch *Regiomontanus* nannte, bald nachher radius astronomicus geheifsen. In Cap. X ist ein Beobachter, wie er die Distanz zwischen dem Monde und einem Fixstern mit dem baculo mifst, abgebildet. In seinem Astronomicon caesareum von 1540 zeigte *Apianus*, wie der Ort des Mondes am Aequatorsaal beobachtet zur Längenbestimmung zu benutzen ist.
4. *Orontius Finaeus* zu Paris erfindet 1544 die Längenbestimmung aus der im Meridiane beobachteten geraden Aufsteigung des Mondes.
5. *Gemma Frisius* zu Loewen, in seinem Werke: de radio, vervollkommnet die Methode der Monddistanzen 1545, indem er die erforderliche Beachtung der Mondparallaxe gehörig erörtert. Wenn er dem *Orontius* die Vernachlässigung der Parallaxe vorwirft, so hat er Unrecht, da diese bei der geraden Aufsteigung des culminirenden Mondes = 0 ist. *Orontius* scheint gerade um die Einwirkung der Parallaxe zu vermeiden, die Meridianbeobachtung in Aufsteigung gewählt zu haben.

44) 1545. Parisiis. Fol. *Divi Alphonsi tabulae, opera Hamelii*, Lalande p. 64.

45) 1546. Basileae. 4°. *Sphaera mundi auctore Abrahamo Hispano etc.* Scheibel p. 142. Lalande p. 65.

46°) 1548. Antverpiae. 8°. *Cosmographica in astronomiam et geographiam isagoge per Rembertum Dodonaeum Malinatem.*

Lalande kennt nur ein anderes Werk des *Dodonaeus*: de sphaera 1584. 8°. *Weidler* führt ihn gar nicht unter den Astronomen auf. Sollte vielleicht der Titel bei *Lalande* ungenau und das Buch in das Jahr 1584 statt 1548 gesetzt sein. Ein gleicher Fall läfst sich nachweisen. Das Werk des *Gallucio* de fabrica et usu hemisphaerii uranici. 1596. Venetiis. Fol. ist von *Lalande* auf 1569 gesetzt, obgleich der Zusatz bei der Ausgabe von 1596 „nunc primum editus" und die Dedication von 1596 über das Jahr der ersten Erscheinung keinen Zweifel übrig lassen.

47) 1548. Lovanii. 4°. *Cl. Ptolemaei operis quadripartiti traductio. A. Gogava interprete. Cum praef. Gemmae Frisii.* Scheibel p. 144. Lalande p. 67.

48°) 1549. Francofurti. 8°. *Quaestiones novae in libellum de sphaera Joannis de Sacro Busto collectae ab Hartmanno Beyer.*

Lalande kennt diese Ausgabe nicht, obgleich er 1549 zwei andere Commentare zum Sacro Busto angibt. Erst 1573 hat er die Quaestiones von *Beyer*, also 24 Jahre später d. h. in einer 2ten Ausgabe. Auch *Weidler* scheint nur die 2te Ausgabe gekannt zu haben, da er *Beyer* ums Jahr 1573 setzt.

49°) 1549. Nürnberg. 4°. Practica Teutsch, auff das 1550. lauffenden Jare, durch Anthonium Mielochssen. Astrologische Schrift von 8 Blättern.

50) 1549. Tiguri. 8°. *J. Honteri rudimenta cosmographica.* Lalande p. 69.

B. Andere merkwürdige Schriften.

1. Werke Tycho's und Schriften über den neuen Stern von 1572.

Wir besitzen die Werke *Tycho's* vollständig, unter ihnen auch die erste Schrift *Tycho's* über den neuen Stern von 1573. Diese Schrift mufs zu den gröfsten Seltenheiten gehören, da es scheint, dafs keiner der vielen Geschichtschreiber und Bibliographen sie gesehen hat, sondern alle sie nur nach der Citation in den Progymnasmata des *Tycho* erwähnen, wodurch zum Theil ein ganz entstellter Titel angegeben ist, so von *Lalande* p. 98. Diese Seltenheit ist auch sehr natürlich, da *Tycho* selbst von ihr sagt: „*Pauca enim edita sunt exemplaria et multo pauciora ad exteros allata*" und sie deswegen zum Theil wieder abdrucken läfst. (Progymn. 1602 p. 585). Der vollständige Titel ist:

Tychonis Brahe, Dani, de *nova et nullius aevi memoria prius visa stella*, jam pridem anno a nato Christo 1572. mense Novembri primum conspecta, *contemplatio mathematica*. Cui, praeter exactam *Eclipsis Lunaris* hujus Anni pragmatian, et elegantem in *Uraniam* Elegiam, *epistola* quoque *Dedicatoria* accessit: in qua nova et erudita conscribendi *Diaria Metheorologica* Methodus utriusque astrologiae studiosis, eodem autore, proponitur: Cujus, ad hunc labentem annum, Exemplar, singulari industria elaboratum

conscripsit, quod tamen, multiplicium schematum exprimendorum, quo totum ferme constat, difficultate, edi, hac vice, temporis angustia non potiebatur. Hafniae. 1573. 4°.

Das ganze Werk ist 106 Seiten stark, von denen nur 27 Seiten in den Progymn. wiedergegeben sind, also nur der vierte Theil, freilich der wichtigere, indem das übrige zum gröfsten Theil astrologisch ist. Unter *Diaria meteorologica* auf dem Titel sind Diaria observationum astronomicarum zu verstehen. Im Jahre 1573 schon existirte also eine Reinschrift der Beobachtungen *Tycho's* vor 1573. Die in der Historia coelestis publicirten Beobachtungen fangen bekanntlich mit 1582 an.

Kästners Nachrichten über *Tycho's* Schriften Bd. II. S. 613 bis 661 sind bibliographisch nicht genau; richtiger ist was *Lalande* namentlich in Bezug auf die Ausgaben der Progymnasmata von 1602 und 1603, von 1610 und 1648 beibringt. *Lalande* sagt p. 154 von der Ausgabe von 1610: c'est un nouveau frontispice à des ouvrages imprimés en 1596. Dies ist dahin zu berichtigen, dafs alles, was Pars I bis Seite 15 des Textes geht, ein neuer Satz ist, in welchem die Druckfehler der Ausgabe von 1602 bis dahin verbessert sind. Das Druckfehlerverzeichnifs am Ende ist aber dasselbe geblieben. In Pars II sind Titel und 7 Blätter bis zum Text und das letzte Blatt des Textes, Seite 465 und 466, neu gedruckt. Die dem Pars II angebundenen, von dem Progymnasm getrennten epistolae hätten aber von *Lalande*, wie *Kästner* dies gethan hat, als ein ganz neues Werk angegeben werden müssen, dessen Druck indefs schon 1596 in Uraniborg vollendet worden war. *Lalande* führt auch die Briefe schon als besonderes Werk unter dem Jahre 1596 an. Offenbar ist unsere Ausgabe dieselbe, nur mit neuem Titel.

Eine kleine merkwürdige Schrift *Tycho's* ist seine *Oratio de disciplinis mathematicis*, quam in regia Academia Hafniae publice habuit in concessu professorum et studiosorum, antequam ausciperet praelectiones mathematicas in fine anni 1574. *Tycho* war, obgleich er nicht zur Universität gehörte, von seinem Könige *Friedrich II.* aufgefordert worden Vorträge zu halten, und kündigt in dieser öffentlichen Rede an, dafs er den 2ten Theil der Astronomie, welche die Bewegung der zweiten Sphäre enthält, erläutern werde, namentlich die Berechnung der Bewegung der Planeten nach den Prutenischen Tafeln. Die Rede gibt eine sehr lichtvolle Uebersicht der Verbindung zwischen Mathematik, in ihren beiden Theilen Arithmetik und Geometrie, mit der Astronomie und der Astrologie, die er in Schutz nimmt *), verbunden mit historischen Nachrichten, alles natürlich vom damaligen Standpunkte aus. Beachtenswerth ist die hohe Verehrung, die er für den *Copernicus* ausspricht, obgleich er sich schon als dessen Gegner ankündigt: „quem alterum *Ptolemaeum* non immerito dixeris, — qui admirande ingenii solertia hypothesibus olim constitutis motuum scientiam ita restauravit, ut nemo ante ipsum exactius de siderum motibus sit philosophatus" u. s. w.

Von den Schriften, die bei Gelegenheit des Sterns von 1572 erschienen sind, besitzen wir aufser den beiden Tychonischen Hauptwerken folgende, die *Olbers* selbst als zum Theil zu den seltensten Schriften gehörig bezeichnet:

1573. Francofurti ad M. 4°. *Th. Hagecii ab Hayk Dialexis de novae et prius incognitae stellae ... apparitione.* 176 S.

1573. 4°. *De nova stella judicia Cypriani Leovitii a Leonicia et Cornelia Gemmae. Addita sunt de eadem epigrammata quaedam lectu dignissima.* (Ohne Druckort.) 16 Seiten.

1573. 4°. *De peregrina stella quae superiore anno primum apparere coepit, Corn. Gemmae et G. Postelli Barentani judicia.* (Ohne Druckort u. Jahrzahl.) 14 Seiten.

1573. Lavingae. 4°. *De nova stella. Judicium Cypriani Leovitii a Leonicia.* 7 Seiten.

1573. Francofurti ad V. 4°. *Eliae Camerarii observatio et descriptio novi sideris etc.* 31 Seiten.

Camerarius sagt ausdrücklich an 2 Stellen, dafs er den Stern schon principio Octobris gesehen habe, während von den andern Astronomen keiner ihn vor dem 7ten Nov. erblickt hat.

1573. Erffurdt. 4°. *Observatio* und Beschreibung des Newen Cometen u. s. w. Durch *Andream Nolthium mathematicum.* 20 Seiten.

1573. Erffurdt. 4°. *Von dem Cometen, welcher in diesem 1572. Jar in dem Monat Novembris erschienen. Beschrieben durch Georgium Busch.* 25 Seiten.

1573. Erffurdt. 4°. Beschreibung des Cometen u. s. w. *Autore M. Aegidio.* 19 Seiten.

1577. Pragae. 4°. *Th. Hagecii ab Hayck Spongia contra rimosas et fatuas cucurbitulas Hannibalis Raymundi.* 18 Seiten.

Der Anhang S. 13—18 bezieht sich auf den neuen Stern.

Aufserdem befinden sich in der Olbersschen Sammlung noch folgende auf den neuen Stern bezügliche Handschriften:

1. Schreiben des Philippus Applanus an den Landgrafen Wilhelm von Hessen, vom 26sten Dec. 1572, deutsch ist also der Originaltext des Briefes, den *Tycho* Progymn. I. p. 643 in lateinischer Uebersetzung gegeben hat.

*) Es ist wohl keinem Zweifel unterworfen, dafs *Tychos* Ansichten sich in Bezug auf Astrologie mit spätern Jahren wesentlich änderten. So verwirft er in den Progymn. p. 592 den astrologischen Theil seiner frühern Schrift de nova stella gänzlich, und bricht ab mit der Erklärung: „Cetera, quae praedictionem astrologicam continebant, volens relinquo."

2. Lateinischer Brief des Casparus Peucerus zu Wittenberg an den Churfürsten von Sachsen, vom 9ten Dec. 1572. Dieser Brief ist nicht im Tycho abgedruckt, der nur erwähnt, dafs durch diesen Brief der Churfürst, und in Folge dessen der Landgraf von Hessen durch den Churfürsten von der Erscheinung des Sterns zuerst benachrichtigt sei.

3. Schreiben des Caspar Peucerus zu Wittenberg an den Landgrafen von Hessen in lateinischer Sprache, vom 1sten Jan. 1573. Abgedruckt bei Tycho p. 605.

4. Schreiben des Landgrafen von Hessen an *Peucer*, vom 14ten Januar 1573, Antwort auf das vorhergehende. In deutscher Sprache, also Originaltext des bei Tycho p. 612 übersetzten Briefes.

5. Lateinische Schrift, überschrieben: de Cometa qui proximo mense Novembri et Decembri conspectus est, et de lectione Cap. XXXII Deuter. D. Davidis Chytraei Intimo. Unterschrieben: Rostochii d. XIX Dec. MDLXXII.

Die Abschriften 1. 3. 4. 5. sind alle von derselben Hand und scheinen sehr alt. 2. ist von neuerer Handschrift. Wie *Olbers* zu ihrem Besitze gelangt ist, finde ich nirgends angegeben.

2. Werke *Keppler's* und Schriften über den neuen Stern vom Jahre 1604.

Die gröfsern Werke *Kepplers* besitzen wir alle, nämlich: 1) Paralipomena 1604, 2) Stella nova 1606, 3) Stella Martis 1609, 4) Dioptrice 1611, 5) Ephemerides a 1617 — 1636, 6) Epitome 1618, 7) Harmonice mundi 1619, 8 et 9) Chilias Logar. et Supplementum 1624 und 1625, 10) Tabulae Rudolphinae 1627, 11) Somnium 1634, 12) Epistolae 1718. Von den kleinern finden sich 11 vor, von dem Prodromus dissertationum cosmographicarum von 1596, der ersten unter seinem Namen herausgegebenen *), bis zu der sehr seltnen Schrift: Terrentii epistolium ex regno Sinarum 1630, der letzten bei seinem Leben erschienenen. Bei dieser Gelegenheit erlaube ich mir eine Bemerkung über die Rechtschreibung des Namens *Keppler*. In den früheren Schriften schreibt er sich gewöhnlich mit einem p, aber doch schon 1605 auf einer deutschen Schrift Kheppler und 1608 auch Keppler. Seit 1619 ist aber der Name mit einem doppelten p geschrieben und dies hat auch der Sohn als Herausgeber des Somnium beibehalten. Es ist also hiernach durch *Keppler* selbst für die Schreibung mit pp entschieden. *Breitschwerdt* im „Leben des grofsen Astronomen" hat auch pp, sagt aber fälschlich, dafs er sich in den lateinischen Werken immer mit einem einfachen p unterschrieb, da er in späterer Zeit immer pp hat.

Ueber den neuen Stern von 1604 hat bekanntlich *Keppler* eine Hauptschrift herausgegeben, 1606. Pragae 4°. De stella nova in pede serpentarii. Sehr selten ist seine kleinere erste Schrift über diesen Stern, die *Kästner* nicht einmal erwähnt, deren Titel auch sonst nirgends angegeben zu sein scheint. Er ist:

Gründlicher Bericht und Bedencken von einem ungewöhnlichen newen Stern, welcher im October deß 1604. Jahrs erstmals observirt und gesehen worden. Gestellt durch Johann Khepplern, Röm. Kay. May. Mathematicum und Heliseum Roeselloum, der Artzney Doct. und der Stadt Hagenaw bestellten Physicum. Nachgedruckt zu Amberg, bey Michel Foestern. 1605. 15 Seiten. 4°.

Aufser dieser Schrift finden sich in der Olbersschen Sammlung noch folgende unmittelbar auf diesen Stern sich beziehende:

1604. Erffordt. 4°. 21 Seiten. *Cometa*, So Anno 1604 den 3. Tag Octobris am Himmel erschienen. Durch Johannem Krabben von Münden.

1604 Stettin. 4°. 41 Seiten. Astronomische und historische Erklerung des newen Sterns u. s. w. Durch D. Davidem Herlicium.

1605. Eisleben. 4°. 14 Seiten. Gründlicher und warer Bericht von dem newem Cometenstern u. s. w. Durch M. Albinum Mollerum.

1605. Eisleben. 4°. 90 Seiten. Cometen Stundbüchlein u. s. w. Durch M. Balthasarum Büttnerum.

1606. Bernae. 4°. *De sydere novo etc. enarratio apodeictica autore Elia Molerio.*

Ueber beide neuen Sterne so wie über andere veränderliche Sterne, namentlich Mira Ceti, handeln aufserdem noch 13 Abhandlungen unserer Sammlung.

3. Werke des Hevelius.

Ich habe unsere Sammlung dieser Werke, die schon früher angefangen und durch die Olbersche Bibliothek vervollständigt ist, mit dem Verzeichnifs in *Westphals* Leben des *Hevelius* verglichen, und gefunden, dafs wir alle Schriften des *Hevelius* haben und zwar in ausgezeichnet schönen Exemplaren. Hierunter befindet sich denn auch die so seltne *Epistola ad amicum de cometa anno* 1677 *Gedani observato*, von der bisher nur 3 Exemplare bekannt sind.

(Tiré du *Bulletin scientifique publié par l'Académie Imp. des Sciences de St. Pétersbourg, T. X. No. 4.*)

*) Nach *Kästner* IV. p. 216 ist ein Calender für 1594 von ihm, alsvor dem Prodromus gedruckt.

Vermischtes.

Herr Geheimer-Rath *Bessel* äussert sich in einem Briefe an den Herausgeber vom 20. März folgendermaafsen, über Herrn *Clausens* Preisschrift:

„Welche herrliche, oder richtiger, meisterhafte Arbeit ist die von *Clausen* über den Cometen von 1770! sie ist eine Leistung unserer Zeit, welche unsere Nachkommen ihr anzurechnen nicht vergessen werden."

S.

Altona 1842. Juni 16.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 452.

Mondculminationen in Altona 1842.

(S. Nr. 447.)

		Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
Juli	4 o	4h 6′ 17″76	+24° 47′ 39″8	57′ 49″9	15′ 45″6	59″44
	6 u	4 37 30,10	25 29 41,5	58 16,7	16 52,8	70,37
	o	5 9 30,14	25 45 48,8	58 42,5	15 59,9	71,07
	6 u	5 42 2,66	26 37 16,9	59 6,8	16 6,5	71,46
	o	6 14 49,94	25 0 11,2	59 28 9	16 12,5	71,54
	7 u	6 47 38,60	23 56 34,3	59 42,2	15 17,8	71,31
	8 o	7 19 56,85	22 24 29,5	60 4,2	16 22,2	70,83
	u	7 51 45,03	20 28 55,2	60 16,3	16 25,4	70,13
	9 o	8 22 51,93	18 11 33,7	60 24,5	16 27,7	69,31
	u	8 53 9,79	16 35 38,3	60 28,5	16 28,7	68,43
	10 o	9 22 39,18	12 44 39,9	60 28,5	16 28,7	67,58
	u	9 51 28,12	9 42 15,2	60 24,4	16 27,7	66,80
	11 o	10 19 27 41	6 31 59,5	60 17,0	16 25,6	66,14
	u	10 45 59,44	3 17 14,9	60 5,8	16 22,8	65,63
	12 o	11 14 7,77	+ 0 1 14,2	59 63,0	16 19,1	65,27
	u	11 41 1,38	— 3 13 1,5	59 87,3	16 14,8	65,09
	13 o	12 7 49,22	6 22 46,2	59 20,1	15 10,1	65,08
	u	12 34 39,85	9 25 24,4	59 1,6	16 5,1	66,22
	14 o	13 1 41,01	12 18 30,0	58 42,4	15 59,8	65,49
	u	13 28 59,26	14 59 46,1	58 22,7	15 64,6	65,88
	15 o	13 56 39,61	17 27 3,4	58 2,9	15 49,1	66,33
	u	14 24 45,13	19 38 21,4	57 43,2	16 43,7	66,80
	16 o	14 53 16,55	21 31 50,2	57 23,9	15 38,4	67,25
	u	16 22 12,02	23 5 62,6	57 5,0	16 33,3	67,64
	17 o	16 61 27,02	24 19 8,9	56 46,8	16 28,3	67,91
	u	16 20 54,66	26 10 40,9	56 29,4	15 23,6	68,04
	18 o	16 50 25,58	26 39 56,8	56 12,4	16 19,0	67,98
	u	17 19 49,85	25 46 52,7	55 56,1	16 14,6	67,71
	19 o	17 48 66,84	25 31 63,5	55 40,8	15 10,4	67,26
	u	18 17 86,73	24 55 53,7	55 26,3	15 6,4	66,64
	20 o	18 46 41,18	24 0 9,2	55 12,7	15 2,7	65,88
	u	19 18 4,01	22 46 15,4	54 59,9	14 59,2	65,01
	21 o	19 39 41,47	21 15 59,7	54 48,1	14 56,0	64,10
	22 u	20 5 32,15	19 31 16,9	54 37,6	14 53,1	63,17
	o	20 30 36,81	17 34 1,2	54 28,1	14 50,5	62,27
	23 u	20 54 58,08	15 26 6,5	54 20,1	14 48,4	61,44
	o	21 18 39,77	13 9 19,3	54 13,4	14 46,6	60,69
	24 u	21 41 47,16	10 46 21,6	54 7,8	14 45,0	60,05
	o	22 4 26,13	8 15 47,3	54 4,0	14 44,0	59,66
	26 u	22 26 43,11	6 42 4,2	54 1,7	14 43,4	59,19
	o	22 48 45,04	3 5 32,5	54 1,5	14 43,3	58,97
	26 u	23 10 39,08	— 0 27 29,5	54 3,1	14 43,7	58,91
	o	23 32 32,62	+ 2 10 51,3	54 6,6	14 44,7	59,02
	27 u	23 64 33,25	4 48 17,3	54 12,3	14 46,2	59,29
	o	0 16 48,73	7 23 36,0	54 20,4	14 48,4	59,72
	28 u	0 39 26,93	9 56 30,8	54 30,8	14 51,3	60,32
	o	1 2 36,80	+12 22 38,2	54 43,5	14 54,8	61,07

		Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
Juli	28 o	1h 2′ 35″80	+12° 22′ 38″2	54′ 43″6	14′ 54″8	61″07
	29 u	1 26 23,10	14 43 30,6	54 58,7	14 56,9	61,96
	o	1 50 56,88	16 56 27,0	55 16,5	16 3,7	62,98
	30 u	2 16 22,48	18 59 36,4	55 36,7	15 9,2	64,10
	o	2 42 47,25	20 50 54,2	55 59,2	16 15,4	65,30
	31 u	3 10 14,80	22 28 3,2	56 23,9	16 22,1	66,52
	o	3 38 46,88	23 48 86,8	56 50,6	16 29,4	67,72
Aug.	1 u	4 8 22,25	24 50 3,1	57 18,5	15 37,0	68,83
	o	4 38 56,97	26 29 52,4	57 47,8	15 46,0	69,80
	2 u	5 10 19,17	25 45 50,1	58 17,5	16 63,0	70,54
	o	6 42 19,62	25 36 7,6	58 47,1	15 1,1	71,05
	3 u	6 14 41,97	24 59 36,4	59 15,7	16 8,9	71,27
	o	6 47 10,40	23 66 53,8	59 42,5	16 16,8	71,21
	4 u	7 19 29,25	22 25 37,2	60 6,9	16 22,9	70,89
	o	7 61 25,29	20 30 14,7	60 28,0	16 28,6	70,36
	5 u	8 22 48,65	18 12 5,4	60 45,1	16 33,3	69,71
	o	8 63 83,61	15 34 6,2	60 67,9	16 36,7	68,98
	6 u	9 23 38,12	12 39 43,8	61 5,7	16 38,9	68,25
	7 o	9 53 8,87	9 32 40,8	61 8,6	16 39,7	67,68
	u	10 21 55,02	6 16 47,3	61 6,2	16 39,0	67,00
	8 o	10 50 17,82	+ 2 56 51,8	60 59,1	16 37,1	66,56
	u	11 18 19,60	— 0 26 24,2	60 47,2	16 33,9	66,26
	9 o	11 46 8,34	3 46 31,6	60 31,4	16 29,6	66,12
	u	12 13 51,97	7 1 13,1	60 12,2	16 24,3	66,11
	10 o	12 41 38,07	10 7 29,5	59 60,3	16 18,3	66,25
	u	13 9 33,20	13 2 34,5	59 26,5	16 11,9	66,61
	11 o	13 37 42,57	15 43 69,0	69 1,3	16 5,0	66,84
	u	14 6 10,07	18 9 28,6	68 36,2	15 57,8	67,20
	12 o	14 34 66,95	20 17 6,5	58 8,9	16 50,7	67,57
	u	16 4 2,48	22 5 13,1	57 43,2	15 43,7	67,90
	13 o	15 33 23,36	23 32 29,0	67 18,0	16 36,9	58,13
	u	16 2 54,21	24 37 57,0	56 54,0	15 30,3	68,23
	14 o	16 32 27,48	25 21 5,2	66 31,4	15 24,1	58,17
	u	17 1 54,36	25 41 48,1	56 10,4	16 18,4	67,95
	15 o	17 31 5,58	25 40 26,6	55 50,7	15 13,0	67,53
	u	17 69 52,20	26 17 45,4	55 32,6	15 8,1	66,96
	16 o	18 28 6,32	24 34 52,4	56 16,8	15 3,7	66,25
	u	18 65 41,91	23 33 12,8	56 1,7	14 69,7	65,43
	17 o	19 22 34,85	22 14 22,6	64 48,4	14 56,1	64,54
	u	19 48 43,20	20 40 6,6	54 36,7	14 62,9	63,62
	18 o	20 14 6,97	18 52 12,4	54 25,5	14 50,2	62,72
	u	20 38 47,92	16 62 28,3	54 18,0	14 47,8	61,86
	19 o	21 2 49,26	14 42 38,2	54 10,7	14 45,8	61,06
	u	21 26 15,28	12 24 23,4	64 4,9	14 44,2	60,36
	20 o	21 49 10,97	9 59 19,2	54 0,6	14 43,1	59,78
	21 u	22 11 42,12	7 28 57,7	58 57,9	14 42,3	59,33
	o	22 33 54,87	— 4 54 44,5	53 56,2	14 41,9	59,01

Digitized by Google

	Gr. Aufst.	Abweichung	Parall.	Halbm.	Rand.
Aug. 21 o	22h 33′ 54″87	— 4° 54′ 44″5	53′ 66″2	14′ 41″9	59″01
22 u	22 55 55,63	— 2 18 2,3	53 56,1	14 41,8	58,83
o	23 17 50,95	+ 0 19 49,1	53 57,5	14 42,2	58,81
23 u	23 39 47,69	2 57 31,9	54 0,7	14 43,1	58,95
o	0 1 52,70	6 33 49,2	54 6,4	14 44,4	59,24
24 u	0 24 13,03	8 7 21,7	54 11,8	14 46,2	59,68
o	0 46 55,57	10 36 48,4	54 20,1	14 48,4	60,26
25 u	1 10 7,24	13 0 44,7	54 30,2	14 51,1	60,97
o	1 33 54,79	16 17 39,1	54 42,0	14 54,3	61,81
26 u	1 58 24,50	17 25 53,7	54 55,1	14 58,2	62,76
o	2 23 42,01	19 23 41,9	55 12,5	15 2,7	63,80
27 u	2 49 51,85	21 9 8,6	55 30,8	15 7,7	64,89
o	3 16 67,00	22 40 11,7	55 51,0	15 13,1	65,97
28 u	3 44 58,39	23 54 43,3	56 13,5	15 19,3	67,04
o	4 13 54,52	+ 24 50 34,0	56 37,9	15 26,0	68,03

	Gr. Aufst.	Abweichung	Parall.	Halbm.	Rand.
Aug. 28 o	4h 13′ 64″52	+ 24° 50′ 34″0	56′ 37″9	15′ 26″0	68″03
29 u	4 43 40,90	26 25 39,1	57 4,1	15 33,1	68,86
o	5 14 10,20	25 38 5,7	57 32,0	15 40,7	69,56
30 u	5 45 12,39	26 26 23,9	58 0,7	15 48,6	70,02
o	6 16 35,55	24 49 33,2	58 30,0	16 56,6	70,26
31 u	6 48 7,10	23 47 10,6	58 59,2	16 4,5	70,27
o	7 19 34,89	22 19 35,4	59 27,7	16 12,2	70,07
Sept. 1 u	7 50 48,49	20 27 50,7	59 54,6	16 19,5	69,70
o	8 21 40,08	18 13 40,6	60 19,3	16 26,3	69,23
2 u	8 52 4,90	15 39 27,4	60 40,7	16 32,1	68,69
o	9 22 1,39	12 48 4,0	60 58,3	16 36,9	68,15
3 u	9 51 30,66	9 42 47,4	61 11,3	16 40,4	67,66
o	10 20 36,35	6 27 11,9	61 19,3	16 42,6	67,27
4 u	10 49 23,73	+ 3 6 3,5	61 22,0	16 43,3	66,98
5 o	11 17 69,21	— 0 19 48,1	61 19,0	16 42,5	66,83

1842.	Culmination. Log a	Log b	Log c	Grade Aufsteigung. Log a′	Log b′	Log c′	Abweichung. Log a″	Log b″	Log c″	Parallaxe. Log a‴	Log b‴
Juli 4	2,630360	0,20172	8,2756n	2,612196	0,14624	8,1907n	2,854807	1,52510n	9,4336n	0,77627	7,4256n
5	2,652112	9,94242	8,5426n	2,633044	9,88456	8,4594n	1,728309	1,59505n	9,1608n	0,74667	8,4670n
6	2,658644	9,00203n	8,5721n	2,639286	8,95181n	8,4842n	2,830423n	1,60822n	8,7388	0,66647	8,7478n
8	2,649655	9,96507n	8,3799n	2,630691	9,90879n	8,3081n	3,139565n	1,55952n	9,3923	0,50320	8,9027n
9	2,629875	0,11285n	7,7081n	2,611736	0,05908n	7,8517n	3,292470n	1,44308n	9,5706	0,13129	9,0167n
10	2,606536	0,08773n	7,9820	2,589323	0,03742n	7,9245	3,374133n	1,23509n	9,5973	9,65963n	9,0054n
11	2,586402	9,93801n	8,2250	2,569951	9,88824n	8,1746	3,411912n	0,83181n	9,5588	0,30619n	8,9170n
12	2,573887	9,59591n	8,2728	2,557900	9,54398n	8,2168	3,418094n	0,40755	9,5130	0,51161n	8,7874n
13	2,570766	8,88437	8,2318	2,554893	8,85438	8,1858	3,397721n	1,02692	9,4467	0,60112n	8,5396n
14	2,576365	9,66404	8,0848	2,560292	9,61666	8,0183	3,350720n	1,25029	9,3775	0,63873n	8,1246n
15	2,587910	9,83215	7,6142	2,571413	9,78398	7,5425	3,271086n	1,37937	9,3193	0,64436n	
16	2,601048	9,81272	7,8205n	2,584053	9,75885	7,7309n	3,142706n	1,46287	9,1813	0,63014n	7,9027
17	2,610678	9,53215	8,2291n	2,593305	9,47948	8,1415n	2,921376n	1,50954	8,9016	0,59663n	8,2707
18	2,612344	9,25570n	8,3413n	2,594906	9,20295n	8,2617n	2,582103n	1,52055	8,3474n	0,57013n	8,1246
19	2,603810	9,86289n	8,2820n	2,586720	9,81072n	8,2481n	2,635067	1,49528	9,0691n	0,52102n	8,3287
20	2,586792	0,04939n	8,0133n	2,569377	0,00007n	7,9701n	2,939876	1,43428	9,2703n	0,46778n	8,3287
21	2,561553	0,09975n	6,7304n	2,546013	0,05191n	6,9193n	3,117601	1,33767	9,3228n	0,39424n	8,4670
22	2,535477	0,06704n	7,8404	2,520821	0,02212n	7,7559	3,217540	1,20889	9,2995n	0,30599n	8,3799
23	2,511770	9,96481n	8,0647	2,497884	9,92187n	8,0071	3,276901	1,03891	9,2546n	0,13809n	8,4256
24	2,493837	9,77102n	8,1428	2,480497	9,73390n	8,1011	3,310828	0,80101	9,2089n	9,83946n	8,6017
25	2,484027	9,32618n	8,1774	2,470987	9,28534n	8,1234	3,325894	0,36610	9,1497n	9,20147	8,6809
26	2,483708	9,27804	8,2010	2,470681	9,24200	8,1477	3,328540	0,14732n	9,1467n	0,00987	8,7267
27	2,493405	9,78422	8,2156	2,480075	9,74726	8,1794	3,315382	0,71948n	9,1765n	0,31745	8,7680
28	2,512749	0,01290	8,2030	2,498824	9,97116	8,1578	3,287918	0,98128n	9,2609n	0,49446	8,7680
29	2,540206	0,15146	8,1266	2,525397	0,10801	8,0279	3,236329	1,17258n	9,3349n	0,62721	8,7680
30	2,572864	0,22721	7,8047	2,556913	0,17858	7,7255	3,146328	1,32906n	9,4118n	0,72154	8,7267
31	2,606120	0,23153	7,7911n	2,588938	0,18016	7,8202n	2,979313	1,45507n	9,4309n	0,78226	8,6396
Aug. 1	2,634085	0,12606	8,3462n	2,615782	0,07092	8,2922n	2,575133	1,54874n	9,3296n	0,81611	8,2038
2	2,650984	9,77416	8,5194n	2,631968	9,71521	8,4462n	2,485302n	1,59711n	8,9034n	0,81241	8,0277n
3	2,658678	9,41790n	8,4840n	2,634549	9,35987n	8,4195n	3,010922n	1,59392n	9,0412	0,75838	8,6551n
4	2,643500	9,94691n	8,2094n	2,624802	9,89055n	8,1456n	3,228489n	1,62893n	9,4569	0,63265	8,9170n
5	2,625719	0 03824n	8,7925n	2,607756	9,96732n	6,6353n	3,346851n	1,38969n	9,5932	0,36780	9 0384n
7	2,606948	9,96921n	8,0462	2,589727	9,91854n	7,9670	3,408998n	1,12440n	9,6262	8,71459	9,1246n
8	2,592659	9,76167n	8,2072	2,575980	9,70122n	8,1415	3,431759n	0,32257n	9,6002	0,32754n	9,0884n
9	2,585898	9,18387n	8,2116	2,569477	9,10086n	8,1518	3,422746n	0,91012	9,5380	0,59241n	8,9571n
10	2,587133	9,38847	8,0952	2,570655	9,33910	8,0346	3 384143n	1,22468	9,4639	0,70702n	8,7267n
11	2,594453	9,58568	7,7403	2,577703	9,63418	7,7117	3,312877n	1,37676	9,3665	0,75786n	8,4256n
12	2,604195	9,70193	7,6164n	2,587074	9,65018	7,6384n	3,197853n	1,46405	9,2053	0,76211n	8,0277
13	2,611752	9,42930	8,1382n	2,594341	9,37419	8,0777n	3,008814n	1,51113	8,8558	0,73876n	8,3287
14	2,612884	9,23078n	8,2822n	2,595436	9,17603n	8,2229n	2,528971n	1,52296	8,3539n	0,68248n	8,6297
16	2,605153	9,82052n	8,2505n	2,587995	9,76665n	8,1765n	2,211187	1,50140	8,9882n	0,62463n	8,5718

Digitized by Google

1842.	Culmination. Log a	Log b	Log c	Grade Aufsteigung. Log a'	Log b'	Log c'	Abweichung. Log a''	Log b''	Log c''	Parallaxe. Log a'''	Log b'''
Aug. 16	2,588714	0,01560n	8,0242n	2,572176	9,96477n	7,9347n	2,846526	1,44804	9,2142n	0,53690n	8,6297
17	2,566132	0,07880n	7,2744n	2,550424	0,03105n	7,2537n	3,065743	1,36648	9,3053n	0,44972n	8,5048
18	2,541168	0,06087n	7,7262	2,526317	0,01688n	7,7032	3,185172	1,25318	9,2916n	0,31888n	8,6017
19	2,517680	9,97756n	7,9925	2,503599	9,93482n	7,9479	3,256708	1,10689	9,2646n	0,17271n	8,6048
20	2,498839	9,81964n	8,0899	2,485359	9,77736n	8,0197	3,299332	0,90750	9,2246n	9,88788n	8,6017
21	2,486953	9,50718n	8,1263	2,473818	9,47476n	8,0977	3,321792	0,57952	9,1879n	9,40768n	8,4256
22	2,483404	8,58029	8,1524	2,470385	8,53155	8,0977	3,328300	9,37463n	9,1746n	9,71191	8,6561
23	2,488859	9,61354	8,1599	2,475679	9,57776	8,1000	3,320197	0,63005n	9,1794n	0,09779	8,6561
24	2,503121	9,89249	8,1541	2,489506	9,85315	8,0813	3,296178	0,92621n	9,2272n	0,31882	8,6561
25	2,525172	0,05342	8,0964	2,510862	0,01034	8,0224	3,251738	1,12250n	9,2711n	0,46412	8,7478
26	2,552892	0,14783	7,9034	2,537650	0,10296	7,7862	3,176462	1,27256n	9,3228n	0,58834	8,7044
27	2,582868	0,17959	6,5394n	2,566556	0,13046	6,8001n	3,046239	1,39406n	9,3781n	0,68053	8,7874
28	2,610683	0,13121	8,0895n	2,593216	0,07966	8,0127n	2,786191	1,49018n	9,3336n	0,76023	8,6561
29	2,631127	9,94717	8,3658n	2,612946	9,89106	8,3116n	0,892374	1,55317n	9,1234n	0,79795	8,4256
30	2,640853	9,34969	8,4179n	2,622262	9,29273	8,3507n	2,819589n	1,57699n	7,4244n	0,81216	7,4256
31	2,639191	9,58667n	8,2835n	2,620673	9,53124n	8,2168n	3,123706n	1,55384n	9,1658	0,79012	8,4670n
Sept. 1	2,629033	9,86001n	7,8082n	2,610928	9,80586n	7,7335n	3,284846n	1,47549n	9,4609	0,71422	8,7874n
2	2,615537	9,86623n	7,7142	2,597984	9,81200n	7,5384	3,377739n	1,31848n	9,5798	0,54032	8,9819n
3	2,603952	9,69294n	8,0908	2,686844	9,64341n	8,0238	3,425511n	0,99456n	9,6303	0,08086	9,0977n

Th. Clausen.

Vergleichung der *Gauss*ischen Theorie des Erdmagnetismus mit *A. Ermans* magnetischen Beobachtungen.

Von Herrn *H. Petersen.*

(Fortsetzung.)

Moskwa (Länge O. von Greenwich = λ = 37° 35′ 46″; Breite = φ = 55° 46′ 31″)

	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.
$\omega\Delta\delta$ =	−1,19540 =	−8,66531 $\Delta g^{4,0}$	+9,03137 $\Delta g^{4,1}$	−9,26154 $\Delta h^{4,1}$	+9,77122 $\Delta g^{4,2}$	−9,14419 $\Delta h^{4,2}$	+9,84807 $\Delta g^{4,3}$
		+9,53429 $\Delta h^{4,3}$	+9,49280 $\Delta g^{4,4}$	+9,80572 $\Delta h^{4,4}$	−8,80083 $\Delta g^{3,0}$	+9,45731 $\Delta g^{3,1}$	−9,68870 $\Delta h^{3,1}$
		+9,95818 $\Delta g^{3,2}$	−9,28489 $\Delta h^{3,2}$	+9,92881 $\Delta g^{3,3}$	+9,62586 $\Delta h^{3,3}$	−8,86762 $\Delta g^{2,0}$	+9,72062 $\Delta g^{2,1}$
		−9,80331 $\Delta h^{2,1}$	+0,04244 $\Delta g^{2,2}$	−9,33641 $\Delta h^{2,2}$	−8,63917 $\Delta g^{1,0}$	+9,81888 $\Delta g^{1,1}$	−9,87555 $\Delta g^{1,1}$

Moskwa (λ = 37° 38′ 18″ φ = 55° 46′ 13″)

ΔX =	−1,80693 =	+9,67678 $\Delta g^{4,0}$	+9,42938 $\Delta g^{4,1}$	+9,31653 $\Delta h^{4,1}$	−8,72354 $\Delta g^{4,2}$	−9,30395 $\Delta h^{4,2}$	+9,32986 $\Delta g^{4,3}$
		−9,70380 $\Delta h^{4,3}$	+9,71024 $\Delta g^{4,4}$	−9,46194 $\Delta h^{4,4}$	+9,91167 $\Delta g^{3,0}$	+8,99226 $\Delta g^{3,1}$	+8,87940 $\Delta h^{3,1}$
		−9,17667 $\Delta g^{3,2}$	−9,75698 $\Delta h^{3,2}$	+9,48542 $\Delta g^{3,3}$	−9,85936 $\Delta h^{3,3}$	+9,96866 $\Delta g^{2,0}$	−9,46287 $\Delta g^{2,1}$
		−9,86002 $\Delta h^{2,1}$	−9,37375 $\Delta g^{2,2}$	−9,95416 $\Delta h^{2,2}$	+9,75032 $\Delta g^{1,0}$	−9,81697 $\Delta g^{1,1}$	−9,70312 $\Delta h^{1,1}$
ΔY =	−1,23704 =	+9,10921 $\Delta g^{4,1}$	−9,22206 $\Delta h^{4,1}$	+9,76961 $\Delta g^{4,2}$	−9,18920 $\Delta h^{4,2}$	+9,85936 $\Delta g^{4,3}$	+9,48542 $\Delta h^{4,3}$
		+9,54463 $\Delta g^{4,4}$	+9,79293 $\Delta h^{4,4}$	+9,47004 $\Delta g^{3,1}$	−9,58289 $\Delta h^{3,1}$	+9,95416 $\Delta g^{3,2}$	−9,37376 $\Delta h^{3,2}$
		+9,94206 $\Delta g^{3,3}$	+9,66812 $\Delta h^{3,3}$	+9,70312 $\Delta g^{2,1}$	−9,81597 $\Delta h^{2,1}$	+0,03685 $\Delta g^{2,2}$	−9,45644 $\Delta h^{2,2}$
		+9,78581 $\Delta g^{1,1}$	−9,89866 $\Delta h^{1,1}$				
ΔZ =	−1,10072 =	−9,21838 $\Delta g^{4,0}$	+9,67135 $\Delta g^{4,1}$	+9,55850 $\Delta h^{4,1}$	+9,38746 $\Delta g^{4,2}$	+9,91787 $\Delta h^{4,2}$	−9,45769 $\Delta g^{4,3}$
		+9,83153 $\Delta h^{4,3}$	−9,64016 $\Delta g^{4,4}$	+9,39186 $\Delta h^{4,4}$	+9,44006 $\Delta g^{3,0}$	+9,93526 $\Delta g^{3,1}$	+9,82241 $\Delta h^{3,1}$
		+9,42509 $\Delta g^{3,2}$	+0,00560 $\Delta h^{3,2}$	− 9,44387 $\Delta g^{2,3}$	+9,81731 $\Delta h^{2,3}$	+0,02115 $\Delta g^{2,0}$	+0,04341 $\Delta g^{2,1}$
		+9,93056 $\Delta h^{2,1}$	+9,38385 $\Delta g^{2,2}$	+9,96326 $\Delta h^{2,2}$	+0,21834 $\Delta g^{1,0}$	+9,95000 $\Delta g^{1,1}$	+9,83716 $\Delta h^{1,1}$

Nowaja Derewnja (λ = 37° 56′ 24″ φ = 55° 46′)

$\Delta\omega$ =	−1,78902 =	+9,67487 $\Delta g^{4,0}$	+9,44139 $\Delta g^{4,1}$	+9,29123 $\Delta h^{4,1}$	−7,83786 $\Delta g^{4,2}$	−9,32778 $\Delta h^{4,2}$	+9,43841 $\Delta g^{4,3}$
		−9,67861 $\Delta h^{4,3}$	+9,73425 $\Delta g^{4,4}$	−9,36393 $\Delta h^{4,4}$	+9,91051 $\Delta g^{3,0}$	+9,07654 $\Delta g^{3,1}$	+8,67579 $\Delta h^{3,1}$
		−8,88487 $\Delta g^{3,2}$	−9,76969 $\Delta h^{3,2}$	+9,68060 $\Delta g^{2,3}$	− 9,83734 $\Delta h^{2,3}$	+9,96738 $\Delta g^{2,0}$	−9,39944 $\Delta g^{2,1}$
		−9,43699 $\Delta h^{2,1}$	−9,16191 $\Delta g^{2,2}$	− 9,96379 $\Delta h^{2,2}$	+9,74897 $\Delta g^{1,0}$	−9,78141 $\Delta g^{1,1}$	−9,75247 $\Delta h^{1,1}$

Digitized by Google

Bogorodsk ($\lambda = 38°\,28'\,37''$ $\varphi = 55°\,46'\,56''$)

	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.
$\omega\Delta\delta =$	$-0{,}78438 =$	$-8{,}62258\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}04956\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}25462\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}77388\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}09491\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}83998\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}56559\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}44531\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}81644\,\Delta h^{4,4}$	$-8{,}75798\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}46677\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}58386\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}96029\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}23465\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}92065\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}65561\,\Delta h^{3,3}$	$-8{,}81472\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}72632\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}79967\,\Delta h^{2,1}$	$+0{,}04420\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}28531\,\Delta h^{2,2}$	$-8{,}59624\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}82283\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}87262\,\Delta h^{1,1}$

Platowa (λ 38° 43' 24'' $\varphi = 55°\,47'$)

$\Delta\omega =$	$-1{,}77590 =$	$+9{,}67545\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}43530\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}80166\,\Delta h^{4,1}$	$-7{,}73450\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}32720\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}46050\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}67031\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}74166\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}31329\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91079\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}06445\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}71054\,\Delta h^{3,1}$
		$-8{,}82752\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77038\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}60464\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}82886\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96760\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}40033\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}43579\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}10694\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96479\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}74901\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}77935\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}75476\,\Delta h^{1,1}$
$\Delta Z =$	$-1{,}54444 =$	$-9{,}21513\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}66554\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}56961\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}26923\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}92157\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}51086\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}81942\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}65582\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}32660\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}44272\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}92890\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}83297\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}35665\,\Delta g^{3,2}$	$+0{,}00899\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}49649\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}80505\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}02176\,\Delta g^{2,0}$	$+0{,}03676\,\Delta g^{2,1}$
		$+9{,}94084\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}81424\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}96658\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}21849\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}94321\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}84729\,\Delta h^{1,1}$

Dmitrewsk ($\lambda = 40°\,5'\,24''$ $\varphi = 56°\,0'$)

$\Delta\omega =$	$-1{,}40037 =$	$+9{,}68040\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}41802\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}31207\,\Delta h^{4,1}$	$-7{,}59701\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}33659\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}49394\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}65356\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}74672\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}20077\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91184\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}01923\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}72702\,\Delta h^{3,1}$
		$-8{,}71119\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77295\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}63901\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}80954\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96653\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}41014\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}43995\,\Delta h^{2,1}$	$-8{,}99102\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96503\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}74692\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}77689\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}75955\,\Delta h^{1,1}$
$\Delta Z =$	$+1{,}35832 =$	$-9{,}19058\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}66164\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}58683\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}16190\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}92363\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}56272\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}79657\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}66319\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}21570\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}46167\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}92110\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}84630\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}24762\,\Delta g^{3,2}$	$+0{,}00935\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}54724\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}78109\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}02609\,\Delta g^{2,0}$	$+0{,}02694\,\Delta g^{2,1}$
		$+9{,}95214\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}20410\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}96583\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}21960\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}93227\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}85747\,\Delta h^{1,1}$

10 Werst nach Sudogda ($\lambda = 40°\,51'\,47''$; $\varphi = 56°\,57'\,0''$)

$\omega\Delta\delta =$	$-1{,}13179 =$	$+8{,}35856\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}10682\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}23518\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}78048\,\Delta g^{4,2}$	$-8{,}88890\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}80737\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}64467\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}28842\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}83263\,\Delta h^{4,4}$	$-8{,}59089\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}49656\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}56954\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}96437\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}02269\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}88734\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}73022\,\Delta h^{3,3}$	$-8{,}64604\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}74424\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}76886\,\Delta h^{2,1}$	$+0{,}04661\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}06880\,\Delta h^{2,2}$	$-8{,}42669\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}83468\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}86306\,\Delta h^{1,1}$

Murom ($\lambda = 41°\,36'\,24''$ $\varphi = 55°\,34'$)

$\Delta\omega =$	$-1{,}61300 =$	$+9{,}67129\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}41995\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}34603\,\Delta h^{4,1}$	$+7{,}17805\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}31064\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}53320\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}63575\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}76823\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}04198\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91061\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}04745\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}85699\,\Delta h^{3,1}$
		$-8{,}48266\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}76976\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}68535\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}79640\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96937\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}39133\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}42361\,\Delta h^{2,1}$	$-8{,}79740\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96896\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}75200\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}76947\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}76248\,\Delta h^{1,1}$

Osablikowo ($\lambda = 42°\,26'\,28''$ $\varphi = 55°\,64'\,30''$)

$\omega\Delta\delta =$	$-1{,}23268 =$	$-8{,}21268\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}13106\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}21711\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}78288\,\Delta g^{4,2}$	$+8{,}67248\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}78463\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}68830\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}02320\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}84283\,\Delta h^{4,4}$	$-8{,}44571\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}51146\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}55754\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}96659\,\Delta g^{3,2}$	$-8{,}79656\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}86507\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}77258\,\Delta h^{3,3}$	$-8{,}50124\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}75427\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}77876\,\Delta h^{2,1}$	$+0{,}04874\,\Delta g^{2,2}$	$-8{,}83478\,\Delta h^{2,2}$	$-8{,}28211\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}84218\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}85640\,\Delta h^{1,1}$
$\psi\Delta i =$	$+1{,}57170 =$	$-9{,}70016\,\Delta g^{4,0}$	$-8{,}76491\,\Delta g^{4,1}$	$-8{,}64496\,\Delta h^{4,1}$	$+8{,}46262\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}72494\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}69788\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}78798\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}85893\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}03347\,\Delta h^{4,4}$	$-9{,}80508\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}36496\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}35744\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}74915\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}97926\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}79696\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}88816\,\Delta h^{3,3}$	$-9{,}63954\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}80574\,\Delta g^{2,1}$
		$+9{,}79231\,\Delta h^{2,1}$	$+8{,}87011\,\Delta g^{2,2}$	$+0{,}08727\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}13923\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}93761\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}92149\,\Delta h^{1,1}$

Ajeschowo ($\lambda = 43°\,10'\,24''$ $\varphi = 56°\,4'$)

$\Delta\omega =$	$-1{,}68547 =$	$+9{,}68228\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}38999\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}34665\,\Delta h^{4,1}$	$+7{,}46720\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}33689\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}56117\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}61042\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}75956\,\Delta g^{4,4}$	$-8{,}73556\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91264\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}95792\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}82420\,\Delta h^{3,1}$
		$-8{,}09427\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77437\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}71032\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}76473\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96660\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}41337\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}43830\,\Delta h^{2,1}$	$-8{,}45231\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96664\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}74664\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}76791\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}76905\,\Delta h^{1,1}$

Digitized by Google

Doskino ($\lambda = 43°\,34'\,36''$ $\varphi = 56°\,9'\,15''$)

	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.
ΔX	$= -1{,}74068 =$	$+9{,}68424\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}37795\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}35536\,\Delta\lambda^{4,1}$	$-8{,}03651\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}33994\,\Delta\lambda^{4,2}$	$+9{,}55154\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}61651\,\Delta\lambda^{4,3}$	$+9{,}75673\,\Delta g^{4,4}$	$-8{,}75541\,\Delta\lambda^{4,4}$	$+9{,}91296\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}89532\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}87372\,\Delta\lambda^{3,1}$
		$-8{,}47099\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77442\,\Delta\lambda^{3,2}$	$+9{,}70270\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}76767\,\Delta\lambda^{3,3}$	$+9{,}96621\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}43934\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}41774\,\Delta\lambda^{2,1}$	$-8{,}66224\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96567\,\Delta\lambda^{2,2}$	$+9{,}74582\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}77938\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}76778\,\Delta\lambda^{1,1}$
ΔY	$= -1{,}23608 =$	$+9{,}17478\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}19638\,\Delta\lambda^{4,1}$	$+9{,}78425\,\Delta g^{4,2}$	$-8{,}48082\,\Delta\lambda^{4,2}$	$+9{,}76767\,\Delta g^{4,3}$	$+9{,}70270\,\Delta\lambda^{4,3}$
		$+8{,}83605\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}83737\,\Delta\lambda^{4,4}$	$+9{,}52844\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}55004\,\Delta\lambda^{3,1}$	$+9{,}96567\,\Delta g^{3,2}$	$-8{,}66224\,\Delta\lambda^{3,2}$
		$+9{,}84831\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}78335\,\Delta\lambda^{3,3}$	$+9{,}76778\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}77938\,\Delta\lambda^{2,1}$	$+0{,}04631\,\Delta g^{2,2}$	$-8{,}74288\,\Delta\lambda^{2,2}$
		$+9{,}83842\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}86002\,\Delta\lambda^{1,1}$				
ΔZ	$= -0{,}48287 =$	$-9{,}17205\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}64117\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}61957\,\Delta\lambda^{4,1}$	$+8{,}62458\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}92801\,\Delta\lambda^{4,2}$	$-9{,}67027\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}73524\,\Delta\lambda^{4,3}$	$-9{,}68010\,\Delta g^{4,4}$	$+8{,}67878\,\Delta\lambda^{4,4}$	$+9{,}47467\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}89792\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}87632\,\Delta\lambda^{3,1}$
		$+8{,}70909\,\Delta g^{3,2}$	$+0{,}01252\,\Delta\lambda^{3,2}$	$-9{,}65410\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}71907\,\Delta\lambda^{3,3}$	$+0{,}02914\,\Delta g^{2,0}$	$+0{,}00282\,\Delta g^{2,1}$
		$+9{,}98072\,\Delta\lambda^{2,1}$	$+8{,}66479\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}96822\,\Delta\lambda^{2,2}$	$+0{,}22089\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}90687\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}88527\,\Delta\lambda^{1,1}$

Nijnei Nowgorod ($\lambda = 43°\,57'\,4''$ $\varphi = 56°\,19'\,20''$)

ΔX	$= -1{,}66652 =$	$+9{,}68767\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}36818\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}35228\,\Delta\lambda^{4,1}$	$-7{,}91274\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}34893\,\Delta\lambda^{4,2}$	$+9{,}56008\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}60798\,\Delta\lambda^{4,3}$	$+9{,}75286\,\Delta g^{4,4}$	$-8{,}61831\,\Delta\lambda^{4,4}$	$+9{,}91345\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}86564\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}84974\,\Delta\lambda^{3,1}$
		$-8{,}33986\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77605\,\Delta\lambda^{3,2}$	$+9{,}70944\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}75724\,\Delta\lambda^{3,3}$	$+9{,}96516\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}44276\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}42686\,\Delta\lambda^{2,1}$	$-8{,}52868\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96487\,\Delta\lambda^{2,2}$	$+9{,}74392\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}77750\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}76160\,\Delta\lambda^{1,1}$
ΔY	$= -1{,}29270 =$	$+9{,}18808\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}19898\,\Delta\lambda^{4,1}$	$+9{,}78474\,\Delta g^{4,2}$	$-8{,}34855\,\Delta\lambda^{4,2}$	$+9{,}75724\,\Delta g^{4,3}$	$+9{,}70944\,\Delta\lambda^{4,3}$
		$+8{,}69810\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}83265\,\Delta\lambda^{4,4}$	$+9{,}53380\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}54970\,\Delta\lambda^{3,1}$	$+9{,}96487\,\Delta g^{3,2}$	$-8{,}52868\,\Delta\lambda^{3,2}$
		$+9{,}83703\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}78923\,\Delta\lambda^{3,3}$	$+9{,}76160\,\Delta g^{2,1}$	$-9{,}77750\,\Delta\lambda^{2,1}$	$+0{,}04466\,\Delta g^{2,2}$	$-8{,}60847\,\Delta\lambda^{2,2}$
		$+9{,}84139\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}85729\,\Delta\lambda^{1,1}$				
ΔZ	$= -1{,}05231 =$	$-9{,}15069\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}64187\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}62597\,\Delta\lambda^{4,1}$	$+8{,}49041\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}92660\,\Delta\lambda^{4,2}$	$-9{,}67521\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}72301\,\Delta\lambda^{4,3}$	$-9{,}67348\,\Delta g^{4,4}$	$+8{,}53898\,\Delta\lambda^{4,4}$	$+9{,}48845\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}89568\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}87978\,\Delta\lambda^{3,1}$
		$+8{,}57363\,\Delta g^{3,2}$	$+0{,}00982\,\Delta\lambda^{3,2}$	$-9{,}65809\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}70589\,\Delta\lambda^{3,3}$	$+0{,}03242\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}99854\,\Delta g^{2,1}$
		$+9{,}98264\,\Delta\lambda^{2,1}$	$+8{,}52848\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}96467\,\Delta\lambda^{2,2}$	$+0{,}22124\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}90224\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}88634\,\Delta\lambda^{1,1}$

Poljana ($\lambda = 44°\,43'\,24''$ $\varphi = 56°\,2'$)

$\Delta\omega$	$= -1{,}80017 =$	$+9{,}68166\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}37683\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}36438\,\Delta\lambda^{4,1}$	$+7{,}83885\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}33404\,\Delta\lambda^{4,2}$	$+9{,}59007\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}58446\,\Delta\lambda^{4,3}$	$+9{,}76239\,\Delta g^{4,4}$	$-6{,}95063\,\Delta\lambda^{4,4}$	$+9{,}91258\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}93191\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}87245\,\Delta\lambda^{3,1}$
		$+7{,}89879\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77396\,\Delta\lambda^{3,2}$	$+9{,}74118\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}73831\,\Delta\lambda^{3,3}$	$+9{,}96691\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}41212\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}43619\,\Delta\lambda^{2,1}$	$+7{,}87625\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96697\,\Delta\lambda^{2,2}$	$+9{,}74714\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}76268\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}77380\,\Delta\lambda^{1,1}$

Tschugunui ($\lambda = 45°\,40'\,12''$ $\varphi = 56°\,6'\,24''$)

ΔX	$= -1{,}66717 =$	$+9{,}68328\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}36291\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}37307\,\Delta\lambda^{4,1}$	$+7{,}70689\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}33788\,\Delta\lambda^{4,2}$	$+9{,}60147\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}57097\,\Delta\lambda^{4,3}$	$+9{,}75978\,\Delta g^{4,4}$	$+8{,}43011\,\Delta\lambda^{4,4}$	$+9{,}91282\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}88701\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}89717\,\Delta\lambda^{3,1}$
		$+8{,}14850\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77444\,\Delta\lambda^{3,2}$	$+9{,}75316\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}72266\,\Delta\lambda^{3,3}$	$+9{,}96651\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}42190\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}43206\,\Delta\lambda^{2,1}$	$+8{,}33545\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96639\,\Delta\lambda^{2,2}$	$+9{,}74636\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}76346\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}77362\,\Delta\lambda^{1,1}$
ΔY	$= -1{,}28905 =$	$+9{,}18986\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}17920\,\Delta\lambda^{4,1}$	$+9{,}78460\,\Delta g^{4,2}$	$+8{,}15366\,\Delta\lambda^{4,2}$	$+9{,}72266\,\Delta g^{4,3}$	$+9{,}75316\,\Delta\lambda^{4,3}$
		$-8{,}51099\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}84066\,\Delta\lambda^{4,4}$	$+9{,}54384\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}53368\,\Delta\lambda^{3,1}$	$+9{,}96689\,\Delta g^{3,2}$	$+8{,}38545\,\Delta\lambda^{3,2}$
		$+9{,}80354\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}83404\,\Delta\lambda^{3,3}$	$+9{,}77362\,\Delta g^{2,1}$	$-9{,}76346\,\Delta\lambda^{2,1}$	$+0{,}04727\,\Delta g^{2,2}$	$+8{,}41638\,\Delta\lambda^{2,2}$
		$+9{,}85450\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}84434\,\Delta\lambda^{1,1}$				
ΔZ	$= -0{,}05690 =$	$-9{,}17782\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}62453\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}63469\,\Delta\lambda^{4,1}$	$-8{,}29796\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}92890\,\Delta\lambda^{4,2}$	$-9{,}72137\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}69087\,\Delta\lambda^{4,3}$	$-9{,}68393\,\Delta g^{4,4}$	$-8{,}35426\,\Delta\lambda^{4,4}$	$+9{,}47072\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}88210\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}89227\,\Delta\lambda^{3,1}$
		$-8{,}38284\,\Delta g^{3,2}$	$+0{,}01378\,\Delta\lambda^{3,2}$	$-9{,}70634\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}67484\,\Delta\lambda^{3,3}$	$+0{,}02820\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}98694\,\Delta g^{2,1}$
		$+9{,}99710\,\Delta\lambda^{2,1}$	$-8{,}33878\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}96972\,\Delta\lambda^{2,2}$	$+0{,}22015\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}89173\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}90189\,\Delta\lambda^{1,1}$

Digitized by Google

Emmingasch ($\lambda = 46^\circ\,26'\,24''$ $\varphi = 56^\circ\,11'$)

	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.
Δw	$= -1{,}72673 =$	$+9{,}68486\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}35427\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}37482\,\Delta h^{4,1}$	$+8{,}05505\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}34143\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}61689\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}55053\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}75580\,\Delta g^{4,4}$	$+8{,}76239\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91303\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}87007\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}88993\,\Delta h^{3,1}$
		$+8{,}48301\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77462\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}76770\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}70143\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96602\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}41816\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}44097\,\Delta h^{2,1}$	$+8{,}67234\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96547\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}74548\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}75751\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}77988\,\Delta h^{1,1}$

Tscheboksar ($\lambda = 47^\circ\,18'\,24''$ $\varphi = 56^\circ\,10'$)

Δw	$= -1{,}74052 =$	$+9{,}68447\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}34580\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}38439\,\Delta h^{4,1}$	$+8{,}14162\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}34025\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}62990\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}53183\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}75339\,\Delta g^{4,4}$	$+8{,}94302\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91297\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}85132\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}91101\,\Delta h^{3,1}$
		$+8{,}62500\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77396\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}78136\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}68215\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96612\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}41741\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}44056\,\Delta h^{2,1}$	$+8{,}87918\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96497\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}74567\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}75422\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}78268\,\Delta h^{1,1}$

Angikowa ($\lambda = 48^\circ\,8'\,24''$ $\varphi = 55^\circ\,44'$)

ΔX	$= -1{,}73440 =$	$+9{,}67529\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}35563\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}40359\,\Delta h^{4,1}$	$+8{,}35849\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}31469\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}65013\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}50386\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}76025\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}11053\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91158\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}92061\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}96857\,\Delta h^{3,1}$
		$+8{,}81254\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}76864\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}80593\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}65966\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96877\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}38761\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}43557\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}01003\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96613\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}75054\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}74138\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}78934\,\Delta h^{1,1}$
ΔY	$= -0{,}91540 =$	$+9{,}19483\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}14687\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}78141\,\Delta g^{4,2}$	$+8{,}82531\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}65966\,\Delta g^{4,3}$	$+9{,}80593\,\Delta h^{4,3}$
		$-9{,}19333\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}84305\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}55606\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}50810\,\Delta h^{3,1}$	$+9{,}96613\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}01003\,\Delta h^{3,2}$
		$+9{,}74246\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}88873\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}78934\,\Delta g^{2,1}$	$-9{,}74138\,\Delta h^{2,1}$	$+0{,}04893\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}09283\,\Delta h^{2,2}$
		$+9{,}87214\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}82418\,\Delta h^{1,1}$				
ΔZ	$= -0{,}72428 =$	$-9{,}22058\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}59638\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}64434\,\Delta h^{4,1}$	$-8{,}97379\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}92989\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}77832\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}63205\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}69050\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}04078\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}43824\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}86070\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}90866\,\Delta h^{3,1}$
		$-9{,}06160\,\Delta g^{3,2}$	$+0{,}01770\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}76421\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}61794\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}02074\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}96904\,\Delta g^{2,1}$
		$+0{,}01760\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}01946\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}97556\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}21823\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}87575\,\Delta g^{2,1}$	$+9{,}92371\,\Delta h^{1,1}$

(Der Beschluſs folgt.)

Ueber die terrestrische Refraktion.

Von Herrn *Heinrich Denzler*.

Die trigonometrische Höhenmessung würde der barometrischen in den meisten Fällen, wo diese jetzt vorgezogen wird, wegen der Genauigkeit ihrer Resultate den Rang abgewinnen, wenn sie nicht den launenhaften Einflüssen der atmosphärischen Veränderungen untergeordnet wäre. Ein irdischer Lichtstrahl schiefst nämlich nicht auf dem kürzesten Wege von Punkt zu Punkt, sondern er beschreibt, wegen der wachsenden Dichtigkeit des atmosphärischen Fluidums, in absteigender Linie betrachtet, eine über den Erdboden gewölbte Kurve, deren örtliche und momentane Krümmung das Moment mehrerer influirenden Kräfte ist. Schon *Tralles* hat in einer ausführlichen Abhandlung, die sich unter denjenigen der mathematischen Klasse der Akademie der Wissenschaften in Berlin eingereiht findet, nachgewiesen, dafs aufser der Brechungskraft der Luft auch die Wärme und die Feuchtigkeit derselben als thätige Faktoren bei der Gestaltung jener Kurve anzusehen sind. Die Abweichung, welche dieselbe gegen eine gerade, die zwei Endpunkte des terrestrischen Lichtstrahls verbindende Linie zeigt, nennt man bekanntlich die terrestrische Refraktion. Diese wird also, nach *Tralles*, durch die Dichtigkeit, Temperatur und Feuchtigkeit der atmosphärischen Luft bedingt.

Man hat schon frühe das Gesetz aufgefunden, dafs die terrestrische Refraktion unter regelmäfsigen und denselben atmosphärischen Zuständen ein constanter Theil sei des Bogens, welchen die beiden Endpunkte eines Lichtstrahls von der Erdoberfläche abschneiden. *Tralles* hat aber, gestützt auf eine grofse Zahl sehr schätzbarer Beobachtungen aus den ersten Jahren dieses Jahrhunderts, gezeigt, dafs für einen und denselben Ort die Refraktion eines und desselben Berges sehr verschieden ist, und dafs vorzüglich die Temperatur bedeutend influire. Dennoch ist man bislang nicht zur Bestimmung der Gröfse dieses Einflusses, wozu er so Treffliches gesammelt, vorgeschritten.

Der Grund davon war, dafs man den Ursprung der terrestrischen Refraktion ganz aus den Augen verloren hatte.

Digitized by Google

und also keine klare Ansicht über ihr Wesen gewinnen konnte. Und doch liegt es so nahe, einen terrestrischen Lichtstrahl als das Bruchstück eines cölestischen anzusehen, und die terrestrische Refraktion als ein Bruchstück der astronomischen zu betrachten. Ich werde mit ein paar Worten den Werth einer solchen Auffassung der terrestrischen Refraktion nachzuweisen versuchen. Sei ABS die Kurve eines Lichtstrahls, der von einem Gestirne S herkommend in die Atmosphäre tritt, um über einen irdischen Punkt B nach dem Ende A des Strahls zu gelangen, so ist, wenn R_1 und R_2 die astronomische Strahlenbrechung des S in A und B bezeichnen, die irdische Strahlenbrechung des Punktes B in A, oder A in B: $r = \frac{R_1 - R_2}{2}$, wenn in A der Punkt B einen Höhenwinkel bildet. Für den Fall aber, wo B aus A und A aus B unter einem Tiefenwinkel erscheint, ist $r = R_2 - \frac{R_1 + R_2}{2}$, wenn R_2 den Werth der astronomischen Strahlenbrechung (in der Horizontale) für denjenigen Punkt zwischen A und B bezeichnet, wo der Strahl der Erdoberfläche parallel geht. Eine einfache Betrachtung der bildlichen Darstellung dessen, was hier in wenigen Buchstaben und Worten niedergelegt ist, wird die mathematische Schärfe des Resultats darthun. Der Höhenwinkel in $A = a$ gesetzt, giebt ihn für $B = a + 0{,}91 \cdot e$ mit hinreichender Genauigkeit für irdische Distanzen; e aber ist der Centriwinkel im Mittelpunkte der Erde für den Bogen AB. Mit Hülfe astronomischer Strahlenbrechung, begleitet von den beobachteten oder berechneten meteorologischen Daten zweier terrestrischer Punkte A und B, kann man folglich mit Leichtigkeit die terrestrische Refraktion des A in B und des B in A sehr angenähert finden.

Eglisau, im Kanton Zürich, den 30ten Mai 1842.

Hs. Heinrich Denzler.

Schreiben des Herrn Hofraths *Mädler*, Directors der Dorpater Sternwarte, an den Herausgeber.

Dorpat 1842. April 10.

Ich habe „die Bahnbewegungen der Doppelsterne" zum Thema einer Abhandlung gewählt, die mit dem unter der Presse befindlichen 9ten Bande der Dorpater Beobachtungen erscheinen wird. Die Zahl derer, bei denen eine Bewegung dieser Art mit Sicherheit zu erkennen ist, steigt gegenwärtig schon auf 110, und für einen kleinen Theil derselben konnte der Versuch gemacht werden, die Elemente einer Keplerschen Ellipse abzuleiten. Ich gebe hier vorläufig diese Elemente selbst und verweise wegen den näheren Details auf die erwähnte Abhandlung.

	Umlaufszeit.	Mittl. jährliche Bewegung.	Zeit des Periheln.	Knoten.	Neigung.	Periheln vom Knoten.	Excentricität.	Halbe grosse Axe.	$M^2 r^3$	
p Ophiuchi	92,870 J.	— 232″584	1812,73	126°54′9	64°51′4	142°62′8	0,44380	4″192	0″20441	
3062 Struve	94,765	+ 227,93	1837,414	15 2,6	35 31,8	135 27,4	0,44958	1,255	0,06038	
γ Virginis	145,409	— 148,453	1836,313	60 37,6	24 39,2	78 22,1	0,86815	3,402	0,12309	
ζ Cancri	58,940	— 366,46	1853,371	1 28,1	63 16,8	266 0,0	0,23486	1,7922	0,08515	
ζ Herculis	31,4678	— 730,45	1829,50	39 26,2	50 52,7	262 4,0	0,45454	1,189	0,1193	
γ Coronæ	43,2459	+ 499,469	1815,230	24 18,5	71 7,7	261 20,6	0,33760	1,0879	0,08931	
σ Coronæ	608,45	+ 35,500	1826,60	25 7,0	29 29,1	64 28,3	0,69978	3,918	0,06456	sehr unsicher.
α Leonis	87,633	+ 261,72	1849,76	135 11,1	46 33,5	185 27,2	0,64338	0,857	0,04520	
ξ Ursæ maj.	60,4596	— 357,263	1816,95	95 0,3	52 15,5	129 40,5	0,40368	2,290	0,1487	
α Geminor.	232,124	— 93,054	1913,9	23 5,0	70 58,5	87 25,8	0,79725	7,008	0,1860	
										höchst bei-
λ Ophiuchi	88	+ 245	1798	184	45°—50°	0	0,37	1,1	0,05	läufig.

Für die meisten dieser Bahnen lagen bereits frühere Versuche vor; aber alle sind auf neue untersucht, nur ξ Ursæ majoris, bei welchem auch die neuesten Beobachtungen noch sehr gut übereinstimmen, ist unverändert so angenommen, wie ich die Bahn 1836 gegeben habe.

Bereits dreimal habe ich in gegenwärtigem Frühjahr teleskopische Sternschnuppen durch das Feld des Refraktors ziehen sehen. So wenig nun solche isolirte Wahrnehmungen für specielle Berechnungen dienen können, so werde ich sie doch von jetzt ab sorgfältig notiren. Aus der Zahl derselben, verglichen mit der Größe des Gesichtsfeldes und der Zeit, während welcher überhaupt beobachtet wurde, läßt sich vielleicht mit der Zeit ein allgemeiner Schluß auf die Menge dieser Körper gewinnen.

Dorpat 1842. Mai 23.

Für heute nur gelegentliche Bemerkungen über einige Doppelsterne, welche mir die Aufmerksamkeit der Beobachter zunächst zu verdienen scheinen.

Digitized by Google

Drei derselben, die ich im vorigen Jahre noch länglicht erblickte, sind jetzt für das hiesige Fernrohr schon völlig rund. Es sind dies

ω Leonis. 1356 Struve.

1841 Mai 8. 194° 0′....0″3
1842 März 17.
Mai 1. } völlig rund.
und sonst noch öfter.

42 Comae Berenices. 1728 Struve.

1841,40 4°42′5....0″824 aus 8 Abenden.
1842 April 3. 13 8.....0,16 nur Muthmafsung.
Mai 22. einfach.

γ Coronae. 1967 Struve.

1841,50 332° 18′2....0″184 aus 11 Abenden. Keilförmige Figur.
1842 Mai 20 einfach.

Der umgekehrte Fall ist eingetreten bei

1663 Struve.

1841 Mai 25 einfach.
1842,33 123° 18′2....0″55 aus 2 Abenden.

1938 Struve (nahe bei μ Bootis)

wird vielleicht bald ein ähnliches Phänomen darbieten: er rückt immer näher zusammen.

1841,47 308° 43′5....0″825 (2 Abende.)
1842,40 305 41,8 0,70 (2 Abende.)

Vor 21 Jahren war die Distanz die doppelte der gegenwärtigen.

Mädler.

Sternbedeckungen beobachtet auf der Hamburger Sternwarte.

1842.			R.	Weyer.	Funk.
Mai 12.	118 Tauri	Eintr.	9h 6′ 44″16	44″6	44″4	M. Z.

Der Comes etwa eine Secunde früher.

Am 14ten Mai war beim Eintritte von p Geminorum die Witterung so ungünstig, dafs es sich nicht mit Bestimmtheit angeben läfst, ob der Stern hinter dem Monde oder Wolken verschwand. Herr *Weyer* hat den Eintritt zu 8h 19′ 1″7 angegeben.

		R.	Weyer.	Funk.
Austr. von p Gemin.		9h 15′ 24″05	9h 15′ 22″0	9h 15′ 25″0.

Es ist wohl überflüssig zu bemerken, dafs vom Austritte eines Sterns 6ter Gröfse aus dem hellen Mondrande nicht dieselbe Präcision als von seinem Austritte aus dem dunkeln Rande zu erwarten steht.

Rümcker.

Schreiben des Herrn Professors *v. Boguslawski*, Directors der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber.

Breslau 1842. Mai 13.

Gestern Abend habe ich den Eintritt von 118 Tauri am dunkeln Mondrande am 4½füfs. Fraunh. mit 72mal. Vergröfserung wie ich glaube sehr gut beobachtet, wenn die Zeit auch noch einer kleinen Correction bedarf, deren (gewifs immer nur kleinen) Betrag ich später mitzutheilen nicht verfehlen werde. Er erfolgte nach meiner Beobachtung um 12h 56m 11s17 St.Zt. Herr Dr. *Grüshang* erhielt (seine erste Beobachtung dieser Art) am 4f. Fr. mit 42mal. Vergr. 12h 56m 12s44.

v. Boguslawski.

Inhalt.

(zu Nr. 451.) Bericht über die Bibliothek der Hauptsternwarte in Pulkova, nach deren Bereicherung durch den Ankauf der Bücher-sammlung des verstorbenen Dr. *Olbers* in Bremen, nebst einigen angehängten bibliographischen Notizen. Von Sr. Excellenz dem Herrn Staatsrath und Ritter *v. Struve*. (Beschlufs.) p. 321.
Vermischtes. p. 335.

(zu Nr. 452.) Mondsculminationen in Altona 1842. Von Herrn *Th. Clausen*. p. 337.
Vergleichung der *Gauss*ischen Theorie des Erdmagnetismus, mit *A. Ermans* magnet. Beobachtungen. Von Herrn *H. Petersen*. (Fortsetzung.) p. 341.
Ueber die terrestrische Refraction. Von Herrn *H. H. Denzler*. p. 347.
Schreiben des Herrn Hofrathe *Mädler*, Directors der Sternwarte in Dorpat, an den Herausgeber. p. 349.
Sternbedeckungen beobachtet auf der Hamburger Sternwarte. p. 351.
Schreiben des Herrn Professors *v. Boguslawski*, Directors der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber. p. 451.

Altona 1842. Juli 7.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 453.

Bericht über die Küsten-Vermessung in Nord-America.

Es wird den Lesern dieser Zeitschrift angenehm seyn, einen officiellen dem Congresse vorgelegten Bericht von dem grofsen Werke, das Herr *Hassler* schon seit längeren Jahren mit Ruhm und allgemeiner Anerkennung seiner Verdienste führt, zu erhalten. Möge er, von der Regierung unterstützt, es selbst vollenden können, und möge er die Freude haben, dafs jenseits des atlantischen Oceans seine Verdienste, so wie diesseits, anerkannt werden. *S.*

Coast Survey.

Letter from the Secretary of the Treasury, transmitting a report of *F. R. Hassler*, superintendent of the coast survey, showing the progress made therein up to the present time.

January 3, 1842
Read, and laid upon the table.

Treasury Department, December 30, 1841.

Sir. I have the honor to transmit, herewith, a report from *F. R. Hassler*, Esq., superintendent of the coast survey, showing the progress made in the work up to this time.

Though this report of the superintendent is chiefly confined to replies to the inquiries contained in the resolution of the House of Representatives of the 24th of June, yet, as it also exhibits the present condition and the extent to which the survey has been prosecuted, it is thought expedient to lay it before Congress, under the impression that it may supersede the necessity of submitting an annual report on the subject, as heretofore usual at the commencement of each regular session.

All the data in the possession of this Department, for answering the resolution mentioned, has been prepared, but that portion of it which calls for the „indirect expenditure upon the survey by reason of the employment therein of the public vessels and officers," has not yet been received from the appropriate department. It is, therefore, deemed advisable to await the receipt of this information before replying to the resolution. This information is expected in the course of a few days, when all the inquiries contained in the call will be immediately answered.

All which ist respectfully submitted.

W. Forward,
Secretary of the Treasury.

Hon. *John White,*
Speaker Ho. of Reps.

19r B4.

Station Yards, Newtown Square.

Delaware Co., (Pa.,) December 9, 1841.

Sir: With the present I have the honor to transmit to you the answers to the questions made in Congress upon the state of the survey of the coast under my superintendence, which have been communicated to me by your Department, under date of 2d. July 1841, with the request: that I should answer what in them relates especially to the work.

I hope you will approve of the manner in which I have treated the different subjects; and I have no doubt that the account of the financial part of the questions, which are of the special domain of the Treasury Department, will complete to satisfy Congress upon every point: that may over have laid in the view of the questions.

It will easily occur, that to render account upon the elementary scientific part of the work would be improper in a public document; the principles of the science, and the manner in which I have applied them to the work, I have published on the occasion of the interruption of the work of the survey in 1818, in full, though under the unavoidable supposition that the reader should possess the necessary mathematical elements, which can in no case constitute part of an account rendered of such a work. I have since introduced further particulars in their proper places in the yearly reports to Congress, and in other documents; the first is in *duplo* in the library of Congress, and the second must be supposed known to every member of Congress.

It is to be hoped that the attention excited by the call in Congress will induce the members of both Houses to visit the establishment for the work, which is so near the Capitol, to inspect personally whatever might be further desired by any one of them in particular, to satisfy himself fully upon the propriety of every part of the work, and the manner in which it is conducted, even if no special inspecting committee, or similar, should be established. By the nature of the work and the extent of the establishment, such a way of informing Congress, upon all, would appear most speedy and appropriate, as well as the most effectual.

In the habitual course always followed for the works of the coast survey, I would about this time have rendered account of the progress of this work since my report of last fall,

Digitized by Google

and added to it the state of the works for the standards of weight and measure. But the intermittent fever, which has taken hold of me at this station, like it had previously to other places attacked several assistants, has hardly allowed me to make the few observations of angles which the very unfavorable weather would admit of. I am, by that circumstance, constrained to request that you will indulge me with the liberty to refer such a report to next spring, when I hope to be enabled to present with it, at the same time, standards of the liquid capacity measures, which I hope to have ready for delivery at that time.

In the answers to the questions of Congress, the actual state of the work at this time is, of course, comprehended, so that it will fully supply the place of any special yearly report that I might be able to make.

Since several years that the organization of the coast survey has been in regular course and progress, the appropriation granted by Congress for the same has been Dollar 100,000, which has proved most appropriate, and therefore most economical in its result to the adequate advancement of the work.

I take, therefore, the liberty to suggest that the same amount of D. 100,000 be requested from Congress for the expenses of the coast survey work for the coming year, and I have no doubt but the insight given into the state of the work and its organization will support the proposition with full weight.

Perhaps you may find proper to join to this report, also, my first letter addressed to the Treasury Department immediately on receiving the direction for the answers to the questions proposed by Congress.

I have the honor to be, with perfect respect, your obedient servant. *F. R. Hassler.*

The Hon. *Walter Forward,*
Secretary of the Treasury.

Questions of the resolution of Congress of June 24, 1841, relating to the survey of the coast of the United States, with the answers to the same, by F. R. Hassler.

Ques. 1. „The progress which shall have been made in the survey of the coast."

The works of the survey of the coast cover now upwards of 11,000 square miles, with primary and secondary triangulation, topography, and soundings; from the east end of Rhode Island to the neighborhood of the Chesapeake and Cape May.

This is evidently a great progress for the time that the work has as yet lasted; particularly if it be considered that every thing was to *be created* — even the ability of the assistants, they being at first new in the business. It is actually *much more than has ever been done in any similar work before;* for it must be recorded: that since the first law of 1807, nineteen years were entirely unproductive for the work, by postponement and interruption; five years were used in procuring the necessary instruments, and in preparations, as before that time there was not a single instrument, in this country applicable to such a work. Only two years were employed in the actual work; of which the two first, 1816 and 1817, were rendered useless, and the expenses made became a bill of loss, by the overthrow of the work in 1818; so that the whole work now producible is the result of hardly about eight years actual work.

The gradual progress, year for year, has always been presented by my reports, once, and often twice, sent in to Congress by the Treasury Department, and printed every year, in which I stated all that was occurring and of interest.

The aim of the coast survey is, and has always been considered to be, by all the successive administrations since its existence, to furnish, with the fullest accuracy possible, all the geographical, topographical, and hydrographical data that may in any way be needed for the navigation and the defence of the coast, in their generality, and to the extent of the country in the rear of the coast, to which the valleys extend: that empty their waters into the Atlantic, and are thus separated from it by some chain of mountains, or what may be called the nearest chains of elevations separating the interior from the coasting countries; and that this work should also furnish the elements to any future map of the country desired, as it is by its nature so extensive, and so situated, as to furnish the elements of maps of all the States. In fact, some States have already united in the work, to extend these elements to the advantage of an accurate map of these States.

Ques. 2. „Number, location, and length of the several base lines measured for the triangulation."

In the works of 1817, two base lines had been measured preliminarily, in order to ascertain within certain limits the accuracy of the unit upon which the detail works, to be enclosed within them, might be grounded. One in English neighborhood, in the State of New Jersey, of 5,87209 miles, and one upon Gravesend beach, on Long Island, of 4,81952 miles. Since the re-beginning of the work a base line was measured, in September, 1834, upon Fire-island beach, on Long Island, of 8,7396 miles at the level of the sea, with the apparatus thereto destined, with microscopes of double focus, and in all respects so as I have described it in my *papers upon various subjects relating to the survey of the coast.* (Transactions of the American Philosophical Society, vol. 2. new series.) This base line serves now to the work as fully accurate unit; its being within the limits of the tide, dispensed of course to reduce it to the level of the sea. The numerical details and calculations are recorded in several folio volumes, containing some millions of figures,

Digitized by Google

open for inspection to any man, but too long to transcribe here. For nearer accounts, see principal documents of the survey of the coast, vol. 1. page 17 seq.; letter to the Secretary of the Treasury, April, 1818, and report upon the coast survey, May, 1835, printed documents, vol. 2. p. 103.

Ques. 3. „The number of the stations occupied therefor, (namely, the triangulation)."

The stations occupied in 1817 were 11, forming the elements of 124 triangles. At that time I was alone in the work. Since 1833, the primary triangulation has occupied over 20 stations. The secondary triangulation has several hundred stations. In the tertiary and plane-table works the number of stations is much greater. These details can best be inspected, or inquired into, in the office of the coast survey itself.

It is here only proper to remark, that the reducing of the primary triangles to the smallest number is one of the great requisites for the accuracy of such a work. To bring the irregular shape of the country into the most advantageous regular mathematical figures, which is the requisite of an accurate survey, is what makes the strongest call upon the science and ability of the operator; therefore its value and labor cannot be judged by the *quantity*, but by the *quality alone*, which, to judge of, requires the same insight into the mathematical and physical sciences as the execution of the operation itself. The success in all these things depends not only upon the instruments and labor of the observer, but still more upon the perfection of the *methods* devised for the work. In this respect I have the favorable unanimous judgment of the most eminent men of science in Europe, distinctly expressed in publications, (see documents, vol. 1. p. 55. 59 seq.) so that in fact the speciality of my *methods* are not only *publicly known*, but even publicly *judged*, and *approved*, long ago.

Ques. 4. „The observations made for and the corrections applied to the same, (namely the triangles)."

This would require to copy the journals of the observations which contain the reductions, and those of the results; both exhibit the application of the principles implied, as I have exposed them in the memoirs of the Philosophical Society above quoted; they must evidently be inspected in the office, in the about 180 folio volumes which contain them. It would be very ill-placed to repeat again here mathematical elements already fully exposed, because this paper is official, and the proper authority must be supposed in full possession of the means to judge upon them by their known simple scientific principles, these principles being contained in the elementary works on mathematics.

Ques. 5. „The astronomical observations made for the determination of latitude and longitude."

Upon this question it must be at first observed that the ultimate clause of the renewed coast-survey law of 1832 has cut off the most favorable means by the phrase — „provided, that nothing in this act, or the act hereby revived, shall be construed to authorize the construction or maintenance of a permanent astronomical observatory." This proviso forms an unfortunate limitation of the work. The disadvantage therefrom arising for the acceleration and easing of the accuracy, by the determination of *ever*-standing points of reference for the whole work, is too evident for men acquainted with its scientific requisites to need being treated here.

That the very object prohibited by this clause must unavoidably, however, once be established in this country, is easily seen, as it is one of the requisite tools for a nation having a navy; if done early enough to let the coast survey enjoy the benefit of it, the expense would be comparatively trifling, and immediately recovered by the advantages arising from it in this *national work* of the survey.

Circumstances have not yet allowed to supply this absence fully, nor is it the time, as yet, nor appropriate, nor *possible* in the state of the work within the present limits of it, to do more than what has been done, namely, the following:

1st. In 1833 and 1834, the first years of the new operations in the coast survey, observations for latitude with the sun, and with stars, were made upon every station of the main triangulation, with an astronomical repeating circle of 18 inches diameter, and with 10-inch reflecting circles, upon my own plan of construction, which is such as to compensate all the errors reflecting instruments may be subject to. At several of these stations, also, azimuths were observed with the sun.

2d. A special station was made in 1838 upon Weazel mountain, near Paterson, N. J., for latitudes and azimuths; and a solar eclipse, occurring just at that time, gave occasion for an observation of longitude at the same place.

3d. Every solar eclipse that has occurred during the time the work has as yet lasted, has been observed at some one of the survey stations.

It is well known that all those results are to be united, in due time, with those of future times, into one general result, by means of the primary triangulation; while the results obtained hitherto, being for the immediate use of the geographical works of the survey *only*, must be preserved within it until this union into a regular system is accomplished. It would be highly *improper* to give them to the public earlier, as well according to good principles of science, required in the work, as in obedience to a positive, and very proper prohibition, stipulated by Government in my original contract of 1816, confirmed in 1832.

Digitized by Google

The results of the coast survey constitute a property of the nation at large, which it acquires by the labor and expense bestowed upon the work; for which compensation will, in proper time, be obtained by the *authentic publication* of the results. All interference of private publications are directly *unjust*, and *derogatory to the lawfully acquired property* of the *nation*, and *the ultimate proper utility* of the work. The garbled publications, which would be occasioned by partial communications, would interfere with very unjustly, if not destroy entirely, the advantages of the future authentic publication of the work in its appropriate connexion, turning the public expense into profit for the private pockets of single individuals, having no exclusive claims to its benefit; and the *public* would be *deluded* by being presented with results falsely set up as *authentic*. It is self-evident that none but the maps published by *authority*, as results of such a work, either deserve, or will ever obtain, the confidence which is an indispensable requisite in the estimation of the public. The Government that undertakes such a work takes by that act the *engagement* towards the public to provide such maps as shall deserve full and exclusive confidence; therefore, also, it must *discountenance* all that might have any tendency to occasion *doubts*. These considerations were made by all the Governments of Europe which have executed such works. They have followed, in full, all the principles here exposed. It is a very essential consideration for the public *security*, *aimed at* by the work, to prevent all possible abuse.

The map of New York, now in progress of execution, and engraving, will contain as much of these geographical data as belong to the part of the country which it represents, and so will, successively, every future publication within its limits. Whatever nearer particulars might be desired in this respect must be seen in the journals at the office, as the details would be by far too long for these answers. All this lies in the nature of the subject, and cannot be otherwise.

By a regular triangulation, the latitudes and longitudes of every one of the points of the survey are determined with infinitely more accuracy from a few certain, and expressly made, astronomical stations, by means of the geodetical elements obtained by the triangulation, than by the direct celestial observations, which might be made cursorily at these points themselves; in fact, such results are *not admissible* in the comparison. Therefore, also, this has always been the mode of proceeding, where no permanent observatory could be referred to, as the best principles in fact require.

Ques. 6. „The work done by each corps employed in the service."

The survey works are distributed by myself to the best advantage of the work, according to the time, situation, and capacity of the assistants, at any given period, in proportion and succession as they are wanted, and not according to districts or localities. The works are contained in

32 folio volumes of my own observations and results;

90 folio volumes and cahiers of the assistants;

80 or 40 cahiers, folio, of calculations, and tables etc. — and upwards of 100 journals, of all sizes, of naval and tidal observations, soundings, and observations thereto belonging. To this I might be allowed to add

17 volumes of documents of correspondence, and upon subjects of the administration of the work; and about 20 volumes of journals, calculations, and documents relating to the works for the construction of standards of weights and measures;

140 maps; and

80 charts of original works of the different assistants, upon different scales, from $\frac{1}{5000}$ to $\frac{1}{50000}$;

2 register maps, upon a scale of $\frac{1}{100000}$, keep account of all these works, and serve as guides to select the original maps of any part of the work, of which an abstract, or the execution of a map for publication or otherwise, may be desired. These two maps exhibit the works done upon the 11,000 square miles collected together; the one has 10 feet length by 4 feet breadth; the other, 5 feet length by 4 feet breadth;

4 sketch maps, showing the present state of the triangulation, and of the topography and soundings; and three or four similar ones, showing the state of the works at each preceding year. A number of triangle sketches, and preliminary reductions of the charts and maps, for the use of the register maps, etc. The map of New York is executed double, in manuscript, besides the engraving.

Regular registers of all the journals and maps keep up, to every time of return from the field work, the account of the whole work; they are constantly open in the office for inspection, as well as the works themselves.

Notwithstanding I am so well aware that also the elevation above the level of the sea of the principal station points should be determined, that in 1817 (when I was quite alone) I had begun it, I have been obliged to omit the prosecution of this interesting subject, because of the more urgent call for the geographical and topographical part of the work, and the augmentation of the expenses which would naturally attach to it. The stations being well secured, so that they can be found in future, and the distances exactly known, this datum of the detail geography of the country can be ascertained at any future time.

Digitized by Google

Ques. 7. „A description of the charts published, if any."

Whenever a special map has been called for, as extract of the works of the coast survey, it has been immediately given; so have been —

The harbor of Bridgeport and its neighborhood;

The harbor of New Haven and its neighborhood;

The bay of Newark and its neighborhood.

These were presented to Congress, and published in the documents of Congress.

Other extracts have been delivered in manuscript, whenever desired and authorized, to different public offices, and otherwise.

The map of New York is known to be in a state of considerable forwardness; it will contain about 1,170 square miles of the work. The engraving has been begun.

After that map is finished, it will be possible to proceed to a regular succession of publications, east and south of that place, provided the regular order and progress of the work be allowed to proceed *in all respects as it is now organized*.

Ques. 8. „The amount of money expended from time to time since its commencement."

The first appropriation, made in 1807, returned nearly untouched to the *surplus found*. In a similar manner was the next *following* appropriation *returned*, because, under the expectation of war with England, the actual work was always postponed.

After my plans for the work of the survey had been discussed and approved, only the late Professor *Patterson*, of Philadelphia, and I, were directed by the President to agree, by correspondence, upon the instruments, etc.

In 1811, I was sent to London to procure the instruments for the survey of the coast, to be constructed upon my plans, previously presented to the Secretary of the Treasury and to the late Professor *Patterson*, and by them approved. During my stay in London, the appropriation was suffered to expire, and I was left in London two years upon my own private means, as also for about one year yet after my return, to no small private economical damage.

In 1816, new appropriations were made; of which, however, only about D. 13,500 were used for the work; besides that, the balances due to me and for the instruments were paid, and the whole remainder, of about D. 50,600 was transferred to the War Department, to enable it to continue the work; as the amendment of the law in 1818 admitted it; but, no action having taken place upon that, the whole of that sum, with the exception of a few trifling expenses, consequent upon the delivery of the instruments, returned again to the surplus found. The statement of the Treasury Department, handed in to the Senate at the beginning of 1818, exhibits:

Total amount of appropriation	D.	183,725 39
Remaining	:	50,595 39
Thence, apparent appropriation	:	133,130 00
Of this was returned to the surplus found	:	79,004 32
Whence, total expenses for instruments, work pay, outfits, etc.	:	54,125 18

By which, and by the statement just made, it is evident that for about D. 40,000 the instruments and objects of that kind were on hand. The accounts with the Treasury Department and the volumes of printed documents may be consulted for nearer details.

The amendment of the coast survey law of 1818, giving liberty to the Navy or War Department to continue the work, it appears that there was something of that kind attempted by the Navy Department; by what means of appropriation, or otherwise, I cannot say; only the fact is proved by the statement of the report of the Navy Department of 1828, which says: „Nor can such surveys be made without the aid of the means contemplated by the act of 10th February 1807, to provide for surveying the coast of the United States."

The Treasury Department has applied to the Navy Department for the information upon this point.

The appropriations made for the coast survey, since its being taken up again, are as follows:

In 1832	D.	20,000
1833	:	20,000
1834	:	30,000
1835	:	30,000
1836	:	80,000
1837	:	60,000
1838	:	90,000
1839	:	90.000
1840	:	100,000
1841	:	100,000
Total	D.	620,000.

It must be remarked here: that, in conformity with my original request, always adhered to, the money for expenditures does not pass through my hands, but all expenses are made, and attended to, by an accounting officer appointed upon my proposition, like all other assistants, and selected from among them, who renders account directly to the Treasury Department.

Ques. 9. „What sums have been appropriated for the purchase in instruments and books?"

The original amount expended for instruments procured for the first establishment of the coast survey, as stated in the preceding section, is about D. 40,000. Since the recommencement of the work, in 1832, various sums have of course been expended, as well to repair the losses which the collection had suffered during the interval, from 1818 to 1832, as for the

Digitized by Google

necessary extensions which the progress of such a work always requires.

On another hand, many instruments have been at different times given off to the Departments of War, Navy, and State; and also to the *State of Massachusetts*, for their use; because they could be got much better and quicker from this collection, and from the workshop which is attached to the coast survey, as an *absolute requisite*, that the work may not be stopped in its progress.

The details of these transactions must be collected from the accounts rendered by the accounting officer of the coast survey to the Treasury Department; they would fit only an accessory document, to be made by the Treasury Department or the accounting officer, as voucher to these assertions.

Regular inventories have at all times been kept of the instruments, books, vessels, and all other property belonging to the coast survey, which can be produced, and inspected in the office at any minute.

It is to be observed that a considerable amount of actual property exists in the coast survey establishment, which forms in fact an unexpended capital; five vessels, numerous boats, instruments, clocks, chronometers, books, tables, chairs, tools, tents, and in general all the implements necessary in the office and in the field, besides the full equipment of the vessels, etc. Some of these latter have been returned to the Treasury Department, and their amount is still due to the coast-survey fund. An abstract of an inventory of the property in hand is joined herewith, the amount of which exceeds, certainly, D. 120,000.

Ques. 10. „The names of all persons employed upon the coast survey, distinguishing such as may have been of the army or navy, together with their salaries, or other compensation."

The *qualifications* are what is of interest in the work; and these are not attached to any names, or class of men. In some parts of the work, the *personel* must be, by its nature, somewhat variable.

My compensation is fixed at D. 3000 per annum, and for the personal expenses which are occasioned by the work D. 3000. The compensations of the principal assistants are also calculated with a view to compensating the personal expenses to which their functions subject them; all other persons employed receive their board, or a weekly allowance for the same, according to the greater convenience of the work, additional to their pay.

Every quarterly account rendered by the accounting officer gives, of course, the fullest information in this respect. This part will therefore be answered by the Treasury Department.

Ques. 11. „By whom appointed to the service."

This question has been *decided* from the very beginning until this day, always equally, *by the nature of the subject*, by the law of 1807, and by the *contract* I entered into for the work with the Government.

The nature of the subject and the work dictate distinctly that the chief, or (so called) superintendent, of the work shall have the selection of the proper persons needed for his assistance in any way whatever, he being the best judge of their *fitness* as to the *qualifications* required in any given case; and that no assistant, or other persons to be employed, can be introduced into the work by any other ways or means. It is, therefore, upon the superintendent's *proposition* that the assistants are appointed.

The original law of 1807 gives the execution of the work directly into the hands of the President of the United States; thence he can give it (what is in parliamentary style called) in commission to whomever he pleases; the renewed law of 1832 confirms this. Upon that principle all successive Presidents have acted. The survey being made in the interest of *commerce* principally, the Presidents have at all times given it in commission to the Secretary of the *Treasury* — this Department being, in fact, the only one fitted for the good success of the work; for many reasons. The attempts made to place the work under the Navy Department proved signal failures, as documents fully show, in which the causes and incidental situations of the subjects relating thereto are sufficiently deduced, and to which I therefore refer.

Upon the proposition of the superintendent for any appointment involving a yearly compensation over 1000 Dollars, the Secretary of the Treasury, to whom the proposition is addressed by the superintendent, refers to the President, who decides finally upon it. Temporary appointments, or such as do not exceed D. 1000 annually, are at the free, final disposition of the superintendent.

Ques. 12. „Exhibiting as well the direct appropriations for the survey of the coast, as the indirect expenditures upon it, by reason of the employment thereon of public vessels and officers."

There are no indirect expenditures by the employment of public vessels or such like. All the vessels employed belong to the coast-survey fund, and are kept in repair by the same. Even last winter the Navy Department had the loan of one of them, and returned it without having kept it in proper repair.

As for the employment of officers of the navy, it is proper here to refer simply, and positively, to those officers employed in the coast survey, to state: whether they do not find, from their experience, that the navy is indebted to the coast survey, and not the coast survey to the navy. This was one of the circumstances aimed at, and sufficiently discussed at different times in the documents, to which it is always proper to refer.

Digitized by Google

These officers receive an additional pay from the coast-survey funds, but from the navy nothing different from any other service in which they might otherwise be engaged. The naval part of the work is of course the smallest division of the work, as the naval operations have nothing to do with the direct determination of any distances. These are furnished by the triangulation and the topographical work, with the latter of which they work simultaneously, as much as circumstances will permit, getting their guiding points from it to apply to the determination of their points of sounding.

Ques. 13. „The probable length of time required to complete the survey."

It would be highly improper to answer this question by *direct numbers*. It was made to me by the President in 1835. I answered it by stating this, and entering into particulars about the state of the coast survey, its variable chances in locality, weather, etc., and upon my methods of proceeding, with the view both to accuracy and celerity, and to the *best forwarding* of the work. The ultimate answer of the President was „that is right; that will accelerate the work," as stated in its proper place in the printed documents. That such is the only way of treating this question is evident by nature, and by the scientific principles which must guide the work, if it shall be led to an *honorable* and *permanently useful result*, as is enjoined *by the law*, and by all instructions. Assidnity, patience, and perseverance, will bring the work along and to completion as fast as its nature and the disposable means will admit; and positive numbers are not appropriate to state beforehand.

The above statements are already contained in the printed documents. I beg leave, therefore, to refer to this previous treatment of that subject, and to state the following, with a view to clear up the ideas of any inquirer, viz:

With the advancement of the mathematical and physical sciences, the means of acceleration of any work grounded upon them also increase; but still, without such time as is appropriate to the extent of a work, nothing is possible. The coast of the United States is about 3000 miles long; with its inward bays, large navigable rivers, etc., it will present at least triple that length; and a certain breadth inland must always be surveyed with it, as the aim of the work dictates. The part of the coast now executed being from east of Rhode Island to about Cape Henlopen and the Chesapeake bay, an approximate judgment might be cast upon the question, from the relative extent of the work now executed to the whole, of which it presents no inconsiderable proportion, provided it would be possible to ascertain beforehand the exact nature of the coast yet to be surveyed, and all possible circumstances, the weather, the impediments, etc. But these things being impossible to be known, the judgment would be more than vague.

Ques. 14. „The probable amount of money required to complete the survey of the coast in the mode heretofore pursued."

This is answered in a great measure by the preceding answer upon the time, as from it depends much of the determination of the expenditure. All that is needed for a full answer is, that the whole work is in every way contrived, and carried on, in all its parts, in the most economical manner possible; and that the proper investigation and inquiry that can be made, *and I should like would be made*, comparatively to any other works, would certainly show that never so much valuable work of that kind has been obtained, in any country, and under any known arrangement, as there has been obtained, in the same time, at a proportionally equal expense, as in this survey of the coast of the United States, under the *present organization and administration of that work*.

The results of the coast survey will furnish, for the future, regular systematic data to ground any detail surveys upon, that might be needed, thereby avoiding the double expenses hitherto so frequently occurring, from the Engineer and Navy Departments acting disconnectedly, thereby, of course, doubling the expense, and, I might say, often even *the doubts*.

The coast survey has far more than paid its expenses up to this time, by the advantages which it has procured to two of the principal ports of the country, New York and Philadelphia, the accurate knowledge of which has made known advantages in their navigation superior to those hitherto known, which no operations of surveying, so frequently carried on in those waters, have been able to determine, because they were not sufficiently well grounded upon systematic principles, and upon properly connected operations

Ques. 15. „With the suggestion of any other mode of surveying the same."

This does not belong to me to answer by any particular discussion, but that both the mathematical principles which must guide the work positively dictate the mode pursued, and that the experience made between 1818 and 1832 has distinctly proved, in this country, that no other mode, nor even fashion can lead to a result; notwithstanding in 1832, and even now again, it has been attempted to speak, and even write, about a (so called) chronometric survey, which the science does not know, as chronometers give only detached determinations, and no *survey*, which latter implies a connected series of operations.

I hope to be dispensed from discussing this question; but I allow myself, instead of it, to present the examples of other

Digitized by Google

countries. The surveys made in Europe, of sufficient note to apply to them the mathematical and physical sciences, which are, in principle, to be applied, and without which *success is directly impossible*, were all begun in the last century upon similar plans of triangulation; varied as they all are in the methods and mode of the detail execution, they all agree in that principle.

Austria began already, after the times of *Cassini* and *Liesganig* (1768) using the triangles of *Liesganig*, made for the determination of degrees of the meridian, in Austria and in Hungary, as the primary mathematical elements of her future maps.

Russia began under *Catharine II*, and has since constantly either taken up at different points or extended the triangulations successively made, with always more perfection of men of science. Now, these triangulations form a fully connected series from north of the arctic circle to south of Dorpat. The work goes now on, with a great abundance of means, as well in persons as money, for the topographical and hydrographical parts, to which the triangles give the foundation, principally around the Baltic.

Sweden has similarly taken advantage of the trigonometrical operations of Svanberg, in Lapland, for a measurement of a degree of the meridian begun in 1801, for its maps and the charts of its coast.

Denmark began, under *Bugge*, before 1784, for its peninsula; and not many years ago the part of Holstein was triangulated, in conjunction with Hanover.

The kingdom of Hanover has been triangulated by Professor *Gauss*.

Prussia, having taken advantage of the extension of the French triangulation in Germany over its present Rhenish provinces, has not only extended this triangulation over a great part of its dominions, but has added new measurements of degrees all over, until lately, Mr. *Bessel*, astronomer royal of Königsberg, joined these works with those of Russia just quoted. All these works have been, and are still, used as elements for the geographical, topographical, and hydrographical surveys of the country.

Swabia was triangulated by my university friend, Professor *Bohnenberger*, of Tübingen, and I accompanied him, in 1795, in the junction of his triangles with mine in Switzerland.

The operations of the triangulation of Bavaria are well known and fully described.

All the States of Germany have either made triangulations upon their own base lines, independent of the French triangulations, which were constantly carried on in the rear of the French armies, during the whole of their campaigns, from 1791 onwards, or used these very triangulations; and the different States have grounded upon them the maps of their countries.

The same is the case with Italy, where the triangulations of *Boscowich*, *Beccaria*, *Zach*, *Nouet*, the joint Austrian, French, and Sardinian commission, and others, from before the French revolution, during the same, and since, have been, and are, constantly used as foundation to any maps or charts that are constructed.

Naples and Sicily proceeded in the same manner; and the whole was executed *without any naval officers* being employed in it.

In 1791 I had already begun myself in Switzerland a similar operation, by the measurement of a base line of about 7½ miles long, upon which some triangles were grounded. The several subsequent revolutions interrupted the work, but it was taken up again repeatedly, by me and others, upon the same plan, and with these my very same *first elements*. According to the latest accounts, the topography has now been completed. It was the notice of that work of mine, which came to this country about the time of my arrival, in 1805, which occasioned first the proposition to me to do the same here: thence the law of 1807, and the call for plans of operation, of which mine, now proceeded upon, was selected from among thirteen, by the unanimous vote of a special committee assembled in Philadelphia, and by the President himself. (See the historical part of the printed documents, vol. 1.)

France began its first map, after the triangulation of *Cassini*, in the early part of the last century. The defects which this work presented in its detail execution, which was not made with the care now used, an the improvements of the sciences that progressed rapidly after those times, produced first in 1786 the triangulation to join the observatories of Paris and Greenwich, under *Cassini*, the third in France, and General *Roy* in England. Immediately upon it followed the decision of measuring 12 degrees of the meridian, to serve equally as a base to the establishment of standards of weight and measure, upon an unit of length derived from the quadrant of the meridian of the earth, and by the most accurate principles of natural philosophy, applied to the capacity, measures, and the weights. (Der Beschluß folgt.)

(Inhalt.) Bericht über die Küsten-Vermessung in Nord-Amerika. p. 353.

Altona 1842. Juli 7.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 454.

Vergleichung der *Gauss*ischen Theorie des Erdmagnetismus mit *A. Ermans* magnetischen Beobachtungen

Von Herrn *H. Petersen.*

(Beschluss.)

Kasan ($\lambda = 49°\,7'\,33''$ $\varphi = 55°\,47'\,50''$)

	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.
$\Delta X = -1{,}72107 =$	$+9{,}67688\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}34506\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}40783\,\Delta h^{4,1}$	$+8{,}47778\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}31634\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}66464\,\Delta g^{4,3}$
	$-9{,}47088\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}76082\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}22252\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91180\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}90364\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}96640\,\Delta h^{3,1}$
	$+8{,}92877\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}76733\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}81974\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}62598\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96839\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}38173\,\Delta g^{2,1}$
	$-9{,}44460\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}12532\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96388\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}74983\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}73338\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}79614\,\Delta h^{1,1}$
$\Delta Y = -1{,}03060 =$	$+9{,}20374\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}14063\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}77985\,\Delta g^{4,2}$	$+8{,}94109\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}82598\,\Delta g^{4,3}$	$+9{,}81974\,\Delta h^{4,3}$
	$-9{,}30499\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}83329\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}56346\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}50069\,\Delta h^{3,1}$	$+9{,}96388\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}12532\,\Delta h^{3,2}$
	$+9{,}70845\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}90221\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}79614\,\Delta g^{2,1}$	$-9{,}73338\,\Delta h^{2,1}$	$+0{,}04634\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}20778\,\Delta h^{2,1}$
	$+9{,}87861\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}81684\,\Delta h^{1,1}$				
$\Delta Z = -1{,}34792 =$	$-9{,}21860\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}58944\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}66220\,\Delta h^{4,1}$	$-9{,}08886\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}92742\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}79142\,\Delta g^{4,3}$
	$+9{,}59763\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}68002\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}16172\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}44397\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}85259\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}91636\,\Delta h^{3,1}$
	$-9{,}17617\,\Delta g^{3,2}$	$+0{,}01473\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}77699\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}58323\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}02205\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}96033\,\Delta g^{2,1}$
	$+0{,}02309\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}13370\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}97226\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}21856\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}86671\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}92947\,\Delta h^{1,1}$

Mitjeschka ($\lambda = 49°\,54'\,\ldots$ $\varphi = 56°\,13'\,0''$)

$\Delta X = -1{,}67624 =$	$+9{,}68558\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}32364\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}39831\,\Delta h^{4,1}$	$+8{,}67487\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}33741\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}67277\,\Delta g^{4,3}$
	$-9{,}43938\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}73117\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}28282\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91314\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}83439\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}90906\,\Delta h^{3,1}$
	$+9{,}00657\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}76911\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}82326\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}58988\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}98583\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}39058\,\Delta g^{2,1}$
	$-9{,}46525\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}19691\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}95945\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}74512\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}72864\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}80331\,\Delta h^{1,1}$
$\Delta Y = -1{,}00860 =$	$+9{,}22201\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}14734\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}77851\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}01597\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}68988\,\Delta g^{4,3}$	$+9{,}82326\,\Delta h^{4,3}$
	$-9{,}36314\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}81149\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}57454\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}49987\,\Delta h^{3,1}$	$+9{,}95945\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}19691\,\Delta h^{3,2}$
	$+9{,}67020\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}90358\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}80331\,\Delta g^{2,1}$	$-9{,}72864\,\Delta h^{2,1}$	$+0{,}03977\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}27723\,\Delta h^{2,2}$
	$+9{,}88363\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}80896\,\Delta h^{1,1}$				
$\Delta Z = -0{,}94988 =$	$-9{,}16423\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}59143\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}66610\,\Delta h^{4,1}$	$-9{,}15903\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}92157\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}79023\,\Delta g^{4,3}$
	$+9{,}55685\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}65352\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}20617\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}47985\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}84705\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}92172\,\Delta h^{3,1}$
	$-9{,}24306\,\Delta g^{3,2}$	$+0{,}00660\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}77364\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}54026\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}03037\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}96088\,\Delta g^{2,1}$
	$+0{,}02665\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}19846\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}96098\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}22071\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}85511\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}92978\,\Delta h^{1,1}$

Milet ($\lambda\ 50°\,38'\,24''$ $\varphi = 56°\,40'$)

$\Delta w = -1{,}64763 =$	$+9{,}69427\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}28757\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}39426\,\Delta h^{4,1}$	$+8{,}41619\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}36601\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}66807\,\Delta g^{4,3}$
	$-9{,}44125\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}71606\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}28607\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91413\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}63966\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}89549\,\Delta h^{3,1}$
	$+8{,}94633\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77460\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}81531\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}58201\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96272\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}43453\,\Delta g^{2,1}$
	$-9{,}46078\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}16018\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96760\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}73975\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}74401\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}79696\,\Delta h^{1,1}$
$\Delta Z = -1{,}12385 =$	$-9{,}10288\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}59362\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}67988\,\Delta h^{4,1}$	$-9{,}21471\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}91487\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}78643\,\Delta g^{4,3}$
	$+9{,}51357\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}62428\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}24279\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}51540\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}84151\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}92757\,\Delta h^{3,1}$
	$-9{,}29631\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}99547\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}76758\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}49472\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}03906\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}94125\,\Delta g^{2,1}$
	$+0{,}02731\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}24843\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}94859\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}22297\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}84322\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}92928\,\Delta h^{1,1}$

Digitized by Google

Kojil ($\lambda = 61^\circ\ 25'\ 24''$; $\varphi = 57^\circ\ 12'$)

	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.
$\Delta w = -1{,}52699 =$	$+9{,}70408\ \Delta g^{4,0}$	$+9{,}25444\ \Delta g^{4,1}$	$+9{,}38013\ \Delta h^{4,1}$	$+8{,}49531\ \Delta g^{4,2}$	$-9{,}38934\ \Delta h^{4,2}$	$+9{,}67189\ \Delta g^{4,3}$
	$-9{,}41275\ \Delta h^{4,3}$	$+9{,}69206\ \Delta g^{4,4}$	$+9{,}32024\ \Delta h^{4,4}$	$+9{,}91518\ \Delta g^{3,0}$	$+8{,}42365\ \Delta g^{3,1}$	$+8{,}81405\ \Delta h^{3,1}$
	$+8{,}99942\ \Delta g^{3,2}$	$-9{,}77732\ \Delta h^{3,2}$	$+9{,}81365\ \Delta g^{3,3}$	$-9{,}54676\ \Delta h^{3,3}$	$+9{,}95904\ \Delta g^{2,0}$	$-9{,}45212\ \Delta g^{2,1}$
	$-9{,}48017\ \Delta h^{2,1}$	$+9{,}20636\ \Delta g^{2,2}$	$-9{,}95264\ \Delta h^{2,2}$	$+9{,}73344\ \Delta g^{1,0}$	$-9{,}74387\ \Delta g^{1,1}$	$-9{,}80081\ \Delta h^{1,1}$
$\Delta Z = -1{,}85236 =$	$-9{,}01467\ \Delta g^{4,0}$	$+9{,}59620\ \Delta g^{4,1}$	$+9{,}69440\ \Delta h^{4,1}$	$-9{,}26457\ \Delta g^{4,2}$	$+9{,}90654\ \Delta h^{4,2}$	$-9{,}77950\ \Delta g^{4,3}$
	$+9{,}46247\ \Delta h^{4,3}$	$-9{,}58883\ \Delta g^{4,4}$	$-9{,}27110\ \Delta h^{4,4}$	$+9{,}65419\ \Delta g^{3,0}$	$+9{,}83533\ \Delta g^{3,1}$	$+9{,}93353\ \Delta h^{3,1}$
	$-9{,}34119\ \Delta g^{3,2}$	$+9{,}98316\ \Delta h^{3,2}$	$-9{,}75802\ \Delta g^{3,3}$	$+9{,}44099\ \Delta h^{3,3}$	$+0{,}04908\ \Delta g^{2,0}$	$+9{,}93034\ \Delta g^{2,1}$
	$+0{,}02854\ \Delta h^{2,1}$	$-9{,}29168\ \Delta g^{2,2}$	$+9{,}93365\ \Delta h^{2,2}$	$+0{,}22560\ \Delta g^{1,0}$	$+9{,}82968\ \Delta g^{1,1}$	$+9{,}92788\ \Delta h^{1,1}$

Suri ($\lambda = 53^\circ\ 4'\ 24''$ $\varphi = 57^\circ\ 33'$)

$\Delta w = -1{,}76118 =$	$+9{,}70998\ \Delta g^{4,0}$	$+9{,}21487\ \Delta g^{4,1}$	$+9{,}37787\ \Delta h^{4,1}$	$+8{,}60836\ \Delta g^{4,2}$	$-9{,}40334\ \Delta h^{4,2}$	$+9{,}68448\ \Delta g^{4,3}$
	$-9{,}34945\ \Delta h^{4,3}$	$+9{,}66008\ \Delta g^{4,4}$	$+9{,}40028\ \Delta h^{4,4}$	$+9{,}91552\ \Delta g^{3,0}$	$+8{,}04931\ \Delta g^{3,1}$	$+8{,}76890\ \Delta h^{3,1}$
	$+9{,}09554\ \Delta g^{3,2}$	$-9{,}77655\ \Delta h^{3,2}$	$+9{,}82267\ \Delta g^{3,3}$	$-9{,}47678\ \Delta h^{3,3}$	$+9{,}95635\ \Delta g^{2,0}$	$-9{,}46210\ \Delta g^{2,1}$
	$-9{,}49498\ \Delta h^{2,1}$	$+9{,}29776\ \Delta g^{2,2}$	$-9{,}94646\ \Delta h^{2,2}$	$+9{,}72906\ \Delta g^{1,0}$	$-9{,}73832\ \Delta g^{1,1}$	$-9{,}80808\ \Delta h^{1,1}$
$\Delta Z = -1{,}22220 =$	$-8{,}94379\ \Delta g^{4,0}$	$+9{,}68618\ \Delta g^{4,1}$	$+9{,}71023\ \Delta h^{4,1}$	$-9{,}36773\ \Delta g^{4,2}$	$+9{,}89604\ \Delta h^{4,2}$	$-9{,}78489\ \Delta g^{4,3}$
	$+9{,}36406\ \Delta h^{4,3}$	$-9{,}64447\ \Delta g^{4,4}$	$-9{,}34520\ \Delta h^{4,4}$	$+9{,}57793\ \Delta g^{3,0}$	$+9{,}81976\ \Delta g^{3,1}$	$+9{,}94380\ \Delta h^{3,1}$
	$-9{,}43176\ \Delta g^{3,2}$	$+9{,}97007\ \Delta h^{3,2}$	$-9{,}76171\ \Delta g^{3,3}$	$+9{,}34088\ \Delta h^{3,3}$	$+0{,}05550\ \Delta g^{2,0}$	$+9{,}91173\ \Delta g^{2,1}$
	$+0{,}03578\ \Delta h^{2,1}$	$-9{,}38056\ \Delta g^{2,2}$	$+9{,}91886\ \Delta h^{2,2}$	$+0{,}22780\ \Delta g^{1,0}$	$+9{,}80937\ \Delta g^{1,1}$	$+9{,}93342\ \Delta h^{1,1}$

Dubrowa ($\lambda = 64^\circ\ 30'\ 24''$ $\varphi = 57^\circ\ 42'$)

$\Delta X = -1{,}61972 =$	$+9{,}71308\ \Delta g^{4,0}$	$+9{,}21933\ \Delta g^{4,1}$	$+9{,}36617\ \Delta h^{4,1}$	$+8{,}92528\ \Delta g^{4,2}$	$-9{,}38798\ \Delta h^{4,2}$	$+9{,}93342\ \Delta g^{4,3}$
	$-9{,}17761\ \Delta h^{4,3}$	$+9{,}60891\ \Delta g^{4,4}$	$+9{,}50214\ \Delta h^{4,4}$	$+9{,}91631\ \Delta g^{3,0}$	$+8{,}44361\ \Delta g^{3,1}$	$+8{,}59045\ \Delta h^{3,1}$
	$+9{,}29898\ \Delta g^{3,2}$	$-9{,}76168\ \Delta h^{3,2}$	$+9{,}84165\ \Delta g^{3,3}$	$-9{,}31260\ \Delta h^{3,3}$	$+9{,}95586\ \Delta g^{2,0}$	$-9{,}39627\ \Delta g^{2,1}$
	$-9{,}54311\ \Delta h^{2,1}$	$+9{,}46879\ \Delta g^{2,2}$	$-9{,}93149\ \Delta h^{2,2}$	$+9{,}72783\ \Delta g^{1,0}$	$-9{,}69087\ \Delta g^{1,1}$	$-9{,}83771\ \Delta h^{1,1}$
$\Delta Y = -1{,}29688 =$	$+9{,}29391\ \Delta g^{4,1}$	$-9{,}14707\ \Delta h^{4,1}$	$+9{,}76160\ \Delta g^{4,2}$	$+9{,}29890\ \Delta h^{4,2}$	$+9{,}31260\ \Delta g^{4,3}$	$+9{,}84155\ \Delta h^{4,3}$
	$-9{,}57516\ \Delta g^{4,4}$	$+9{,}68192\ \Delta h^{4,4}$	$+9{,}62208\ \Delta g^{3,1}$	$-9{,}47524\ \Delta h^{3,1}$	$+9{,}93149\ \Delta g^{3,2}$	$+9{,}46879\ \Delta h^{3,2}$
	$+9{,}38561\ \Delta g^{3,3}$	$+9{,}91456\ \Delta h^{3,3}$	$+9{,}83771\ \Delta g^{2,1}$	$-9{,}69087\ \Delta h^{2,1}$	$+0{,}00450\ \Delta g^{2,2}$	$+9{,}54180\ \Delta h^{2,2}$
	$+9{,}91072\ \Delta g^{1,1}$	$-9{,}76388\ \Delta h^{1,1}$				
$\Delta Z = -1{,}26468 =$	$-8{,}90910\ \Delta g^{4,0}$	$+9{,}57387\ \Delta g^{4,1}$	$+9{,}72071\ \Delta h^{4,1}$	$-9{,}42467\ \Delta g^{4,2}$	$+9{,}88737\ \Delta h^{4,2}$	$-9{,}79123\ \Delta g^{4,3}$
	$+9{,}26228\ \Delta h^{4,3}$	$-9{,}50665\ \Delta g^{4,4}$	$-9{,}39988\ \Delta h^{4,4}$	$+9{,}58774\ \Delta g^{3,0}$	$+9{,}80513\ \Delta g^{3,1}$	$+9{,}95197\ \Delta h^{3,1}$
	$-9{,}49765\ \Delta g^{3,2}$	$+9{,}96035\ \Delta h^{3,2}$	$-9{,}76732\ \Delta g^{3,3}$	$+9{,}23837\ \Delta h^{3,3}$	$+0{,}06820\ \Delta g^{2,0}$	$+9{,}89582\ \Delta g^{2,1}$
	$+0{,}04266\ \Delta h^{2,1}$	$-9{,}44672\ \Delta g^{2,2}$	$+9{,}90842\ \Delta h^{2,2}$	$+0{,}22802\ \Delta g^{1,0}$	$+9{,}79274\ \Delta g^{1,1}$	$+9{,}93958\ \Delta h^{1,1}$

Perm ($\lambda = 56^\circ\ 13'\ 56''$ $\varphi = 58^\circ\ 1'\ 14''$)

$\Delta X = -1{,}58891 =$	$+9{,}71837\ \Delta g^{4,0}$	$+9{,}18572\ \Delta g^{4,1}$	$+9{,}36053\ \Delta h^{4,1}$	$+9{,}00726\ \Delta g^{4,2}$	$-9{,}39080\ \Delta h^{4,2}$	$+9{,}71313\ \Delta g^{4,3}$
	$-9{,}01403\ \Delta h^{4,3}$	$+9{,}55248\ \Delta g^{4,4}$	$+9{,}55141\ \Delta h^{4,4}$	$+9{,}91669\ \Delta g^{3,0}$	$+8{,}29088\ \Delta g^{3,1}$	$+8{,}46569\ \Delta h^{3,1}$
	$+9{,}37007\ \Delta g^{3,2}$	$-9{,}75361\ \Delta h^{3,2}$	$+9{,}84506\ \Delta g^{3,3}$	$-9{,}14585\ \Delta h^{3,3}$	$+9{,}96361\ \Delta g^{2,0}$	$-9{,}38743\ \Delta g^{2,1}$
	$-9{,}56224\ \Delta h^{2,1}$	$+9{,}63670\ \Delta g^{2,2}$	$-9{,}91924\ \Delta h^{2,2}$	$+9{,}72396\ \Delta g^{1,0}$	$-9{,}67346\ \Delta g^{1,1}$	$-9{,}84827\ \Delta h^{1,1}$
$\Delta Y = -1{,}22167 =$	$+9{,}31210\ \Delta g^{4,1}$	$-9{,}13729\ \Delta h^{4,1}$	$+9{,}75164\ \Delta g^{4,2}$	$+9{,}36810\ \Delta h^{4,2}$	$+9{,}14685\ \Delta g^{4,3}$	$+9{,}84505\ \Delta h^{4,3}$
	$-9{,}62289\ \Delta g^{4,4}$	$+9{,}62396\ \Delta h^{4,4}$	$+9{,}63536\ \Delta g^{3,1}$	$-9{,}46056\ \Delta h^{3,1}$	$+9{,}91924\ \Delta g^{3,2}$	$+9{,}53570\ \Delta h^{3,2}$
	$+9{,}21743\ \Delta g^{3,3}$	$+9{,}91663\ \Delta h^{3,3}$	$+9{,}84827\ \Delta g^{2,1}$	$-9{,}67346\ \Delta h^{2,1}$	$+9{,}99072\ \Delta g^{2,2}$	$+9{,}60718\ \Delta h^{2,2}$
	$+9{,}91975\ \Delta g^{1,1}$	$-9{,}74494\ \Delta h^{1,1}$				
$\Delta Z = -1{,}42813 =$	$-9{,}82328\ \Delta g^{4,0}$	$+9{,}56022\ \Delta g^{4,1}$	$+9{,}73503\ \Delta h^{4,1}$	$-9{,}49000\ \Delta g^{4,2}$	$+9{,}87354\ \Delta h^{4,2}$	$-9{,}79086\ \Delta g^{4,3}$
	$+9{,}09176\ \Delta h^{4,3}$	$-9{,}44483\ \Delta g^{4,4}$	$-9{,}44376\ \Delta h^{4,4}$	$+9{,}60798\ \Delta g^{3,0}$	$+9{,}78657\ \Delta g^{3,1}$	$+9{,}96138\ \Delta h^{3,1}$
	$-9{,}56069\ \Delta g^{3,2}$	$+9{,}94423\ \Delta h^{3,2}$	$-9{,}76543\ \Delta g^{3,3}$	$+9{,}06533\ \Delta h^{3,3}$	$+0{,}06392\ \Delta g^{2,0}$	$+9{,}87454\ \Delta g^{2,1}$
	$+0{,}04935\ \Delta h^{2,1}$	$-9{,}60723\ \Delta g^{2,2}$	$+9{,}89077\ \Delta h^{2,2}$	$+0{,}22955\ \Delta g^{1,0}$	$+9{,}76993\ \Delta g^{1,1}$	$+9{,}94474\ \Delta h^{1,1}$

Digitized by Google

Krutlassowo ($\lambda = 66°\,37'\,38''$, $\varphi = 57°\,33'\,45''$)

	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.
$\Delta X =$	$-1{,}52009 =$	$+9{,}71067\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}20192\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}38323\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}00807\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}36988\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}71912\,\Delta g^{4,3}$
		$-8{,}97066\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}55454\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}67742\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91611\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}46679\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}64810\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}38158\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}74839\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}85558\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}10712\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}95683\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}36841\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}54972\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}55322\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}92003\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}72947\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}66676\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}84807\,\Delta h^{1,1}$
$\Delta Y =$	$-1{,}18554 =$	$+9{,}30088\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}11957\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}74914\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}38233\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}10712\,\Delta g^{4,3}$	$+9{,}85558\,\Delta h^{4,3}$
		$-9{,}65109\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}62821\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}63126\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}44996\,\Delta h^{3,1}$	$+9{,}92003\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}55322\,\Delta h^{3,2}$
		$+9{,}18079\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}92926\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}84807\,\Delta g^{2,1}$	$-9{,}66676\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}99370\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}62688\,\Delta h^{2,2}$
		$+9{,}92174\,\Delta g^{2,1}$	$-9{,}74043\,\Delta h^{2,1}$				
$\Delta Z =$	$-1{,}14082 =$	$-8{,}94099\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}54801\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}72932\,\Delta h^{4,1}$	$-9{,}50974\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}87657\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}80690\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}05844\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}45469\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}47747\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}67868\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}78148\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}96279\,\Delta h^{3,1}$
		$-9{,}58373\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}95053\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}78366\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}03520\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}05572\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}87335\,\Delta g^{2,1}$
		$+0{,}06466\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}53245\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}89926\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}22736\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}77093\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}95224\,\Delta h^{1,1}$

Slatoustowo ($\lambda = 57°\,17'\,24''$, $\varphi = 57°\,1'$)

$\Delta w =$	$-1{,}54551 =$	$+9{,}69980\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}17490\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}42389\,\Delta h^{4,1}$	$+8{,}76280\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}37704\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}71832\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}12052\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}69119\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}57648\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91388\,\Delta g^{3,0}$	$+7{,}90614\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}92132\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}27885\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}76185\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}86128\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}23579\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}95935\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}43636\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}48744\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}48214\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}93579\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}73465\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}71263\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}82129\,\Delta h^{1,1}$

	Declination.		Inclination.		Horizontalintensität.	
	Berechnete.	Beob.—Berechn.	Berechnete.	Beob.—Berechn.	Berechnete.	Beob.—Berechn.
Potsdam	$+18°\,42'\,3$	$-1°\,9'\,15$	$66°\,44'\,0$	$+1°\,47'\,5$		
Berlin					0,54883	—0,04608
Königsberg	+14 15,0	—0 64,0				
Petersburg (a)	+ 7 59,0	—1 11,5	70 23,7	+0 41,6	0,49865	—0,03332
Petersburg (b)	+ 7 56,8	—1 5,0	70 24,0	+0 44,1	0,49827	—0,03661
Tosna					0,60067	—0,04396
Pomorania			69 62,9	+1 7,7	0,50437	—0,03980
Nowgorod	+ 7 32,4	—1 11,1	69 15,6	+1 10,5	0,51651	—0,04439
Salzowa					0,52057	—0,05889
Waldai			68 42,7	+1 16,6	0,52903	—0,04291
Wuischnji Wolotschok			68 24,0	+1 27,6	0,53641	—0,04674
Torjok					0,54608	—0,04189
Twer			67 44,2	+0 47,2	0,55038	—0,03666
Moskwa (a)	+4 26,6	—1 34,5				
Moskwa (b)	+4 25,4	—1 28,4	66 44,5	+2 13,8	0,57086	—0,06510
Nowaja Derewnja					0,57117	—0,06152
Bogorodsk	+4 1,5	—0 36,6				
Platowa			66 44,2	+1 41,1	0,57221	—0,05969
Dmitrewsk			66 53,8	+1 15,2	0,57082	—0,02514
10 Werst nach Sudogda	+2 44,1	—1 21,3				
Murom					0,56009	—0,04102
Osablikowo	+1 57,5	—1 42,1	66 47,5	+1 27,8		
Aleschnowo					0,57382	—0,04847
Doskino	+1 22,3	—1 45,7	67 0,5	+1 58,2	0,57283	—0,05518
Nijnei Nowgorod	+1 10,0	—2 2,6	67 9,4	+1 31,7	0,57044	—0,04646
Poljana					0,57610	—0,06312
Tschugunúi	+0 23,6	—1 50,6	66 59,2	+1 39,7	0,57578	—0,04681
Emuingasch					0,57517	—0,05331
Tscheboksar					0,57614	—0,05502
Angikowa	—0 40,0	—0 57,4	66 42,6	+1 52,6	0,58417	—0,06407
Kasan	—1 5,7	—1 15,9	66 47,7	+1 33,7	0,58374	—0,05227
Mitjeschka	—1 29,0	—1 14,2	67 11,7	+1 33,9	0,57689	—0,04705
Milet			57 37,1	+1 4,5	0,56939	—0,03528

Digitized by Google

	Declination.		Inclination.		Horizontalintensität	
	Berechnete.	Beob.—Berechn.	Berechnete.	Beob.—Berechn.	Berechnete.	Beob.—Berechn.
Kojil			68° 6'9	+0° 11'3	0,56034	−0,03365
Sori			68 29,6	+1 50,8	0,55447	−0,05770
Dubrowa	−3° 30'2	−2° 30'0	68 42,0	+1 10,4	0,55179	−0,03988
Perm	−4 9,5	−2 11,2	69 4,6	+0 57,8	0,54577	−0,03684
Krullassowo	−4 18,5	−1 56,7	68 43,1	+1 17,5	0,55384	−0,03159
Slatoustowo					0,56336	−0,03512

H. Petersen.

Ueber eine Ausnahme von einem allgemeinen von *Moebius* aufgestellten Satz.

Von Herrn *Thomas Clausen.*

In seinem Barycentrischen Calcul findet *Moebius* p. 376 den Satz:

„Haben vier Puncte in einer Ebene eine solche Lage gegen einander, dafs jeder derselben ausserhalb des Dreiecks, welches die drei andern bilden, befindlich ist, so lassen sich durch sie zwei verschiedene Parabeln beschreiben."

Der Satz leidet aber offenbar eine Ausnahme, wenn je zwei gegenüberstehende Seiten parallel sind; indem der Durchschnittspunkt zweier durch die Mitten der gegenüberliegenden Seiten gezogenen Linien in diesem Falle der Mittelpunct aller durch diese vier Puncte gelegten Kegelschnitte ist. Die Curve kann daher in diesem Falle nie eine Parabel werden, da dessen Mittelpunct unendlich weit entfernt ist.

Um alle mögliche Fälle, in denen eine Ausnahme Statt findet, zu finden, seien die Winkel, die die vier geraden Linien des Umfangs des Vierecks mit einer beliebigen graden Linie bilden: θ, θ', θ'', θ'''. Die Gleichungen für die vier graden Linien kann man also für Coordinaten auf rechtwinklichte Axen bezogen (die erwähnte beliebige grade Linie als Axe der x genommen) folgendermafsen annehmen:

$$\begin{aligned} l &= x\sin\theta - y\cos\theta + a = 0\\ l' &= x\sin\theta' - y\cos\theta' + a' = 0\\ l'' &= x\sin\theta'' - y\cos\theta'' + a'' = 0\\ l''' &= x\sin\theta''' - y\cos\theta''' + a''' = 0 \end{aligned}$$

Die allgemeine Gleichung für alle Kegelschnitte, die durch die vier Durchschnitte l und l', l und l', l' und l'', l'' und l gezogen werden können, ist

$$0 = ul''+u'l'l'' = Axx+2Bxy+Cyy+2Dx+2Ey+F,$$

worin u und u' Factoren sind, deren Gröfse die Natur des Kegelschnitts bestimmt. Ist $u=0$ so wird der Ausdruck ein System der beiden graden Linien l' und l'', ist $u'=0$, so wird er ein System der Linien l und l''. In allen übrigen Fällen kann man $\frac{u'}{u} = t$ setzen und die Gleichung der durch die vier Puncte gezogenen Curve zweiter Ordnung oder Systeme von graden Linien $ll''+t.l'l'''$ setzen.

Soll die Curve eine Parabel seyn, so mufs $Axx+2Bxy+Cyy$ zwei gleiche Factoren haben, oder $BB=AC$ sein. Es wird aber

$$\begin{aligned} A &= \sin\theta\sin\theta'' + t.\sin\theta'\sin\theta'''\\ -2B &= \sin(\theta+\theta'') + t.\sin(\theta'+\theta''')\\ C &= \cos\theta\cos\theta'' + t.\cos\theta'\cos\theta'''. \end{aligned}$$

Die Entwickelung der Bedingungsgleichung giebt

$$\sin(\theta-\theta'')^2 - 2t[\sin(\theta-\theta')\sin(\theta''-\theta''') + \sin(\theta'-\theta'')\sin(\theta'''-\theta)] + t^2\sin(\theta'-\theta''')^2 = 0.$$

Man ersieht sogleich aus der Gleichung, dafs wenn eine der Gröfsen $\sin(\theta-\theta'')$ oder $\sin(\theta'-\theta''')$ verschwindet, die Gleichung aufser $t=0$ nur einen Werth haben kann, dafs folglich, wenn zwei Seiten des Vierecks parallel sind, nur eine Parabel durch die vier Durchschnittspuncte gezogen werden kann.

Sind beide Paare gegenüberstehende Seiten parallel, so läfst sich durch ihre Durchschnittspuncte keine Parabel beschreiben.

Th. Clausen.

Digitized by Google

Bericht über die Küsten-Vermessung in Nord-America.

(Beschluß.)

Only after these works had passed the ordeal of approbation of the men of science sent from all the continental nations of Europe, assembled in Paris in 1800, (England alone refusing to take a share in a *scientific useful aim*, while it employed its arms and treasures to the destruction of the continent of Europe,) the French, as well as the foreign members of this scientific convention, reporting jointly and unanimously — only then, the accurate elements thus obtained were decided to be applied to the construction of a new map of France and to the charts of its coast.

When all the interior that had been done by the triangulation and the topographical works, which always must form the base of the hydrographic operations, had been executed, the western coast was begun in 1816, and account rendered of it in 1829. The coast of the Mediterranean, as far as hitherto known, is not yet finished; but, during the whole of the wars of the Revolution, the triangulations whose bases laid in the French works were carried on as their armies proceeded.

England grounded the first starting of its survey upon the very base line measured in 1789 by General *Roy*, on the occasion of the junction of the observatories, mentioned above, and has continued it ever since upon the same plan. Several volumes of the work are extant, but the whole is not yet completed. About the year 1818, according to English accounts of that time, upon the part of the work in Ireland, „above 600 persons, of different conditions, were and are continually employed," etc. According to later verbal accounts, the work goes on now from Dublin, south, towards Cork.

In the East Indies, the English began already, in 1800, trigonometrical surveys, upon which the topographical and hydrographical details are grounded and carried on, like all the rest, upon the same principles as the survey of this country now is, but with immensely greater expenses, and a *personel* far more numerous. The work is proceeding now always upon the same plans and principles, having been extended many degrees of latitude north in new territories, under *Lambdon*, *Everet*, etc.

Europe is covered with well-connected series of triangulations, from the south of Sicily to past the north polar circle, from Ireland, through England, France, Germany, to the interior of Russia; from Bordeaux to the frontier of Turkey, and in all the intermediate parts; so that no map need be, nor actually is, attempted without the elements of these triangulations. The works which I have made in Switzerland are included in this series.

These facts give an idea of the labor required to produce such a work as will stand the test of *public scrutiny*, be honorable and useful to the country in which it is performed, and which therefore shall, as I am ordered to make it, be *permanently useful and honorable* to the country. That any other mode of proceeding would dishonor the country, and foil the aim of usefulness entirely, is too well known to need any discussion.

The mathematical theory, which, it will never be doubted, must be applied to such works, is therefore fully supported by the imperious fact, that all surveys whatever, of any note, were made by triangulations, as the only possible mode of operating, *capable* to lead to a result.

Notwithstanding that in this country the work is to be done with reference to views which in science would be called at least over-precipitate, (that is, the results of maps and charts are to be attended to at the same time as the elements are obtained, upon which they must necessarily be grounded,) this is not to be taken as an authorization to dispense with the principles, without which nothing at all is obtainable in that line, that could be considered as warrantable result; and it *cannot be* supposed that it would be approved by the American nation, if such a work, undertaken in this country, was to remain behind the similar works of all other nations, and to be recorded in history as in arrear of the present state of scientific civilization.

If, therefore, in the state of the country and the nature of the demand upon the work, it cannot begin by the determination of degrees of the earth's surface, upon which all the works of that nature are now habitually grounded, the work would, however, be positively shamed out of the annals of the science, and of such works, unless its results could be used, in future proper time, according to any future desire or exigency, to contribute their proper share to the determination of the figure of the earth *in this country*. This very last result will form one of the principal means for its ultimate proof, and credit for accuracy.

The coast survey, to yield the desired and indispensable accuracy and permanent utility, must partake in full of the character of all the works quoted, and exceed them, where possible, in various points, and in accuracy, as instances could be found in the work, by the approbation which the means

Digitized by Google

and principles employed have met with in Europe, from the most eminent men of science, who have practised in such works.

By entering into the details of this part of the subject, many interesting scientific remarks might be made, which circumstances evidently prohibit here to touch. I have, in its proper place, in my reports printed by Congress, stated what, in this point of view, refers to the *Mason* and *Dixon* meridian line, which has been so unsuccessfully tried to be applied as an element to such scientific determinations.

All this answers certainly, also, the question of the probable time that may be required for the completion of the work so fully as to reduce it to the simple statement, that the more impediments there will be laid in the way of the work, the longer it must last, supposing even that it be not entirely destroyed, and the whole undertaking become what is called „a bill of loss for the nation," by attempting to *prescribe* details and *modes of proceeding unscientific*, or distracting the work from its proper course, as former experience has proved.

Ques. 16. „Which shall have for its object the acquisition of the greatest amount of useful information in the shortest time, and at the least expense."

This object cannot be attained by any other mode than that now employed in the coast survey — in no way whatsoever.

Cases are where the economy of a few hundred dollars claimed, or aimed at, has occasioned the loss of some millions of money, years of time, and has caused many disagreements.

It might apparently be fair to claim for the coast survey work, in its present organization, the habitual advice, „Let well alone."

It is easy, by misapprehended views of a scientific subject, investigated with certain predetermined aims, views, opinions, etc., to draw conclusions directly contrary to truth. Such are the ideas which would pretend to determine, almost instantaneously, the latitudes and longitudes of places with sextants and chronometers, when geographical determinations are to be made with that accuracy, which decides certainty. We have the experience of centuries, and of our days equally, proving what a long series of observations, with means far superior to small sextants and chronometers, have been, and are still, required to obtain accuracy in any way only comparable with what a few triangles will put out of doubt within smaller limits than a man (suppose the observer with his sextant) needs to move upon in his sextant operations; and these few triangles are quicker made, and their accuracy is proved in every step with the fullest certainty. Such illusions are instantly dispelled by the knowledge of the scientific principles implied in such works.

It is known, by my reports, that, in addition to the works of the coast survey, I have, during the very same time, also brought the construction of uniform standards of weight and measure for the whole Union to a considerably advanced state, in far less time than similar works have been obtained in any country whatsoever, of far less extent than the United States.

The two works, requiring similar application of mathematical and physical science, and even similar mechanical means, are assisting each other mutually, and therefore serve as acceleration, the one to the other. It is, besides, well known that in France, also, they were grounded upon the same principles — so much so, as to call the account of the measurement of the twelve degrees of the meridian, „*the base of the metric system.*"

Whatever would act inimical to the coast survey would act equally inimical to this, so highly important and much desired public work.

F. R. Hassler.

To the Hon. *Walter Forward,*
Secretary of the Treasury, Washington.
Station Yards in Newtown Square,
Delaware county, (Pa.,) December 2. 1841.

List of instruments belonging to the United States coast survey.

1 30-inch theodolite. *Troughton & Simms.*
1 24-inch theodolite. *Troughton.*
1 18-inch repeating circle, with 2-feet telescope. *Troughton.*
1 18-inch theodolite. *Simms.*
1 18-inch theodolite. Made in office.
1 12-inch repeating theodolite, with vertical circle. *Troughton.*
1 12-inch repeating theodolite. (Lent to the State of Massachusetts.)
1 10-inch theodolite. *Richer.*
1 9-inch theodolite. Made in office.
1 24-inch vertical circle. *Troughton & Simms.* Brass stand to the same, made in office.
3 repeating reflecting circles, with brass stands, horizon, and mercury flasks.
1 repeating reflecting circle, without stand.

Digitized by Google

1 5-feet observatory transit instrument. *Troughton.*
1 5-feet observatory transit instrument. (Lent to the Navy Department.)
1 small transit instrument and stand. Made in office.
15 sextants.
1 transportable clock of *Brookbank.*
1 astronomical clock of *Hardy.*
6 box chronometers.
12 watches.
1 three-hundredth second watch.
4 mounted barometers of *F. R. Hassler.*
4 mounted barometers. (Lent to the State Department.)
1 mounted barometer. (Lent to the War Department.)
1 reflecting telescope of *Troughton.*
1 6-feet telescope. *Dollond.*
1 5-feet telescope. ditto.
1 4⅓-feet telescope. *Tully.*
1 3½-feet telescope. *Dollond.*
1 3½-feet telescope. *Troughton.* (Lent to the War Department.)
4 3½-feet telescopes. *Fraunhofer & Utzschneider.*
4 2½-feet telescopes. *Fraunhofer & Utzschneider.*
5 pocket telescopes.
7 large heliotropes, with brass stands.
4 small heliotropes.
14 thermometers.
10 large alhidades.
2 small alhidades.
6 complete plane tables.
3 brass motion works for plane tables.
1 brass rule of *Schenck's* alhidade, with magnetic needle.
1 large azimuth compass, 1 foot needle, and telescope.
1 compass, with telescope, needle, and stand.
2 compasses, with telescopes.
1 small compass, with prismatic readings.
2 2-arm protractors.
2 3-arm protractors.
1 brass circular protractor.
1 small steel protractor.
1 58-inch German silver beam compass.
1 56-inch brass beam compass.
1 32-inch brass beam compass.
1 32-inch graduated brass beam compass.
21 beam compasses of different sizes and metals.
3 steel rulers of 8 feet length.
9 steel rulers of 6 feet length.
1 brass ruler of 5 feet length.
5 steel rulers of 3½ feet length.
2 steel rulers of 2½ feet length.
12 metre scales of brass and German silver.
11 metre chains.
5 graduated triangles.
12 triangles of different sizes, brass and steel.
1 20-inch dividing plate of Bird.
1 new tracing apparatus. Made in office.
3 parallel brass ruling instruments. Made in office.
12 boxes of mathematical drawing instruments.
1 82-inch scale of *Troughton*, divided on silver, with microscopic comparator.
1 scale beam and grain weights of *Troughton.*
1 brass metre of *Lenoir.*
1 iron metre of *Lenoir.*
1 iron toise of *Lenoir.*
2 subdivided kilogrammes.
2 litres modeles.
4 micrometer microscopes, with reflectors.
1 double wire micrometer of *Dollond.*
1 level tryer, with micrometer screws.
2 micrometer screws.
2 large artificial horizons.
3 small artificial horizons.
1 box with mounted levels.
1 box with unmounted levels.
1 box with parallel glasses.
1 box with dark glasses, sextant mirrors, lenses, reading glasses, and sets of dark glasses.
1 rectangular level arrangement from *Brookbank's* clock.
1 vertical circle, telescope, etc., of broken repeating circle, from which an instrument is now being constructed in the office.

The base apparatus consists of

2 boxes with microscopes.
2 boxes with brass and steel motion works.
2 boxes with iron bars.
1 box with thermometers.
1 box with wooden legs for the microscopes.
1 long wood bar, box, and base plank.
2 large brass sectors with levels.
12 large wooden stands with screws.

There belongs to the coast survey a library of a few hundred volumes of valuable mathematical and astronomical works, a number of which are very rare; all classical in their kind.

The following vessels belong to the coast survey:
Brig Washington, with 4 boats.
Schooner Jersey, with 4 boats.
Schooner Gallatin, with 3 boats.
Schooner Nautilus, with 3 boats.
Schooner Vanderbilt, with 1 boat.
The plane table parties have 5 boats in use.
The different land parties have in use 60 tents of different sizes.
Every party has the necessary carpenter tools.

For the triangulation parties there are:
6 instrument carriages.
1 4-horse wagon.
8 horses.

The instrument maker's shop has:
1 large turning lathe, cast iron-frame, wheels, etc.
1 turning lathe, with cast-iron shears, wheels, etc.
1 small turning lathe, with cast-iron shears, wheels, etc.
1 watch maker's turning bench, with all necessary implements and tools.

The artificer's shop has a carpenter's bench, with all the necessary tools.

In the office rooms there are:
12 drawing tables, of different sizes.
9 writing tables and desk.
5 bookcases.
Stands, chairs, washstands, fenders, shovels and tongs.

Anzeigen.

Herr Dr. *Lehmann* hat eine zweite Auflage seines Werkes über grofse Sonnenfinsternisse, von dem die erste Auflage mit dem Lager der Herren *Perthes, Besser & Mauke* verbrannte, veranstaltet, welche bereits erschienen ist.

S.

Es ist schon in den früheren Bänden dieser Nachrichten bemerkt, dafs ohne ausdrückliche Bestellung und Vorausbezahlung keine Nummer eines neuen Bandes versandt wird. Die Herren Abonnenten, welche diese Blätter fortzusetzen wünschen, werden also, um Unterbrechungen zu vermeiden, ersucht baldmöglichst ihre Bestellungen einzusenden.

Man pränumerirt mit 8 ℔ Hamburger GrobCourant, und von diesem Preise wird auch den Postämtern und Buchhandlungen kein Rabatt gegeben. Ueberhaupt sind alle in dieser Anzeige bemerkten Preise, Nettopreise.

Einzelne Nummern werden nur zur Completirung, wenn sie vorräthig sind, à 4 ggr. abgelassen.

Da sehr wenig Exemplare mehr gedruckt werden als bestellt sind, so kann ein Band, der schon geschlossen ist, nicht unter 12 ℔ Hamburger GrobCourant verkauft werden. Die einzige Ausnahme ist wenn alle schon geschlossenen Bände, vom 3ten (inclusive) an, auf einmal genommen werden, und wenn also, wie bei dem Verkaufe einzelner Bände, keines von den wenigen noch übrigen Exemplaren des ganzen Werks incomplet gemacht wird. In diesem Falle wird der Band auch nur zu 8 ℔ gerechnet. Der erste Band ist ganz vergriffen.

Die Anzeigen von Büchern, Instrumenten u. s. w. in den Intelligenzblättern, werden mit 2 ggr. die Zeile vergütet.

Inhalt.

Vergleichung der *Gaussischen* Theorie des Erdmagnetismus mit *A. Ermans* magnetischen Beobachtungen. Von Herrn *H. Petersen*. (Beschluss.) p. 369.
Ueber eine Ausnahme von einem allgemeinen von *Moebius* aufgestellten Satz. Von Herrn *Thomas Clausen*. p. 375.
Bericht über die Küsten-Vermessung in Nord-America. (Beschluss.) p. 377.
Anzeigen. p. 383.

Altona 1842. Juli 14.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 455.

Mondculminationen in Altona 1842.

(S. Nr. 447.)

		Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
Sept.	5 o	11h 17' 59"21	— 0° 19' 48"1	61' 19"0	16' 42"5	66"83
	u	11 46 29,75	3 43 33,5	61 10,9	16 40,3	56,83
	6 o	12 15 2,26	7 7 32,1	60 57,8	16 36,7	65,95
	u	12 43 43,01	10 13 9,7	60 40,0	16 31,9	57,19
	7 o	13 12 37,35	13 12 9,6	60 18,5	16 26,1	67,52
	u	13 41 48,97	15 56 32,6	59 53,6	16 19,2	57,89
	8 o	14 11 19,53	18 23 40,9	59 26,3	16 11,9	58,28
	u	14 41 8,46	20 31 19,1	58 57,6	16 4,0	68,62
	9 o	15 11 12,61	22 17 42,5	58 28,2	15 55,0	58,88
	u	15 41 26,37	23 41 33,0	57 58,5	15 47,9	69,01
	10 o	16 11 42,08	24 42 6,0	57 29,5	15 40,0	68,93
	u	16 41 50,55	25 19 8,9	57 1,4	15 32,3	68,76
	11 o	17 11 42,05	25 33 0,1	56 34,7	15 25,0	68,35
	u	17 41 7,16	25 24 26,0	56 10,0	15 18,3	67,77
	12 o	18 9 57,61	24 54 38,0	55 47,3	15 12,1	67,04
	u	18 38 6,97	24 5 3,9	55 25,8	15 6,6	66,20
	13 o	19 5 30,96	22 57 24,4	55 8,5	15 1,6	65,28
	u	19 32 7,56	21 33 26,6	54 52,5	14 57,2	64,51
	14 o	19 57 36,77	19 54 59,2	54 38,6	14 53,4	63,85
	u	20 23 0,46	18 3 49,1	54 26,9	14 50,2	62,42
	15 o	20 47 21,98	16 1 59,7	54 17,4	14 47,7	61,57
	u	21 11 5,68	13 50 9,6	54 9,7	14 45,5	60,80
	16 o	21 34 16,78	11 30 52,2	54 3,9	14 44,0	60,14
	u	21 57 1,04	9 5 15,9	53 59,8	14 42,9	59,61
	17 o	22 19 24,58	6 34 45,6	53 57,4	14 42,2	59,20
	u	22 41 33,59	4 0 42,3	53 56,8	14 42,0	58,95
	18 o	23 3 34,91	— 1 24 26,6	53 57,6	14 42,2	58,83
	u	23 25 34,75	+ 1 12 42,7	53 59,9	14 42,9	58,87
	19 o	23 47 39,81	3 49 26,4	54 3,4	14 43,8	59,05
	20 u	0 9 56,60	6 24 23,1	54 8,3	14 45,1	59,38
	o	0 32 31,54	8 56 9,1	54 14,7	14 46,9	59,85
	21 u	0 55 31,03	11 23 16,2	54 22,5	14 49,0	60,46
	o	1 19 1,05	13 44 12,2	54 31,3	14 51,4	61,18
	22 u	1 43 7,24	15 57 20,1	54 41,8	14 54,3	62,01
	o	2 7 54,52	18 0 55,3	54 53,6	14 57,5	62,92
	23 u	2 33 26,91	19 53 10,8	55 6,5	15 1,0	63,87
	o	2 59 47,06	21 32 11,3	55 21,1	15 5,0	64,86
	24 u	3 26 56,04	22 56 2,2	55 37,2	15 9,3	65,82
	o	3 54 52,79	24 2 48,2	55 54,8	15 14,2	66,74
	25 u	4 23 34,04	24 50 40,0	56 13,8	15 19,4	67,54
	o	4 52 54,14	25 17 55,7	56 34,2	15 24,9	68,20
	26 u	5 22 45,36	25 23 15,9	56 56,2	15 30,9	68,69
	o	5 52 58,26	25 5 36,8	57 19,3	15 37,2	68,99
	27 u	6 23 22,68	24 24 26,5	57 43,6	15 43,9	69,10
	o	6 53 48,54	23 19 42,1	58 8,6	15 50,7	69,02
	28 u	7 24 6,86	21 51 53,7	58 34,2	15 57,5	68,79
	o	7 54 10,52	+20 2 1,9	58 59,6	16 4,5	68,44
Sept.	28 o	7h 54' 10"52	+20° 2' 1"9	58' 59"6	16' 4"5	68"44
	29 u	8 23 54,84	17 51 37,8	59 24,2	16 11,3	68,08
	o	8 53 17,70	15 22 37,8	59 47,6	16 17,6	67,59
	30 u	9 22 19,60	12 37 21,9	60 9,1	16 23,5	67,19
	o	9 51 3,15	9 38 30,5	60 27,9	16 28,6	66,85
Oct.	1 u	10 19 32,93	6 29 0,7	60 43,6	16 32,9	66,62
	o	10 47 54,73	+ 3 12 6,8	60 55,1	16 36,0	66,50
	2 u	11 16 15,31	— 0 8 47,0	61 2,2	16 37,9	66,58
	o	11 44 41,63	3 30 5,6	61 4,5	16 38,6	66,70
	3 u	12 13 20,65	6 48 7,7	61 1,8	16 37,9	67,00
	o	12 42 18,41	9 59 12,3	60 53,8	16 35,7	67,40
	4 u	13 11 39,84	12 59 43,2	60 41,2	16 32,2	67,89
	5 o	13 41 27,88	15 46 11,7	60 24,2	16 27,7	68,42
	u	14 11 43,20	18 15 28,9	60 3,2	16 21,9	68,93
	6 o	14 42 23,35	20 24 50,2	59 38,9	16 15,3	69,38
	u	15 13 23,06	22 12 2,9	59 12,0	16 7,9	69,69
	7 o	15 44 34,06	23 35 30,3	58 43,5	16 0,1	69,84
	u	16 15 45,91	24 34 18,6	58 13,9	15 52,1	69,79
	8 o	16 46 46,58	25 8 16,9	57 44,3	15 44,1	69,53
	u	17 17 24,03	25 17 55,1	57 15,0	15 36,0	69,02
	9 o	17 47 27,19	25 4 16,6	56 46,8	15 28,3	68,32
	u	18 16 46,95	24 28 53,6	56 20,2	15 21,1	67,47
	10 o	18 45 16,87	23 33 37,2	55 55,4	15 14,3	66,50
	u	19 12 53,39	22 20 27,9	55 32,8	15 8,2	65,46
	11 o	19 39 35,54	20 51 23,4	55 12,3	15 2,7	64,40
	u	20 5 24,81	19 8 39,7	54 55,3	14 57,9	63,36
	12 o	20 30 24,55	17 13 55,5	54 40,4	14 53,9	62,40
	u	20 54 39,47	15 9 1,8	54 28,1	14 50,5	61,50
	13 o	21 18 15,33	12 55 37,0	54 18,3	14 47,8	60,73
	u	21 41 18,55	10 35 10,5	54 11,1	14 45,9	60,03
	14 o	22 3 55,88	8 9 5,2	54 6,1	14 44,6	59,58
	u	22 26 14,25	5 33 39,7	54 3,3	14 43,8	59,21
	15 o	22 48 20,80	3 5 9,8	54 2,7	14 43,6	58,99
	u	23 10 22,57	— 0 29 49,7	54 4,1	14 44,0	58,94
	16 o	23 32 26,53	+ 2 6 6,5	54 7,3	14 44,9	59,03
	u	23 54 39,85	4 41 21,8	54 12,0	14 46,2	59,28
	17 o	0 17 9,11	7 14 35,8	54 18,3	14 47,9	59,67
	u	0 40 1,01	9 44 21,9	54 25,9	14 50,0	60,20
	18 o	1 3 21,81	12 9 3,2	54 34,5	14 52,3	60,85
	u	1 27 17,28	14 27 16,5	54 44,6	14 55,0	61,62
	19 o	1 51 52,54	16 37 0,6	54 55,8	14 58,1	62,48
	20 u	2 17 11,63	18 36 28,2	55 7,6	15 1,3	63,40
	o	2 43 17,30	20 23 40,6	55 20,2	15 4,7	64,35
	21 u	3 10 10,48	21 56 39,3	55 33,8	15 8,5	65,30
	o	3 37 50,11	23 13 25,6	55 48,0	15 12,3	66,19
	22 u	4 6 12,81	24 12 6,3	56 2,8	15 16,4	66,98
	o	4 35 12,80	+24 51 0,4	56 18,2	15 20,5	67,63

	Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
Oct. 22 o	4h 35′ 12″80	+24° 51′ 0″4	56′ 18″2	15′ 20″5	67″63
23 u	5 4 42,10	25 8 46,7	56 34,1	15 24,9	68,12
o	5 34 31,10	25 4 25,0	56 51,0	15 29,5	68,41
24 u	6 4 29,49	24 37 24,5	57 8,1	15 34,1	68,50
o	6 34 26,84	23 47 44,5	57 25,6	15 38,9	68,41
25 u	7 4 13,99	22 35 53,3	57 43,5	15 43,9	68,16
o	7 33 43,59	21 2 47,7	58 2,0	15 48,8	67,77
26 u	8 2 50,73	19 9 48,5	58 20,5	15 53,9	67,32
o	8 31 33,14	16 58 36,2	58 39,0	15 58,9	66,84
27 u	8 59 61,12	14 31 7,4	58 57,2	16 3,9	66,38
o	9 27 47,29	11 49 31,2	59 14,7	16 8,7	65,98
28 u	9 55 26,19	8 56 8,7	59 31,0	16 13,1	65,67
o	10 22 53,87	5 53 30,7	59 45,7	15 17,1	65,49
29 u	10 50 17,52	+ 2 44 17,2	59 58,5	16 20,6	65,45
o	11 17 44,87	— 0 28 40,4	60 8,9	16 23,5	65,57

	Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
Oct. 29 o	11h 17′ 44″87	— 0° 28′ 40″4	60′ 8″9	16′ 23″5	65″57
30 u	11 45 24,08	3 42 21,2	60 16,4	16 25,5	65,84
o	12 13 22,85	6 53 34,9	60 20,5	16 26,6	66,25
31 u	12 41 48,36	9 59 1,5	60 20,7	16 26,6	66,75
o	13 10 46,29	12 55 17,1	60 16,8	16 25,6	67,41
Nov. 1 u	13 40 20,58	15 38 56,4	60 9,0	16 23,5	68,09
o	14 10 32,26	18 6 39,8	59 57,6	16 20,4	68,77
2 u	14 41 19,38	20 15 24,8	59 42,3	16 16,2	69,37
3 o	15 12 36,21	22 2 32,1	59 23,5	16 11,1	69,86
u	15 44 13,57	23 26 0,0	59 1,9	16 5,2	70,13
4 o	16 15 59,09	24 24 27,4	58 38,1	15 58,7	70,19
u	16 47 38,54	24 57 24,0	58 12,7	15 51,7	69,98
5 o	17 18 57,14	25 5 8,3	57 46,2	15 44,5	69,53
u	17 49 41,19	24 48 42,3	57 19,4	15 37,2	68,83
6 o	18 19 39,35	—24 9 45,0	56 52,8	15 30,0	67,95

1842.	Culmination. Log a	Log b	Log c	Grade Aufsteigung. Log a′	Log b′	Log c′	Abweichung. Log a″	Log b″	Log c″	Parallaxe. Log a‴	Log b‴
Sept. 5	2,597978	9,12173n	8,1657	2,581104	9,07042n	8,0919	3,437406n	0,22123	9,6162	0,11261n	9,1499n
6	2,598944	9,34813	8,0890	2,582035	9,29071	8,0057	3,416621n	1,09769	9,5824	0,53683n	9,0691n
7	2,605695	9,66980	7,7539	2,588520	9,61847	7,6549	3,351425n	1,33917	9,4912	0,71340n	8,9308n
8	2,614949	9,69717	7,5778n	2,597407	9,64398	7,4558n	3,264120n	1,46379	9,3282	0,79433n	8,5718n
9	2,622213	9,41834	8,1447n	2,604387	9,36413	8,0764n	3,103857n	1,52462	9,0319	0,81833n	8,0277n
10	2,623081	9,28503n	8,3017n	2,605213	9,23660n	8,2124n	2,813101n	1,54218	7,9685n	0,80270n	8,2707
11	2,614889	9,85109n	8,2713n	2,597353	9,79658n	8,1999n	1,517326n	1,52236	9,0579n	0,75795n	8,6297
12	2,597717	0,04364n	8,0484n	2,580850	9,99331n	8,0085n	2,727305	1,46912	9,2264n	0,68111n	8,7267
13	2,574163	0,10625n	7,2977n	2,558157	0,05746n	7,1841n	3,008126	1,38833	9,2810n	0,58155n	8,7680
14	2,548071	0,08735n	7,7500	2,532991	0,04210n	7,7145	3,149204	1,28318	9,2742n	0,45707n	8,7267
15	2,523423	0,00653n	8,0005	2,509154	9,96452n	7,9430	3,232537	1,15292	9,2481n	0,28997n	8,6561
16	2,503351	9,85727n	8,0926	2,489721	9,81803n	8,0490	3,283423	0,98440	9,2035n	0,03707n	8,6809
17	2,490080	9,58787n	8,1243	2,476859	9,55171n	8,0691	3,312720	0,73544	9,1784n	9,53362n	8,6297
18	2,484904	8,57102n	8,1326	2,471844	8,56057n	8,0716	3,325302	0,12857	9,1803n	9,54886	8,5718
19	2,488319	9,49767	8,1253	2,475149	9,46086	8,0715	3,322810	0,44380n	9,2035n	9,96320	8,4670
20	2,500024	9,81867	8,1099	2,486497	9,77746	8,0654	3,304345	0,85414n	9,2238n	0,21087	8,6017
21	2,519006	9,98707	8,0437	2,504895	9,94394	7,9654	3,266266	1,07561n	9,2749n	0,33567	8,6297
22	2,543283	0,08333	7,8494	2,528370	0,03902	7,7518	3,199473	1,49813n	9,3363n	0,44163	8,4670
23	2,569871	0,11829	6,2448	2,554032	0,07125	5,9985n	3,089448	1,35843n	9,3275n	0,53420	8,6017
24	2,594900	0,07831	7,9662n	2,578143	0,02841	7,9330n	2,886457	1,45073n	9,2937n	0,61073	8,5396
25	2,614232	9,92299	8,2577n	2,596723	9,87078	8,1980n	2,342723	1,51400n	9,0977n	0,67555	8,6297
26	2,624677	9,48908	8,3302n	2,606753	9,43249	8,2562n	2,592419n	1,54237n	8,5783n	0,72288	8,5048
27	2,625411	9,31421n	8,2301n	2,607458	9,25609n	8,1697n	3,007803n	1,53410n	8,8793	0,75226	8,3287
28	2,618474	9,71915n	7,8497n	2,600798	9,66570n	7,7693n	3,205701n	1,48496n	9,2749	0,74872	7,7267n
29	2,608078	9,75311n	7,5289	2,590805	9,70035n	7,4991	3,322819n	1,38556n	9,4362	0,70249	8,5048n
30	2,598979	9,57008n	8,0405	2,582061	9,51924n	7,9807	3,392202n	1,20251n	9,5376	0,59045	8,8236n
Oct. 1	2,594978	8,52143n	8,1593	2,578206	8,48754n	8,1000	3,426796n	0,77753n	9,5836	0,32178	9,0157n
2	2,597911	9,53453	8,1376	2,581034	9,48860	8,0704	3,427456n	0,69230	9,6200	8,13185	9,0591n
3	2,607286	9,80531	7,9261	2,590045	9,75677	7,8793	3,395860n	1,20039	9,6005	0,37096n	9,1069n
5	2,620228	9,86797	7,2292n	2,602479	9,81683	7,1746n	3 324605n	1,40919	9,5023	0,62540n	8,9938n
6	2,631939	9,72489	8,1511n	2,613721	9,67252	8,0872n	3,198565n	1,51684	9,3282	0,75551n	8,8236n
7	2,637132	8,41923	8,3763n	2,618696	8,37638	8,2995n	2,976844n	1,56249	8,7415	0,81052n	8,5048n
8	2,631927	9,79536n	8,3873n	2,613706	9,74008n	8,3116n	2,460384n	1,55606	8,8979n	0,81665n	———
9	2,615613	0,06769n	8,2125n	2,598055	0,01473n	8,1848n	2,519608	1,50895	9,2649n	0,78395n	8,5718
10	2,590753	0,15733n	7,6603n	2,574154	0,10650n	7,6974n	2,936007	1,42699	9,3329n	0,72459n	8,6809
11	2,561877	0,15257n	7,7232	2,546322	0,10562n	7,6286	3,110423	1,31919	9,3309n	0,62019n	8,8058
12	2,533733	0,08035n	8,0415	2,519142	0,03727n	7,9701	3,207622	1,18713	9,2788n	0,48069n	8,8406
13	2,510159	9,94215n	8,1379	2,496324	9,89965n	8,0740	3,266081	1,02946	9,2098n	0,27419n	8,8406
14	2,493778	9,70630n	8,1648	2,480449	9,66498n	8,1102	3,300960	0,82094	9,1425n	9,93993n	8,7478
15	2,486070	9,10743n	8,1647	2,472971	9,06882n	8,1046	3,318834	0,44597	9,1477n	8,99100	8,7267

Digitized by Google

1842.		Culmination. Log a	Log b	Log c	Grade Aufsteigung. Log a′	Log b′	Log c′	Abweichung. Log a″	Log b″	Log c″	Parallaxe. Log a‴	Log b‴
Oct.	16	2,487848	9,38990	8,1533	2,474403	9,33690	8,1124	3,322132	0,02608n	9,1765n	9,94330	8,6017
	17	2,497897	9,78346	8,1253	2,484447	9,74483	8,0412	3,310334	0,72763n	9,2306n	0,19080	8,5396
	18	2,515953	9,96858	8,0573	2,501933	9,92740	7,9912	3,280136	1,00627n	9,2825n	0,31674	8,4256
	19	2,539621	0,07086	7,9579	2,524830	0,02619	7,7838	3,224503	1,19378n	9,3323n	0,41981	8,4670
	20	2,566757	0,16034	4,7133n	2,550066	0,05950	6,5213n	3,128812	1,33074n	9,3849n	0,46574	8,3799
	21	2,590324	0,06419	7,9777n	2,573733	0,01390	7,8123n	2,958782	1,43251n	9,3024n	0,50915	8,1246
	22	2,609074	9,89709	8,2688n	2,591773	9,84516	8,2116n	2,580769	1,49668n	9,1079n	0,54120	8,0277
	23	2,618691	9,40113	8,3413n	2,601017	9,35604	8,2929n	2,319233n	1,52639n	8,4945n	0,57603	7,9027
	24	2,618253	9,44294n	8,2397n	2,600583	9,39203n	8,1456n	2,009456n	1,51741n	8,8456	0,59487	7,9027
	25	2,609775	9,78365n	7,8723n	2,592441	9,72336n	7,8001n	1,139396n	1,47216n	9,2142	0,611301	
	26	2,597497	9,81929n	7,5029	2,580643	9,77066n	7,3602	3,270954n	1,38627n	9,3519	0,60924	8,0277n
	27	2,586358	9,56855n	8,0472	2,569916	9,52251n	7,9382	3,351259n	1,24773n	9,4277	0,57457	8,4670n
	28	2,580526	9,03813n	8,1933	2,564300	8,97426n	8,1288	3,396851n	0,99460n	9,4799	0,48798	8,5561n
	29	2,582511	9,50355	8,2212	2,566208	9,45373	8,1578	3,413801n	0,01091n	9,5392	0,30784	8,7874n
	30	2,592673	9,85719	8,1338	2,575991	9,80671	8,0860	3,402226n	0,94188	9,5771	9,70389	8,9441n
	31	2,608960	9,99148	7,7370	2,591651	9,94152	7,6857	3,357144n	1,27688	9,5647	0,13250n	9,0277n
Nov.	1	2,626975	9,98134	7,8929n	2,608951	9,92804	7,8024n	3,266776n	1,45131	9,4940	0,47352n	8,9697n
	3	2,640729	9,74607	8,3558n	2,622146	9,69445	8,2929n	3,104447n	1,54423	9,2703	0,65513n	8,9170n
	4	2,644400	9,20760n	8,4878n	2,625660	9,14405n	8,4157n	2,783987n	1,57584	7,9527	0,73696n	8,6017n
	5	2,634835	9,96896n	8,4240n	2,616490	9,91270n	8,3416n	1,785209	1,55885	9,1803n	0,77253n	8,9277n

Th. Clausen.

Beitrag zur Theorie der dreiseitigen Pyramide.

Von Herrn *Thomas Clausen*.

1. Die Aufgabe: „aus den drei Winkeln zwischen den Kanten an dem Scheitel A einer dreiseitigen Pyramide $ABCD$; nemlich $BAC = \delta$, $CAD = \delta'$ und $DAB = \delta''$; und den drei Kanten der Grundfläche $BC = a$, $CD = a'$ und $DB = a''$ die übrigen Stücke zu finden;" scheint noch keine einfache Auflösung gefunden zu haben. *Monge* in seiner Geometrie descriptive sagt, p. 126, dafs die analytische Entwickelung auf eine Gleichung vom achten Grade führe. Die Aufgabe läfst sich aber leicht auf eine Gleichung vom vierten Grade bringen. Es seien nemlich die drei Kanten $AD = r$, $AB = r'$ und $AC = r''$; so hat man zwischen diesen und den gegebenen Gröfsen folgende Relationen:

$$\left.\begin{aligned} a^2 &= r'^2 + r''^2 - 2r'r''\cos\delta \\ a'^2 &= r''^2 + r^2 - 2r''r\cos\delta' \\ a''^2 &= r^2 + r'^2 - 2rr'\cos\delta'' \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (I)$$

Aus ihnen folgt unmittelbar:

$$\left.\begin{aligned} a^2r^2 - a'^2r'^2 + (a^2 - a'^2)r''^2 - 2a^2r''r\cos\delta' + 2a'^2r''r'\cos\delta &= 0 \\ a'^2r'^2 - a''^2r''^2 + (a'^2 - a''^2)r^2 - 2a'^2rr'\cos\delta'' + 2a''^2r^2r'\cos\delta' &= 0 \\ a''^2r''^2 - a^2r^2 + (a''^2 - a^2)r'^2 - 2a''^2r'r''\cos\delta + 2a^2rr'\cos\delta'' &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (II)$$

Setzt man $r = \nu r''$; $r' = \nu' r''$, so erhält man:

$$\left.\begin{aligned} a^2\nu^2 - a'^2\nu'^2 + a^2 - a'^2 - 2a^2\nu\cos\delta' + 2a'^2\nu'\cos\delta &= 0 \\ a'^2\nu'^2 - a''^2\nu^2 + (a'^2 - a''^2)\nu^2 - 2a'^2\nu\nu'\cos\delta'' + 2a''^2\nu\cos\delta' &= 0 \\ a''^2\nu^2 - a^2\nu^2 + (a''^2 - a^2)\nu'^2 - 2a''^2\nu'\cos\delta + 2a^2\nu\nu'\cos\delta'' &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (III)$$

Diese drei Gleichungen enthalten nur zwei verschiedene, da jede derselben sich aus den beiden übrigen ableiten läfst. Betrachtet man ν und ν' als die Coordinaten einer krummen Linie; so können diese Gleichungen in Kegelschnitte entworfen werden, die nicht mehr als vier gemeinschaftliche Puncte haben. Es sind demnach nicht mehr als vier verschiedene Auflösungen möglich, von denen übrigens die, in denen $\nu = \frac{r}{r''}$, und $\nu' = \frac{r'}{r''}$ nicht beide positiv sind, ausgeschieden werden müssen, da alle drei r, r', r'' immer positiv sind. Aus jedem Paar Werthe von ν und ν' folgt wieder nur ein Werth der drei Gröfsen r, r', r''; nemlich

$$r'' = \frac{a}{\sqrt{(1 - 2\nu'\cos\delta + \nu'^2)}} = \frac{a'}{\sqrt{(1 - 2\nu\cos\delta' + \nu^2)}};$$

$$r = \nu r'', \quad r' = \nu' r'',$$

da der negative Werth ausgeschlossen ist. Es sind also in allen Fällen nicht mehr als vier Auflösungen der Aufgabe möglich. Alle vier können aber in vielen Fällen möglich sein,

Digitized by Google

z. B. wenn $\cos\delta = \cos\delta' = \cos\delta'' = \frac{1}{2}$; $a = a' = a'' = 1$ ist; so wird den Gleichungen I durch folgende vier Systeme Genüge geleistet:

1.	$r = \sqrt{\frac{1}{6}}$;	$r' = \sqrt{\frac{1}{3}}$;	$r'' = \sqrt{\frac{1}{2}}$
2.	$= \sqrt{\frac{1}{6}}$;	$= \sqrt{\frac{1}{3}}$;	$= \sqrt{\frac{1}{6}}$
3.	$= \sqrt{\frac{1}{6}}$;	$= \sqrt{\frac{1}{6}}$;	$= \sqrt{\frac{1}{2}}$
4.	$= \sqrt{\frac{1}{6}}$;	$= \sqrt{\frac{1}{3}}$;	$= \sqrt{\frac{1}{2}}$

2. Man kann die Aufgabe noch auf einem ganz andern Wege auflösen, wobei man blos auf eine cubische Gleichung kömmt, welches im Grunde nicht einfacher ist, als die Auflösung der aus den Gleichungen III folgende biquadratische, die man durch Hülfe einer cubischen Gleichung in zwei quadratische zerlegen kann.

Die in der Pyramide eingeschriebene Kugel berühre die vier Seitenflächen BAC, CAD, DAB, BCD resp. in den Puncten p, p', p'', p'''. Verbindet man diese vier Puncte zu zweien, durch 6 größte Kreise; so wird in dem sphärischen Dreiecke $pp'p''$ der Winkel $\angle p''pp' = 180° - \delta$; $\angle pp'p'' = 180° - \delta'$; $\angle p'p''p = 180° - \delta''$. Es seien die drei sphärischen Seiten $p'p'' = l$, $p''p = l'$; $pp' = l''$. Sei ferner in dem ebenen Dreiecke $\angle CDB = \alpha$; $\angle DBC = \alpha'$; $\angle BCD = \alpha''$, oder wenn man

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\alpha'}{a'} = \frac{\sin\alpha''}{a''} = \frac{\sqrt{\{(a+a'+a'')(a+a'-a'')(a-a'+a'')(-a+a'+a'')\}}}{2aa'a''}$$

setzt, so werden die sphärischen Winkel $\angle p'p'''p'' = 180 - \alpha$, $\angle pp'''p'' = 180 - \alpha'$; $\angle pp'''p' = 180 - \alpha''$. Es sind demnach in dem sphärischen Vierecke $pp''p'p'''$ zwei Seiten $p'p'' = l$, $p''p = l'$ und der eingeschlossene Winkel $180 - \delta''$, ferner die beiden Winkel, die die Diagonale an dem Durchschnittspunct der beiden übrigen Seiten pp''', $p'p'''$ mit der Diagonale $p''p'''$ an diesem Durchschnitte bilden $\angle pp''p''' = 180 - \alpha'$; $\angle p'p''p''' = 180 - \alpha$ gegeben; man soll die übrigen Stücke des sphärischen Vierecks bestimmen.

Es sei $p''p''' = \gamma$; die Winkel $\angle p'p''p''' = 90 - \frac{1}{2}\delta'' + \xi$, $\angle pp''p''' = 90 - \frac{1}{2}\delta'' - \xi$; so hat man in den Dreiecken $pp''p'''$, $p'p''p'''$

$$\cot g\,\alpha\,\cos(\tfrac{1}{2}\delta'' - \xi) = \cos\gamma\,\sin(\tfrac{1}{2}\delta'' - \xi) - \cot g\,l\,\sin\gamma$$
$$\cot g\,\alpha'\,\cos(\tfrac{1}{2}\delta'' + \xi) = \cos\gamma\,\sin(\tfrac{1}{2}\delta'' + \xi) - \cot g\,l'\,\sin\gamma,$$

woraus sogleich folgt, wenn man $\cot g\,l = d$, $\cot g\,l' = d'$, $\cot g\,\alpha = s$, $\cot g\,\alpha' = s'$ setzt:

$$\{(d'-d)\sin\tfrac{1}{2}\delta''\cos\xi - (d'+d)\cos\tfrac{1}{2}\delta''\sin\xi\}\cos\gamma = (d's - ds')\cos\tfrac{1}{2}\delta''\cos\xi + (d's + ds')\sin\tfrac{1}{2}\delta''\sin\xi$$
$$\{(d'-d)\sin\tfrac{1}{2}\delta''\cos\xi - (d'+d)\cos\tfrac{1}{2}\delta''\sin\xi\}\sin\gamma = \tfrac{1}{2}(s-s')\sin\delta'' + \tfrac{1}{2}(s+s')\sin 2\xi.$$

Addirt man die Quadrate dieser beiden Gleichungen, und setzt zur Abkürzung:

$$(d'-d)\sin\tfrac{1}{2}\delta'' = g\cos G;\quad (d's - ds')\cos\tfrac{1}{2}\delta'' = g\sin G$$
$$(d'+d)\cos\tfrac{1}{2}\delta'' = h\sin H;\quad (d's + ds')\sin\tfrac{1}{2}\delta'' = h\cos H$$

so erhält man

$$0 = hh\cos 2H\sin\xi^2 + 2gh\sin(G+H)\sin\xi\cos\xi - gg\cos 2G\cos\xi^2 + \tfrac{1}{4}(s-s')^2\sin\delta''^2 + \tfrac{1}{2}(s^2-s'^2)\sin\delta''\sin 2\xi + \tfrac{1}{4}(s+s')^2\sin 2\xi^2$$

und wenn man ferner

$$T = 2hh\cos 2H - 2gg\cos 2G + (s-s')^2\sin\delta''^2$$
$$U = hh\cos 2H + gg\cos 2G$$
$$V = 2gh\sin(G+H) + (s^2-s'^2)\sin\delta''$$
$$S = (s+s')^2$$

setzt,

$$0 = T - 2U\cos 2\xi + 2V\sin 2\xi + S\sin 2\xi^2.$$

Dieser gebe ich folgende identische Form

$$0 = T - x + x\cos 2\xi^2 + (S+x)\sin 2\xi^2 - 2U\cos 2\xi + 2V\sin 2\xi$$

und bestimme x so, daſs sie sich in

$$(\Gamma).\ldots\ldots 0 = x\left(\cos 2\xi - \frac{U}{x}\right)^2 + (S+x)\left(\sin 2\xi + \frac{V}{S+x}\right)^2$$

verwandeln läſst. Durch Vergleichung der beiden Ausdrücke erhält man

$$0 = T - x - \frac{UU}{x} - \frac{VV}{S+x}$$

oder

$$(\Gamma').\ldots x^3 + (S-T)x^2 + (UU + VV - ST)x + SUU = 0$$

Soll die Gleichung (Γ) mögliche Wurzeln haben, so muſs x zwischen 0 und $-S$ fallen, (S ist positiv); sie hat in der That innerhalb dieser Grenzen wenigstens eine Wurzel, da (Γ') für den Werth von $x = 0$, SUU oder positiv wird, für den Werth $x = -S$, $-SVV$ oder negativ wird. Setzt man in (Γ) $\cos P = \sqrt{\left(\frac{x}{-S}\right)}$, so verwandelt sie sich in:

$$\cos(2\xi + P) = \frac{U}{S\cos P} + \frac{V}{S\sin P}$$

Da P und $2\xi + P$ jede zwei verschiedene Werthe haben, so kann ξ vier verschiedene Werthe bekommen, wie oben. Es ist jedoch zu bemerken, daſs wenn man $S\sin P$ negativ nimmt man auch zugleich P in dem Winkel $2\xi + P$ negativ annehmen muſs.

Wenn ξ gefunden ist, findet man leicht die übrigen Stücke des sphärischen Vierecks, und mit diesen die Theile der Pyramide. Schliefslich bemerke ich, daſs ich diese Auflösung des sphärischen Vierecks schon früher in *Crelles* Journal 7. Bd. p. 105 auf eine astronomische Aufgabe angewandt habe.

Th. Clausen.

Digitized by Google

Schreiben des Herrn Professors *Argelander*, Directors der Sternwarte in Bonn, an den Herausgeber.

Bonn 1842. Juni 14.

Beigehend erlaube ich mir, Ihnen zur gefälligen Einrückung in die Astr. Nachr. Tafeln über die Lichtveränderungen der 3 Sterne δ Cephei, β Lyræ und η Aquilæ zu übersenden. Sie gründen sich, was die Epoche und Periode betrifft, auf der Vergleichung der Beobachtungen von *Hus* und mir mit den ältern von *Pigott* und *Goodricke* und für η Aquilæ auch von *Wurm*; die *Westphal*schen Beobachtungen konnten nur zur Bestätigung dienen, da sie zu ungenau sind, um ganz sichere Resultate aus ihnen abzuleiten. Nur bei β Lyræ ist Epoche und Periode allein aus den neuern Beobachtungen geschlossen, indem bei diesem Sterne sich deutlich eine Verlängerung der Periode seit *Goodrickes* Zeiten kund giebt, die allerdings allmälig, aber wenn *Westphals* Beobachtungen nicht gar zu schlecht sind, nicht regelmäfsig vor sich gegangen ist. Der Gang des Lichtwechsels, Taf. III, beruht allein auf unsern Beobachtungen, indem bei den ältern die Vergleichungsausdrücke zu unbestimmt sind, um sichere Resultate für den Gang des Lichtwechsels daraus zu ziehen, der übrigens auch bei diesen Sternen veränderlich zu sein scheint, so dafs also Taf. III nur den mittlern Gang der Veränderungen für unsre Zeit angiebt. Die Abweichungen sind aber sehr gering, und nur bei Maximum und Minimum merkbar. Die Gröfsenangabe ist über einem willkührlichen Nullpuncte, und dieselbe Zahl bezieht sich bei den verschiedenen Sternen nicht auf dieselbe Helligkeit. Um sie bei jedem Sterne beurtheilen zu können, habe ich die Helligkeit der Vergleichungssterne in denselben Einheiten, ich nenne sie Stufen, angegeben. Es ergiebt sich hieraus, dafs eine solche Stufe etwa dem 10ten Theile desjenigen Helligkeitsunterschiedes gleichkommt, um welchen man gewöhnlich zwei auf einander folgende Gröfsenklassen verschieden annimmt. Die Hälfte einer solchen Stufe läfst sich mit bloſsem Auge noch erkennen, und um ebensoviel, also etwa $\frac{1}{20}$ Gröfse, ist auch nach der Vergleichung von *Hus's* mit meinen Beobachtungen bei dunstfreiem Himmel, nicht zu tiefem Stande der Gestirne und einiger Uebung in der Schätzung diese unsicher. Es sind aber, um diese Genauigkeit zu erlangen, mehrere Vorsichtsmaafsregeln nöthig, deren Darlegung aber an einem andern Orte passlicher sein dürfte, wo ich zugleich die Resultate der Rechnungen, worauf die Tafeln beruhen, so wie die graphische Darstellung des Lichtwechsels geben werde. Der Gebrauch der Tafeln wird à eine weitläuftige Erklärung verlangen; man ziehe von der Zeit (astronomisch vom mittlern Mittage an gerechnet) für welche man die Helligkeit eines Sterns messen will, die Zahl aus Taf. I ab, suche in Taf. II die nächst frühere Epoche (wobei in den Monathen März bis December der Schaltjahre 1 Tag von der Epoche abzuziehen ist), und gehe mit dem Unterschiede in Taf. III ein, wo man neben der gegebenen Zeit die Helligkeit, in Stufen ausgedrückt, findet. Wollen Sie zum Beispiel die Helligkeit der drei Sterne am 1sten Juli um 10^{h} MZ. in Altona haben, oder $9^{\text{h}}\,48'\,40''$ M. Z. im Meridiane der Tafeln, so steht die Rechnung so:

	δ Cephei		β Lyræ		η Aquilæ	
	Juli 1.	$9^{\text{h}}\,48'\,40''$	Juli 1.	$9^{\text{h}}\,48'\,40''$	Juli 1.	$9^{\text{h}}\,48'\,40''$
Taf. I.	1842.	$4^{\text{T}}\,17.\,36\,42$	5.	$2\cdot\,7\,56$	5.	$1\,58\,54$
	Juni 26.	$16\,11\,58$	Juni 26.	$7\,40\,44$	Juni 26.	$7\,49\,46$
Taf. II.	— 26.	$2\,12\,43{,}5$	— 16.	$20\,31\,10$	— 21.	$5\,33\,12$
		$0^{\text{T}}\,13^{\text{h}}\,59'$		$9^{\text{T}}\,11^{\text{h}}\,10'$		$5^{\text{T}}\,2^{\text{h}}\,17'$
Taf. III.	Helligkeit	4,2		11,9		6,4

Es wird also δ Cephei etwas heller erscheinen, als a, oder noch mehr schwächer als 7 Lacertæ; β Lyræ wird fast $=\gamma$ erscheinen, und erst bei scharfem Zusehen wird sich ein Unterschied zu Gunsten von γ bemerklich machen, endlich wird η Aquilæ sich etwa gleich hell mit ε zeigen, nur unbedeutend schwächer als β und merklich heller als ι.

Im vorigen Jahre habe ich zufällig einen merkwürdigen Stern gefunden, einen Stern, dessen eigene Bewegung alle bekannten bedeutend übersteigt, indem sie 7^{s} im Bogen des gröfsten Kreises jährlich beträgt. Es ist dies ein Stern 7^{m} auf der Gränze der Jagdhunde und des grofsen Bären und Nr. 1830 in *Grombridges* Catalog von Circumpolarsternen. Ich habe den Stern im vorigen und diesem Jahre häufig für AR. beobachtet, erwarte blofs noch die Declinationen, um deren Beobachtung ich Herrn Hofrath *Nicolai* gebeten habe, um Ihnen die genaue Position und die Vergleichung mit den ältern mitzutheilen. Um hieraus aber die EB. mit gröfserer Genauigkeit zu ermitteln, würde es nöthig sein, die Epoche der *Grombridge*schen Position zu kennen; dürfte ich Sie wol um die Gefälligkeit ersuchen, wenn Sie nach London schreiben, den Herausgeber des Catalogs, Herrn *Airy*, um Mittheilung der einzelnen Beobachtungszeiten oder nur des Mittels daraus zu bitten?

Ich weifs nicht, ob ich Ihnen schon mitgetheilt habe, dafs ich seit dem Herbste 1838 damit beschäftigt gewesen bin, alle über unserm Horizonte mit unbewaffnetem Auge sichtbaren

Digitized by Google

Sterne am Himmel aufzusuchen, und ihnen durch Vergleichung mit den umstehenden die richtige Gröfse zuzutheilen. Auf diese Arbeit gestützt habe ich neue Himmelscharten gezeichnet, die hoffentlich ein ziemlich richtiges Bild des Himmels, so wie er sich dem bloßen Auge darstellt, geben werden. Die grössere Hälfte der Charten ist schon fertig gestochen und das Werk wird wol noch im Laufe dieses Sommers im Verlage von *S. Schropp & Cnie* in Berlin erscheinen, begleitet von einem Cataloge; der außer den genaueren Gröfsenangaben nach 15 Classen die ungefähre Position für 1840, so wie kurze Nachweisung der Cataloge, worin die Sterne gefunden werden können, enthalten wird. Circa 20 von diesen Sternen kommen in keinem Cataloge vor, und sind hier beobachtet worden. Sobald die Charten erscheinen, werde ich mir erlauben, Ihnen eine ausführliche Anzeige derselben, nebst Angabe der bei den Beobachtungen und der Zeichnung befolgten Methode zu übersenden.

Argelander.

Tafeln für den Lichtwechsel von δ Cephei. Mittlere Zeit 19′ 5″5 östlich von Paris.

Taf. I. Minima zu Anfang der Jahre.

1784	2ᵀ	1ʰ	41′	36″	1819	1ᵀ	21ʰ	43′	45″	1843	4ᵀ	15ʰ 37′ 28″
1785	0	23	42	21	1820	1	19	44	31	1844	4	13 38 14
1800	2	2	41	31,5	1824	0	11	47	35	1845	3	11 39 0
1804	1	18	44	35,5	1828	4	12	38	18,5	1846	3	9 39 46
1808	0	10	47	39,5	1832	3	4	41	22,5	1847	3	7 40 32
1812	4	11	38	23	1836	1	20	44	26,5	1848	3	5 41 18
1816	3	3	41	27	1840	0	12	47	30,5	1849	2	3 42 4
1817	2	1	42	13	1841	4	19	35	56	1850	2	1 42 50
1818	1	23	42	59	1842	4	17	36	42	1851	1	23 43 36

Taf. II. Epochen der Tage des Jahres.

Jan.	0	0ʰ	0′	0″	Juni	20	17ʰ	25′ 4″
—	5	8	47	39,5	—	26	2	12 43,5
—	10	17	35	19	Juli	1	11	0 23
—	16	2	22	58,5	—	6	19	48 2,5
—	21	11	10	38	—	12	4	35 42
—	26	19	58	17,5	—	17	13	23 21,5
Febr.	1	4	45	57	—	22	22	11 1
—	6	13	33	36,5	—	28	6	58 40,5
—	11	22	21	16	Aug.	2	15	46 20
—	17	7	8	55,5	—	8	0	33 59,5
—	22	15	55	35	—	13	9	21 39
—	28	0	44	14,5	—	18	18	9 18,5
März	5	9	31	54	—	24	2	56 58
—	10	18	19	33,5	—	29	11	44 37,5
—	16	3	7	13	Sept.	3	20	32 17
—	21	11	54	52,5	—	9	5	19 56,5
—	26	20	42	32	—	14	14	7 36
April	1	5	30	11,5	—	19	22	55 15,5
—	6	14	17	51	—	25	7	42 55
—	11	23	5	30,5	—	30	16	30 34,5
—	17	7	53	10	Oct.	6	1	18 14
—	22	16	40	49,5	—	11	10	5 53,5
—	28	1	28	19	—	16	18	53 33
Mai	3	10	16	8,5	—	22	3	41 12,5
—	8	19	3	48	—	27	12	28 52
—	14	3	51	27,5	Nov.	1	21	16 31,5
—	19	12	39	7	—	7	6	4 11
—	24	21	26	46,5	—	12	14	51 50,5
—	30	6	14	26	—	17	23	39 30
Juni	4	15	2	5,5	—	23	8	27 9,5
—	9	23	49	45	—	28	17	14 49
—	15	8	37	24,5	Dec.	4	2ʰ	2′ 28″5
—					—	9	10	50 8
—					—	14	19	37 47,5
Dec.	20	4ʰ	26′	27″				
—	25	18	13	6,5				
—	30	22	0	46				

Nach dem Februar der Schaltjahre wird von der Epoche 1 Tag abgezogen.

Taf. III. Lichtveränderung.

Zeit.	Gröfse.	Zeit.	Gröfse.	Zeit.	Gröfse.	Zeit.	Gröfse.
0ᵀ 0ʰ	2,8	1ᵀ 9ʰ	10,1	2ᵀ 18ʰ	8,2	4ᵀ 3ʰ	4,5
1	2,8	10	10,3	19	8,1	4	4,5
2	2,8	11	10,4	20	8,0	5	4,4
3	2,8	12	10,5	21	7,9	6	4,3
4	2,9	13	10,6	22	7,8	7	4,2
5	3,0	14	10,7	23	7,7	8	4,1
6	3,0	15	10,7	3 0	7,6	9	4,1
7	3,1	16	10,6	1	7,4	10	4,0
8	3,2	17	10,5	2	7,3	11	3,9
9	3,3	18	10,3	3	7,1	12	3,8
10	3,4	19	10,1	4	6,9	13	3,7
11	3,6	20	9,9	5	6,8	14	3,7
12	3,8	21	9,6	6	6,6	15	3,6
13	4,0	22	9,4	7	6,5	16	3,5
14	4,2	23	9,2	8	6,3	17	3,4
15	4,4	2 0	9,0	9	6,2	18	3,4
16	4,7	1	8,9	10	6,0	19	3,3
17	5,0	2	8,7	11	5,9	20	3,3
18	5,3	3	8,6	12	5,8	21	3,2
19	5,6	4	8,6	13	5,7	22	3,2
20	6,0	5	8,5	14	5,6	23	3,1
21	6,3	6	8,5	15	5,5	5 0	3,1
22	6,7	7	8,4	16	5,4	1	3,0
23	7,1	8	8,4	17	5,4	2	3,0
1 0	7,4	9	8,4	18	5,3	3	2,9
1	7,8	10	8,4	19	5,2	4	2,9
2	8,2	11	8,4	20	5,1	5	2,9
3	8,5	12	8,4	21	5,0	6	2,8
4	8,8	13	8,4	22	5,0	7	2,8
5	9,1	14	8,4	23	4,9	8	2,8
6	9,4	15	8,3	4 0	4,8	9	2,8
7	9,7	16	8,3	1	4,7		
8	9,9	17	8,3	2	4,6		

Helligkeit der Vergleichungssterne: $\zeta = 11{,}4$; $\iota = 10{,}8$; $\xi = 8{,}0$; $\kappa = 2{,}0$; 7 Lacertæ $= 7{,}1$.

Digitized by Google

Taf. IV. Vielfache der Perioden.

1	$5^{d}\ 8^{h}47'39''5$	100	$536^{T}15^{h}26'50''$
2	10 17 35 19	200	1073 6 51 40
3	16 2 22 58,5	300	1609 22 17 30
4	21 11 10 38	400	2146 13 43 20
5	26 19 58 17,5	500	2683 5 9 10
6	32 4 45 57	600	3219 20 35 0
7	37 12 33 36,5	700	3756 12 0 50
8	42 22 21 16	800	4293 3 26 40
9	48 7 8 55,5	900	4829 18 52 30
10	53 15 56 35	1000	5366 10 18 20
20	107 7 53 10	2000	10732 20 36 40
30	160 23 49 45	3000	16099 6 55 0
40	214 15 46 20	4000	21465 17 13 20
50	268 7 42 55	5000	26832 3 31 40
60	321 23 39 30	6000	32198 13 50 0
70	375 15 36 5	7000	37565 0 8 20
80	429 7 32 40	8000	42931 10 26 40
90	482 23 29 15	9000	48297 20 45 0

Taf. V. Uebereinstimmung der Jahre mit den Perioden.

Gemeinjahre von 365 Tagen.

1^{J}	$68^{P}\ 0^{T}\ 1^{h}59'14''$	20^{J}	$1360^{T}\ 1^{T}15^{h}44'40$		
2	136 0 3 58 28	30	2040 2 11 37 0		
3	204 0 5, 57 42	40	2720 3 7 29 20		
4	272 0 7 56 56	50	3400 4 3 21 40		
5	340 0 9 56 10	60	4080 4 23 14 0		
6	408 0 11 55, 24	70	4761 0 10 18 40,5		
7	476 0 13 54 38	80	5441 1 6 11 0,5		
8	544 0 15 53 52	90	6121 2 2 3 20,5		
9	612 0 17 53 5	100	5801 2 21 55 40,5		
10	680 0 19 52 20	200	13603 0 11 3 41,5		

Tafeln für den Lichtwechsel von β Lyrae. Mittlere Zeit $19^{t}5^{m}5$ östlich von Paris.

Taf. I. Absolute Minima zu Anfang der Jahre.

1832	$4^{T}0^{h}21'46''$	1841	$8^{T}13^{h}19'16''$
1835	2 1 29 36	1842	5 2 7 55
1840	0 2 37 26	1843	1 14 56 36
		1844	$10^{T}23^{h}\ 1'\ 0''$
		1845	6 11 49 40
		1846	3 0 38 20

Taf. II. Epochen der Tage des Jahres.

Jan. 0	$0^{h}\ 0'\ 0''$	Juli 12	$15^{h}17'30''$
— 12	21 53 10	— 25	14 10 40
— 15	19 46 20	Aug. 7	12 3 50
Febr. 7	17 39 30	— 20	9 57 0
— 20	15 32 40	Sept. 2	7 50 10
März 5	13 25 50	— 15	5 43 20
— 18	11 19 0	— 28	3 36 30
— 31	9 12 10	Oct. 11	1 29 40
April 13	7 5 20	— 23	23 22 50
— 26	4 58 30	Nov. 5	21 16 0
Mai 9	2 51 40	— 18	19 9 10
— 22	0 44 50	Dec. 1	17 2 20
Juni 3	22 38 0	— 14	14 55 30
— 16	20 31 10	— 27	12 48 40
— 29	18 24 20		

Nach dem Februar der Schaltjahre wird von der Epoche 1 Tag abgezogen.

Taf. III. Lichtveränderung.

Zeit.	Größe.	Zeit.	Größe.	Zeit.	Größe.	Zeit.	Größe.
$0^{T}\ 0^{h}$	2,9	$2^{T}10^{h}$	12,2	$4^{T}20^{h}$	9,6	$7^{T}\ 6^{h}$	9,6
1	2,9	11	12,2	21	9,6	7	9,8
2	2,9	12	12,2	22	9,6	8	9,9
3	3,0	13	12,3	23	9,4	9	10,1
4	3,0	14	12,3	5 0	9,3	10	10,2
5	3,1	15	12,3	1	9,3	11	10,4
6	3,1	16	12,4	2	9,2	12	10,5
7	3,2	17	12,4	3	9,2	13	10,6
8	3,3	18	12,4	4	9,1	14	10,7
9	3,4	19	12,4	5	9,1	15	10,8
10	3,6	20	12,5	6	9,0	16	10,9
11	3,8	21	12,5	7	9,0	17	10,9
12	4,0	22	12,5	8	9,0	18	11,0
13	4,4	23	12,5	9	8,9	19	11,1
14	4,8	3 0	12,5	10	8,9	20	11,2
15	5,2	1	12,5	11	8,9	21	11,2
16	5,6	2	12,5	12	8,8	22	11,3
17	6,0	3	12,4	13	8,8	23	11,3
18	6,4	4	12,4	14	8,8	8 0	11,4
19	6,8	5	12,4	15	8,7	1	11,4
20	7,2	6	12,3	16	8,7	2	11,5
21	7,6	7	12,3	17	8,7	3	11,5
22	7,9	8	12,2	18	8,6	4	11,5
23	8,2	9	12,2	19	8,6	5	11,6
1 0	8,5	10	12,1	20	8,6	6	11,6
1	8,7	11	12,1	21	8,6	7	11,7
2	8,9	12	12,0	22	8,6	8	11,7
3	9,1	13	11,9	23	8,5	9	11,7
4	9,3	14	11,9	6 0	8,5	10	11,7
5	9,5	15	11,8	1	8,5	11	11,8
6	9,7	16	11,7	2	8,5	12	11,8
7	9,9	17	11,6	3	8,5	13	11,8
8	10,0	18	11,5	4	8,5	14	11,8
9	10,2	19	11,5	5	8,5	15	11,8
10	10,3	20	11,4	6	8,5	16	11,9
11	10,5	21	11,3	7	8,5	17	11,9
12	10,6	22	11,2	8	8,4	18	11,9
13	10,7	23	11,1	9	8,4	19	11,9
14	10,8	4 0	11,0	10	8,4	20	11,9
15	10,9	1	10,9	11	8,4	21	11,9
16	11,0	2	10,8	12	8,4	22	11,9
17	11,1	3	10,7	13	8,5	23	11,9
18	11,2	4	10,6	14	8,5	9 0	11,9
19	11,3	5	10,6	15	8,5	1	11,9
20	11,4	6	10,5	16	8,5	2	12,0
21	11,4	7	10,4	17	8,5	3	12,0
22	11,5	8	10,3	18	8,6	4	11,9
23	11,6	9	10,3	19	8,6	5	11,9
2 0	11,6	10	10,2	20	8,6	6	11,9
1	11,7	11	10,1	21	8,7	7	11,9
2	11,8	12	10,1	22	8,7	8	11,9
3	11,8	13	10,0	23	8,8	9	11,9
4	11,9	14	9,9	7 0	8,9	10	11,9
5	11,9	15	9,9	1	9,0	11	11,9
6	12,0	16	9,8	2	9,1	12	11,8
7	12,0	17	9,7	3	9,2	13	11,9
8	12,1	18	9,7	4	9,3	14	11,9
9	12,1	19	9,6	5	9,4	15	11,8

Digitized by Google

Zeit.	Gröfse.	Zeit.	Gröfse.	Zeit.	Gröfse.	Zeit.	Gröfse.
9ᵀ 16ʰ	11,8	10ᵀ 12ʰ	11,2	11ᵀ 8ʰ	9,9	12ᵀ 4ʰ	5,0
17	11,8	13	11,2	9	9,8	5	4,8
18	11,8	14	11,1	10	9,7	6	4,6
19	11,8	15	11,1	11	9,6	7	4,3
20	11,7	16	11,0	12	9,4	8	4,1
21	11,7	17	11,0	13	9,2	9	3,9
22	11,7	18	10,9	14	9,0	10	3,7
23	11,7	19	10,9	15	8,8	11	3,6
10 0	11,6	20	10,8	16	8,5	12	3,5
1	11,6	21	10,8	17	8,3	13	3,3
2	11,6	22	10,7	18	8,0	14	3,2
3	11,5	23	10,7	19	7,7	15	3,1
4	11,5	11 0	10,6	20	7,4	16	3,1
5	11,5	1	10,5	21	7,1	17	3,0
6	11,4	2	10,4	22	6,8	18	3,0
7	11,4	3	10,4	23	6,4	19	2,9
8	11,3	4	10,3	12 0	6,1	20	2,9
9	11,3	5	10,2	1	5,8	21	2,9
10	11,3	6	10,1	2	5,5	22	2,9
11	11,2	7	10,0	3	5,3		

Helligkeit der Vergleichungssterne: $\gamma = 12{,}7$; $\varepsilon = 4{,}8$; $\zeta = 3{,}2$; $\delta = 2{,}0$; o Herculis $= 7{,}6$.

Tafeln für den Lichtwechsel von η Aquilæ. Mittlere Zeit 19′ 5″5 östlich von Paris.

Taf. I. Minima zu Anfang der Jahre.

1783	3ᵀ	15ʰ	7′	15″	1806	7ᵀ	2ʰ	4′	38″	1829	2ᵀ	8ʰ	48′	8″
1784	4	14	56	18	1807	0	21	38	48	1830	3	8	36	11
1785	4	14	43	21	1808	1	21	26	51	1831	4	8	24	14
1786	5	14	31	24	1809	1	21	14	54	1832	5	8	12	17
1787	6	14	19	27	1810	2	21	2	57	1833	5	8	0	20
1788	0	9	53	37	1811	3	20	51	0	1834	6	7	48	23
1789	0	9	41	40	1812	4	20	39	3	1835	0	3	22	33
1790	1	9	29	43	1813	4	20	27	6	1836	1	3	10	36
1791	2	9	17	46	1814	5	20	16	9	1837	1	2	58	39
1792	3	9	5	49	1815	6	20	3	12	1838	2	2	46	42
1793	3	8	53	52	1816	0	15	37	22	1839	3	2	34	45
1794	4	8	41	55	1817	0	15	25	25	1840	4	2	22	48
1795	5	8	29	58	1818	1	15	13	28	1841	4	2	10	51
1796	6	8	18	1	1819	2	15	1	31	1842	5	1	58	54
1797	6	8	6	4	1820	3	14	49	34	1843	6	1	46	57
1798	0	3	40	14	1821	3	14	37	37	1844	7	1	35	0
1799	1	3	28	17	1822	4	14	25	40	1845	7	1	23	3
1800	2	3	16	20	1823	5	14	13	43	1846	0	20	57	13
1801	3	3	4	23	1824	6	14	1	46	1847	1	20	45	16
1802	4	2	52	26	1825	6	13	49	49	1848	2	20	33	19
1803	6	2	40	29	1826	0	9	23	59	1849	2	20	21	22
1804	6	2	28	32	1827	1	9	12	2	1850	3	20	9	25
1805	6	2	16	36	1828	2	9	0	5	1851	4	19	57	28

Taf. II. Epochen der Tage des Jahres.

Jan.	0	0ʰ	0′	0″	Febr.	19	5ʰ	37′	11″	April	10	11ʰ	14′	22″
—	7	4	13	53	—	26	9	51	4	—	17	15	28	15
—	14	8	27	46	März	5	14	4	57	—	24	19	42	8
—	21	12	41	39	—	12	18	18	50	Mai	1	23	56	1
—	28	16	55	32	—	19	22	32	43	—	9	4	9	64
Febr.	4	21	9	25	—	27	2	46	36	—	16	8	23	47
—	12	1	23	18	April	3	7	0	29	—	23	12	37	40
Mai	30	16ʰ	51′	33″	Aug.	10	11ʰ	10′	23″	Oct.	21	5ʰ	29′	15″
Juni	6	21	5	26	—	17	15	24	16	—	28	9	43	6
—	14	1	19	19	—	24	19	38	9	Nov.	4	13	56	59
—	21	5	33	12	—	31	23	52	2	—	11	18	10	52
—	28	9	47	5	Sept.	8	4	5	55	—	18	22	24	45
Juli	5	14	0	58	—	15	8	19	48	—	26	2	38	38
—	12	18	14	51	—	22	12	33	41	Dec.	3	6	52	31
—	19	22	28	44	—	29	16	47	34	—	10	11	6	24
—	27	2	42	37	Oct.	6	21	1	27	—	17	15	20	17
Aug.	3	6	56	30	—	14	1	15	20	—	24	19	34	10

Nach dem Februar der Schaltjahre wird 1 Tag von der Epoche abgezogen.

Taf. III. Lichtveränderung.

Zeit.	Gröfse.	Zeit.	Gröfse.	Zeit.	Gröfse.	Zeit.	Gröfse.
0ᵀ 0ʰ	1,2	1ᵀ 20ʰ	9,8	3ᵀ 16ʰ	8,3	5ᵀ 12ʰ	5,3
1	1,2	21	10,0	17	8,2	13	5,2
2	1,2	22	10,2	18	8,2	14	5,0
3	1,3	23	10,4	19	8,1	15	4,9
4	1,4	2 0	10,6	20	8,0	16	4,8
5	1,5	1	10,7	21	8,0	17	4,6
6	1,6	2	10,9	22	7,9	18	4,5
7	1,7	3	11,0	23	7,8	19	4,3
8	1,9	4	11,1	4 0	7,8	20	4,2
9	2,1	5	11,2	1	7,7	21	4,1
10	2,3	6	11,3	2	7,7	22	3,9
11	2,5	7	11,4	3	7,6	23	3,8
12	2,7	8	11,4	4	7,6	6 0	3,7
13	2,9	9	11,4	6	7,5	1	3,6
14	3,1	10	11,4	6	7,5	2	3,6
15	3,3	11	11,4	7	7,4	3	3,3
16	3,5	12	11,3	8	7,3	4	3,2
17	3,8	13	11,3	9	7,3	5	3,1
18	4,0	14	11,2	10	7,3	5	3,0
19	4,2	15	11,1	11	7,2	7	2,9
20	4,4	16	11,0	12	7,2	8	2,8
21	4,6	17	10,9	13	7,1	9	2,7
22	4,9	18	10,8	14	7,1	10	2,6
23	5,1	19	10,7	15	7,0	11	2,4
1 0	5,3	20	10,6	15	7,0	12	2,3
1	5,5	21	10,5	17	6,9	13	2,2
2	5,8	22	10,3	18	6,9	14	2,1
3	6,0	23	10,2	19	6,8	15	2,0
4	6,2	3 0	10,1	20	6,8	16	1,9
5	6,4	1	9,9	21	6,7	17	1,9
6	6,7	2	9,8	22	6,7	18	1,8
7	6,9	3	9,7	23	6,6	19	1,7
8	7,1	4	9,6	5 0	6,5	20	1,6
9	7,4	5	9,5	1	6,5	21	1,5
10	7,6	6	9,3	2	6,4	22	1,5
11	7,8	7	9,2	3	6,3	23	1,4
12	8,1	8	9,1	4	6,3	7 0	1,3
13	8,3	9	9,0	5	6,2	1	1,3
14	8,5	10	8,9	6	6,1	2	1,2
15	8,7	11	8,8	7	6,0	3	1,2
16	9,0	12	8,7	8	5,9	4	1,2
17	9,2	13	8,6	9	5,8	6	1,2
18	9,4	14	8,5	10	5,6		
19	9,6	15	8,4	11	5,5		

Helligkeit der Vergleichungssterne: $\delta = 13{,}3$; $\beta = 8$; $\varepsilon = 6$; $\iota = 3$; $\mu = -1{,}4$; $\nu = -2{,}4$.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 456.

Versuch einer neuen Methode, die Bahnen der Cometen zu berechnen.

Von Herrn Professor Dr. *Grunert* in Greifswald.

(Beschluss.)

§. 7.

Diese Gleichung reducirt sich auf den ersten Grad, wenn man sich noch eine zweite nur näherungsweise richtige Voraussetzung gestattet, nämlich die Voraussetzung, dass auch die Bogen, welche die Grade zwischen der ersten und zweiten, und zwischen der zweiten und dritten Beobachtung beschreibt, gerade Linien sind, oder dass die Sehne zwischen dem ersten und dritten Orte der Erde von dem nach dem zweiten oder mittlern Orte der Erde gezogenen Radius Vector derselben im Verhältnifs der Zwischenzeiten zwischen der ersten und zweiten und zwischen der zweiten und dritten Beobachtung geschnitten wird.

Bezeichnen wir die Coordinaten der Erde im Systeme der x, y, z, so wie dieselben der ersten, zweiten und dritten Beobachtung entsprechen, durch ξ, η, ζ; ξ', η', ζ'; ξ'', η'', ζ'';

$$\left\{\xi - \xi'\frac{\xi(\eta-\eta'')-\eta(\xi-\xi'')}{\xi'(\eta-\eta'')-\eta'(\xi-\xi'')}\right\}^2 + \left\{\eta - \eta'\frac{\xi(\eta-\eta'')-\eta(\xi-\xi'')}{\xi'(\eta-\eta'')-\eta'(\xi-\xi'')}\right\}^2$$
$$+\left\{\xi''-\xi\frac{\xi(\eta-\eta'')-\eta(\xi-\xi'')}{\xi'(\eta-\eta'')-\eta'(\xi-\xi'')}\right\}^2 + \left\{\eta''-\eta'\frac{\xi(\eta-\eta'')-\eta(\xi-\xi'')}{\xi'(\eta-\eta'')-\eta'(\xi-\xi'')}\right\}^2$$
$$= (t'-t)^2:(t''-t')^2,$$

und folglich nach einigen leichten Reductionen

$$(\xi\eta'-\xi'\eta)^2:(\xi'\eta''-\xi''\eta')^2 = (t'-t)^2:(t''-t')^2,$$

oder

$$\left(\frac{\xi\eta'-\xi'\eta}{\xi'\eta''-\xi''\eta'}\right)^2 = \left(\frac{t'-t}{t''-t'}\right)^2,$$

also

$$\frac{\xi\eta'-\xi'\eta}{\xi'\eta''-\xi''\eta'} = \pm\frac{t'-t}{t''-t'}.$$

Dafs aber in dieser Gleichung das obere Zeichen genommen, und folglich

$$(60)\ldots\ldots\ldots\ldots\frac{\xi\eta'-\xi'\eta}{\xi'\eta''-\xi''\eta'} = \frac{t'-t}{t''-t'}$$

gesetzt werden mufs, kann ganz auf dieselbe Art wie im vorigen Paragraphen in einem ähnlichen Falle gezeigt werden.

so ist die Gleichung der Sehne zwischen dem ersten und dritten Orte der Erde

$$\gamma-\eta = \frac{\eta-\eta''}{\xi-\xi''}(x-\xi),$$

und die Gleichung des mittlern Radius Vector ist

$$y = \frac{\eta'}{\xi'}x.$$

Sind nun x, y die Coordinaten des Durchschnittspunkts dieser beiden Linien; so erhält man mittelst der beiden vorhergehenden Gleichungen für x und y leicht die folgenden Ausdrücke:

$$x = \xi'\frac{\xi(\eta-\eta'')-\eta(\xi-\xi'')}{\xi'(\eta-\eta'')-\eta'(\xi-\xi'')},$$

$$y = \eta'\frac{\xi(\eta-\eta'')-\eta(\xi-\xi'')}{\xi'(\eta-\eta'')-\eta'(\xi-\xi'')},$$

und unter den gemachten Voraussetzungen hat man die Proportion

$$\left\{\xi-\xi'\frac{\xi(\eta-\eta'')-\eta(\xi-\xi'')}{\xi'(\eta-\eta'')-\eta'(\xi-\xi'')}\right\}^2 + \left\{\eta-\eta'\frac{\xi(\eta-\eta'')-\eta(\xi-\xi'')}{\xi'(\eta-\eta'')-\eta'(\xi-\xi'')}\right\}^2$$
$$:\left\{x-\xi'\frac{\xi(\eta-\eta'')-\eta(\xi-\xi'')}{\xi'(\eta-\eta'')-\eta'(\xi-\xi'')}\right\}^2 + \left\{y-\eta'\frac{\xi(\eta-\eta'')-\eta(\xi-\xi'')}{\xi'(\eta-\eta'')-\eta'(\xi-\xi'')}\right\}^2$$
$$= (t'-t)^2:(t''-t')^2.$$

Aus den Gleichungen (11) erhält man nun durch eine ganz einfache Betrachtung

$$\begin{aligned} 0 &= R\cos\Theta+\xi, & 0 &= R\sin\Theta+\eta;\\ 0 &= R'\cos\Theta'+\xi', & 0 &= R'\sin\Theta'+\eta';\\ 0 &= R''\cos\Theta''+\xi'', & 0 &= R''\sin\Theta''+\eta'';\end{aligned}$$

und folglich

$$\begin{aligned} \xi &= -R\cos\Theta, & \eta &= -R\sin\Theta;\\ \xi' &= -R'\cos\Theta', & \eta' &= -R'\sin\Theta';\\ \xi'' &= -R''\cos\Theta'', & \eta'' &= -R''\sin\Theta'';\end{aligned}$$

also nach (60), wie man leicht findet:

$$\frac{R\sin(\Theta-\Theta')}{R'\sin(\Theta'-\Theta'')} = \frac{t'-t}{t''-t'}\ldots\ldots\ldots\ldots(61)$$

oder

$$\sin(\Theta-\Theta'):\sin(\Theta'-\Theta'') = \frac{t'-t}{R}:\frac{t''-t'}{R''}\ldots\ldots(62)$$

Aus der Vergleichung dieser Proportion mit der Proportion (57) ergiebt sich die Proportion

$$\sin(\Theta'-\varphi)\{\sin(\Theta-\alpha)\cot\beta\cos\varphi+\cos\Theta\cot i\}-\sin(\Theta-\varphi)\{\sin(\Theta'-\alpha')\cot\beta'\cos\varphi+\cos\Theta'\cot i\}$$
$$\sin(\Theta''-\varphi)\{\sin(\Theta'-\alpha')\cot\beta'\cos\varphi+\cos\Theta'\cot i\}-\sin(\Theta'-\varphi)\{\sin(\Theta''-\alpha'')\cot\beta''\cos\varphi+\cos\Theta''\cot i\}$$
$$\cot\beta\sin(\alpha-\varphi)-\cot i = \sin(\Theta-\Theta'):\sin(\Theta'-\Theta''),$$
$$\cot\beta''\sin(\alpha''-\varphi)-\cot i$$

Digitized by Google

und diese Proportion führt ferner sogleich zu der Gleichung

$$\begin{aligned}\sin(\Theta-\Theta')\{\cot\beta\,\sin(\alpha-\varphi)-\cot i\}&\left\{\begin{matrix}\sin(\Theta''-\varphi)[\sin(\Theta'-\alpha')\cot\beta'\cos\varphi+\cos\Theta'\cot i]\\-\sin(\Theta'-\varphi)[\sin(\Theta''-\alpha'')\cot\beta''\cos\varphi+\cos\Theta''\cot i]\end{matrix}\right\}\\=\sin(\Theta'-\Theta'')\{\cot\beta''\sin(\alpha''-\varphi)-\cot i\}&\left\{\begin{matrix}\sin(\Theta'-\varphi)[\sin(\Theta-\alpha)\cot\beta\cos\varphi+\cos\Theta\cot i]\\-\sin(\Theta-\varphi)[\sin(\Theta'-\alpha')\cot\beta'\cos\varphi+\cos\Theta'\cot i]\end{matrix}\right\}\end{aligned}$$

Weil, wie man leicht findet,

$$\sin(\Theta-\Theta')\sin(\Theta''-\varphi)+\sin(\Theta'-\Theta'')\sin(\Theta-\varphi)=-\sin(\Theta''-\Theta)\sin(\Theta'-\varphi)$$

ist; so erhält man aus der obigen Gleichung ohne Schwierigkeit die Gleichung

$$\begin{aligned}0=&\sin(\Theta'-\Theta'')\sin(\Theta'-\varphi)\{\sin(\Theta-\alpha)\cot\beta\cos\varphi+\cos\Theta\cot i\}\cot i\\&+\sin(\Theta''-\Theta)\sin(\Theta'-\varphi)\{\sin(\Theta'-\alpha')\cot\beta'\cos\varphi+\cos\Theta'\cot i\}\cot i\\&+\sin(\Theta-\Theta')\sin(\Theta'-\varphi)\{\sin(\Theta''-\alpha'')\cot\beta''\cos\varphi+\cos\Theta''\cot i\}\cot i\\&+\cot\beta\sin(\Theta-\Theta')\sin(\alpha-\varphi)\left\{\begin{matrix}\sin(\Theta''-\varphi)[\sin(\Theta'-\alpha')\cot\beta'\cos\varphi+\cos\Theta'\cot i]\\-\sin(\Theta'-\varphi)[\sin(\Theta''-\alpha'')\cot\beta''\cos\varphi+\cos\Theta''\cot i]\end{matrix}\right\}\\&+\cot\beta''\sin(\Theta'-\Theta'')\sin(\alpha''-\varphi)\left\{\begin{matrix}\sin(\Theta-\varphi)[\sin(\Theta'-\alpha')\cot\beta'\cos\varphi+\cos\Theta'\cot i]\\-\sin(\Theta'-\varphi)[\sin(\Theta-\alpha)\cot\beta\cos\varphi+\cos\Theta\cot i]\end{matrix}\right\}\end{aligned}$$

Weil nun aber, wie man mittelst einer bekannten goniometrischen Formel ohne Schwierigkeit findet,

$$\cos\Theta\sin(\Theta'-\Theta'')+\cos\Theta'\sin(\Theta''-\Theta)+\cos\Theta''\sin(\Theta-\Theta')=0$$

ist, so nimmt die vorhergehende Gleichung die folgende einfachere Gestalt an:

$$\begin{aligned}0=&\left\{\begin{matrix}\cot\beta\sin(\Theta-\alpha)\sin(\Theta'-\Theta'')\\+\cot\beta'\sin(\Theta'-\alpha')\sin(\Theta''-\Theta)\\+\cot\beta''\sin(\Theta''-\alpha'')\sin(\Theta-\Theta')\end{matrix}\right\}\cos\varphi\sin(\Theta'-\varphi)\cot i\\&+\cot\beta\sin(\Theta-\Theta')\sin(\alpha-\varphi)\{\cos\Theta'\sin(\Theta''-\varphi)-\cos\Theta''\sin(\Theta'-\varphi)\}\cot i\\&+\cot\beta''\sin(\Theta'-\Theta'')\sin(\alpha''-\varphi)\{\cos\Theta'\sin(\Theta-\varphi)-\cos\Theta\sin(\Theta'-\varphi)\}\cot i\\&+\cot\beta\sin(\Theta-\Theta')\sin(\alpha-\varphi)\left\{\begin{matrix}\cot\beta'\sin(\Theta'-\alpha')\sin(\Theta''-\varphi)\\-\cot\beta''\sin(\Theta''-\alpha'')\sin(\Theta'-\varphi)\end{matrix}\right\}\cos\varphi\\&+\cot\beta''\sin(\Theta'-\Theta'')\sin(\alpha''-\varphi)\left\{\begin{matrix}\cot\beta'\sin(\Theta'-\alpha')\sin(\Theta-\varphi)\\-\cot\beta\sin(\Theta-\alpha)\sin(\Theta'-\varphi)\end{matrix}\right\}\cos\varphi.\end{aligned}$$

Ueberlegt man nun, dafs

$$\begin{aligned}\cos\Theta'\sin(\Theta''-\varphi)-\cos\Theta''\sin(\Theta'-\varphi)&=-\sin(\Theta'-\Theta'')\cos\varphi,\\\cos\Theta'\sin(\Theta-\varphi)-\cos\Theta\sin(\Theta'-\varphi)&=\sin(\Theta-\Theta')\cos\varphi\end{aligned}$$

ist, so erhält man, wenn man zugleich durch $\cos\varphi$ dividirt, die Gleichung

$$\begin{aligned}0=&\left\{\begin{matrix}\cot\beta\sin(\Theta-\alpha)\sin(\Theta'-\Theta'')\\+\cot\beta'\sin(\Theta'-\alpha')\sin(\Theta''-\Theta)\\+\cot\beta''\sin(\Theta''-\alpha'')\sin(\Theta-\Theta')\end{matrix}\right\}\sin(\Theta'-\varphi)\cot i\\&-\sin(\Theta-\Theta')\sin(\Theta'-\Theta'')\{\cot\beta\sin(\alpha-\varphi)-\cot\beta''\sin(\alpha''-\varphi)\}\cot i\\&+\cot\beta\sin(\Theta-\Theta')\sin(\alpha-\varphi)\left\{\begin{matrix}\cot\beta'\sin(\Theta'-\alpha')\sin(\Theta''-\varphi)\\-\cot\beta''\sin(\Theta''-\alpha'')\sin(\Theta'-\varphi)\end{matrix}\right\}\\&+\cot\beta''\sin(\Theta'-\Theta'')\sin(\alpha''-\varphi)\left\{\begin{matrix}\cot\beta'\sin(\Theta'-\alpha')\sin(\Theta-\varphi)\\-\cot\beta\sin(\Theta-\alpha)\sin(\Theta'-\varphi)\end{matrix}\right\}\end{aligned}$$

Es ist aber, wie man leicht findet,

$$\begin{aligned}\sin(\Theta-\alpha)\sin(\Theta'-\varphi)-\sin(\Theta-\Theta')\sin(\alpha-\varphi)&=\sin(\Theta'-\alpha)\sin(\Theta-\varphi),\\\sin(\Theta''-\alpha'')\sin(\Theta'-\varphi)+\sin(\Theta'-\Theta'')\sin(\alpha''-\varphi)&=\sin(\Theta'-\alpha'')\sin(\Theta''-\varphi),\end{aligned}$$

und folglich

$$\begin{aligned}(63)\quad 0=&\cot\beta\sin(\Theta-\Theta')\sin(\alpha-\varphi)\left\{\begin{matrix}\cot\beta'\sin(\Theta'-\alpha')\sin(\Theta''-\varphi)\\-\cot\beta''\sin(\Theta''-\alpha'')\sin(\Theta'-\varphi)\end{matrix}\right\}\\&+\cot\beta''\sin(\Theta'-\Theta'')\sin(\alpha''-\varphi)\left\{\begin{matrix}\cot\beta'\sin(\Theta'-\alpha')\sin(\Theta-\varphi)\\-\cot\beta\sin(\Theta-\alpha)\sin(\Theta'-\varphi)\end{matrix}\right\}\\&+\left\{\begin{matrix}\cot\beta\sin(\Theta'-\alpha)\sin(\Theta'-\Theta'')\sin(\Theta-\varphi)\\+\cot\beta'\sin(\Theta'-\alpha')\sin(\Theta''-\Theta)\sin(\Theta'-\varphi)\\+\cot\beta''\sin(\Theta'-\alpha'')\sin(\Theta-\Theta')\sin(\Theta''-\varphi)\end{matrix}\right\}\cot i,\end{aligned}$$

Digitized by Google

welche Gleichung in Bezug auf $\cot i$ als unbekannte Größe vom ersten Grade ist.

§. 8.

In den in den beiden vorhergehenden Paragraphen gefundenen Gleichungen (59) und (63) sind nun noch zwei unbekannte Größen, nämlich die Größen φ und i enthalten, und diese Gleichungen reichen also zur Bestimmung dieser beiden unbekannten Größen nicht hin. Hat man aber noch drei durch kleine Zwischenzeiten getrennte Beobachtungen des Cometen, so kann man sich eine zweite ähnliche Gleichung wie (59) oder (63) bilden, und hat dann also eine zur Bestimmung der beiden in Rede stehenden unbekannten Größen hinreichende Anzahl von Gleichungen. Man sieht hieraus, daß zwei Systeme dreier durch geringe Zwischenzeiten von einander getrennter Beobachtungen, überhaupt also 6 Beobachtungen, zur näherungsweisen Bestimmung der beiden unbekannten Größen φ und i hinreichen, darf aber nicht übersehen, daß auch schon vier durch kleine Zwischenzeiten von einander getrennte Beobachtungen hinreichend sind, indem man sich aus der ersten, zweiten und dritten dieser Beobachtungen das erste, aus der zweiten, dritten und vierten Beobachtung das zweite System dreier durch kleine Zwischenzeiten von einander getrennter Beobachtungen bilden kann. Dagegen ist aber auch nicht unbeachtet zu lassen, daß die erste Methode, wenn man namentlich die beiden Systeme der drei durch kleine Zwischenzeiten von einander getrennten Beobachtungen an zwei möglichst weit von einander entfernt liegenden Stellen der Cometenbahn wählen kann, der Genauigkeit der Bestimmung der Größen φ und i sehr förderlich seyn wird.

Wenn wir nun für das erste System der drei durch geringe Zwischenzeiten von einander getrennten Beobachtungen die geocentrischen Längen und Breiten des Cometen, die Zeiten der Beobachtungen, die geocentrischen Längen der Sonne und die Vectoren der Erde durch α, α', α''; β, β', β''; t, t', t''; Θ, Θ', Θ''; R, R', R''; für das zweite System solcher Beobachtungen dieselben Größen aber durch $\alpha_{,}$, $\alpha_{,}'$, $\alpha_{,}''$; $\beta_{,}$, $\beta_{,}'$, $\beta_{,}''$; $t_{,}$, $t_{,}'$, $t_{,}''$; $\Theta_{,}$, $\Theta_{,}'$, $\Theta_{,}''$; $R_{,}$, $R_{,}'$, $R_{,}''$ bezeichnen, und

$$\frac{t'-t}{R} = \mu, \quad \frac{t''-t'}{R''} = \mu', \ldots\ldots\ldots (64)$$

so wie

$$\frac{t_{,}'-t_{,}}{R_{,}} = \mu_{,}, \quad \frac{t_{,}''-t_{,}'}{R_{,}''} = \mu_{,}' \ldots\ldots\ldots (65)$$

setzen; so haben wir nach (63) zwischen den zwei Größen φ und i die beiden folgenden Gleichungen, mittelst welcher diese beiden unbekannten Größen zu bestimmen sind:

$$\left.\begin{aligned} 0 = {} & \cot\beta \sin(\Theta-\Theta') \sin(\alpha-\varphi) \left\{\begin{matrix} \cot\beta' \sin(\Theta'-\alpha') \sin(\Theta''-\varphi) \\ -\cot\beta'' \sin(\Theta''-\alpha'') \sin(\Theta'-\varphi) \end{matrix}\right\} \\ & + \cot\beta'' \sin(\Theta'-\Theta'') \sin(\alpha''-\varphi) \left\{\begin{matrix} \cot\beta' \sin(\Theta'-\alpha') \sin(\Theta-\varphi) \\ -\cot\beta \sin(\Theta-\alpha) \sin(\Theta'-\varphi) \end{matrix}\right\} \\ & + \left\{\begin{matrix} \cot\beta \sin(\Theta'-\alpha) \sin(\Theta'-\Theta'') \sin(\Theta-\varphi) \\ + \cot\beta' \sin(\Theta'-\alpha') \sin(\Theta''-\Theta) \sin(\Theta'-\varphi) \\ + \cot\beta'' \sin(\Theta'-\alpha'') \sin(\Theta-\Theta') \sin(\Theta''-\varphi) \end{matrix}\right\} \cot i \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (66)$$

und

$$\left.\begin{aligned} 0 = {} & \cot\beta_{,} \sin(\Theta_{,}-\Theta_{,}') \sin(\alpha_{,}-\varphi) \left\{\begin{matrix} \cot\beta_{,}' \sin(\Theta_{,}'-\alpha_{,}') \sin(\Theta_{,}''-\varphi) \\ -\cot\beta_{,}'' \sin(\Theta_{,}''-\alpha_{,}'') \sin(\Theta_{,}'-\varphi) \end{matrix}\right\} \\ & + \cot\beta_{,}'' \sin(\Theta_{,}'-\Theta_{,}'') \sin(\alpha_{,}''-\varphi) \left\{\begin{matrix} \cot\beta_{,}' \sin(\Theta_{,}'-\alpha_{,}') \sin(\Theta_{,}-\varphi) \\ -\cot\beta_{,} \sin(\Theta_{,}-\alpha_{,}) \sin(\Theta_{,}'-\varphi) \end{matrix}\right\} \\ & + \left\{\begin{matrix} \cot\beta_{,} \sin(\Theta_{,}'-\alpha_{,}) \sin(\Theta_{,}'-\Theta_{,}'') \sin(\Theta_{,}-\varphi) \\ + \cot\beta_{,}' \sin(\Theta_{,}'-\alpha_{,}') \sin(\Theta_{,}''-\Theta_{,}) \sin(\Theta_{,}'-\varphi) \\ + \cot\beta_{,}'' \sin(\Theta_{,}'-\alpha_{,}'') \sin(\Theta_{,}-\Theta_{,}') \sin(\Theta_{,}''-\varphi) \end{matrix}\right\} \cot i \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (67)$$

oder der Kürze wegen

$$P + Q\cot i = 0, \quad P_{,} + Q_{,}\cot i = 0,$$

wo die Bedeutung der Symbole P, Q und $P_{,}$, $Q_{,}$ leicht von selbst erhellen wird. Also ist

$$(68) \ldots\ldots \cot i = -\frac{P}{Q}, \quad \cot i = -\frac{P_{,}}{Q_{,}};$$

und folglich

$$(69) \ldots\ldots \frac{P}{Q} = \frac{P_{,}}{Q_{,}} \text{ oder } \frac{P}{P_{,}} = \frac{Q}{Q_{,}},$$

eine Gleichung, welche nun blofs noch die eine unbekannte Größe φ enthält. Dividirt man Zähler und Nenner des Bruchs $\frac{P}{P_{,}}$ durch $\cos\varphi^2$, Zähler und Nenner des Bruchs $\frac{Q}{Q_{,}}$ durch $\cos\varphi$, so bleibt blofs $tang\,\varphi$ als unbekannte Größe in der Gleichung, und dieselbe erhält, wenn man der Kürze wegen

$$\begin{aligned} a &= \cot\beta \cot\beta' \sin(\Theta'-\alpha') \sin(\Theta-\Theta') \\ b &= \cot\beta' \cot\beta'' \sin(\Theta'-\alpha') \sin(\Theta'-\Theta'') \\ c &= \cot\beta \cot\beta'' \sin(\Theta''-\alpha'') \sin(\Theta-\Theta') \\ d &= \cot\beta \cot\beta'' \sin(\Theta-\alpha) \sin(\Theta'-\Theta'') \\ e &= a \sin\alpha \sin\Theta'' \\ f &= a \cos\alpha \cos\Theta'' \\ g &= b \sin\alpha'' \sin\Theta \\ h &= b \cos\alpha'' \cos\Theta \\ i &= c \sin\alpha \sin\Theta' \\ k &= c \cos\alpha \cos\Theta' \end{aligned} \quad (70)$$

Digitized by Google

$$m = d \sin\alpha'' \sin\Theta'$$
$$n = d \cos\alpha'' \cos\Theta'$$
$$p = a \sin(\Theta''+\alpha)$$
$$q = b \sin(\Theta+\alpha'')$$
$$r = c \sin(\Theta'+\alpha)$$
$$s = d \sin(\Theta'+\alpha'')$$
$$A = (e+g)-(i+m)$$
$$B = (p+q)-(r+s)$$
$$C = (f+h)-(k+n)$$

und

$$a_1 = \cot\beta,\ \cot\beta_1' \sin(\Theta_1'-\alpha_1') \sin(\Theta_1-\Theta_1')$$
$$b_1 = \cot\beta_1' \cot\beta_1'' \sin(\Theta_1'-\alpha_1') \sin(\Theta_1'-\Theta_1'')$$
$$c_1 = \cot\beta_1 \cot\beta_1'' \sin(\Theta_1''-\alpha_1'') \sin(\Theta_1-\Theta_1')$$
$$d_1 = \cot\beta_1 \cot\beta_1'' \sin(\Theta_1-\alpha_1) \sin(\Theta_1'-\Theta_1'')$$
$$e_1 = a_1 \sin\alpha_1 \sin\Theta_1''$$
$$f_1 = a_1 \cos\alpha_1 \cos\Theta_1''$$
$$g_1 = b_1 \sin\alpha_1'' \sin\Theta_1$$
$$h_1 = b_1 \cos\alpha_1'' \cos\Theta_1$$
$$i_1 = c_1 \sin\alpha_1 \sin\Theta_1'$$
$$k_1 = c_1 \cos\alpha_1 \cos\Theta_1'$$
$$m_1 = d_1 \sin\alpha_1'' \sin\Theta_1'$$
$$n_1 = d_1 \cos\alpha_1'' \cos\Theta_1'$$
$$p_1 = a_1 \sin(\Theta_1''+\alpha_1)$$
$$q_1 = b_1 \sin(\Theta_1+\alpha_1'')$$
$$r_1 = c_1 \sin(\Theta_1'+\alpha_1)$$
$$s_1 = d_1 \sin(\Theta_1'+\alpha_1'')$$
$$A_1 = (e_1+g_1)-(i_1+m_1)$$
$$B_1 = (p_1+q_1)-(r_1+s_1)$$
$$C_1 = (f_1+h_1)-(k_1+n_1)$$

Ferner

$$a' = \cot\beta \sin(\Theta'-\alpha) \sin(\Theta'-\Theta'')$$
$$b' = \cot\beta' \sin(\Theta'-\alpha') \sin(\Theta''-\Theta)$$
$$c' = \cot\beta'' \sin(\Theta'-\alpha'') \sin(\Theta-\Theta')$$
$$d' = a' \sin\Theta$$
$$e' = b' \sin\Theta'$$
$$f' = c' \sin\Theta''$$
$$g' = a' \cos\Theta$$
$$h' = b' \cos\Theta'$$
$$i' = c' \cos\Theta''$$
$$A' = d'+e'+f'$$
$$B' = g'+h'+i'$$

und

$$a_1' = \cot\beta_1 \sin(\Theta_1'-\alpha_1) \sin(\Theta_1'-\Theta_1'')$$
$$b_1' = \cot\beta_1' \sin(\Theta_1'-\alpha_1') \sin(\Theta_1''-\Theta_1)$$
$$c_1' = \cot\beta_1'' \sin(\Theta_1'-\alpha_1'') \sin(\Theta_1-\Theta_1')$$
$$d_1' = a_1' \sin\Theta_1$$
$$e_1' = b_1' \sin\Theta_1'$$
$$f_1' = c_1' \sin\Theta_1''$$
$$g_1' = a_1' \cos\Theta_1$$
$$h_1' = b_1' \cos\Theta_1'$$
$$i_1' = c_1' \cos\Theta_1''$$
$$A_1' = d_1'+e_1'+f_1'$$
$$B_1' = g_1'+h_1'+i_1'$$

setzt, die Gestalt

$$\frac{A-B\,tang\,\varphi+C\,tang\,\varphi^2}{A_1-B_1\,tang\,\varphi+C_1\,tang\,\varphi^2} = \frac{A'-B'\,tang\,\varphi}{A_1'-B_1'\,tang\,\varphi} \quad \ldots\ldots (70)$$

oder nach gehöriger Entwickelung die Gestalt

$$\left.\begin{aligned} 0 = {} & (B'C_1'-C'B_1')\ tang\,\varphi^3 \\ & +\{(B'B_1'-B'B_1')+(CA_1'-A'C_1')\}\ tang\,\varphi^2 \\ & +(A'B_1'-B'A_1')\ tang\,\varphi \\ & +A'A_1'-A'A_1', \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (71)$$

welche Gleichung in Bezug auf $tang\,\varphi$ als unbekannte Gröfse eine gewöhnliche Gleichung des dritten Grades ist. Hat man mittelst dieser Gleichung φ gefunden, so kann i mittelst eines der beiden Ausdrücke (68) berechnet werden.

Die hier entwickelte Methode zur näherungsweisen Bestimmung der Gröfsen φ und i betrachtet auch die von der Erde zwischen den einzelnen Beobachtungen in den beiden Systemen dreier durch geringe Zwischenzeiten von einander getrennter Beobachtungen beschriebenen Bogen als gerade Linien, indem die Gröfsen φ und i, wenn man sich diese Voraussetzung nicht gestatten wollte, nicht aus den beiden Gleichungen (66) und (67), sondern vielmehr aus den beiden folgenden, aus (59) sich ergebenden Gleichungen bestimmt werden müfsten:

$$(72)\ldots 0 = \left\{\begin{aligned} & \{\mu \sin(\Theta'-\Theta'') - \mu' \sin(\Theta-\Theta')\} \cot i^2 \\ & -\left\{\begin{aligned} & \mu[\cot\beta \sin(\Theta'-\Theta'') \sin(\alpha-\varphi) + \cot\beta' \sin(\Theta'-\alpha') \sin(\Theta''-\varphi) - \cot\beta'' \sin(\Theta''-\alpha'') \sin(\Theta'-\varphi)] \\ & -\mu'[\cot\beta'' \sin(\Theta-\Theta') \sin(\alpha''-\varphi) + \cot\beta \sin(\Theta-\alpha) \sin(\Theta'-\varphi) - \cot\beta' \sin(\Theta'-\alpha') \sin(\Theta-\varphi)] \end{aligned}\right\} \cot i \\ & +\mu \cot\beta \sin(\alpha-\varphi)\{\cot\beta' \sin(\Theta'-\alpha') \sin(\Theta''-\varphi) - \cot\beta'' \sin(\Theta''-\alpha'') \sin(\Theta'-\varphi)\} \\ & -\mu' \cot\beta'' \sin(\alpha''-\varphi)\{\cot\beta \sin(\Theta-\alpha) \sin(\Theta'-\varphi) - \cot\beta' \sin(\Theta'-\alpha') \sin(\Theta-\varphi)\} \end{aligned}\right.$$

und

$$(73)\ldots 0 = \left\{\begin{aligned} & \{\mu_1 \sin(\Theta_1'-\Theta_1'') - \mu_1' \sin(\Theta_1-\Theta_1')\} \cot i^2 \\ & -\left\{\begin{aligned} & \mu_1[\cot\beta_1 \sin(\Theta_1'-\Theta_1'') \sin(\alpha_1-\varphi) + \cot\beta_1' \sin(\Theta_1'-\alpha_1') \sin(\Theta_1''-\varphi) - \cot\beta_1'' \sin(\Theta_1''-\alpha_1'') \sin(\Theta_1'-\varphi)] \\ & -\mu_1'[\cot\beta_1'' \sin(\Theta_1-\Theta_1') \sin(\alpha_1''-\varphi) + \cot\beta_1 \sin(\Theta_1-\alpha_1) \sin(\Theta_1'-\varphi) - \cot\beta_1' \sin(\Theta_1'-\alpha_1') \sin(\Theta_1-\varphi)] \end{aligned}\right\} \cot i \\ & +\mu_1 \cot\beta_1 \sin(\alpha_1-\varphi)\{\cot\beta_1' \sin(\Theta_1'-\alpha_1') \sin(\Theta_1''-\varphi) - \cot\beta_1'' \sin(\Theta_1''-\alpha_1'') \sin(\Theta_1'-\varphi)\} \\ & -\mu_1' \cot\beta_1'' \sin(\alpha_1''-\varphi)\{\cot\beta_1 \sin(\Theta_1-\alpha_1) \sin(\Theta_1'-\varphi) - \cot\beta_1' \sin(\Theta_1'-\alpha_1') \sin(\Theta_1-\varphi)\} \end{aligned}\right.$$

Digitized by Google

Wollte man aus diesen beiden Gleichungen $\cos i$ eliminiren, so würde die resultirende Gleichung in Bezug auf $\tang \varphi$ vom vierten Grade seyn, deren an sich auch keineswegs schwierige Entwickelung wir jedoch hier der Kürze wegen für jetzt übergehen wollen. Ueberdies kann man sich von der Voraussetzung der in Rede stehenden geradlinigen Bewegungen der Erde, auch ohne die beiden vorhergehenden Gleichungen unmittelbar zum Grunde zu legen, auf folgende Art wenigstens größtentheils unabhängig machen.

Wenn man nach der im Obigen vollständig entwickelten Methode einen Näherungswerth von φ gefunden hat, so bilde man sich zwei demselben benachbarte Werthe φ_1 und φ_2, für deren einen man übrigens natürlich auch den in Rede stehenden Näherungswerth von φ selbst nehmen kann. Diese beiden Werthe φ_1 und φ_2 führe man für φ in die Gleichungen (72) und (73) ein, und bestimme mittelst derselben die entsprechenden Werthe von i, welche für die Gleichung (72) respective i_1 und i_2, für die Gleichung (73) dagegen i_1' und i_2' seyn mögen, und sämmtlich offenbar nur wenig von einander verschieden seyn werden, weil φ_1 und φ_2 dem wahren Werthe von φ benachbarte Werthe, und also auch selbst nur wenig von einander verschieden sind. Die den Functionen, durch welche die Abhängigkeit der Größen i von der Größe φ vermöge der beiden Gleichungen (72) und (73) dargestellt wird, entsprechenden Curven wird man offenbar in dem kleinen Intervalle $\varphi_1 \varphi_2$ näherungsweise als zwei gerade Linien, deren Gleichungen respective

$$i = M\varphi + N \quad \text{und} \quad i = M'\varphi + N'$$

seyn mögen, betrachten können, und man wird also nach dem Obigen die Gleichungen

$$i_1 = M\varphi_1 + N, \quad i_2 = M\varphi_2 + N$$

und

$$i_1' = M'\varphi_1 + N', \quad i_2' = M'\varphi_2 + N'$$

haben, aus denen sich leicht

$$M = \frac{i_1 - i_2}{\varphi_1 - \varphi_2}, \quad N = i_1 - M\varphi_1 = i_2 - M\varphi_2 = -\frac{i_1\varphi_2 - i_2\varphi_1}{\varphi_1 - \varphi_2}$$

und

$$M' = \frac{i_1' - i_2'}{\varphi_1 - \varphi_2}, \quad N' = i_1' - M'\varphi_1 = i_2' - M'\varphi_2 = -\frac{i_1'\varphi_2 - i_2'\varphi_1}{\varphi_1 - \varphi_2}$$

ergiebt. Da nun die gesuchten Werthe von φ und i offenbar als die Coordinaten des Durchschnittspunkts der beiden in Rede stehenden geraden Linien zu betrachten sind, so hat man zur Bestimmung von φ und i die beiden Gleichungen

$$i = M\varphi + N, \quad i = M'\varphi + N,$$

aus denen sich

$$\varphi = -\frac{N - N'}{M - M'}, \quad i = M\varphi + N = M'\varphi + N = \frac{MN' - M'N}{M - M'}$$

ergiebt. Diese Werthe von φ und i sind natürlich auch blofse Näherungswerthe dieser beiden Größen; man wird nun aber diesen Näherungswerth von φ mit demjenigen der beiden Näherungswerthe dieser Größen, von denen man ausging, welchem er am nächsten kommt, zu einem neuen Systeme zweier Näherungswerthe von φ verbinden, und so mittelst der vorhergehenden Methode zu fernern Näherungswerthen von φ und i gelangen, überhaupt aber dieses Verfahren beliebig weit fortsetzen können.

§. 9.

Wir wollen nun zeigen, wie man sich, wenn mittelst der vorher entwickelten Methode Näherungswerthe von φ und i gefunden worden sind, den wahren Werthen dieser Größen nach und nach immer mehr nähern kann.

Zu dem Ende nehmen wir jetzt den Mittelpunkt der Sonne als den Anfang eines neuen rechtwinkligen Coordinatensystems an, die Ebene der Cometenbahn soll die Ebene der $x^0 y^0$, und der auf der positiven Seite der Axe der x liegende Theil der Durchschnittslinie der Ebene der Cometenbahn mit der Ebene der xy soll der positive Theil der Axe der x^0 seyn. Die positiven Theile der Axen der y^0 und z^0 sollen so angenommen werden, daſs sie auf der positiven Seite der Ebene der xy liegen.

Nach der Lehre von der Verwandlung der Coordinaten hat man die Gleichungen

$$\begin{aligned} x &= x^0 \cos(x x^0) + y^0 \cos(x y^0) + z^0 \cos(x z^0), \\ y &= x^0 \cos(y x^0) + y^0 \cos(y y^0) + z^0 \cos(y z^0), \\ z &= x^0 \cos(z x^0) + y^0 \cos(z y^0) + z^0 \cos(z z^0); \end{aligned}$$

wo es nun vorzüglich auf die Bestimmung der neun in diesen Gleichungen vorkommenden Cosinusse ankommt.

Dabei muſs man zwei Fälle, jenachdem $\varphi < 90°$ oder $\varphi > 90°$ ist, und in jedem dieser beiden Fälle wieder zwei Fälle, jenachdem $i < 90°$ oder $i > 90°$, unterscheiden.

Wenn $\varphi < 90°$ ist, und in den folgenden Formeln die ersten und zweiten Ausdrücke in den Klammern sich immer auf die Fälle $i < 90°$ und $i > 90°$ beziehen, so ergeben sich aus den Principien der sphärischen Trigonometrie leicht die folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} \cos(x x^0) &= \cos\varphi, \\ \cos(y x^0) &= \cos(90° - \varphi) = \sin\varphi, \\ \cos(z x^0) &= \cos 90° = 0; \\ \cos(x y^0) &= \left\{\begin{matrix} \cos i \cos(90° + \varphi) \\ \cos(180° - i)\cos(90° - \varphi) \end{matrix}\right\} = -\cos i \sin\varphi, \\ \cos(y y^0) &= \left\{\begin{matrix} \cos i \cos\varphi \\ \cos(180° - i)\cos(180° - \varphi) \end{matrix}\right\} = \cos i \cos\varphi, \\ \cos(z y^0) &= \left\{\begin{matrix} \cos(90° - i) \\ \cos(i - 90°) \end{matrix}\right\} = \sin i; \end{aligned}$$

Digitized by Google

$$\cos(xz'') = \begin{cases}\cos(90°-i)\cos(90°-\varphi)\\ \cos(i-90°)\cos(90°+\varphi)\end{cases} = \pm\sin i\sin\varphi,$$
$$\cos(yz'') = \begin{cases}\cos(90°-i)\cos(180°-\varphi)\\ \cos(i-90°)\cos\varphi\end{cases} = \mp\sin i\cos\varphi,$$
$$\cos(zz'') = \begin{cases}\cos i\\ \cos(180°-i)\end{cases} = \pm\cos i.$$

Wenn $\varphi > 90°$ ist, und wieder in den folgenden Formeln die ersten und zweiten Ausdrücke in den Klammern sich immer auf die Fälle $i < 90°$ und $i > 90°$ beziehen, so ergeben sich eben so leicht aus den Principien der sphärischen Trigonometrie die folgenden Gleichungen:

$$\cos(xx'') = \cos\varphi,$$
$$\cos(yx'') = \cos(\varphi-90°) = \sin\varphi,$$
$$\cos(zx'') = \cos 90° = 0;$$

$$\cos(xy'') = \begin{cases}\cos i\cos(270°-\varphi)\\ \cos(180°-i)\cos(\varphi-90°)\end{cases} = -\cos i\sin\varphi$$
$$\cos(yy'') = \begin{cases}\cos i\cos\varphi\\ \cos(180°-i)\cos(180°-\varphi)\end{cases} = \cos i\cos\varphi,$$
$$\cos(zy'') = \begin{cases}\cos(90°-i)\\ \cos(i-90°)\end{cases} = \sin i;$$
$$\cos(xz'') = \begin{cases}\cos(90°-i)\cos(\varphi-90°)\\ \cos(i-90°)\cos(270°-\varphi)\end{cases} = \pm\sin i\sin\varphi,$$
$$\cos(yz'') = \begin{cases}\cos(90°-i)\cos(180°-\varphi)\\ \cos(i-90°)\cos\varphi\end{cases} = \mp\sin i\cos\varphi.$$
$$\cos(zz'') = \begin{cases}\cos i\\ \cos(180°-i)\end{cases} = \pm\cos i.$$

Also ist in beiden Fällen

$$\cos(xx'') = \cos\varphi, \quad \cos(xy'') = -\cos i\sin\varphi, \quad \cos(xz'') = \pm\sin i\sin\varphi;$$
$$\cos(yx'') = \sin\varphi, \quad \cos(yy'') = \cos i\cos\varphi, \quad \cos(yz'') = \mp\sin i\cos\varphi;$$
$$\cos(zx'') = 0, \quad \cos(zy'') = \sin i, \quad \cos(zz'') = \pm\cos i;$$

und folglich

$$x = x''\cos\varphi - y''\cos i\sin\varphi \pm z''\sin i\sin\varphi$$
$$y = x''\sin\varphi + y''\cos i\cos\varphi \mp z''\sin i\cos\varphi$$
$$z = y''\sin i \pm z''\cos i.$$

Für $z'' = 0$, d. h. für alle in der Ebene der Cometenbahn liegende Punkte, also für alle Punkte der Cometenbahn selbst, ist

$$(74)\ldots\ldots\begin{cases}x = x''\cos\varphi - y''\cos i\sin\varphi,\\ y = x''\sin\varphi + y''\cos i\cos\varphi,\\ z = y''\sin i.\end{cases}$$

Bezeichnet nun r den Radius Vector eines Punktes der Cometenbahn und ϑ den von diesem Radius Vector mit dem positiven Theile der Axe der x'' eingeschlossenen Winkel, indem man diesen Winkel von dem positiven Theile der Axe der x'' an durch den rechten Winkel $(x''y'')$ hindurch von 0 bis 360° zählt; so ist

$$x'' = r\cos\vartheta, \quad y'' = r\sin\vartheta,$$

und folglich nach (74)

$$(75)\ldots\ldots\begin{cases}x = r(\cos\vartheta\cos\varphi - \sin\vartheta\cos i\sin\varphi)\\ y = r(\cos\vartheta\sin\varphi + \sin\vartheta\cos i\cos\varphi)\\ z = r\sin\vartheta\sin i.\end{cases}$$

Sind nun

$$(76)\ldots\ldots x = As + B, \quad y = \mathfrak{A}s + \mathfrak{B}$$

die Gleichungen der von dem Mittelpunkte der Erde nach dem in Rede stehenden Punkte der Cometenbahn gezogenen geraden Linie; so erhält man mittelst (74) sogleich die folgenden Gleichungen:

$$(77)\ldots\begin{cases}r(\cos\vartheta\cos\varphi - \sin\vartheta\cos i\sin\varphi - A\sin\vartheta\sin i) = B\\ r(\cos\vartheta\sin\varphi + \sin\vartheta\cos i\cos\varphi - \mathfrak{A}\sin\vartheta\sin i) = \mathfrak{B}\end{cases}$$

Da die Cometenbahn eine Ellipse ist, in deren einem Brennpunkte sich die Sonne befindet; so ist, wenn wir die halbe grofse Axe dieser Ellipse durch a, den von der von der Sonne nach dem Perihelium gezogenen geraden Linie mit dem positiven Theile der Axe der x'' eingeschlossenen Winkel, indem dieser Winkel von dem positiven Theile der Axe der x'' an durch den rechten Winkel $(x''y'')$ hindurch von 0 bis 360° gezählt wird, durch ω, die Excentricität durch ε bezeichnet, und der Kürze wegen

$$\frac{\varepsilon}{a} = k \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (78)$$

setzen, nach der Lehre von den Kegelschnitten, wie leicht erhellen wird, in völliger Allgemeinheit

$$r = \frac{a(1-k^2)}{1+k\cos(\vartheta-\omega)} \ldots\ldots\ldots\ldots (79)$$

Hat man nun fünf vollständige Beobachtungen des Cometen, so hat man funfzehn Gleichungen von der folgenden Form:

$$r(\cos\vartheta\cos\varphi - \sin\vartheta\cos i\sin\varphi - A\sin\vartheta\sin i) = B,$$
$$r_1(\cos\vartheta_1\cos\varphi - \sin\vartheta_1\cos i\sin\varphi - A_1\sin\vartheta_1\sin i) = B_1,$$
$$r_2(\cos\vartheta_2\cos\varphi - \sin\vartheta_2\cos i\sin\varphi - A_2\sin\vartheta_2\sin i) = B_2,$$
$$r_3(\cos\vartheta_3\cos\varphi - \sin\vartheta_3\cos i\sin\varphi - A_3\sin\vartheta_3\sin i) = B_3,$$
$$r_4(\cos\vartheta_4\cos\varphi - \sin\vartheta_4\cos i\sin\varphi - A_4\sin\vartheta_4\sin i) = B_4,$$
$$r(\cos\vartheta\sin\varphi + \sin\vartheta\cos i\cos\varphi - \mathfrak{A}\sin\vartheta\sin i) = \mathfrak{B},$$
$$r_1(\cos\vartheta_1\sin\varphi + \sin\vartheta_1\cos i\cos\varphi - \mathfrak{A}_1\sin\vartheta_1\sin i) = \mathfrak{B}_1,$$
$$r_2(\cos\vartheta_2\sin\varphi + \sin\vartheta_2\cos i\cos\varphi - \mathfrak{A}_2\sin\vartheta_2\sin i) = \mathfrak{B}_2,$$
$$r_3(\cos\vartheta_3\sin\varphi + \sin\vartheta_3\cos i\cos\varphi - \mathfrak{A}_3\sin\vartheta_3\sin i) = \mathfrak{B}_3,$$
$$r_4(\cos\vartheta_4\sin\varphi + \sin\vartheta_4\cos i\cos\varphi - \mathfrak{A}_4\sin\vartheta_4\sin i) = \mathfrak{B}_4;$$

$$r = \frac{a(1-k^2)}{1+k\cos(\vartheta-\omega)},$$
$$r_1 = \frac{a(1-k^2)}{1+k\cos(\vartheta_1-\omega)},$$
$$r_2 = \frac{a(1-k^2)}{1+k\cos(\vartheta_2-\omega)},$$
$$r_3 = \frac{a(1-k^2)}{1+k\cos(\vartheta_3-\omega)},$$
$$r_4 = \frac{a(1-k^2)}{1+k\cos(\vartheta_4-\omega)}.$$

Digitized by Google

Diese fünfzehn Gleichungen enthalten die fünfzehn unbenannten Grössen $r, r_1, r_2, r_3, r_4; \vartheta, \vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3, \vartheta_4; i, \varphi, a, k$, und reichen also zu deren Bestimmung gerade hin. Die strenge Auflösung dieser Gleichungen ist aber mit Schwierigkeiten verknüpft, und wird auch hier von uns für jetzt nicht beabsichtigt, indem diese Gleichungen uns für jetzt vielmehr nur dienen sollen, die durch die im Obigen entwickelte Methode gefundenen Näherungswerthe von i und φ der Wahrheit noch näher zu führen.

§. 10.

Zu dem Ende wollen wir zuvörderst zeigen, wie sich die

$$r(\cos\vartheta\cos\varphi - \sin\vartheta\cos i\sin\varphi - \cos a\cot\beta\sin\vartheta\sin i) = -R\cos\Theta$$
$$r(\cos\vartheta\sin\varphi + \sin\vartheta\cos i\cos\varphi - \sin a\cot\beta\sin\vartheta\sin i) = -R\sin\Theta$$

aus denen sich durch Division und nachherige kreuzweise Multiplication

$$\sin\Theta\cos\varphi - (\cos i\sin\varphi + \cos a\cot\beta\sin i)\sin\Theta\tang\vartheta = \cos\Theta\sin\varphi + (\cos i\cos\varphi - \sin a\cot\beta\sin i)\cos\Theta\tang\vartheta,$$

also

$$(81)\ldots\tang\vartheta = \frac{\sin(\Theta-\varphi)}{\cos i\cos(\Theta-\varphi)+\cot\beta\sin i\sin(\Theta-a)}$$

oder

$$(82)\ldots\tang\vartheta = \frac{\sin\beta\sin(\Theta-\varphi)}{\sin\beta\cos i\cos(\Theta-\varphi)+\cos\beta\sin i\sin(\Theta-a)}$$

oder

$$(83)\ldots\cot\vartheta = \cos i\cot(\Theta-\varphi)+\sin i\cot\beta\frac{\sin(\Theta-a)}{\sin(\Theta-\varphi)}$$

ergiebt. Berechnet man den Hülfswinkel ξ mittelst der Formel

$$(84)\ldots\ldots\ldots\tang\xi = \frac{\cot\beta\sin(\Theta-a)}{\cos(\Theta-\varphi)},$$

den gefundenen Näherungswerthen von i und φ entsprechenden Näherungswerthe von r, r_1, r_2, r_3, r_4 und $\vartheta, \vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3, \vartheta_4$ berechnen lassen.

Nach dem vorigen Paragraphen hat man zwischen den Grössen i, φ, ϑ, r die beiden folgenden Gleichungen:

$$r(\cos\vartheta\cos\varphi - \sin\vartheta\cos i\sin\varphi - \mathfrak{A}\sin\vartheta\sin i) = \mathfrak{B},$$
$$r(\cos\vartheta\sin\varphi + \sin\vartheta\cos i\cos\varphi - \mathfrak{A}\sin\vartheta\sin i) = \mathfrak{B};$$

oder, weil nach (14)

$$\mathfrak{A} = \cos a\cot\beta,\quad \mathfrak{A} = \sin a\cot\beta;$$
$$\mathfrak{B} = -R\cos\Theta,\quad \mathfrak{B} = -R\sin\Theta$$

ist, die beiden Gleichungen

$$r(\cos\vartheta\cos\varphi - \sin\vartheta\cos i\sin\varphi - \cos a\cot\beta\sin\vartheta\sin i) = -R\cos\Theta$$
$$r(\cos\vartheta\sin\varphi + \sin\vartheta\cos i\cos\varphi - \sin a\cot\beta\sin\vartheta\sin i) = -R\sin\Theta\Big\}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(80)$$

so ist nach (81)

$$(85)\ldots\ldots\tang\vartheta = \frac{\cos\xi\tang(\Theta-\varphi)}{\cos(i-\xi)}.$$

Wenn man die erste der Gleichungen (80) mit $\sin a$, die zweite mit $\cos a$ multiplicirt, und dann die zweite Gleichung von der ersten abzieht, so erhält man die Gleichung

$$r\{\cos\vartheta\sin(a-\varphi)-\sin\vartheta\cos i\cos(a-\varphi)\} = -R\sin(a-\Theta),$$

und folglich

$$r = -\frac{R\sin(a-\Theta)}{\cos\vartheta\sin(a-\varphi)-\sin\vartheta\cos i\cos(a-\varphi)}\ldots(86)$$

Berechnet man den Hülfswinkel χ mittelst der Formel

$$\tang\chi = \cos i\tang\vartheta\ldots\ldots\ldots\ldots(87)$$

so wird, wie man leicht findet,

$$r = -\frac{R\cos\chi\sin(a-\Theta)}{\cos\vartheta\sin(a-\varphi-\chi)}\ldots\ldots\ldots(88)$$

Weil

$$\cos\vartheta\sin(a-\varphi)-\sin\vartheta\cos i\cos(a-\varphi) = \sin(a-\vartheta-\varphi)\cos\tfrac{1}{2}i^2+\sin(a+\vartheta-\varphi)\sin\tfrac{1}{2}i^2$$

ist, so ist auch

$$r = -\frac{R\sin(a-\Theta)}{\sin(a-\vartheta-\varphi)\cos\frac{1}{2}i^2+\sin(a+\vartheta-\varphi)\sin\frac{1}{2}i^2}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(89)$$

§. 11.

Ferner wollen wir auch die Differentiale von ϑ und r in Bezug auf φ und i als unabhängige veränderliche Grössen entwickeln.

$$\frac{R\cos\Theta}{r}\,dr + r(\sin\vartheta\cos\varphi + \cos\vartheta\cos i\sin\varphi + \cos a\cot\beta\cos\vartheta\sin i)\,d\vartheta$$
$$= -r(\cos\vartheta\sin\varphi + \sin\vartheta\cos i\cos\varphi)\,d\varphi + r(\sin\vartheta\sin i\sin\varphi - \cos a\cot\beta\sin\vartheta\cos i)\,di,$$
$$\frac{R\sin\Theta}{r}\,dr + r(\sin\vartheta\sin\varphi - \cos\vartheta\cos i\cos\varphi + \sin a\cot\beta\cos\vartheta\sin i)\,d\vartheta$$
$$= r(\cos\vartheta\cos\varphi - \sin\vartheta\cos i\sin\varphi)\,d\varphi - r(\sin\vartheta\sin i\cos\varphi + \sin a\cot\beta\sin\vartheta\cos i)\,di,$$

wofür wir der Kürze wegen

$$K\,dr + L\,d\vartheta = M\,d\varphi + N\,di,$$
$$K_1dr + L_1d\vartheta = M_1d\varphi + N_1di$$

schreiben wollen. Aus diesen beiden Gleichungen müssen die Differentiale $d\vartheta$ und dr bestimmt werden.

Es ist, wie leicht erhellet,

Aus den beiden Gleichungen (80) erhält man ohne Schwierigkeit durch Differentiation

$$L\sin\vartheta = R\cos\vartheta\cos\Theta = r\cos\varphi,$$
$$L_1\sin\vartheta = R\cos\vartheta\sin\Theta = r\sin\varphi;$$

und folglich

$$(KL_1-K_1L)\sin\vartheta = R\sin(\varphi-\Theta).$$

Ferner ist, wie man leicht findet,

$$KM_1-K_1M = R\{\cos\vartheta\cos(\varphi-\Theta)-\sin\vartheta\cos i\sin(\varphi-\Theta)\},$$

Digitized by Google

Weil

$$r\cos\alpha\cot\beta\sin\vartheta = \frac{R\cos i\cos\Theta + r(\cos\vartheta\cos\varphi - \sin\vartheta\cos i\sin\varphi)}{\sin i},$$

$$r\sin\alpha\cot\beta\sin\vartheta = \frac{R\sin\Theta + r(\cos\vartheta\sin\varphi + \sin\vartheta\cos i\cos\varphi)}{\sin i},$$

und folglich, wie man leicht findet,

$$N = -\frac{R\cos i\cos\Theta - r(\sin\vartheta\sin\varphi - \cos\vartheta\cos\varphi\cos i)}{\sin i},$$

$$N_1 = -\frac{R\cos i\sin\Theta + r(\sin\vartheta\cos\varphi + \cos\vartheta\sin\varphi\cos i)}{\sin i},$$

ist; so ist

$$KN_1 - K_1N = -\frac{R}{\sin i}\{\sin\vartheta\cos(\varphi-\Theta) + \cos\vartheta\cos i\sin(\varphi-\Theta)\}.$$

Nimmt man alles Bisherige zusammen, so ergiebt sich die Gleichung

$$L\sin\vartheta = R\cos\vartheta\cos\Theta + r\cos\varphi,$$

$$M_1 = r(\cos\vartheta\cos\varphi - \sin\vartheta\cos i\sin\varphi),$$

$$d\vartheta = \sin\vartheta\{\cos\vartheta\cot(\varphi-\Theta) - \sin\vartheta\cos i\}\,d\varphi - \frac{\sin\vartheta}{\sin i}\{\sin\vartheta\cot(\varphi-\Theta) + \cos\vartheta\cos i\}\,di. \quad \ldots\ldots(90)$$

Berechnet man den Hülfswinkel ψ mittelst der Formel

$$tang\,\psi = \cos i\,tang(\varphi-\Theta), \quad \ldots\ldots(91)$$

so ist, wie man leicht findet,

$$d\vartheta = \frac{\sin\vartheta\cos i\cos(\vartheta+\psi)}{\sin\psi}d\varphi - \frac{\sin\vartheta\cos i\sin(\vartheta+\psi)}{\sin\psi}di. \quad \ldots(92)$$

oder

$$\frac{\sin\psi}{\sin\vartheta}d\vartheta = \cos i\cos(\vartheta+\psi)\,d\varphi - \cot i\sin(\vartheta+\psi)\,di, \quad \ldots(93)$$

mittelst welcher Formeln sich $d\vartheta$ leicht berechnen läfst. Ferner ist

$$L_1\sin\vartheta = R\cos\vartheta\sin\Theta + r\sin\varphi;$$

$$-M = r(\cos\vartheta\sin\varphi + \sin\vartheta\cos i\cos\varphi);$$

und folglich, wie man nach leichter Rechnung findet,

$$(LM_1 - L_1M)\sin\vartheta = r\cos\vartheta\{r + R[\cos\vartheta\cos(\varphi-\Theta) - \sin\vartheta\cos i\sin(\varphi-\Theta)]\}.$$

Nach dem Obigen ist

$$-N_1\sin i = R\cos i\sin\Theta + r(\sin\vartheta\cos\varphi + \cos\vartheta\sin\varphi\cos i),$$

$$-N\sin i = R\cos i\cos\Theta - r(\sin\vartheta\sin\varphi - \cos\vartheta\cos\varphi\cos i);$$

und folglich, wie man nach leichter Rechnung findet,

$$-(LN_1 - L_1N)\sin\vartheta\sin i = r\sin\vartheta\{r + R[\cos\vartheta\cos(\varphi-\Theta) - \sin\vartheta\cos i\sin(\varphi-\Theta)]\}.$$

Nimmt man alles Bisherige zusammen, so ergiebt sich

$$(94)\ldots\ldots R\sin(\varphi-\Theta)\,dr = -r\cos\vartheta\{r + R[\cos\vartheta\cos(\varphi-\Theta) - \sin\vartheta\cos i\sin(\varphi-\Theta)]\}\,d\varphi + r\frac{\sin\vartheta}{\sin i}\{r + R[\cos\vartheta\cos(\varphi-\Theta) - \sin\vartheta\cos i\sin(\varphi-\Theta)]\}\,di,$$

oder nach dem Obigen

$$(95)\ldots\ldots R\sin(\varphi-\Theta)\,dr = -r\cos\vartheta\left\{r + R\sin(\varphi-\Theta)\frac{\cos i\cos(\vartheta+\psi)}{\sin\psi}\right\}d\varphi + r\frac{\sin\vartheta}{\sin i}\left\{r + R\sin(\varphi-\Theta)\frac{\cos i\cos(\vartheta+\psi)}{\sin\psi}\right\}di$$

und folglich

$$(96)\ldots\ldots dr = -r\cos\vartheta\left\{\frac{r}{R\sin(\varphi-\Theta)} + \frac{\cos i\cos(\vartheta+\psi)}{\sin\psi}\right\}d\varphi + r\frac{\sin\vartheta}{\sin i}\left\{\frac{r}{R\sin(\varphi-\Theta)} + \frac{\cos i\cos(\vartheta+\psi)}{\sin\psi}\right\}di,$$

oder

$$(97)\ldots\ldots dr = -r\left\{\frac{r}{R\sin(\varphi-\Theta)} + \frac{\cos i\cos(\vartheta+\psi)}{\sin\psi}\right\}\left(\cos\vartheta\,d\varphi - \frac{\sin\vartheta}{\sin i}di\right).$$

§. 12.

In diesem Paragraphen wollen wir zeigen, wie man aus den vier Gleichungen

$$r = \frac{a(1-k^2)}{1+k\cos(\theta-\omega)},$$

$$r_1 = \frac{a(1-k^2)}{1+k\cos(\theta_1-\omega)},$$

$$r_2 = \frac{a(1-k^2)}{1+k\cos(\theta_2-\omega)},$$

$$r_3 = \frac{a(1-k^2)}{1+k\cos(\theta_3-\omega)},$$

die drei unbekannten Gröfsen a, k, ω eliminiren kann. Durch Elimination von a erhält man zuvörderst

$$r - r_1 = -k\{r\cos(\theta-\omega) - r_1\cos(\theta_1-\omega)\},$$

$$r - r_2 = -k\{r\cos(\theta-\omega) - r_2\cos(\theta_2-\omega)\},$$

$$r - r_3 = -k\{r\cos(\theta-\omega) - r_3\cos(\theta_3-\omega)\},$$

also durch Division

$$\frac{r-r_1}{r-r_2} = \frac{r\cos(\theta-\omega) - r_1\cos(\theta_1-\omega)}{r\cos(\theta-\omega) - r_2\cos(\theta_2-\omega)},$$

$$\frac{r-r_1}{r-r_3} = \frac{r\cos(\theta-\omega) - r_1\cos(\theta_1-\omega)}{r\cos(\theta-\omega) - r_3\cos(\theta_3-\omega)};$$

Digitized by Google

oder

$$\frac{r-r_1}{r-r_2} = \frac{r\cos\theta - r_1\cos\theta_1 + (r\sin\theta - r_1\sin\theta_1)\,tang\,w}{r\cos\theta - r_2\cos\theta_2 + (r\sin\theta - r_2\sin\theta_2)\,tang\,w},$$

$$\frac{r-r_1}{r-r_3} = \frac{r\cos\theta - r_1\cos\theta_1 + (r\sin\theta - r_1\sin\theta_1)\,tang\,w}{r\cos\theta - r_3\cos\theta_3 + (r\sin\theta - r_3\sin\theta_3)\,tang\,w},$$

und folglich

$$\left.\begin{aligned} tang\,w &= -\frac{r(r_2-r_1)\cos\theta + r_1(r-r_2)\cos\theta_1 + r_2(r_1-r)\cos\theta_2}{r(r_2-r_1)\sin\theta + r_1(r-r_2)\sin\theta_1 + r_2(r_1-r)\sin\theta_2} \\ tang\,w &= -\frac{r(r_3-r_1)\cos\theta + r_1(r-r_3)\cos\theta_1 + r_3(r_1-r)\cos\theta_3}{r(r_3-r_1)\sin\theta + r_1(r-r_3)\sin\theta_1 + r_3(r_1-r)\sin\theta_3} \end{aligned}\right\} \quad (98)$$

woraus sich, wenn man diese beiden Werthe von *tang w* einander gleich setzt, ohne Schwierigkeit die folgende Gleichung ergiebt:

$$\begin{aligned}(99)\ldots\ldots 0 = {} & rr_1(r_2-r_3)\sin(\theta-\theta_1) \\ & + rr_2(r_1-r_3)\sin(\theta-\theta_2) \\ & + rr_3(r_3-r_1)\sin(\theta-\theta_3) \\ & + r_1r_2(r_3-r)\sin(\theta_1-\theta_2) \\ & + r_1r_3(r-r_2)\sin(\theta_1-\theta_3), \\ & + r_2r_3(r_1-r)\sin(\theta_2-\theta_3);\end{aligned}$$

welche sich auch auf nachstehende Form bringen läßt:

$$\begin{aligned}(100)\ldots 0 = {} & rr_1r_2\{\sin(\theta-\theta_1)+\sin(\theta_1-\theta_2)+\sin(\theta_2-\theta)\} \\ & -rr_1r_3\{\sin(\theta-\theta_1)+\sin(\theta_1-\theta_3)+\sin(\theta_3-\theta)\} \\ & +rr_2r_3\{\sin(\theta-\theta_2)+\sin(\theta_2-\theta_3)+\sin(\theta_3-\theta)\} \\ & -r_1r_2r_3\{\sin(\theta_1-\theta_2)+\sin(\theta_2-\theta_3)+\sin(\theta_3-\theta_1)\},\end{aligned}$$

oder, wie man leicht findet,

$$\begin{aligned}(101)\ldots 0 = {} & rr_1r_2\sin\tfrac{1}{2}(\theta-\theta_1)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_1-\theta_2)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_2-\theta) \\ & -rr_1r_3\sin\tfrac{1}{2}(\theta-\theta_1)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_1-\theta_3)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_3-\theta) \\ & +rr_2r_3\sin\tfrac{1}{2}(\theta-\theta_2)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_2-\theta_3)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_3-\theta) \\ & -r_1r_2r_3\sin\tfrac{1}{2}(\theta_1-\theta_2)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_2-\theta_3)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_3-\theta_1),\end{aligned}$$

oder auch

$$\begin{aligned}(102)\ldots 0 = {} & \frac{\sin\frac{1}{2}(\theta_1-\theta_2)\sin\frac{1}{2}(\theta_2-\theta_3)\sin\frac{1}{2}(\theta_3-\theta_1)}{r} \\ & -\frac{\sin\frac{1}{2}(\theta-\theta_2)\sin\frac{1}{2}(\theta_2-\theta_3)\sin\frac{1}{2}(\theta_3-\theta)}{r_1} \\ & +\frac{\sin\frac{1}{2}(\theta-\theta_1)\sin\frac{1}{2}(\theta_1-\theta_3)\sin\frac{1}{2}(\theta_3-\theta)}{r_2} \\ & -\frac{\sin\frac{1}{2}(\theta-\theta_1)\sin\frac{1}{2}(\theta_1-\theta_2)\sin\frac{1}{2}(\theta_2-\theta)}{r_3}.\end{aligned}$$

Die Gleichung (99) kann auch auf folgende Form gebracht werden:

$$\begin{aligned}(103)\ldots\ldots 0 = {} & \left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_3}\right)\sin(\theta-\theta_1) \\ & +\left(\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r_1}\right)\sin(\theta-\theta_2) \\ & +\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)\sin(\theta-\theta_3) \\ & +\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)\sin(\theta_1-\theta_2) \\ & +\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r}\right)\sin(\theta_1-\theta_3) \\ & +\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)\sin(\theta_2-\theta_3),\end{aligned}$$

oder, wenn man der Kürze wegen

$$\frac{1}{r}=q,\quad \frac{1}{r_1}=q_1,\quad \frac{1}{r_2}=q_2,\quad \frac{1}{r_3}=q_3$$

setzt, auf die Form

$$\begin{aligned}(104)\ldots\ldots 0 = {} & (q_2-q_3)\sin(\theta-\theta_1) \\ & +(q_3-q_1)\sin(\theta-\theta_2) \\ & +(q_1-q_2)\sin(\theta-\theta_3) \\ & +(q-q_3)\sin(\theta_1-\theta_2) \\ & +(q_2-q)\sin(\theta_1-\theta_3) \\ & +(q-q_1)\sin(\theta_2-\theta_3)\end{aligned}$$

Setzt man überhaupt

$$\begin{aligned}(105)\ldots\ldots F = {} & (q_2-q_3)\sin(\theta-\theta_1) \\ & +(q_3-q_1)\sin(\theta-\theta_2) \\ & +(q_1-q_2)\sin(\theta-\theta_3) \\ & +(q-q_3)\sin(\theta_1-\theta_2) \\ & +(q_2-q)\sin(\theta_1-\theta_3) \\ & +(q-q_1)\sin(\theta_2-\theta_3)\end{aligned}$$

und differentiirt diese Function, so erhält man

$$\begin{aligned}(106)\ldots\ldots dF = {} & \{(q_1-q_2)\cos(\theta-\theta_3)+(q_2-q_3)\cos(\theta-\theta_1)+(q_3-q_1)\cos(\theta-\theta_2)\}d\theta \\ & -\{(q-q_3)\cos(\theta_1-\theta_3)+(q_2-q_3)\cos(\theta_1-\theta)+(q_3-q)\cos(\theta_1-\theta_2)\}d\theta_1 \\ & +\{(q-q_1)\cos(\theta_2-\theta_3)+(q_1-q_3)\cos(\theta_2-\theta)+(q_3-q)\cos(\theta_2-\theta_1)\}d\theta_2 \\ & -\{(q_1-q_2)\cos(\theta_3-\theta)+(q_2-q)\cos(\theta_3-\theta_1)+(q-q_1)\cos(\theta_3-\theta_2)\}d\theta_3 \\ & -4\sin\tfrac{1}{2}(\theta_1-\theta_2)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_2-\theta_3)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_3-\theta_1)\,dq \\ & +4\sin\tfrac{1}{2}(\theta-\theta_2)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_2-\theta_3)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_3-\theta)\,dq_1 \\ & -4\sin\tfrac{1}{2}(\theta-\theta_1)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_1-\theta_3)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_3-\theta)\,dq_2 \\ & +4\sin\tfrac{1}{2}(\theta-\theta_1)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_1-\theta_2)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_2-\theta_3)\,dq_3 \\ = {} & C\,d\theta + C_1\,d\theta_1 + C_2\,d\theta_2 + C_3\,d\theta_3 + E\,dq + E_1\,dq_1 + E_2\,dq_2 + E_3\,dq_3,\end{aligned}$$

Digitized by Google

wo zwischen den Coefficienten C, C_1, C_2, C_3 und E, E_1, E_2, E_3 auch die beiden folgenden Gleichungen Statt finden:

(107) $\ldots\ldots C + C_1 + C_2 + C_3 = 0, \quad E + E_1 + E_2 + E_3 = 0;$

Setzt man nun:

(108) $\ldots\ldots$
$$d\delta = g\,d\varphi + h\,di, \qquad dq = -\frac{dr}{r^2} = g'\,d\varphi + h'\,di;$$
$$d\delta_1 = g_1 d\varphi + h_1 di, \qquad dq_1 = -\frac{dr_1}{r_1^2} = g_1' d\varphi + h_1' di;$$
$$d\delta_2 = g_2 d\varphi + h_2 di, \qquad dq_2 = -\frac{dr_2}{r_2^2} = g_2' d\varphi + h_2' di;$$
$$d\delta_3 = g_3 d\varphi + h_3 di, \qquad dq_3 = -\frac{dr_3}{r_3^2} = g_3' d\varphi + h_3' di;$$

wo die Grössen g, g_1, g_2, g_3; h, h_1, h_2, h_3 und g', g_1', g_2', g_3'; h', h_1', h_2', h_3' nach der im §. 11 gegebenen Anleitung berechnet werden können; so ist

(109) $\ldots\ldots$
$$dP = (gC + g_1C_1 + g_2C_2 + g_3C_3 + g'E + g_1'E_1 + g_2'E_2 + g_3'E_3)\,d\varphi + (hC + h_1C_1 + h_2C_2 + h_3C_3 + h'E + h_1'E_1 + h_2'E_2 + h_3'E_3)\,di.$$

Nehmen wir jetzt P fehlerhaft bestimmt an, so ist nicht $P = 0$, sondern vielmehr $P + dP = 0$, und folglich nach dem Obigen

(110) $\ldots\ldots$
$$Eq + E_1q_1 + E_2q_2 + E_3q_3 + (gC + g_1C_1 + g_2C_2 + g_3C_3 + g'E + g_1'E_1 + g_2'E_2 + g_3'E_3)\,d\varphi + (hC + h_1C_1 + h_2C_2 + h_3C_3 + h'E + h_1'E_1 + h_2'E_2 + h_3'E_3)\,di.$$

Solcher Gleichungen wie diese lassen sich wegen der fünf Gleichungen

$$r = \frac{a(1-k^2)}{1 + k\cos(\vartheta - \omega)},$$
$$r_1 = \frac{a(1-k^2)}{1 + k\cos(\vartheta_1 - \omega)},$$
$$r_2 = \frac{a(1-k^2)}{1 + k\cos(\vartheta_2 - \omega)},$$
$$r_3 = \frac{a(1-k^2)}{1 + k\cos(\vartheta_3 - \omega)},$$
$$r_4 = \frac{a(1-k^2)}{1 + k\cos(\vartheta_4 - \omega)}$$

zwei bilden. Mittelst dieser beiden Gleichungen kann man die Grössen $d\varphi$ und di bestimmen, und erhält also für die Grössen, deren erste Näherungswerthe vorher durch φ und i bezeichnet wurden, die beiden neuen Näherungswerthe $\varphi + d\varphi$ und $i + di$, von denen man auf ganz ähnliche Art zu fernern Näherungswerthen der in Rede stehenden Grössen übergehen, und diese Rechnung überhaupt so weit fortsetzen kann, bis zwei auf einander folgende Näherungswerthe in der verlangten Anzahl von Decimalstellen sich nicht mehr von einander unterscheiden. Hat man aber φ und i gefunden, so kann man mittelst der im Obigen enthaltenen Formeln auch δ, δ_1, δ_2, δ_3, δ_4; r, r_1, r_2, r_3, r_4 und a, k, ω ohne Schwierigkeit berechnen.

Um diese Abhandlung nicht zu weit auszudehnen, wollen wir jetzt nicht noch weiter zeigen, wie man sich zu verhalten hat, wenn man die Bahn als eine Parabel betrachtet, wo man nur vier Beobachtungen nöthig hat, werden aber vielleicht späterhin einmal auf diesen Gegenstand zurückkommen. Eben so wenig wollen wir jetzt noch zeigen, wie man sich zu verhalten haben würde, wenn man eine die unbedingt erforderliche übersteigende Anzahl von Beobachtungen in Rechnung nehmen wollte, und schließen mit der folgenden Bemerkung.

Die Gleichung (71) kann drei reelle Wurzeln haben. Welche dieser drei Wurzeln man zu nehmen hat, wird man z. B. immer dadurch entscheiden können, daß man, nachdem die Elemente bestimmt worden sind, aus denselben für eine bei dieser Bestimmung nicht mit zum Grunde gelegte Beobachtung den Ort des Cometen in der Bahn bestimmt, und hiersuf den berechneten Ort mit dem beobachteten vergleicht. Hier mehr über den in Rede stehenden Fall, wenn nämlich die Gleichung (71) drei reelle Wurzeln hat, zu sagen, halten wir für unnöthig.

An einem andern Orte werden wir verschiedene mit den obigen in naher Verbindung stehende rein geometrische Betrachtungen mittheilen, welche hier einen für solche Untersuchungen zu großen Raum in Anspruch nehmen würden.

Grunert.

Inhalt.

(zu Nr. 455.) Mondculminationen in Altona 1842. Von Herrn Prof. *Clausen*. p. 385.
Beitrag zur Theorie der dreiseitigen Pyramide. Von demselben. p. 389.
Schreiben des Herrn Professors *Argelander*, Directors der Sternwarte in Bonn, an den Herausgeber. p. 393.
(zu Nr. 456.) Versuch einer neuen Methode, die Bahnen der Cometen zu berechnen. Von Herrn Professor Dr. *Grunert* in Greifswald (Beschluß.) p. 401.

Altona 1842. August 4.

Digitized by Google

Register.

A.

Airy, G. B. Professor, Director der Sternwarte in Greenwich, Report of the Astronomer Royal to the board of visitors, read at the annual visitation of the Royal Observatory, Greenwich, June 5, 1841. 7.
Jupitermasse nach demselben 187.
Ueber dessen Beobachtungen des *Encke*schen Cometen 1842, von Professor *Encke* 306.

Alcyone (η Plejadum) Bedeckung vom Monde Octbr. 31, 1841 beobachtet in Dorpat 95.

Alexchnowo Geographische Lage 343. Magnet. Elemente 373.

Altona Beobachtete Sternbedeckung daselbst 1841 Febr. 4. 247.

America Bericht über die Küsten-Vermessung von Nord-America, von *F. R. Hassler* 353, 377.

Augikowa Geographische Lage 347.
Magnetische Elemente 373.

Anzeigen, Dr. *Lehmann's* Werk über die grofsen Sonnenfinsternisse 215, 231, 248, 263, 383.
Bessels „Astronomische Untersuchungen" erster Theil. — Beilage zu Nr. 442.
Nettopreise der Astronomischen Nachrichten 383.

Arago, F. J. D., Ueber dessen Beobachtungen zur Bestimmung der Entfernung von Montjouy nach Mola, von Geheimenrath *Bessel* 97.

Argelander, Fr. G. A. Professor, Director der Sternwarte in Bonn. Ueber die Lichtveränderungen der 3 Sterne, δ Cephei, β Lyrae und η Aquilae 393.
Ueber die grofse Eigene-Bewegung eines Sterns 7^m. 393.
Ueber neue Sternkarten von ihm gezeichnet, welche in Berlin bei *S. Schropp u. Cie* bald erscheinen werden 394.

Astronomische Nachrichten Berichtigungen in selbigen 115, 199, 204.
Nettopreise derselben 383.

Astronomische Untersuchungen von *F. W. Bessel*. Erster Band, Königsberg 1841 im Verlage der Gebrüder *Bornträger*. 4to. Ueber dieses neue Werk, von Conferenzrath *Schumacher* 17.
Anzeige dafs der erste Theil dieses Werkes erschienen und Preis desselben, Beilage zu Nr. 442.

Atlas (f Plejadum) Bedeckung vom Monde beobachtet in Dorpat 1841 Octbr. 31. 95.
Denselben unter sehr günstigen Umständen untersucht und ohne die geringste Spur eines Nebensterns gefunden, von Hofrath *Mädler* 96.

Aufgabe Ueber eine astronomische von Dr. Prof. *Grunert* 169.
Geometrische Construction einer astronomischen von *Th. Clausen* 261.

B.

Barometer-Beobachtungen. Ueber die täglichen in Christiania und Dresden, von Professor *Hansteen* 291.
Vergl. „Meteorologische Beobachtungen."

Beilage. Zu Nr. 438. 117.
Zu Nr. 442. 184.

Beobachtungen siehe Planeten, Sternbedeckungen etc.

Berglus, A. Th. Dr. Beobachtungen desselben auf der Altonaer Sternwarte mit einem *Repsold*schen Universalinstrument 239.

Berichtigungen in *Lubbock's* „Theory of the Moon" 39.
in den Astronomischen Nachrichten Nr. 333. 115.
Nr. 423 bis 426 und Nr. 438. 199.
Nr. 363. 204.
in dem Berliner astronomischen Jahrbuche 119.
in *Burckhardt's* Mondtafeln 221.

Berlin Geographische Lage 315.
Magnetische Elemente 373.

Bernoulli, Daniel († März 17. 1782) Ueber dessen Correspondenz mit *Euler*, von Staatsrath *v. Fuss* 92.

Bernoulli, Johann († Januar 1. 1748) Ueber dessen Correspondenz mit *Euler*, von Staatsrath *v. Fuss* 92.

Bernoulli, Nicolaus († 1759) Ueber dessen Correspondenz mit *Euler*, von Staatsrath *v. Fuss* 92.

Bessel, F. W. Geheimerrath, Director der Königsberger Sternwarte. Ueber dessen neues Werk „Astronomische Untersuchungen" von Conferenzrath *Schumacher* 17.
Ueber einen Fehler in der Berechnung der französischen Gradmessung und seinen Einfluss auf die Bestimmung der Figur der Erde 97.
Planetenmassen nach demselben 187.
Beobachtungen desselben von p Ophiuchi 203.
Ueber *Clausens* Preisschrift über den Cometen von 1770. 336.

Bibliothek. Bericht über die der Hauptsternwarte in Pulkowa, von Staatsrath *v. Struve* 307, 321.
Ueber die des verstorbenen Dr. *Olbers*, angekauft für die Sternwarte in Pulkowa, von demselben 309.

Biot, J. B. Ueber dessen Beobachtungen zur Bestimmung der Entfernung der Parallelen von Montjouy und Mola, von Geheimenrath *Bessel* 97.

Bodö (Hundholm) Geographische Lage 238.
Beobachtete Sonnenfinsterniss 1833 Juli 16 daselbst 239.

Bogorudsk Geographische Lage 343.
— Magnetische Elemente 373.

v. Boguslawski, Professor, Director der Breslauer Sternwarte. Ueber die von demselben 1839 August 10 beobachteten Sternschnuppen, von Professor *Erman* und *H Petersen* 25.
Schreiben an den Herausgeber 117.
Beobachtung der Sonnenfinsterniss 1841 Juli 16. 117.
Beobachtung der gröfsten Lichtphase Mira's 118.
Beobachtungen von Sternbedeckungen von August 24, 1840 bis Juli 4, 1841, 118.
Mai 12, 1842. 351.

Bouvard, A., Planetenmassen nach demselben 187.

Breite, geographische. Von Montjouy, Matas und Mola, von Geheimenrath *Bessel* 118.
Von Copenhagen 119.
Vergleiche „Geographische Lage."

Digitized by Google

Breithaupt, Münzmeister in Cassel. Prüfung eines Breithauptschen Theodoliten, von Professor *Gerling* 245.

Bremiker, C. Dr., Ephemeride des *Enke*schen Cometen 1842. 189.

Breslau Länge nach Professor *Hansen* 27.
Daselbst beobachtete Sonnenfinsternifs 1841 Juli 18. 117.
Sternbedeckungen von 1840 August 24 bis 1841 Juli 4. 117.
1842 Mai 12. 351.

Burckhardt, J. K. († Juni 21, 1825) Ueber dessen Bestimmung der Bahn des Cometen von 1770, von *Th. Clausen* 121.
Planetenmassen nach demselben 187.
Fehler in dessen Mondstafeln 221.

Busengeiger Ueber dessen Entwickelung der *Legendre*schen Formel des sphärischen Excesses, von Geheimenrath *Bessel* 104.

C.

Celaeno (g Plejadum) Bedeckung vom Monde, beobachtet 1840 Octbr. 13, Decbr. 7 in Breslau 119.

Ceres Beobachtungen derselben in der Opposition 1841 von Dr. *Sawitsch* 181.
Beobachtungen 1836 in Wilna 227.

Christiania Daselbst beob. Sonnenfinsternifs 1841 Juli 18. 240.
Tägliche Barometerbeobachtungen daselbst 291.

Clairaut, A. C. († Mai 17. 1765) Ueber dessen Correspondenz mit *Euler*, von Staatsrath v. *Fuss* 93.

Clausen, Th., Observator der Dorpater Sternwarte.
Bestimmung der Bahn des Cometen von 1770. 121.
Ueber ein Integral in *Legendre's* „Traité des fonctions elliptiques 177.
Beitrag zur Theorie der elliptischen Transcendenten 181.
Fehler in *Burckhardt's* Mondstafeln 221.
Entwickelung der Wurzel einer cubischen Gleichung des irreducibelen Falles in einen Kettenbruch 241.
Die Construction des Siebenzehnecks der Lemniscata 243.
Monds-Ephemeride für die Zeit der Culmination in Altona für 1842. 249, 287, 337, 385.
Ueber die Bestimmung der geographischen Länge aus beobachteten Mondesazimuthen 259.
Geometrische Construction einer astronomischen Aufgabe 261.
Ueber die Längenbestimmungen durch beobachtete Mondeshöhen 263.
Ueber dessen Preisschrift von Geheimenrath *Bessel* 335.
Beitrag zur Theorie der dreiseitigen Pyramide 389.

Coast-Survey Bericht über die in Nord-Amerika von *F. R. Hassler* 355.

Comet Bestimmung der Bahn des von 1770, von *Th. Clausen* 121.
Wiederkehr des *Pons*schen (*Enke*schen) 1842, von Professor *Encke* 185.
Versuch einer neuen Methode, die Bahnen der Cometen zu berechnen, von Dr. Professor *Grunert* 265, 401.

Copenhagen Länge und Breite des runden Thurmes daselbst 119.

Cramer, Gabriel († Jan. 4. 1752) Ueber dessen Correspondenz mit *Euler*, von Staatsrath v. *Fuss* 93.

D.

Damoiseau, Baron de. Ueber die Bewegung der Apsidenlinie und der Knotenlinie des Mondes, verglichen mit *Damoiseau's* Resultaten und *Plana's* Théorie du mouvement de la lune, von Professor *Hansen* 191.

Dancey Entfernung der Parallelen von Montjouy und Mola nach demselben 97.

Dawes, W. R., Beobachtungen von p Ophiuchi 203

Delambre, Jean Jos. († August 19. 1822) Planetenmassen nach demselben 187.

Dessler, H. H. Ueber die terrestrische Refraction 347.

Dmitrewsk Geographische Lage 343.
Magnetische Elemente 373.

Dölen Beobachtung der Plejadenbedeckung 1841 October 31 in Dorpat 95.

Doppelsterne, Ueber p Ophiuchi von Hofrath *Mädler* 201.
Ueber die Bahnbewegungen derselben, von Hofrath *Mädler* 349.
Ueber einige neu entdeckte, von *O. Struve* 287.

Dorpat Daselbst beobachtete Plejadenbedeckung October 31. 1841. 95.
Mondfinsternifs Januar 26, 1842. 197.
Sonnenfinsternifs Mai 18, 1841. 209.

Doskino Geographische Lage 345.
Magnetische Elemente 373.

Dresden Ueber die täglichen Barometerbeobachtungen daselbst, von Professor *Hansteen* 291.

Druckfehler siehe Berichtigungen.

Dubrowa Geographische Lage 371.
Magnetische Elemente 375.

Due, Officier in der Norwegischen Marine.
Beobachtete Sternbedeckungen auf Tromsöe in den Jahren 1836, 1837 und 1838. 237.
Sonnenfinsternifs 1833 Juli 16 auf Bodöe 239.

E.

Eigene-Bewegung. Ueber die grofse eines Sterns 7ter Nr. 1830 in *Grombridge's* Catalog von Circumpolarsternen, von Professor *Argelander* 393.

Elemente Des Cometen von 1770, von *Th. Clausen* 165.
Des *Pons*schen (*Enke*schen) für 1842. 189.
Des Doppelsterns p Ophiuchi 201. 349.
Mehrerer Doppelsterne 349.
Vergleiche „Magnetische Elemente."

Elliptische Transcendenten Beitrag zur Theorie derselben von *Th. Clausen* 177. 181.

Emmingasch Geographische Lage 347.
Magnetische Elemente 373.

Encke, J. F. Professor, Director der Sternwarte in Berlin.
Wiederkehr des *Pons*schen (*Enke*schen) Cometen 1842 185.
Tafel der allmähligen Verbesserungen der Planetenmassen 187.
Elemente und Beobachtungen von p Ophiuchi 201, 203.
Schreiben an den Herausgeber, enthaltend Beobachtungen des *Pons*schen (*Enke*schen) Cometen im Februar, März und April 1842. 305.

Ephemeride Der Sonne von Juni 14 bis October 3. 1770. von *Th. Clausen* 121.
Der Vergleichungs-Sterne des Cometen von 1770, von *Th. Clausen* 129.
Des *Enke*schen Cometen für 1842 von Dr. *Bremiker* 189.
Des Mondes für die Zeit der Culmination in Altona für 1842 von *Th. Clausen* 249, 287, 337, 385.

Digitized by Google

Erde Ueber einen Fehler in der Berechnung der französischen Gradmessung und seinen Einfluss auf die Bestimmung der Figur der Erde, von Geheimenrath *Bessel* 97.
Masse und Dichtigkeit derselben 187.
Numerische Bestimmung der Trägheitsmomente derselben, von Professor *Hansen* 197.

Erdmagnetismus Vergleichung der *Gauss*ischen Theorie des Erdmagnetismus mit *A. Erman*'s magnetischen Beobachtungen, von *H. Petersen* 311, 341, 369.

Erman, A., Professor in Berlin. Ueber die Bahnen mehrerer Sternschnuppen von August 10, 1839, von *A. Erman* und *H. Petersen* 25.
Vergleichung dessen magnetischen Beobachtungen mit der *Gauss*ischen Theorie des Erdmagnetismus, von *H. Petersen* 311, 341, 369.

Euler, Leonhard († Sept. 7, 1783) Ueber dessen Correspondenz mit *Daniel*, *Jean* und *Nicolaus Bernoulli*, mit *G. Cramer*, *Clairaut*, *Naudé*, *Paleni*, *Lambert* und *Goldbach*, so wie über eine zu veranstaltende Herausgabe eines systematischen Catalogs der sämmtlichen *Euler*schen Schriften, von Staatsrath v. *Fuss* 91.

F.

Fischer Ueber dessen Beobachtungen am Refractor der Münchener Sternwarte, von Dr. *Lamont* 211.

Formel Für den sphärischen Excess, von Geh.-Rath *Bessel* 103.
Zur Bestimmung der Entfernung der Parallelen zweier Puncte, durch die Entfernung der Puncte selbst und die Azimuthe der sie verbindenden geodätischen Linie an beiden, von denselben 113.

Forward, W., Secretary of the Treasury. Letter to *John White*, Speaker Ho. of Reps., transmitting a report of *F. R. Hassler*, superintendent of the coast survey, showing the progress made therein up to the present time 353.
Letter to him from *J. R. Hassler* 354.

Fundamenta nova investigationis orbitae verae quam inna periarist, auctore *Petro Andrea Hansen*, Gothae in commissis apud *Carolum Glasser* 1838. Hinweisung auf dieses Werk 56.

Funk, Joh. Gehülfe an der Hamburger Sternwarte. Beob. Sternbedeckungen 1842 Mai 12, 14. 351.

v. Fuss, wirklicher Staatsrath; Excellenz, Mitglied und beständiger Secretair der Kaiserl. Academie der Wissenschaften in St. Petersburg. Extrait de procès verbal de l'Académie Impériale des sciences de St. Petersbourg du 24 Septembre (6 Octobre) 1841. 91.

v. Fuss, G., Professor bei der Pulkowaer Sternwarte. Beschäftigung desselben an dem grossen Refractor, bei einer vorläufigen Bestimmung aller Sterne des nördlichen Himmels bis zur 7ten Größe 284.

G.

Galle, G., Gehülfe der Berliner Sternwarte.
Auffinden des *Encke*schen Cometen 185.
Beobachtungen von p Ophiuchi 203.
Beobachtungen des *Encke*schen Cometen 1842 im Februar, März und April 305.

Gauss, C. F. Hofrath, Director der Göttinger Sternwarte.
Ueber dessen „Theoria Motuum Corporum Coelestium," von Conferenzrath *Schumacher* 216.
Vergleichung dessen Theorie des Erdmagnetismus mit *A. Erman*'s magnetischen Beobachtungen, von *H. Petersen* 311, 341, 369.

Geographische Lage von

Aleschnowo	343.	Nowgorod	317.
Angikowa	347.	Onuhlikowo	343.
Berlin	315.	Perm	371.
Bodöe	238.	Petersburg	315.
Bogorodsk	343.	Pistowa	343.
Copenhagen	119.	Poljaca	345.
Dmitrewsk	343.	Pomerania	317.
Doskino	345.	Potsdam	315.
Dubrowa	371.	Sisowa	319.
Emmingasch	347.	Slatoustowo	373.
Kasan	369.	Surd	371.
Kejil	371.	Torjok	319.
Königsberg	315.	Tossa	317.
Krullanowo	373.	Tromsöe	237.
Milet	369.	Techeboksar	347.
Mitjeschka	369.	Tschuguuel	345.
Moskwa	341.	Twer	319.
Morom	343.	Waldai	319.
Nijnei Nowgorod	345.	Wsischnij Woloschok	319.
Nowaja Derewnja	341.		

Gerling, Professor in Marburg. Vorgenommene Prüfung eines *Breithaupt*schen Theodolithen 245.

Gleichung Entwickelung der Wurzel einer cubischen Gleichung des irreducibeln Falles in einen Kettenbruch von Th. *Clausen* 241.

Goldbach, Chr. Ueber dessen Correspondenz mit *Euler*, von Staatsrath v. *Fuss* 93.

Gradmessung Ueber einen Fehler in der Berechnung der französischen Gradmessung und seinen Einfluss auf die Bestimmung der Figur der Erde, von Geheimenrath *Bessel* 97.

Grunert, Joh. Aug., Doctor der Philosophie, und Professor der Mathematik zu Greifswald.
Ueber eine astronomische Aufgabe 169.
Vorschrift einer neuen Methode, die Bahnen der Cometen zu berechnen 265, 401.

Grüshung, Dr. Beobachtete Sternbedeckungen 1842 Mai 12 in Breslau 352.

H.

Habicht, Professor in Bernburg. Beobachtungen mit dessen *Reposd*schen Universalinstrument von Dr. *Bergius* auf der Altonaer Sternwarte 239.

Hagerup Officier in der Norwegischen Marine.
Beobachtete Sternbedeckungen auf Tromsöe in den Jahren 1836, 1837 und 1838. 237.
Sonnenfinsterniss 1833 Juli 16 auf Bodöe 239.

Hamburg Daselbst beobachtete Sternbedeckungen 1842 Januar 23. 219.
Mai 12 und 14. 351.
Mondfinsterniss 1842 Januar 26. 219.

Digitized by Google

Hansen, P. A. Professor, Director der Seeberger Sternwarte.
Auszug aus einem Schreiben an den Herausgeber, betreffend bisher unbekannte Störungsglieder des Uranus, Jupiters und Saturns 7.
Bemerkungen über die Behandlung der Theorie der Störungen des Mondes 33.
Dichtigkeit der Sonne und älteren Planeten 187.
Ueber die Bewegung der Apsidenlinie und Knotenlinie des Mondes, verglichen mit *Plana's* Théorie du mouvement de la lune, und *Damoiseau's* Resultaten 191.
Schreiben desselben an den Herausgeber, betreffend den numerischen Werth der Einwirkung der Abplattung der Erde auf die Mondbewegung 195.
Numerische Bestimmung der Trägheitsmomente der Erde 197.
Anzeige dass derselbe von der Königl. astronomischen Gesellschaft in London die goldene Medaille für seine Arbeiten in der Störungstheorie erhalten, von Conferenzrath *Schumacher* 215.

Hansteen, Chr. Prof., Director der Sternwarte in Christiania.
Auszug aus einem Schreiben an den Herausgeber 237.
Ueber die täglichen Barometerbeobachtungen in Christiania und Dresden 291.

Hassler, F. R., Director der Küsten-Vermessung in Nord-America.
Schreiben desselben an *W. Forward* 354.
Bericht über die Küsten-Vermessung in Nord-America 355, 377.
Ueber ähnliche Vermessungen in andern Ländern 367.

Henop Beschäftigung desselben bei der vorläufigen Bestimmung aller Sterne des nördlichen Himmels bis zur 7ten Größe, mit dem grossen Refractor der Pulkowaer Sternwarte 284.

Herschel, J. F. W. Baronet.
Auszug aus einem Schreiben desselben an den Herausgeber 175.
Elemente und Beobachtungen von p Ophiuchi 201, 203.

Hundholm (Bodöe) Geographische Lage 238.

I.

Juno Beobachtungen derselben 1836 auf der Wilnaer Sternwarte 227.

Jupiter Ueber bisher unbekannte Störungsglieder desselben, von Professor *Hansen* 7.
Masse und Dichtigkeit desselben 187.

Jupitersmondes-Verfinsterungen Beobachtet 1836 Januar 16, Februar 8, April 8, 24, Mai 17, und Dec. 24 in Wilna 235.

K.

Kaiser, F. Professor, Director der Sternwarte in Leiden.
Beobachtungen von p Ophiuchi 204.

Kasan Geographische Lage 369.
Magnetische Elemente 373.

Kojli Geographische Lage 371.
Magnetische Elemente 375.

Königsberg, Geographische Lage 315.
Magnetische Elemente 373.

Krullassewo Geographische Lage 373.
Magnetische Elemente 375.

Kupfertafeln siehe Steindrücke.

L.

Lagrange, Jos. Louis († April 10, 1813) Planetenmassen nach demselben 187.

Lambert, Joh. Heinr. († Sept. 25, 1777) Ueber dessen Correspondenz mit *Euler*, von Staatsrath v. *Fuss* 93.

Lament, J. Dr., Director der Münchener Sternwarte.
Uranusmasse nach demselben 187.
Schreiben desselben an den Herausgeber 211.

Länge Von Copenhagen 119.
Vergleiche „Geographische Lage."

Längenbestimmungen, geographische. Aus beobachteten Monds-Azimuthen von *Th. Clausen* 259.
Aus Mondshöhen von demselben 268.

Laplace, P. S. Marquis de († Mai 5, 1827) Ueber die von ihm berechnete grosse Annäherung des Cometen von 1770 an den Jupiter, von *Th. Clausen* 121.
Planetenmassen nach demselben 187.
Ueber den von ihm angenommenen numerischen Werth der Einwirkung der Abplattung der Erde auf die Mondbewegung, von Professor *Hansen* 195.

Largeteau Entfernung der Parallelen von Montjouy und Mala nach demselben 97.

Lehmann, Dr. J. W. H. Prediger zu Derwitz und Krielow bei Potsdam. Anzeige dessen Werk „Ueber die sehr grossen und totalen Sonnen-Verfinsterungen auf der Erde überhaupt" als Supplement zu dem 19ten Bande der Astronomischen Nachrichten, von Conferenzrath *Schumacher* 215, 231, 248, 263, 383.

Leibnitz, Gottfr. Wilh. Freih. v. († Novbr. 14, 1716) Ueber dessen Correspondenz, von Staatsrath v. *Fuss* 94.

Leonhardt Ueber dessen Zonenbeobachtungen auf der Münchener Sternwarte, von Dr. *Lamont* 211.

Lichtwechsel Tafeln über die Lichtveränderungen von δ Cephei, β Lyrae und η Aquilae, von Prof. *Argelander* 393.
Beobachtung der größten Lichtphase des Sterns Mira, von Professor *Boguslawski* 118.

Lohrmann, W. G. Ueber dessen Barometerbeobachtungen und ein 10jähriges Mittel aus denselben, von Professor *Hansteen* 298.

Lubbock, J. W. Ueber dessen Urtheil in seiner „Theory of the Moon" über Professor *Hansens* Arbeiten in der Störungstheorie, von Professor *Hansen* 33.
Druckfehler in seinem Werke 39.

M.

Mädler, J. H. Hofrath, Director der Dorpater Sternwarte.
Physische Beobachtungen des Mars bei seiner Opposition im Jahre 1841. 19.
Nahe Zusammenkünfte der älteren Planeten mit Zodiakalsternen, und Bedeckungen der letzteren für 1843. 31.
Plejadenbedeckung 1841 Oct. 31 beobachtet in Dorpat 95.
Den Plejadenstern Atlas bei sehr günstigen Umständen ohne Spur eines Nebensterns gefunden 96.
Beobachtung der Mondfinsterniss 1842 Jun. 26 in Dorpat 197.
Ueber den Doppelstern p Ophiuchi 201.
Beobachtete Sonnenfinsterniss 1841 Juli 18 am Dorpater Refractor 209.
Meteorologische Beobachtungen auf der Dorpater Sternwarte 1841. 237.
Ueber die Bahnbewegungen der Doppelsterne 349.

Digitized by Google

Magnetische Beobachtungen Versuche über magnetische Beobachtungen mit verschiedenen Apparaten, von Dr. *Lamont* 211.

Vergleichung der Beobachtungen von *A. Erman* mit der *Gauss*'schen Theorie des Erdmagnetismus, von *H. Petersen* 311, 341, 369.

Vergleiche „Magnetische Elemente."

Magnetische Elemente, Declination, Inclination und Horizontalintensität, berechnete und beobachtete von:

Alexchnowo	373.	Nowgorod	373.
Aogikowa	373.	Osablikowo	373.
Berlin	373.	Perm	375.
Bogorodsk	373.	Petersburg	373.
Dmitrewsk	373.	Plotowa	373.
Doskino	373.	Poljana	373.
Dubrowa	375.	Pomerania	373.
Emuiogasch	373.	Potsdam	373.
Kasno	373.	Saizowa	373.
Kojil	375.	Slotoustowo	375.
Königsberg	373.	Suri	376.
Kruilassowo	376.	Torjok	373.
Milet	373.	Tosna	373.
Mitjeschka	373.	Tschebokzar	373.
Moskwa	373.	Tschuguntli	373.
Murom	373.	Twer	373.
Nijnei Nowgorod	373.	Waldai	373.
Nowaja Derewnja	373.	Wuischnij Wolotschok	373.

Maja (e Plejadum) Bedeckung vom Monde, beobachtet 1840 Octbr. 13, Decbr. 7. in Breslau 119.

Mars Physische Beobachtungen desselben bei seiner Opposition im Jahr 1841, von Hofrath *Mädler* 19.

Masse und Dichtigkeit desselben 187.

Maskelyne, Nevil († 1811). Dessen von *Th. Clausen* reducirte Beobachtungen des Cometen von 1770. 137.

Matas Polhöhe 113.

Mathieu Entfernung der Parallelen von Montjouy und Mola nach demselben 97.

Méchain, P. F. A. († Sept. 12. 1804) Azimuth von Matas in Montjouy nach dessen Beobachtungen 113.

Medaille Ertheilung der goldenen Medaille an Professor *Hansen* von der Königl. astron. Gesellschaft in London 215.

Merope (d Plejadum) Bedeckung vom Monde 1841 Octbr. 31, beobachtet in Dorpat 95.

Merz und Mahler in München. Ueber den von ihnen verfertigten grossen Refractor der Pulkowaer Sternwarte, von Staatsrath v. *Struve* 281.

Messier, Charl. († 1817 April 12) Dessen von *Th. Clausen* reducirte Beobachtungen des Cometen von 1770. 131.

Meteorologische Beobachtungen. Auszug aus den im Jahre 1836 auf der Wilnaer Sternwarte gemachten 235.

Im Jahre 1841 auf der Dorpater Sternwarte 237.

Vergleiche „Barometer-Beobachtungen."

Milet Geographische Lage 369.
Magnetische Elemente 373.

Mira (o Ceti) Beobachtung der größten Lichtphase dieses Sterns im August 1841, von Professor v. *Bogoslawski* 118.

Mitjeschka Geographische Lage 369.
Magnetische Elemente 373.

Mola (auf Formentera) Entfernung der Parallelen von Montjouy und Mola 97, 114.

Polhöhe 113.

Mond Bemerkungen über die Behandlung der Theorie der Störungen des Mondes, von Professor *Hansen* 33.

Ueber die Bewegung der Apsidenlinie und der Knotenlinie des Mondes, verglichen mit *Plana's* Théorie du mouvement de la lune, und *Damoiseau's* Resultaten, von Professor *Hansen* 191, 195.

Mondfinsternifs Beobachtet 1842 Januar 26 in Dorpat 197. in Hamburg 219.

Monds-Ephemeride für die Zeit der Culmination in Altona 1842, von *Th. Clausen* 249, 287, 337, 385.

Mondstafeln Fehler in *Burckhardts*, von *Th. Clausen* 221.

Mondsterne beobachtet auf der Wilnaer Sternwarte 1836. 233.

Montjouy (auf Formentera) Entfernung der Parallelen von Montjouy und Mola 97, 114.

Polhöhe 113.

Moskwa Geographische Lage 341.
Magnetische Elemente 373.

Münster, E., Observator der Sternwarte in Christiania.

Berechnung der Constanten für Maxima und Minima der Barometerbeobachtungen in Christiania und Dresden 295.

Murom Geographische Lage 343.
Magnetische Elemente 373.

N.

Nandé Ueber dessen Correspondenz mit *Euler*, von Staatsrath v. *Fuss* 93.

Newton, Isaak († 1727 März 20) Planetenmassen nach demselben 187.

Nicolai, B. Hofrath, Director der Mannheimer Sternwarte. Jupitermasse nach demselben 187.

Nijnei Nowgorod Geographische Lage 346.
Magnetische Elemente 373.

Nowaja Derewnja Geographische Lage 341.
Magnetische Elemente 373.

Nowgorod Geographische Lage 317.
Magnetische Elemente 373.

O.

Olbers, H. W. M. († 1840 März 2) Ueber dessen Bibliothek angekauft für die Hauptsternwarte in Pulkowa, von Staatsrath v. *Struve* 309.

Osablikowo Geographische Lage 343.
Magnetische Elemente 373.

P.

Pallas Beobachtungen derselben 1836 auf der Wilnaer Sternwarte 229.

Pendeluhr. Eine verkäufliche astronomische von *Liebherr* 216.

Perm Geographische Lage 371.
Magnetische Elemente 375.

Petersburg Geographische Lage 315.
Magnetische Elemente 373.

Digitized by Google

Petersen, A. C., Observator der Altonaer Sternwarte.
Beobachtete Sternbedeckung 1841 Febr. 4. 247.

Petersen, H. Ueber die Bahnen mehrerer Sternschnuppen vom 10ten August 1839, von *A. Ernan* und *H. Petersen* 25.
Vergleichung der *Gauss*ischen Theorie des Erdmagnetismus mit *Ermans* magnet. Beobachtungen 311, 341, 369.

Plana, G. Ueber dessen „Théorie du mouvement de la lune" von Professor *Hansen* 33, 191.

Planeten Nahe Zusammenkünfte der älteren Planeten mit Zodiakalsternen, und Bedeckungen der letzteren für 1843, von Hofrath *Mädler* 31.
Tafel der stündlichen Verbesserungen der Planetenmassen, von Professor *Encke* 187.
Vergleiche „Venus, Erde, Mars, Vesta, Juno, Pallas, Ceres, Jupiter, Saturn, Uranus."

Platowa Geographische Lage 343.
Magnetische Elemente 373.

Plejaden Alcyone, Atlas, Merope, Plejone und p Plejadum. Bedeckung dieser Sterne vom Monde 1841 October 31, beobachtet in Dorpat 95.

Plejone (h Plejadum) Bedeckung vom Monde 1841 October 31 beobachtet in Dorpat 95.

Poleni Ueber dessen Correspondenz mit *Euler*, von Staatsrath v. *Fuss* 93.

Poljana Geographische Lage 345.
Magnetische Elemente 373.

Pomerania Geographische Lage 317.
Magnetische Elemente 373.

de Pontécoulant, G. Ueber dessen Methode die Störungen der kleinen Planeten zu berechnen, von Prof. *Hansen* 72.

Potsdam Geographische Lage 315.
Magnetische Elemente 373.

Preis Des ersten Theils von *Bessels* „Astronomische Untersuchungen" Beilage zu Nr. 442. 184.
Einer verkäuflichen astronom. Pendeluhr von *Liebherr* 216.
Lehmanns Werk „Ueber die sehr grossen und totalen Sonnen-Verfinsterungen" 268.
Der „Astronomischen Nachrichten" 383.

Puissant, L. Entfernung der Parallelen von Montjouy und Mola nach denselben 97.

Pyramide Beitrag zur Theorie der dreiseitigen, von *Th. Clausen* 389.

R.

Refraction Ueber die terrestrische, von *Dessler* 347.

Report Of the Astronomer Royal to the board of visitors, read at the annual visitation of the Royal Observatory, Greenwich Juni 5, 1841 von *G. B. Airy* 7.
Of *F. R. Hassler*, superintendent of the coast survey in North-America, showing the progress made therein up to the present time 353, 377.

Repsold, A. u. G. in Hamburg. Beobachtungen mit einem von ihnen verfertigten Universalinstrument, von Dr. *Bergius* 239.

Riemann Beobachtungen von Sternbedeckungen in Breslau 119.

Rümcker, C. Director der Hamburger Sternwarte.
Schreiben an den Herausgeber 183, 219.
Beobachtete Sternbedeckungen 219, 351.
Mondfinsterniss 1842 Januar 26, 219.

S.

Saluowa Geographische Lage 319.
Magnetische Elemente 373.

Saturn Ueber bisher unbekannte Störungsglieder desselben, von Professor *Hansen* 7.
Masse und Dichtigkeit desselben 187.

Saturnkugel Beobachtungen über die Excentricität derselben im Ringe 1841, von Hofrath *Schwabe* in Dessau 1.

Sawitsch, A. Dr. in Petersburg. Beobachtete Oppositionen der Planeten Uranus, Ceres und Vesta im Jahre 1841. 177.

Schlüter, Gehülfe beim Geheimenrath *Bessel*. Berechnung der Entfernung von Mola nach Matas aus den Beobachtungen von *Biot* und *Arago* 112.

Schumacher, H. C. Conferenzrath, Director der Alton. Sternwarte.
Ueber *Bessels* neues Werk „Astronomische Untersuchungen" 17.
Mittheilung eines Berichtes von *Hassler*, über die Küsten-Vermessung in Nord-America 353.
Ueber von demselben August 10, 1839 in Altona beobachtete Sternschnuppen, von Prof. *Erman* und *H. Petersen* 25.
Länge und Breite des runden Thurmes in Copenhagen 119.
Bemerkungen über *Clausens* Abhandlung „Bestimmung der Bahn des Cometen von 1770. 121.
Ueber eine Behauptung in dem Wiener Wirthschafts-Kalender für 1840 über *Herschel* 178.
Anerbietung auf *Rümckers* Sterncatalog Bestellungen anzunehmen zu wollen 184.
Vermischte Nachrichten 215, 231, 247, 335.
Ueber Beobachtungen des Dr. *Bergius* auf der Altonaer Sternwarte 239.
Anzeigen 263, 383.

Schwabe, S. H. Hofrath in Dessau
Beobachtungen über die Excentricität der Saturnkugel im Ringe 1841. 1.
Ueber die Sonnenflecken im Jahre 1841. 217.

Schweizer Beschäftigung desselben bei der vorläufigen Bestimmung aller Sterne des nördlichen Himmels bis zur 7ten Größe mit dem grossen Pulkowaer Refractor 284.

Seidl Berechnung der Jupiterstörungen von 1838—1842 zur vorläufigen Verbesserung der Elemente des *Enke*schen Cometen für 1842. 188.

Slatoustowa Geographische Lage 373.
Magnetische Elemente 375.

Slawinsky, Professor, Director der Wilnaer Sternwarte.
Suite des observations faits à l'Observatoire de Vilna, pendant l'année 1836, 227, 233.

Sonne Masse und Dichtigkeit 187.
Ephemeride vom Juni 14 bis October 3, 1770, von *Th. Clausen* 121.

Sonnenfinsternifs „Ueber die sehr grossen und totalen Sonnen-Verfinsterungen auf der Erde überhaupt, von Dr. *J. W. H. Lehmann*, Prediger zu Derwitz und Krielow bei Potsdam" Anzeige dieses Werkes, als Supplement zu dem 19ten Bande der Astronomischen Nachrichten, von Conferenzrath *Schumacher* 215, 231, 248, 263, 383.

Digitized by Google

Beobachtete Sonnenfinsternisse:
1833 Juli 16 auf Bodöe 239.
1836 Mai 15 in Wilna 235.
1841 Juli 18 in Breslau 117.
in Christiania 239.
in Dorpat 209.

Sonnenflecke Ueber die im Jahr 1841, von Hofrath *Schwabe* 217.

South, James, Baronet. Beobachtungen von p Ophiuchi 203.

Sphärischer Excess Formel zur Bestimmung desselben von Geheimenrath *Bessel* 103.

Steindruck Ein Blatt mit Zeichnungen des Mars 1841 zu Seite 19. 247.
Zwei Steindrücke zu Professor *Hansteens* Abhandlung über die täglichen Barometerbeobachtungen in Christiania und Dresden 303.

Sterne Nahe Zusammenkünfte der älteren Planeten mit Zodiakalsternen und Bedeckung der letzteren für 1843, von Hofrath *Mädler* 31.
Ephemeride der Vergleichungssterne des Cometen von 1770, von *Th. Clausen* 129.
Ueber die grosse Eigene-Bewegung eines Sterns 7m von Professor *Argelander* 393.
Ueber Lichtveränderungen von δ Cephei, β Lyrae und η Aquilae, von Professor *Argelander* 393.
Beobachtung der grössten Lichtphase Mira's im August 1841, von Professor *Boguslawski* 118.
Vergleiche „Doppelsterne."

Sternbedeckungen beobachtet:
in Altona 1841 Febr. 4. 247.
in Breslau 1840 Aug. 24, Sept. 3, Oct. 13, Dec. 7, 14. 117, 119.
1841 Febr. 4, 15, März 2, April 28, 30, Mai 23, 28, Juni 2, Juli 4. 119.
1842 Mai 12. 351.
in Dorpat 1841 October 31. 95.
in Hamburg 1842 Januar 23. 219.
Mai 12, 14. 351.
auf Tromsöe 1836 März 22, November 22. 237.
1837 December 9. 237.
1838 Januar 3, 5. 237.
in Wilna 1836 März 24, April 23, Juni 22. 235.

1836 (März 22) 237, (März 24, April 23, Juni 22) 235. (Novbr. 22) 237.
1837 (December 9) 237.
1838 (Januar 3, 5) 237.
1840 (Aug. 24, Septbr. 3, Octbr. 13, Decbr. 7, 14) 117.
1841 (Febr. 4) 119, 247 (Febr. 15, März 2, April 28, 30, Mai 23, 28, Juni 2, Juli 4) 119 (October 31) 95.
1842 (Januar 23) 219 (Mai 12, 14) 351.

Sternenkatalog Ueber einen neuen von *Rümcker* 183.

Sternkarten Ueber neue von Professor *Argelander* gezeichnete, welche bald in Berlin bei *S. Schropp u. C^nie* erscheinen werden 394.

Sternschnuppen Ueber die Bahnen mehrerer vom 10ten August 1839, von *A. Erman* und *H. Petersen* 25.
Beobachtungen in Berlin und Breslau 1839 Aug. 10. 28.

Störungen Bemerkungen über die Behandlung der Theorie der Störungen des Mondes, von Professor *Hansen* 33.
Bisher unbekannte Störungsglieder des Uranus, von Professor *Hansen* 7.

Struve, O., Observator der Pulkovaer Sternwarte.
Notice sur une revision de l'hémisphère céleste boréal par rapport aux étoiles fixes jusqu'à la septième grandeur et aux étoiles doubles exécutée à l'aide de la grande lunette de l'observatoire central de Pulkova 283.

v. Struve, W., wirklicher Staatsrath, Excellenz, Director der Pulkovaer Sternwarte.
Beobachtungen von p Ophiuchi 203.
Ueber den grossen Refractor der Pulkovaer Sternwarte 281.
Bericht über die Bibliothek der Hauptsternwarte in Pulkova, nach deren Bereicherung durch den Ankauf der Büchersammlung des verstorbenen Dr. *Olbers* in Bremen, nebst einigen angehängten bibliographischen Notizen 307, 321.

Suri Geographische Lage 371.
Magnetische Elemente 375.

T.

Taygeta (a Pleiadum) Bedeckung derselben vom Monde, beobachtet 1840 Octbr. 13, Decbr. 7 in Breslau 117.

Theodolith Prüfung eines *Breithaupt*schen, von Professor *Gerling* 245.

Theoria Motuum Corporum Coelestium, auctore *C. F. Gauss*, über dieses Werk von Conferenzrath *Schumacher* 216.

Theorie der Störungen des Mondes, Bemerkungen über die Behandlung derselben von Professor *Hansen* 33.
Beitrag zur Theorie der elliptischen Transcendenten, von *Th. Clausen* 181.

Torjok Geographische Lage 319.
Magnetische Elemente 373.

Tosno Geographische Lage 317.
Magnetische Elemente 373.

Tralles, J. G. Ueber eine Abhandlung desselben, betreffend die Einwirkung der Feuchtigkeit auf terrestrische Refractionen, von *Dessler* 347.

Tromsöe Geographische Lage 237.
Beobachtete Sternbedeckungen daselbst 237.

Tschebokssr Geographische Lage 347.
Magnetische Elemente 373.

Tschugujeul Geographische Lage 345.
Magnetische Elemente 373.

Twer Geographische Lage 319.
Magnetische Elemente 373.

U.

Universalinstrument. Beobachtungen mit einem *Repsold*schen auf der Altonaer Sternwarte, von Dr. *Bergius* 239.

Untersuchung über die gegenseitigen Störungen des Jupiters und Saturns, von *P. A. Hansen*. Berlin 1831. Hinweisung auf dieses Werk 73.

Uranus Bisher unbekannte Störungsglieder desselben, von Professor *Hansen* 7.
Beobachtungen desselben in der Opposition 1841 von Dr. *Sawitsch* 181.
Masse und Dichtigkeit desselben 187.

Digitized by Google

V.

Venus, Masse, und Dichtigkeit derselben 187.

Vermessung - Bericht über die Küsten - Vermessung in Nord-America von *Hassler* 353, 377.

Vermischte Nachrichten 215, 231, 247.

Vesta Beobachtungen derselben zur Zeit der Opposition 1841 von Dr. *Sawitsch* 181.

Beobachtungen 1836 auf der Wilnaer Sternwarte 229.

W.

Waldai Geographische Lage 319.

Magnetische Elemente 373.

Westphalen, H. L., Berechnung der Resultate einer von Professor *Gerling* vorgenommenen Prüfung mit einem *Breithaupt*schen Theodoliten 246.

Weyer, G. D. E., Gehülfe auf der Hamburger Sternwarte. Beobachtete Sternbedeckungen 219, 351.

White, John, Speaker Ho. of Reps. Letter to him from *W. Forward*, Secretary of the Treasury, transmitting a report of *F. R. Hassler*, superintendent of the coast survey, showing the progress made therein up to the present time 353.

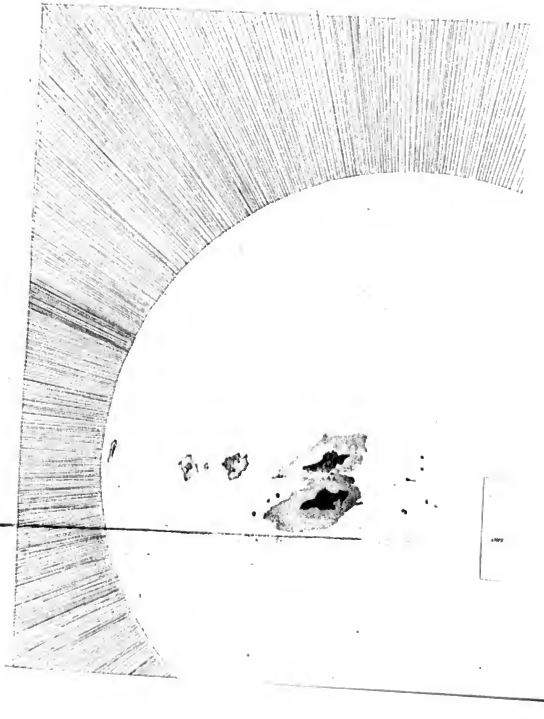
Wilna Daselbst beobachtete Sonnenfinsternifs 1836 Mai 15, Sternbedeckungen und Jupiterstrabanten - Verfinsterungen 1836 und Auszug aus den meteorologischen Beobachtungen 1836. 235.

Wolfers, Dr., Berichtigung dessen Länge von Copenhagen in dem Berliner astronomischen Jahrbuche, von Conferenzrath *Schumacher* 119.

Wulschnji Woloczok Geographische Lage 319

Magnetische Elemente 373.

Digitized by Google



Digitized by Google

V.

Venus, Masse, und Dichtigkeit derselben 187.

Vermessung - Bericht über die Küsten-Vermessung in Nord-America von *Hassler* 353, 377.

Vermischte Nachrichten 215, 231, 247.

Vesta Beobachtungen derselben zur Zeit der Opposition 1841 von Dr. *Sawitsch* 181.

Beobachtungen 1836 auf der Wilnaer Sternwarte 229.

W.

Waldai Geographische Lage 319.
Magnetische Elemente 373.

Westphalen, H. L., Berechnung der Resultate einer von Professor *Gerling* vorgenommenen Prüfung mit einem *Breit*-*haupt*schen Theodoliten 246.

Weyer, G. D. E., Gehülfe auf der Hamburger Sternwarte. Beobachtete Sternbedeckungen 219, 351.

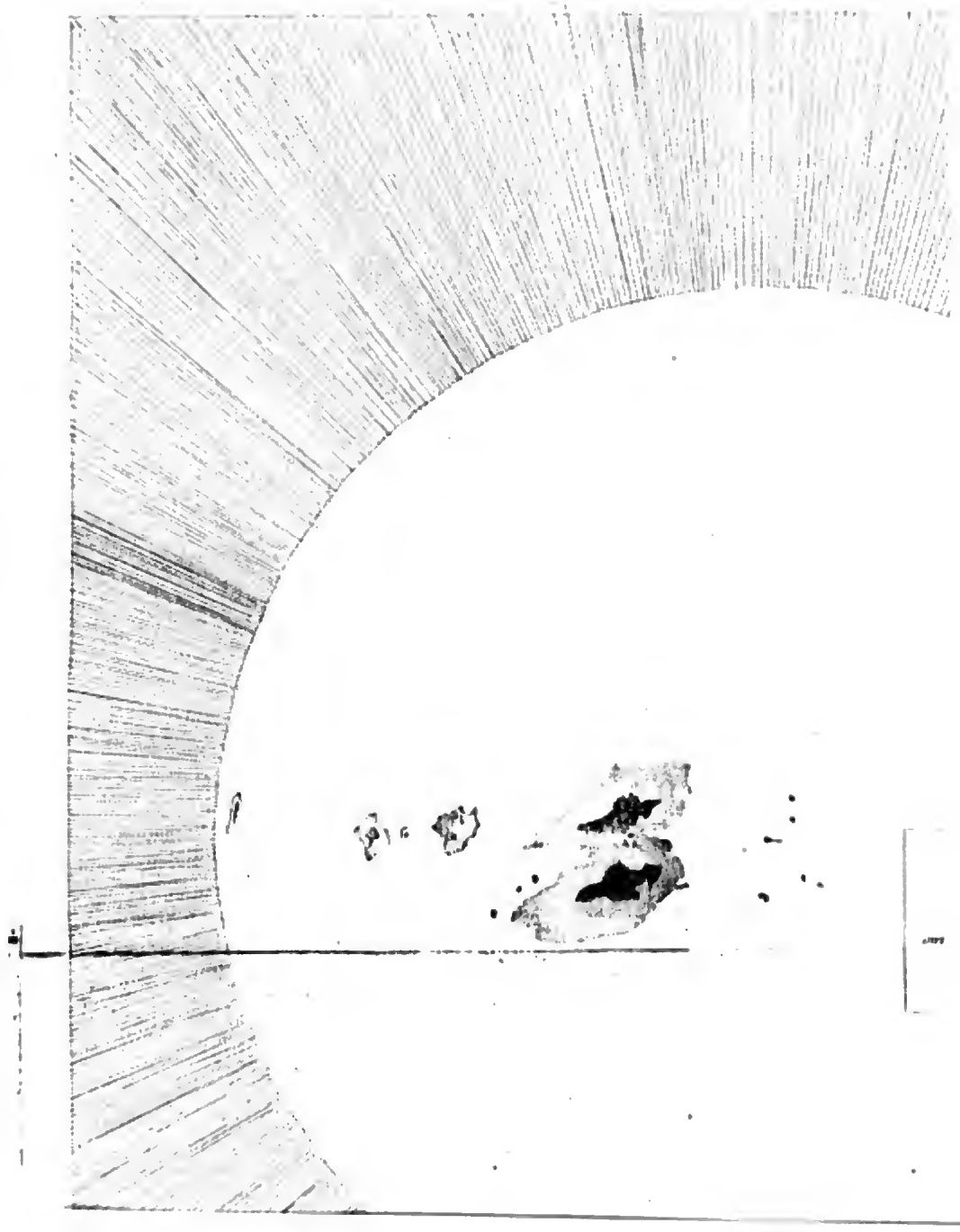
White, John, Speaker Ho. of Reps. Letter to him from *W. Forward*, Secretary of the Treasury, transmitting a report of *F. R. Hassler*, superintendent of the coast survey, showing the progress made therein up to the present time 353.

Wilna Daselbst beobachtete Sonnenfinsternifs 1836 Mai 15, Sternbedeckungen und Jupiterstrabanten-Verfinsterungen 1836 und Auszug aus den meteorologischen Beobachtungen 1836. 235.

Wolfers, Dr., Berichtigung dessen Länge von Copenhagen in dem Berliner astronomischen Jahrbuche, von Conferenzrath *Schumacher* 119.

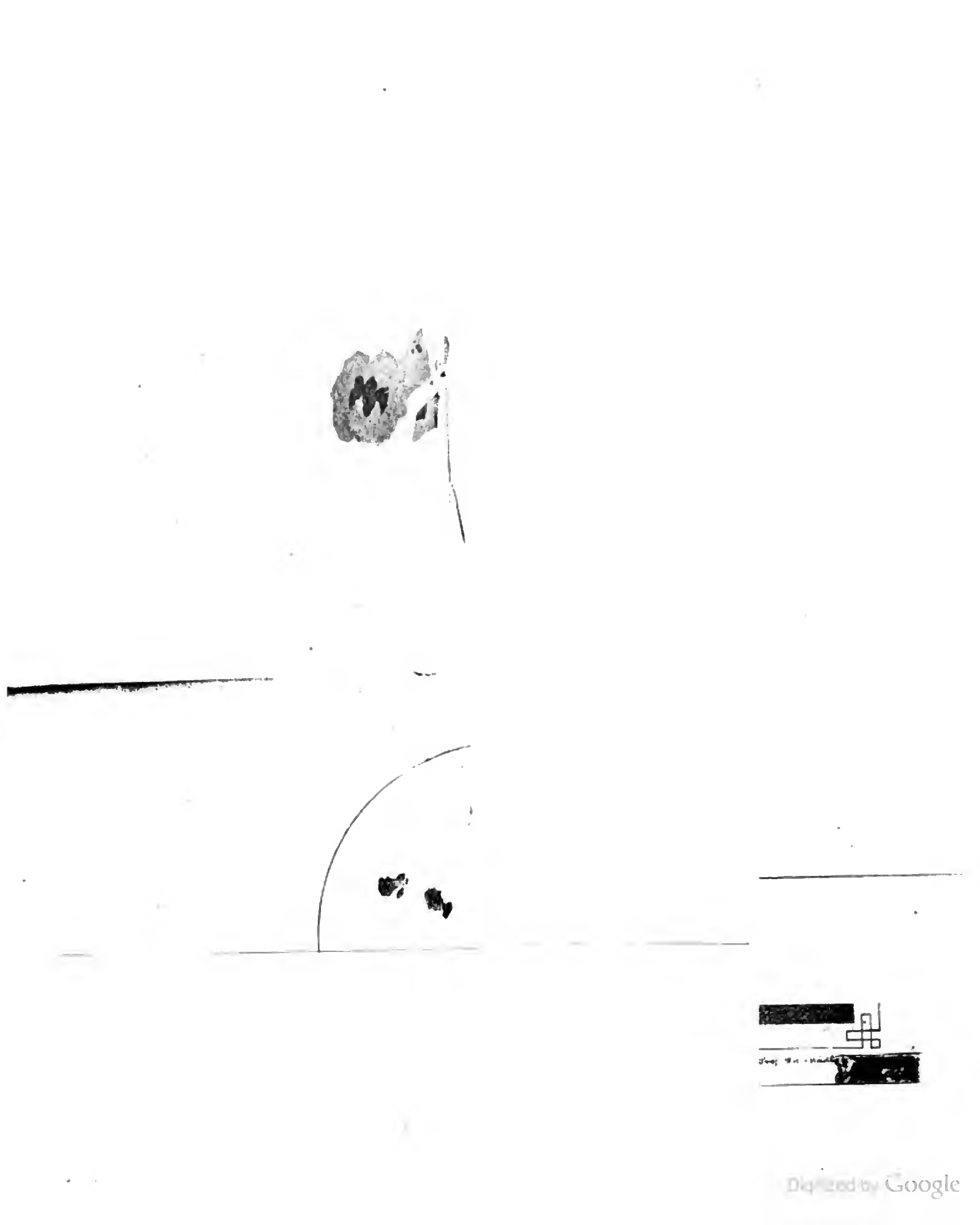
Waschnji Woletschok Geographische Lage 319
Magnetische Elemente 373.

Digitized by Google



Digitized by Google

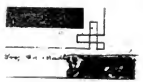
Digitized by Google



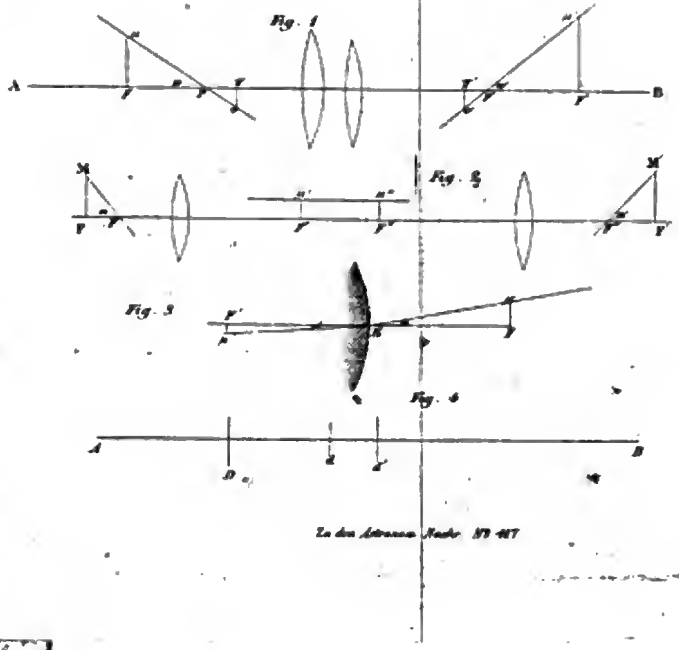
Digitized by Google

Digitized by Google

Detail of Spots. Sept.r 3rd. with 8 feet Achr

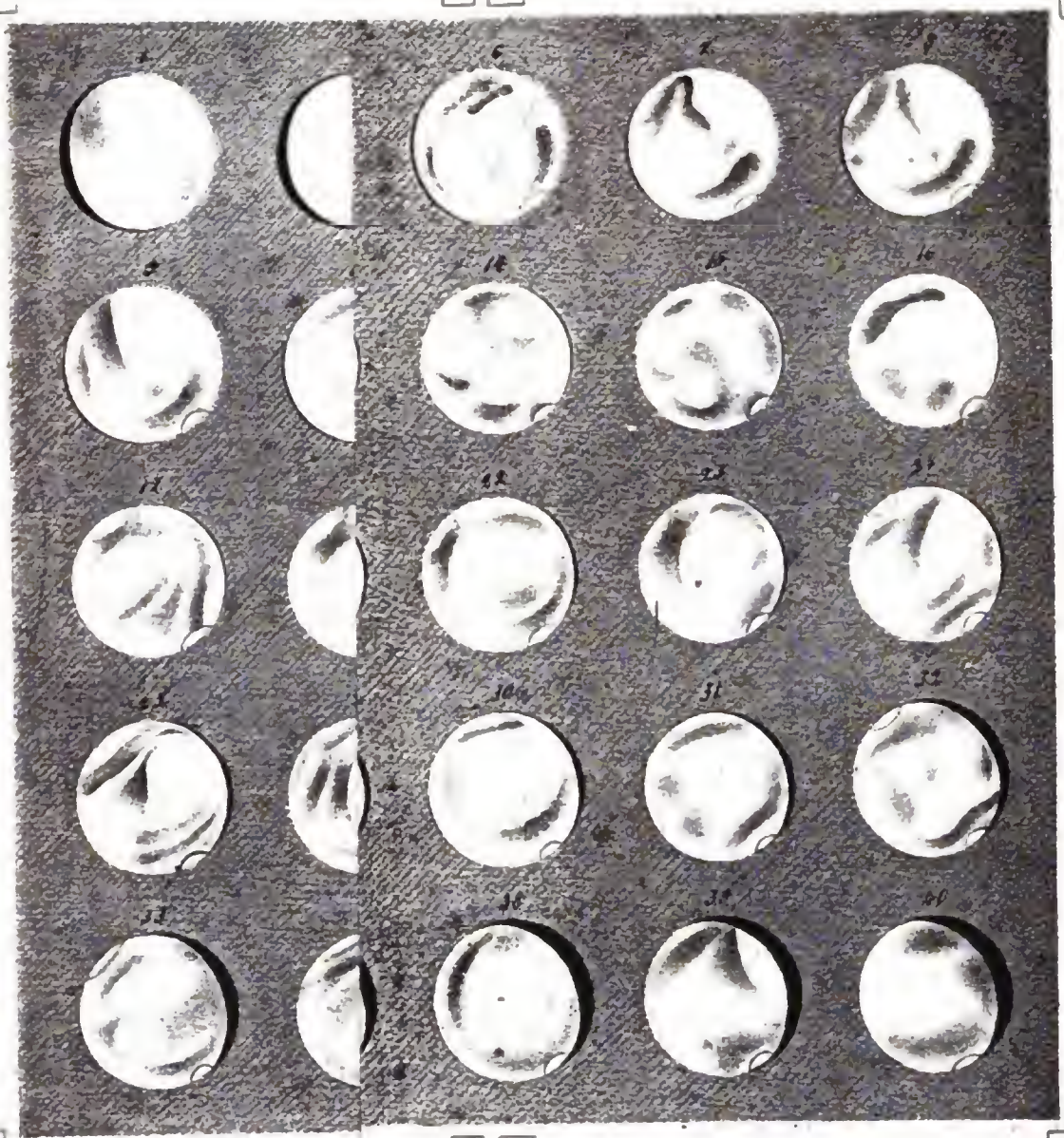


Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google

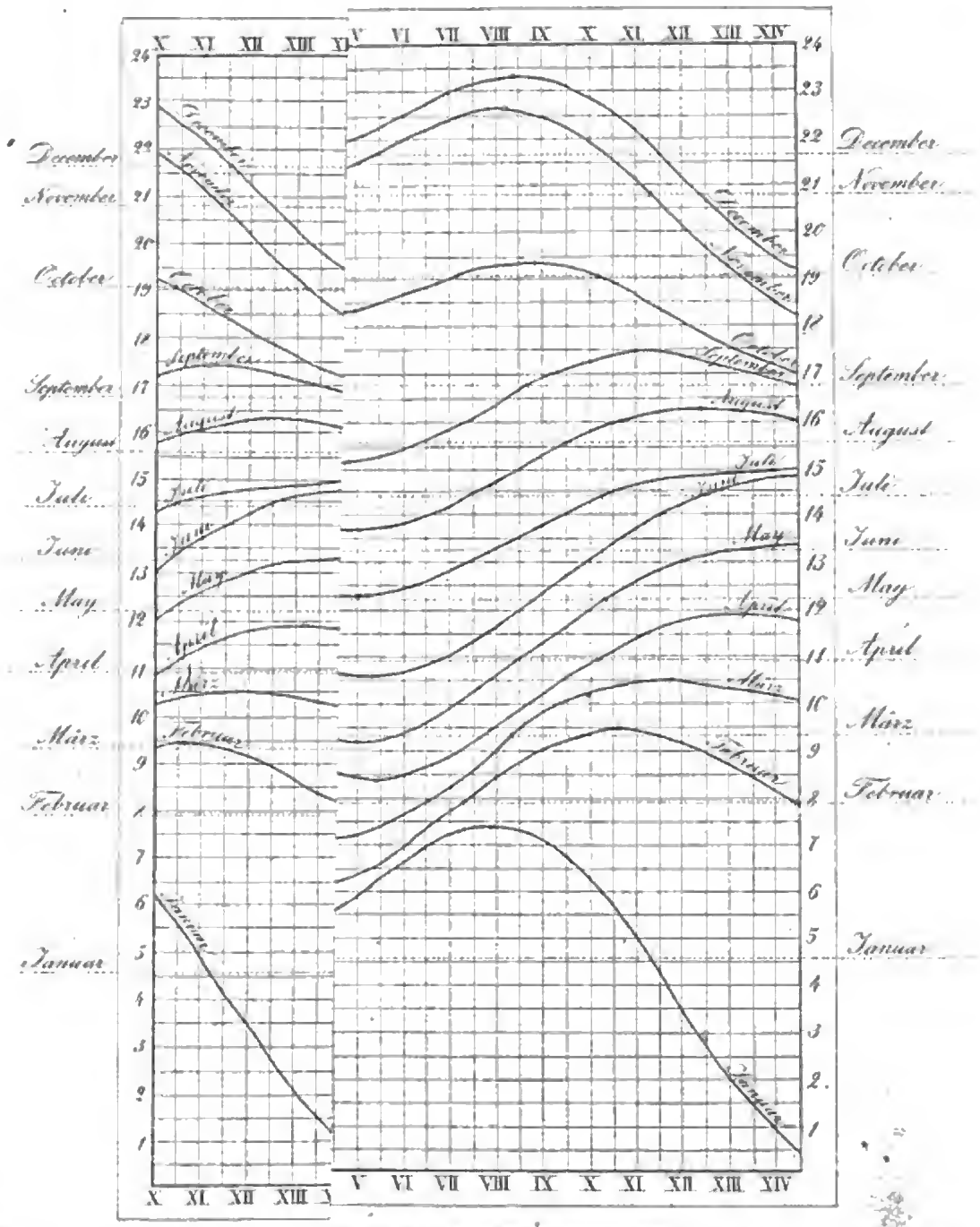


Digitized by Google

Digitized by Google

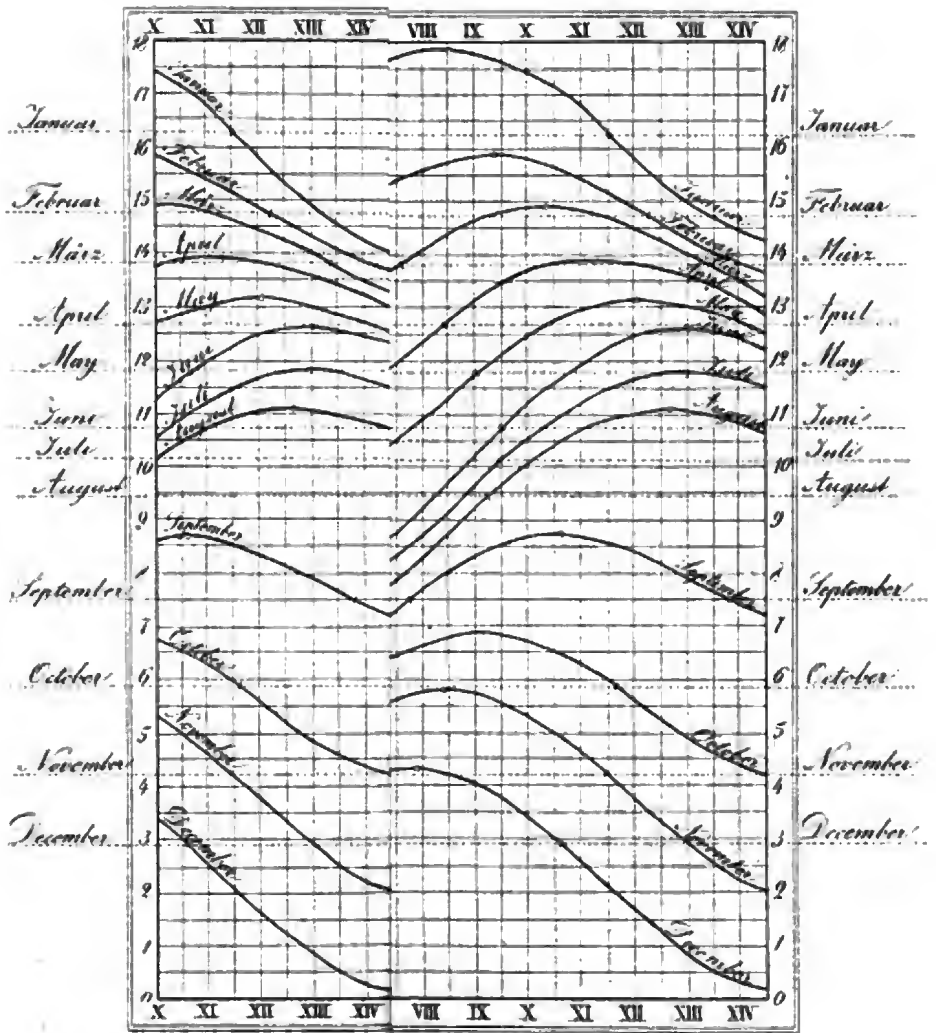
Atania

Sternwarte



Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google

JOHN G. WOLBACH LIBRARY
HARVARD COLLEGE OBSERVATORY
60 GARDEN STREET
CAMBRIDGE, MASS. 02138

Digitized by Google

3 2044 059 969 089

JOHN G. WOLBACH LIBRARY
HARVARD COLLEGE OBSERVATORY
60 GARDEN STREET
CAMBRIDGE, MASS. 02138

Digitized by Google

3 2044 059 969 089

Digitized by Google